

# Trigonometrik Splin Kullanarak Robotlar İçin Optimal Yörünge Elde Edilmesi

Serdar KÜÇÜK

Kocaeli Üniversitesi, Teknoloji Fakültesi, Biyomedikal Mühendisliği Bölümü, Umuttepe Kampüsü, 41380, Kocaeli, Türkiye  
(Geliş / Received : 13.02.2016 ; Kabul / Accepted : 02.05.2016 )

## ÖZ

Bu makalede parçacık sürü optimizasyon algoritması kullanarak endüstriyel robotlar için çok önemli olan yörünge optimizasyonu gerçekleştirilmiştir. Yörünge algoritması olarak trigonometrik splin kullanılmıştır. Trigonometrik splinler yüksek dereceli polinomlar ve kübik splinler gibi yörünge algoritmalarıyla karşılaştırıldığında daha yumuşak bir yörünge üretilebilmekte ve sadece dördüncü derecede sürekli jerk sağlayabilmektedirler. Düşük derecede sürekli jerk eklemlerdeki titreşimi minimize ederek mekanizmanın ömrünü artırmakta ve ayrıca yörünge en az hatayla takip edebilmesini sağlamaktadır. Optimizasyon algoritması olarak kolay uygulanabilmesi ve başarıyla test edilmiş optimizasyon performansından dolayı Parçacık Sürü Optimizasyon (PSO) algoritması kullanılmıştır. Bu makalede önerilen yöntemi test etmek için bir örnek yörünge PUMA 560 robotu için çalıştırılıp optimizasyon sonuçları grafikler halinde verilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Trigonometrik splinler, yörünge optimizasyonu, parçacık sürü optimizasyon algoritması, endüstriyel robotlar

## Optimal Trajectory Derivation for Robotic Manipulators by Using Trigonometric Splines

### ABSTRACT

In this paper, particle swarm optimization algorithm is used for trajectory optimization of industrial robotic manipulators. Trigonometric splines are used as trajectory optimization algorithm. Trigonometric splines can provide smooth trajectory and continuous jerk at only third derivative of position compared with higher order polynomials and cubic splines. Minimum continuous jerk reduces vibration at the joints that extends mechanism lifespan and provides trajectory tracking with minimal error. Particle Swarm Optimization algorithm (PSO) is used as optimization algorithm due to its easy implementation and successful optimization performance. A sample trajectory is performed for PUMA 560 robot in order to test the proposed method and optimization results are given as graphs.

**Keywords:** Trigonometric splines, trajectory optimization, particle swarm optimization algorithm, industrial robots

### 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Robotlar temelde iki şekilde yörünge hareketi gerçekleştirir. Birincisi bir nesneyi bir yerden alıp başka bir yere koymaktır. Bu hareket tipinde eğer engel yoksa robot nesneyi alıp koyma işlemini çalışma uzayı içerisinde herhangi bir yörüngeyi serbestçe izleyerek tamamlayabilir. İkincisinde ise robot iki nokta arasında önceden belirlenen noktalardan geçerek tamamlar [1]. Bu yörünge tipi ara nokta koşullu yörünge olarak adlandırılır. Ara nokta koşullu yörünge işlemi özellikle kaynak, kesme ameliyat gibi sürekli hareketin ihtiyaç duyulduğu yerlerde kullanılır.

Bir robotun en iyi performansla bir görevi yerine getirebilmesi için uygun bir yörünge oluşturulması son derece önemlidir [2]. Ayrıca oluşturulan yörüngeyi uç işlevcisinin yüksek doğrulukla izleyebilmesi için yörünge algoritmasının yumuşak hareket sağlayacak şekilde oluşturulması gerekir. Endüstride birçok yörünge

algoritması çalışma ortamındaki engeller de göz önünde bulundurularak öncelikle çevrim dışı oluşturulup daha sonra oluşturulan bu yörünge robota çevrim içi olacak şekilde icra ettirilir. Çevrim dışı yörünge oluşturma işlemi Kartezyen ve eklem uzayında olmak üzere iki farklı şekilde gerçekleştirilebilir. Kartezyen uzayda yörünge oluşturulurken her bir örnekleme frekansı için öncelikle eklem uzayındaki veriler ters Jacobian matris kullanılarak Kartezyen uzayındaki verilere dönüştürülür. Bu dönüşüm her bir örnekleme frekansı için gerçekleştirildiğinden son derece ağır işlem yükünün çok kısa bir zamanda tamamlanmasını gerektirir. Ayrıca ters Jacobian alınırken hatalar oluşacağından robotun yörüngeyi hatalı takip etmesine neden olur. Bahsi geçen bu iki sebepten dolayı Kartezyen uzayda yörünge oluşturulması robot araştırmacıları tarafından pek tercih edilmemiştir [3]. Eklem uzayında yörünge oluşturulurken, Kartezyen konum ve yönelim bilgisi öncelikle ters kinematik vasıtasıyla eklem konum bilgisine dönüştürülür. Eklem uzayında yörünge oluşturma işleminde sadece kinematik kısıtlamalar göz önünde bulundurulduğundan bu yöntemin işlem yükü Kartezyen

\*Sorumlu Yazar (Corresponding Author)

e-posta: skucuk@kocaeli.edu.tr

Digital Object Identifier (DOI) : 10.2339/2016.19.4 499-505

uzayda yörünge oluşturma yöntemine göre daha az olup bilgisayar ortamında son derece kısa bir zaman diliminde gerçekleştirilir. Bu durum eklem uzayında yörünge oluşturma yönteminin diğer yöntemlere göre üstünlüğü olduğundan robot camiası tarafından daha fazla tercih edilmektedir [3].

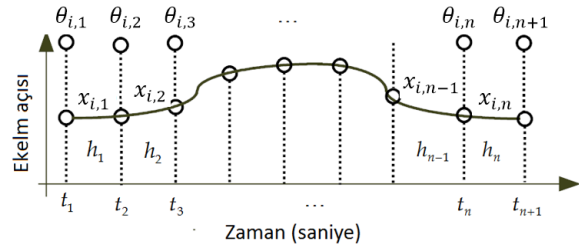
Eklem uzayında yörünge oluşturulurken, Kartezyen uzayda tasarlanan yörünge üzerinde bir takım ara noktalar (via points) belirlenir. Daha sonra bu ara noktalar ters kinematik vasıtasıyla eklem açılarına dönüştürülür. Daha sonra art arda gelen her iki eklem açısı arasında kalan bölge her hangi bir yörünge algoritması kullanılarak doldurulur. Literatürde, robot yörüngelerinin oluşturmada yüksek dereceli polinomlar [4], trigonometrik [5], B [6] ve kübik [7] splinler gibi yörünge oluşturma algoritmaları önerilmiştir. Bir robot yörünge algoritması, şu dört koşulu sağlamalıdır: 1) düşük aşım, düşük osilasyon ve düşük jerk, 2) düşük titreşim, 3) sürekli hız, ivme ve jerk, 4) yörünge başlangıç ve bitişinde sıfır hız, ivme ve jerk [5]. Yüksek dereceli polinomlar üç ve dördüncü koşulu sağlamalarına rağmen, polinomun derecesi yükseldikçe aşım ve osilasyon arttığından [5,7] bir ve ikinci koşulda son derece kötü bir performans sergilemektedir. Kübik splinler sadece hız ve ivmede süreklilik göstermektedirler [3,7]. Yörünge başlangıç ve bitişlerinde jerk sıfır olmamaktadır [3,7]. Üçüncü ve dördüncü dereceden düşük dereceli B-splinler sadece hız ve ivmede süreklilik gösterirken ancak beşinci dereceden bir B-splin hız ivme ve jerkte süreklilik göstermektedir [8]. Trigonometrik splinler ise sadece konumun üçüncü türevinin alınmasıyla dördüncü derecede sürekli hız, ivme ve jerk sağlayabilmektedir [5]. Ayrıca yörünge başlangıç ve bitiş noktalarında hız, ivme ve jerkün sıfır yapılmasına ve jerk'ün düşürülmesine de izin vermektedir. Jerk'ün düşürülmesi eklem konum hatalarını azaltır ve robotun, osilasyonu küçültür ve titremeyi azaltır ve robotun yörüngeyi yumuşak bir şekilde en az hatayla takip edebilmesini sağlar [5, 9, 10]. Bu çalışmada yörünge algoritması olarak en düşük derecede (dördüncü) hız, ivme ve jerk'te süreklilik sağlanmasından dolayı trigonometrik splinler kullanılmıştır.

Günümüze kadar yukarıdaki dört koşulu sağlayan en-iyi zamanlı yumuşak bir yörünge elde edebilmek için birçok çalışma gerçekleştirilmiştir [6, 7, 11, 12, 13, 14]. Bu çalışmalarda, en-iyi zamanlı yumuşak yörünge elde edebilmek için interval analysis [6], analytical optimization approach [12], Sequential Quadratik Programlama (SQP) [7, 13, 14] ve konvex optimizasyon teknikleri [11] gibi geleneksel sayısal optimizasyon algoritmaları kullanılmıştır. Bu algoritmalar amaç fonksiyonun birinci ve ikinci türevlerini kullanarak doğrusallaştırma kullandıklarından genellikle yerel minimum değerine yakınsamaktadır [15]. Bu problem geleneksel sayısal optimizasyon algoritmalarının en önemli eksikliğidir. Bu makalede ise optimizasyon algoritması olarak PSO algoritması tercih edilmiştir. PSO algoritmasının yukarıda bahsedilen geleneksel sayısal optimizasyon algoritmalarına ve genetik algoritma gibi

evrimsel algoritmalara göre bariz üstünlüğü vardır [16, 17]. Bu üstünlükler şöyle sıralanabilir: 1) Çok boyutlu doğrusal olmayan ve süreksiz problem için optimize edilmiş veya buna yakın bir sonucu çok kısa bir süre içerisinde verir, 2) Hafızaya sahiptir. En son iterasyondan elde edilen iyi sonuç hafızada tutulur, 3) Sonuç başlangıç nüfusuna bağlı değildir, 4) Probleme kolayca uygulanır. Bu makalede PSO algoritması kullanılarak trigonometrik splin tabanlı optimize edilmiş robot yörüngesini test etmek için PUMA 560 robotu üzerinde bir örnek uygulama gerçekleştirilmiştir.

## 2. TRİGONOMETRİK SPLİNLER (TRIGONOMETRIC SPLINES)

Bir trigonometrik splin kullanarak ara nokta koşullu bir robot yörüngesi şu şekilde meydana getirilir. Öncelikle Kartezyen uzayda yörünge başlangıç ve bitiş noktaları arasında birçok ara nokta yerleştirilir. Art arda gelen her iki Kartezyen nokta arasında kalan bölgeye segment denir. Eğer bir yörünge  $n + 1$  adet Kartezyen noktadan oluşuyorsa  $n$  tane segment içerir. Bu Kartezyen noktalardan daha sonra ters kinematik [18] kullanılarak her bir eklem değişkeni için konum bilgisi elde edilir. Şekil 1'de  $n$  tane segmentden oluşan bir trigonometrik splin tabanlı yörünge görülmektedir. Şekilde  $i, n, t, h$  ve  $x$  sarasıyla eklem değişkeni, segment sayısını, zaman, segment süresi ve her hangi bir eklem değişkeninin art arda gelen iki konumu arasında yerleştirilecek trigonometrik splini göstermektedir.



Şekil 1. Trigonometrik splin kullanarak robot yörüngesinin oluşturulması (Derivation of robotic trajectory using trigonometric spline)

Trigonometrik splinler ilk olarak 1964 yılında Schoenberg[19] tarafından ortaya atılmıştır. Daha sonra Koch[20], Lyche ve Winther[21] gibi yazarlar trigonometrik splinleri  $t_i \leq t \leq t_{i+1}$  ( $i = 1, 2, \dots, n + 1$ ) aralığında aşağıdaki gibi bir periyodik fonksiyon formunda yazmışlardır.

$$x_i(t) = a_{i,0} + \sum_{k=1}^{m-1} (a_{i,k} \cos kt + b_{i,k} \sin kt) + a_{i,m} \cos m(-\gamma_i) \quad (1)$$

Bu fonksiyonda  $\gamma_i = \sum_{j=0}^{2m-1} \left( \frac{\tau_{ij}}{2m} \right)$  olarak tanımlanmıştır. Bu ifadede  $\tau_{ij}$  ifadesi her bir segmentteki koşulları göstermektedir. Yukarıdaki  $\gamma_i$  ifadesinden her bir segment için  $2m$  tane katsayı olduğu ifade edilebilir. Konum, hız, ivme ve jerk ifadelerinin tamamının sürekli

olabilmesi için dördüncü dereceden bir trigonometrik polinoma ihtiyaç duyulur. Her bir segment için dördüncü dereceden bir trigonometrik polinom ve bunlara ait sekiz ( $2m = 2 \cdot 4 = 8$ ) tane katsayı çözülür. Daha sonra her bir trigonometrik polinom art arda eklenerek tasarlanan yörüngeye ait trigonometrik splin oluşturulur. Bahsi geçen sekiz tane katsayıyı çözmek için  $8 \times 8$  boyutlu bir matrisin tersinin alınması gereklidir. Bu makalede  $t_i = 0$  ve  $t_{i+1} = \pi/4$  ( $i = 1, 2, \dots, n+1$ ) zaman aralığı kullanılmıştır. Dördüncü dereceden bir trigonometrik polinom kullanıldığından hem  $t = 0$  hem de  $t = \pi/4$  için dört adet koşul bulunur. Bu durumda her bir segment için  $\tau_{i0} = \tau_{i1} = \tau_{i2} = \tau_{i3} = 0$  ve  $\tau_{i4} = \tau_{i5} = \tau_{i6} = \tau_{i7} = \pi/4$  elde edilir. Sonuç olarak her bir segment için  $\gamma_i = \pi/8$  elde edilir. Bu durumda denlem 1'deki ifade aşağıdaki gibi olur.

$$x_{i,n}(t) = a_{i,0} + \sum_{k=1}^3 (a_{i,k} \cos kt + b_{i,k} \sin kt) + a_{i,m} \cos m t \quad (2)$$

Denklem 2'yi  $t \in [t_i, t_{i+1}]$  aralığında 8 adet koşulu göz önünde bulundurarak yazalım. İlk iki koşul segment başı ve segment sonundaki konum değerlerini içerir.

$$x_{i,1}(t) = a_{i,0} + a_{i,1}ct_i + b_{i,1}st_i + a_{i,2}c2t_i + b_{i,2}s2t_i + a_{i,3}c3t_i + b_{i,3}s3t_i + a_{i,4}c4t_i \quad (3)$$

$$x_{i,1}(t+1) = a_{i,0} + a_{i,1}ct_{i+1} + b_{i,1}st_{i+1} + a_{i,2}c2t_{i+1} + b_{i,2}s2t_{i+1} + a_{i,3}c3t_{i+1} + b_{i,3}s3t_{i+1} + a_{i,4}c4t_{i+1} \quad (4)$$

Denklemde  $ct_i$  ve  $st_i$  sırasıyla  $\cos t_i$  ve  $\sin t_i$  anlamına gelmektedir. Diğer altı kısıt ise denklem 2 ve 3'ün birinci türevinden elde edilen segment başı ve segment sonundaki hız, ikinci türevinden elde edilen segment başı ve segment sonundaki ivme ve son olarak üçüncü türevinden elde edilen segment başı ve segment sonundaki jerk ifadelerinden oluşmaktadır. Sekiz denklem aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$S_{i,1}^T = M_{i,1} K_{i,1}^T \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

Denklemde

$$S_{i,1} = [x_{i,1}(t) \quad x_{i,1}(t+1) \quad x'_{i,1}(t) \quad x'_{i,1}(t+1) + 1 \quad x''_{i,1}(t) \quad x''_{i,1}(t+1) + 1 \quad x'''_{i,1}(t) \quad x'''_{i,1}(t+1) + 1] \quad (6)$$

$$K_{i,1} = [a_{i,0} \quad a_{i,1} \quad b_{i,1} \quad a_{i,2} \quad b_{i,2} \quad a_{i,3} \quad b_{i,3} \quad a_{i,4}] \quad (7)$$

$$M_{i,1} = \begin{bmatrix} 1 & ct_i & st_i & c2t_i & s2t_i & c3t_i & s3t_i & c4t_i \\ 1 & ct_{i+1} & st_{i+1} & c2t_{i+1} & s2t_{i+1} & c3t_{i+1} & s3t_{i+1} & c4t_{i+1} \\ 0 & -st_i & ct_i & -2s2t_i & 2c2t_i & -3s3t_i & 3c3t_i & -4s4t_i \\ 0 & -st_{i+1} & ct_{i+1} & -2s2t_{i+1} & 2c2t_{i+1} & -3s3t_{i+1} & 3c3t_{i+1} & -4s4t_{i+1} \\ 0 & -ct_i & -st_i & -4c2t_i & -4s2t_i & -9c3t_i & -9s3t_i & -16c4t_i \\ 0 & -ct_{i+1} & -st_{i+1} & -4c2t_{i+1} & -4s2t_{i+1} & -9c3t_{i+1} & -9s3t_{i+1} & -16c4t_{i+1} \\ 0 & st_i & -ct_i & 8s2t_i & -8c2t_i & 27s3t_i & -27c3t_i & 64s4t_i \\ 0 & st_{i+1} & -ct_{i+1} & 8s2t_{i+1} & -8c2t_{i+1} & 27s3t_{i+1} & -27c3t_{i+1} & 64s4t_{i+1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem 5'den faydalanarak katsayı vektörü aşağıdaki gibi bulunur.

$$K_{i,1}^T = M_{i,1}^{-1} S_{i,1}^T \quad (9)$$

Trigonometrik polinom her bir segment için  $t \in [t_i, t_{i+1}] = [0, \frac{\pi}{4}]$  kapalı aralığında tanımlandığından tasarlanan trigonometrik splin  $n \frac{\pi}{4}$  tane zaman aralığının toplamına eşittir. Bu aşamada denklem 2 ile verilen trigonometrik splinin zamanla ölçeklendirilmesi gerekmektedir. Bu ölçekleme aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\theta_{i,1}(t) = x_{i,1}(n \frac{\pi t}{4T}) \quad (10)$$

Denklemde  $t$  segment içinde ki anlık zamanı,  $T$  ise segmentin süresini göstermektedir. Denklem 10'da verilen ifadenin bir, iki ve üçüncü türevleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} \theta'_{i,1}(t) &= \left(\frac{n\pi}{4T}\right) x_{i,1}\left(\frac{n\pi t}{4T}\right), \\ \theta''_{i,1}(t) &= \left(\frac{n\pi}{4T}\right)^2 x_{i,1}\left(\frac{n\pi t}{4T}\right) \quad \text{ve} \quad \theta'''_{i,1}(t) \\ &= \left(\frac{n\pi}{4T}\right)^3 x_{i,1}\left(\frac{n\pi t}{4T}\right) \end{aligned} \quad (11)$$

### 3. PARÇACIK SÜRÜ OPTİMİZASYONU (PARTICLE SWARM OPTIMIZATION)

1995 yılında kuş ve balıkların davranışlarından esinlenilerek geliştirilen parçacık sürü optimizasyon algoritması [22] sayısal optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılan evrimsel bir optimizasyon tekniğidir. PSO algoritması bir çok mühendislik alanına uygulanmış son derece başarılı sonuçlar vermiş bir algoritmadır [23-26]. PSO algoritması geleneksel optimizasyon tekniklerine ve diğer evrimsel algoritmalara göre belirgin üstünlüğü vardır. Bunlar şöyle sıralanabilir: 1)Optimizasyon algoritması olarak problemlere kolay uygulanabilmesi, 2)Çok boyutlu doğrusal olmayan ve süreksiz problemlerin için optimize edilmiş veya buna yakın bir sonucu çok kısa bir süre içerisinde verir, 3)Hafızaya sahiptir. En son iterasyondan elde edilen iyi sonuç hafızada tutulur, 4)Sonuç başlangıç nüfusuna bağlı değildir, PSO algoritmasıyla ilgili detaylı bilgi referans [25]'te bulunabilir.

### 4. TRİGONOMETRİK SPLİNE OPTİMİZASYONU (OPTIMIZATION OF TRIGONOMETRIC SPLINE)

Bu bölümde parçacık sürü optimizasyon algoritması kullanılarak trigonometrik splin tabanlı yörünge optimizasyon algoritmasının formülizasyonu açıklanmaktadır. Literatürde robot yörüngelerinin optimizasyonu ile ilgili tanımlanan hemen hemen bütün teknikler temel de iki kriterin optimize edilmesini amaçlamıştır [27]. Bu kriterler, 1)yörünge minimum sürede takip edilmesi, ve 2)yörünge boyunca minimum jerk'in elde edilmesidir. Bu makalede PSO algoritması ile her bir segment süresini ve jerkü minimize ederek toplam yörünge süresi ve toplam jerkü minimize etmeyi amaçlamaktadır. Yörünge

optimizasyonu gerçekleştirilirken eklem hızları, ivmeleri ve jerk gibi kinematik kısıtlamalar göz önünde bulundurulmuştur. Sonuç olarak yörünge optimizasyonunda kullanılacak amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi verilir.

$$\min \left( \sum_{i=1}^n h_i + \sum_{j=1}^m \int_0^{t_f} (\ddot{\theta}_j(t))^2 dt \right) \quad (12)$$

kısıtlamalar

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_i^{\min} &\leq \dot{\theta}_i \leq \dot{\theta}_i^{\max} & i = 1, 2, \dots, m \\ \ddot{\theta}_i^{\min} &\leq \ddot{\theta}_i \leq \ddot{\theta}_i^{\max} & i = 1, 2, \dots, m \\ \ddot{\theta}_i^{\min} &\leq \ddot{\theta}_i \leq \ddot{\theta}_i^{\max} & i = 1, 2, \dots, m \\ h_i^{\min} &\leq h_i \leq h_i^{\max} & i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Denklemler  $m, n, h_i$  and  $t_f$  sırasıyla robottaki eklem sayısını, yörünge üzerindeki ara nokta sayısını,  $i$ . segment zamanı, toplam yörünge süresini göstermektedir.  $\dot{\theta}_i, \ddot{\theta}_i$  and  $\ddot{\theta}_i$  sırasıyla hız, ivme ve jerk ifadelerini göstermektedir. Hız, ivme ve jerk belli bir minimum ( $\dot{\theta}_i^{\min}, \ddot{\theta}_i^{\min}$  and  $\ddot{\theta}_i^{\min}$ ) ve maximum ( $\dot{\theta}_i^{\max}, \ddot{\theta}_i^{\max}$  and  $\ddot{\theta}_i^{\max}$ ) aralıkta olmalıdır.

## 5. ÖRNEK UYGULAMA (CASE STUDY)

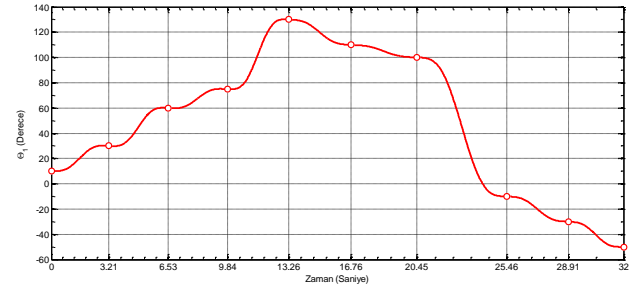
Bu çalışmada PSO algoritması kullanarak trigonometrik splin tabanlı yörünge optimizasyonu yöntemini test etmek için PUMA 560 robotunun izlediği yörünge tanımlanmıştır. Bu yörünge toplam 10 ara noktadan ve dolayısıyla 9 tane segmentten oluşmaktadır. Bu ara noktaların eklem uzayındaki karşılıkları Çizelge 1'de verilmiştir.

**Çizelge 1.** Robotun izleyeceği eklem uzayındaki yörüngeye ait eklem açıları, “derece” (Joint angles for trajectory tracking in the joints space, “in degrees”)

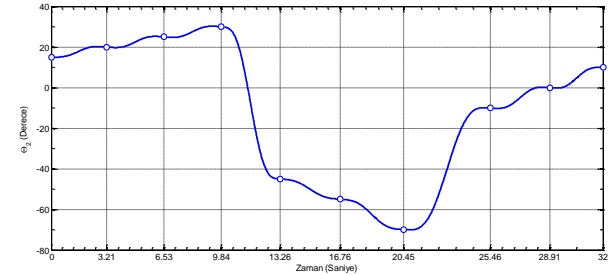
Ara noktalar	Eklem					
	1	2	3	4	5	6
1	10	15	45	5	10	6
2	30	20	110	12	20	22
3	60	25	180	20	30	40
4	75	30	200	60	-40	80
5	130	-45	120	110	-60	70
6	110	-55	15	20	10	-10
7	100	-70	-10	60	50	10
8	-10	-10	100	-100	-40	30
9	-30	0	75	-65	-15	25
10	-50	10	50	-30	10	20

Denklemler 12 kullanılarak optimizasyon gerçekleştirilmiştir. Optimizasyon gerçekleştirilirken her bir segment  $\frac{\pi}{4}$  aralıklarına ayrılıp işlem yapıldığından  $n = 1$  alınmıştır. Ara noktalar arasındaki maksimum ve minimum hız, ivme ve jerk değerleri sırasıyla  $[-3, 3], [-2, 2]$  ve  $[-1, 1]$  derece seçilmiştir. Maksimum ve minimum segment zaman aralığı ise  $[3, 6]$  saniye seçilmiştir. Optimizasyon sonucunda segment zamanları  $s_1=3.21, s_2=3.32, s_3=3.31, s_4=3.42, s_5=3.5, s_6=3.69, s_7=5.01, s_8=3.45$  ve  $s_9=3.09$  olarak elde edilmiştir. Her bir eklem için optimize edilmiş konum grafikleri Şekil 2'de görülmektedir. Şekil 2'de ki grafiklerden ard arda gelen ara noktalarda süreklilik elde edildiğinden ve herhangi bir atlama

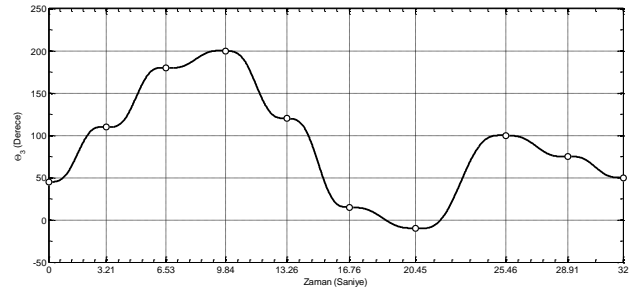
olmadığından gayet yumuşak bir yörünge elde edildiği görülmektedir.



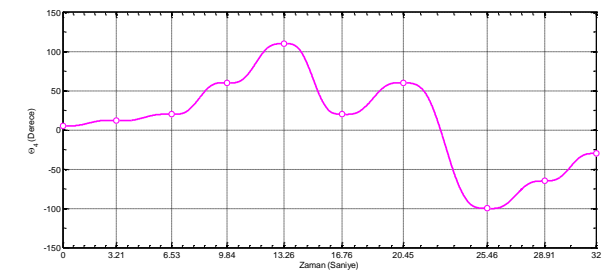
**Şekil 2a.** Birinci eklem için konum grafiği (Position profile of first joint)



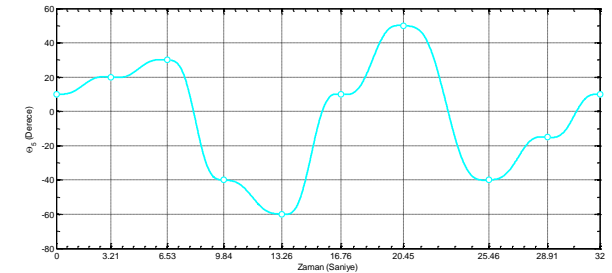
**Şekil 2b.** İkinci eklem için konum grafiği (Position profile of second joint)



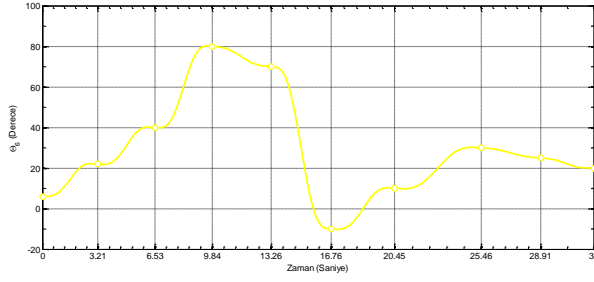
**Şekil 2c.** Üçüncü eklem için konum grafiği (Position profile of third joint)



**Şekil 2d.** Dördüncü eklem için konum grafiği (Position profile of fourth joint)

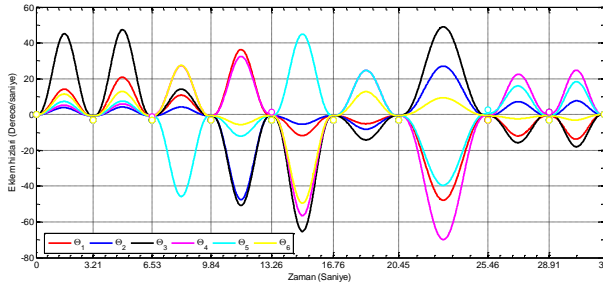


**Şekil 2e.** Beşinci eklem için konum grafiği (Position profile of fifth joint)

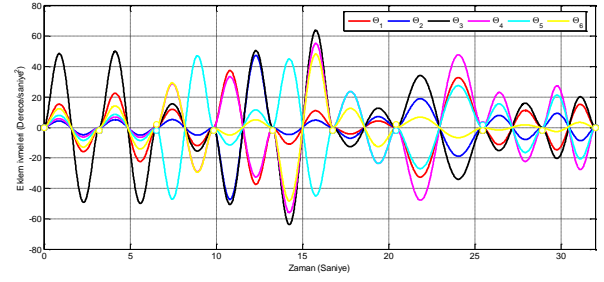


Şekil 2f. Altıncı eklem için konum grafiği (Position profile of sixth joint)

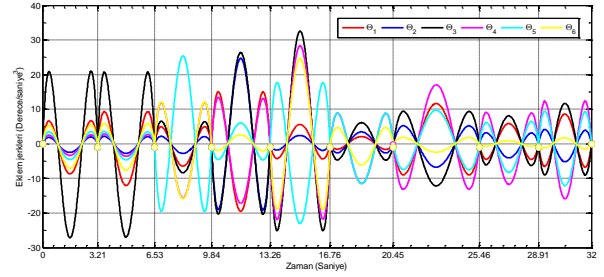
Şekil 3'te eklemlere ait hız, ivme ve jerk grafikleri görülmektedir. Şekil 3'de ki grafiklerden elde edilen hız, ivme ve jerk grafiklerinin sürekli ve gayet yumuşak olduğu görülmektedir. Ayrıca sadece dördüncü dereceden bir trigonometrik fonksiyonla başlangıç ve bitiş jerkü kontrol edilmiştir. Yörünge sonlarında sıfır hız, ivme ve jerk elde edilmiştir. Bu durum trigonometrik splinlerin diğer splinlere göre üstünlüğüdür. Böylece giriş bölümünde bahsedilen bir robot yörünge algoritmasının sahip olması gereken özelliklere trigonometrik splin kullanarak ulaşılmıştır. Trigonometrik splinlerin bütün bu olumlu özelliklerinin yanısıra bu çalışmada trigonometrik splinler için daha önceki çalışmalarda belirtilmeyen bir eksiklik tespit edilmiştir. Şekil 3'teki grafiklerde ara noktadaki hız, ivme ve jerk değerleri amaçlanan aralıklarda çıkmasına rağmen, ara noktalar arasındaki bulunan segment hız, ivme ve jerk değerleri ara noktadaki değerlere göre yüksek çıkmıştır. Bu durum trigonometrik splinlerin diğer yöntemlere göre en belirgin eksikliğini göstermektedir.



Şekil 3a. Eklemlere ait hız grafiği (Velocity profiles of joints)



Şekil 3b. Eklemlere ait ivme grafiği (Acceleration profiles of joints)



Şekil 3c. Eklemlere ait jerk grafiği (Jerk profiles of joints)

Trigonometrik splinler robotu hızlı bir şekilde başlangıç noktasından hedef noktasına götürebilmek için segment içerisinde yüksek ama ara noktaya yaklaşınca düşük bir hız üretmektedir. Buda robotun ara nokta sayısı kadar hızlanıp yavaşlaması anlamına gelmektedir. Bu durum robotun eyleyicisinin ömrünün kısalmasına neden olabilir. Robotu bu olumsuz eksiklikten kurtarmak için trigonometrik splinleri özellikle mobil robotlar, bacaklı robotlar (legged robots), ve medikal robotlar gibi düşük hız gerektiren uygulamalarda kullanmak uygun olacaktır.

Çizelge 2'de Şekil 3'teki eklemlere ait hız, ivme ve jerk grafiklerinden elde edilen her bir eklem için pozitif ve negatif yönde maksimum hız, ivme ve jerk değerleri görülmektedir. Çizelge 3'te ise Çizelge 2'de elde edilen hız değerlerinin rpm karşılıkları görülmektedir. Günümüzde endüstride üretilen dc veya ac servo motorlar Çizelge 3'deki rpm değerlerini sağlayabilecek şekilde üretilmektedir. Buda pratik uygulamada yörünge hatası oluşmasını engeller. Sonuçta elde edilen sonuçların pratik uygulamalar için uygun olduğu kolayca söylenebilir.

Çizelge 2. Eklemlere ait pozitif ve negatif yönde maksimum hız, ivme ve jerk değerleri (maximum & minimum velocity, acceleration and jerk values of joints)

Eklem	Hız(derece/saniye)		İvme (derece/saniye <sup>2</sup> )		Jerk (derece/saniye <sup>3</sup> )	
	+max	-max	+max	-max	+max	-max
1	36.3289	-47.8901	37.4089	-37.4084	15.0611	-19.5149
2	27.0034	-47.5688	47.3688	-47.3664	24.7117	-19.0644
3	49.0258	-65.4036	63.9036	-63.9020	32.5784	-27.1900
4	32.4810	-69.8894	55.3133	-55.9722	27.8177	-21.4548
5	44.9543	-45.8133	47.0881	-47.0857	25.3788	-23.0198
6	27.3817	-49.6353	48.3404	-48.3404	24.6971	-19.0435

**Çizelge 3.** Eklemlere ait hızların rpm karşılıkları (The rpm values of joint velocities)

EKLEM	Hız(rpm)	
	+max	-max
1	6.055	-7.982
2	4.501	-7.928
3	8.171	-10.901
4	5.414	-11.648
5	7.492	-7.636
6	4.564	-8.273

## 6. SONUÇLAR (CONCLUSION)

Bu makalede trigonometrik splin kullanarak endüstriyel robotlar için optimal yörünge elde edilmiştir. Optimizasyon algoritması olarak PSO algoritması kullanılmıştır. Makalede önerilen yöntemi test etmek için bir örnek yörünge PUMA 560 robotu için çalıştırılıp optimizasyon sonuçları grafikler halinde verilmiştir. PSO algoritmasıyla optimize edilen trigonometrik splin tabanlı yörünge gayet yumuşak bir şekilde başlayıp bittiği grafiklerle gösterilmiştir. Sadece dördüncü dereceden bir trigonometrik fonksiyon kullanarak başlangıç ve bitiş jerkü kontrol edilmiştir. Trigonometrik splinlerle ilgili yukarıda bahsedilen bütün bu olumlu özelliklerinin yanısıra bu çalışmada trigonometrik splinler için bir eksiklik de tespit edilmiştir. Ara noktalarındaki hız, ivme ve jerk değerleri ile bu ara noktalar arasında kalan segmentlerdeki hız, ivme ve jerk değerleri birbirinden çok farklı çıkmıştır. Bu farkı azaltmak için segment zamanlarının uzatılarak robotun yörüngeyi daha yavaş takip etmesi sağlanabilir. Bu açıdan trigonometrik splinler düşük hız gerektiren uygulamalarda kullanılabilir. Örnek olarak mobil robotlar, bacaklı robotlar, özellikle medikal robotlarda kullanılabilir.

## KAYNAKLAR (REFERENCES)

- Olabi A., Béarée R., Nyiri E. & Gibaru O., "Enhanced trajectory planning for machining with industrial six-axis robots", In Proceedings of the *IEEE International Conference on Industrial Technology*, Vi a del Mar, pp. 500-506, (2010).
- Perumaal S. S. & Jawahar N., "Automated trajectory planner of industrial robot for pick-and-place task", *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 10: 1-17, (2013).
- Lin C., Chang P. & Luh J., "Formulation and optimization of cubic polynomial joint trajectories for industrial robots", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 28(12): 1066-1074, (1983).
- Craig J., "Introduction to Robotics: Mechanics and Control", *Addison-Wesley Pub*, New York, (1989).
- Simon D. & Isik, C., "Optimal trigonometric robot joint trajectories", *Robotica*, 9(04): 379-386, (1991).
- Dyllong E. & Visioli, A., "Planning and real-time modifications of a trajectory using spline techniques", *Robotica*, 21(5): 475-482, (2003).
- Aribowo W. & Terashima K., "Cubic spline trajectory planning and vibration suppression of semiconductor wafer transfer robot arm", *International Journal of Automation Technology*, 8(2): 265-274, (2014).
- Paulos E., "On-line collision avoidance for multiple robots using b-splines", Report No. UCB//CSD-98-977, University of California, Berkeley, Computer Science Division, (1998).
- Costantinescu D. & Croft E. A., "Smooth and time-optimal trajectory planning for industrial manipulators along specified paths", *Journal of Robotic Systems*, 17(5): 233-249, (2000).
- Visioli A., "Trajectory planning of robot manipulators by using algebraic and trigonometric splines", *Robotica*, 18: 611-631, (2000).
- Piazzi A. & Visioli A., "Global minimum-jerk trajectory planning of robot manipulators", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 47(1): 140-149, (2000).
- Kolter J. Z. & Ng, A. Y., "Task-space trajectories via cubic spline optimization", In Proceedings of the *ICRA '09, IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1675-1682, Kobe, (2009, May).
- Tondu B. & Bazaz S. A., "The three-cubic method: an optimal online robot joint trajectory generator under velocity, acceleration, and wandering constraints", *The International Journal of Robotics Research*, 18(9): 893-901, (1999).
- Chettibi T., Lehtihet H. E., Haddad M. & Hanchi, S., "Minimum cost trajectory planning for industrial robots", *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 23(4): 703-715, (2004).
- Gasparetto A. & Zanotto, V., "A technique for time-jerk optimal planning of robot trajectories", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 24(3): 415-426, (2008).
- Sharma B., Sehgal, S. & Nain, A., "Particle swarm optimization and genetic algorithm based optimal power flow solutions", *International Journal of Application or Innovation in Engineering and Management*, 2(7): 307-315, (2013).
- Ozsaglam M. Y. & Cunkas M., "Optimizasyon Problemlerinin Çözümü için Parçaçık Sürü Optimizasyonu Algoritması", *Politeknik Dergisi*, 11(4): 299-305, (2008).
- Kucuk S. & Bingul Z. "Inverse kinematics solutions for industrial robot manipulators with offset wrists", *Applied Mathematical Modelling*, 38(7-8): 1983-1999, (2014).
- Schoenberg I. J., "On trigonometric spline interpolation", *Journal of Mathematics and Mechanics*, 13(5): 795, (1964).
- Koch P. E., "Error bounds for interpolation by fourth order trigonometric splines", In *Approximation Theory and Spline Functions*, pp. 349-360, *Springer*, Netherlands, (1984).
- Lyche T. & Winther R., "A stable recurrence relation for trigonometric B-splines", *Journal of Approximation Theory*, 25(3): 266-279, (1979).
- Kennedy J. & Eberhart R., "Particle swarm optimization", In Proceedings of the *International Conference on Neural Networks*, (1995).
- Toz M. & Kucuk S., "Dexterous workspace optimization of an asymmetric six-degree of freedom Stewart-Gough platform type manipulator", *Robotics and Autonomous Systems*, 61(12): 1516-1528, (2013).
- Toz M. & Kucuk S., "Dimensional optimization of 6-DOF 3-CCC type asymmetric parallel manipulator", *Advanced Robotics*, 28(9): 625-637, (2014).

- 25) Kiranyaz S., Pulkkinen J. & Gabbouj M., “Multi-dimensional particle swarm optimization in dynamic environments”, *Expert Systems with Applications*, 38(3): 2212-2223, (2011).
- 26) Kucuk S., “Energy minimization for 3-RRR fully planar parallel manipulator using particle swarm optimization”, *Mechanism and Machine Theory*, 62: 129-149, (2013).
- 27) Gasparetto A. & Zanutto V., “A new method for smooth trajectory planning of robot manipulators”, *Mechanism and Machine Theory*, 42(4): 455-471, (2007).