

## İSTATİSTİK DAĞILIMLARIN ORMANCILIKTAKİ ÖNEMİ

Serdar CARUS\*

### ÖZET

*Bu çalışmada, Doğu Kayını (Fagus orientalis Lipsky.) meşcerelerinde hektardaki ağaç sayısı, göğüs yüzeyi ve hacmin çap basamaklarına dağılımlarınının meşcere yaş ve bonitete (yetişme ortamı verim gücü) göre değişimi incelenmiştir. Dağılımın incelenmesinde Beta, Gamma, Weibull ve Normal dağılım modelleri kullanılmıştır. Bu çalışmada istatistiksel analiz için 116 örnek alandan elde edilen veriler kullanılmıştır. Her dağılım modeli için doğrusal bir model kurulmuş ve model katsayıları en küçük kareler yöntemiyle analiz edilmiştir. Ayrıca, tahmin edilen katsayıların istatistiksel analizinde t ve F testleri kullanılmıştır. Modellerin tahmin değerleri gerçek değerlerle grafiksel olarak karşılaştırılmıştır. Gamma dağılımı modeli, diğerlerine göre daha uygun bulunmuştur.*

*Anahtar Kelimeler : Beta, Doğu Kayını., Gamma, Normal Dağılım, Weibull.*

### 1. GİRİŞ

Ormancılık, orman toprağında sürekli olarak çeşitli mal ve ürettiği gibi üretimini değerlendiren bir işletmedir. Orman işletmesini planlamak, yönetmek ve gerekli kararları alabilmek için, orman üretim gücünün, bugünkü ve gelecekteki ürün miktarının bilinmesi gerekmektedir. Böylelikle orman kaynaklarımızdan ekonomik, sürekli ve verimli bir şekilde faydalanabiliriz.

Meşcereyi (ağaç topluluğu) oluşturan ağaçların boyutları ve özellikleri zaman içerisinde değişmektedir. Ağaçlarda artım (boy, göğüs çapı, hacim vb.) her yıl aynı miktarda olmayıp yaş, yetişme ortamı faktörleri ve genetik özelliklere bağlı olarak belli bir eğilim göstermektedir. Bu olay, sonsuz sayıda ve sürekli değişen karşılıklı ilişkilerin sonucudur. Silvikültürel müdahaleler genellikle düzenli kuruluş gösteren meşcerelerde yapılmakta, bakım müdahalelerinin hacim ve hacim elemanlarının (ağaç sayısı, göğüs yüzeyi ve hacim) artım ve büyüme miktarları üzerindeki etkileri bilinmek istenmektedir.

Modern ormancılık araştırmalarının en önemli amacını artım kanunlarını tayin edilmesi oluşturmaktadır. İstatistik yöntemlerle, artım ve büyüme olayları üzerindeki önemli etkenlerin etki yönleri ve dereceleri ölçülebilmektedir.

Ayrıca ormanlara yapılan müdahalelerin zamanı, sıklığı ve ekonomik açıdan uygunluğunun belirlenebilmesi için meşceredeki bireylerin çap basamaklarına

\* Süleyman Demirel Üniversitesi, Orman Fakültesi, Orman Mühendisliği Bölümü, Isparta, Türkiye

dağılımını etkileyen faktörlerin bilinmesi gereklidir. Bu yüzden çap dağılımları üzerine yakın yıllara kadar birçok araştırma yapılmış ve halen çalışmalar devam etmektedir. Bunlara örnekler verecek olursak, *Pinus teada* L.'da Gamma dağılımı (Nelson, 1964), *Pseudotsuga menziesii*'de Lognormal dağılımı (Reinker ve Bliss, 1964), *Picea abies*'de Weibull dağılımı (Bailey ve Dell, 1973), *Pinus elliottii*'de Weibull dağılımı (Schreuder vd., 1979), ve Beta ve Weibull dağılımları *Pinus sylvestris* L. ve *Picea abies* (Maltoma vd., 1995), meşcerelerine uygulanmıştır.

Bu çalışmada, öncelikle, dağılım modellerinin elde edilmesi ve daha sonra regresyon katsayılarının hesaplanış tarzını Loetsch vd. (1973)' nin Beta dağılımına uyguladığı dönüşüm ve hesap biçimi ile gösterilmesi amaçlanmıştır. Çalışmada Beta dağılımı yanı sıra Gamma, Weibull ve Normal dağılımlarından türetilen regresyon modelleri bilgisayarda veri kütükleri yardımıyla incelenmiştir (SPSS For Windows Ver. 10.0).

Araştırmamızda, ağaç sayısı, göğüs yüzeyi ve hacmin çap basamaklarına dağılımını, daha objektif ve duyarlı bir şekilde ifade edebilmek için istatistik yöntemden yararlanılmıştır. İstatistik yöntem, çeşitli istatistik dağılımları (Beta, Gamma, Weibull Normal vb.) esas almakta ve çok çeşitli olabilmektedir. Bunların çap dağılımını temsil etmesi açısından daha uyumlu olacakları beklenmektedir.

## 2. MATERYAL VE METOD

Bu çalışmada, Batı ve Orta Karadeniz yöresi müdahale görmemiş, Doğu Kayını meşcerelerinden 1994-1996 yılları arasında ölçülen 116 adet geçici örnek alan verilerinden yararlanılmıştır.

Örnek alanın boyutları örnek alanın yaş ve verim gücüne bağlı olarak değişmektedir.

Her örnek için arazide;

Bonitet derecesi ( $0.0 \leq BOD \leq 1.0$ ),

Meşcere orta yaşı (yıl),

Göğüs çapı (ağacın yerden 1.3m yükseklikteki çapı),

Değişik çap basamaklarından 25-30 adet ağacın boyu belirlenmiştir.

Burada;

İlk basamak ortası 6 cm değerden başlayarak artan 4 cm'lik basamaklar halinde her basamağın frekans değeri bulunmuştur. Çap basamaklarındaki ağaç sayıları (frekanslar) örnek alan büyüklüğü dikkate alınarak hektardaki değerlere dönüştürülmüştür.

Çap basamaklarındaki göğüs yüzeyi (çap göğüs yüksekliğinden alındığı için) hektardaki değer olarak hesaplanmıştır. Çap basamaklarındaki hacimler, basamağa ait çap ve boy değerlerinden yararlanılarak belirlenmiştir.

Örnek alana ait meşcere boy eğrisinden kestirilen boy ve göğüs çapı yardımıyla hacim değerleri bulunmuştur. Çap basamakları içinde bulunan tek ağaçlara ait hacimler



toplanmış ve daha sonra örnek alana ait hektara çevirme katsayısı ile çarpılarak hektardaki değerlere dönüştürülmüştür.

Sonuçta her örnek alanda her çap basamağına ait dördü veri grupları;

1. Ağaç sayısı, göğüs yüzeyi veya hacim,
2. Çap basamağı orta değeri,
3. Örnek alanın yaşı,
4. Bonitet derecesi.

halinde bilgisayarda veri kütüklerine işlenmiştir. Bu değerler yardımıyla çoğul regresyon analizleri yapılmıştır.

Aynıyaşlı Doğu Kayını meşcerelerinde, belirli bir yaş ve bonitet derecesinde ağaçların çap basamaklarına dağılımı çoğu zaman çarpık çan eğrisi biçimindedir. Bu çan eğrilerinin tepe noktaları bonitet sabit kaldığında meşcere yaşına bağlı olarak ters "J" eğrisi üzerinde kaymaktadır (Fırat, 1972; Loetsch vd, 1973). Ters "J" eğrisi aşağıdaki modelle ifade edilebilir ( Saraçoğlu, 1988 ).

$$N = e^{((a_0 + a_1 * BOD) + (a_2 + a_3 * BOD) * t)} \quad (1)$$

N = belirli bir bonitet derecesinde t yaşındaki dengelenmiş toplam ağaç sayısı (ad/ha),  
BOD = Örnek alanın bonitet derecesi (0.0 ≤ BOD ≤ 1.0),  
e = doğal logaritma tabanı, 2.71828 ( Euler sabiti ),  
a<sub>0</sub>, a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, a<sub>3</sub> = regresyon denklemleri katsayıları

Modellerin oluşturulmasında formül 1 temel alınmıştır. Aşağıda verilen istatistik dağılımları temel alan regresyon modelleri sırasıyla denenmiştir.

Beta dağılımı modeli için  $n_{ij} = k (d_{ij} - d_{min})^\alpha (d_{max} - d_{ij})^\beta$  modeli esas alınmıştır (Loetsch vd.,1973). Kullanılan simgelerin karşılıkları aşağıya çıkarılmıştır.

$n_{ij}$  = i' inci örnek alanda j'inci çap basamağındaki ağaç sayısı (ad / ha)

k, α, β = katsayılar

$d_{ij}$  = i' inci örnek alanda j' inci çap basamağının orta değeri = 6,10,...86 cm

$d_{max}$  = Örnek alanlardaki en büyük çap = 88 cm

$d_{min}$  = Örnek alanlardaki en küçük çap = 4 cm.

Beta fonksiyonuna logaritma dönüşümü uygulanırsa,

$$\ln n_{ij} = \ln k + \alpha * \ln (d_{ij} - d_{min}) + \beta * \ln (d_{max} - d_{ij}) \quad (2)$$

biçiminde bir eşitlik elde edilebilir. Beta dağılım modelindeki katsayılar bonitet derecesi, yaş ve  $R = (d_{max} - d_{min})$ ' ye bağlı olduğundan, model bu değişkenleri içeren doğrusal bir denklemle aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\ln n_{ij} = \beta_0 + \beta_1 * BOD + \beta_2 * t + \beta_3 * BOD * t + \beta_4 * \ln (d_{ij} - d_{min}) + \beta_5 * BOD * \ln (d_{ij} - d_{min}) + \beta_6 * t * \ln (d_{ij} - d_{min}) + \beta_7 * t * BOD * \ln (d_{ij} - d_{min})$$

$$+ \beta_8 * \ln (d_{\max} - d_{ij}) + \beta_9 * BOD * \ln (d_{\max} - d_{ij}) + \beta_{10} * t * \ln (d_{\max} - d_{ij}) + \beta_{11} * BOD * t * \ln (d_{\max} - d_{ij}) \quad (3)$$

Burada;

$\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{11}$  = Katsayılar, BOD = Örnek alanın bonitet derecesi ( $0.0 \leq BOD \leq 1.0$ )  
t = Örnek alanın yaşı ( yıl ), ln = e tabanında (doğal) logaritma (  $e = 2.71828$  )

Gamma dağılım modeli için  $n_{ij} = a * d_{ij}^b * e^{(c * d_{ij})}$  modeli esas alınmıştır (Nelson,1964). Buradan doğrusal forma dönüştürüp bonitet derecesi ve yaş'a göre türetirsek ;

$$\ln n_{ij} = \beta_0 + \beta_1 * BOD + \beta_2 * t + \beta_3 * BOD * t + \beta_4 * d_{ij} + \beta_5 * BOD * d_{ij} + \beta_6 * t * d_{ij} + \beta_7 * BOD * t * d_{ij} + \beta_8 * \ln d_{ij} + \beta_9 * BOD * \ln d_{ij} + \beta_{10} * t * \ln d_{ij} + \beta_{11} * BOD * t * \ln d_{ij} \quad (4)$$

Weibull dağılım modeli için  $n_{ij} = k * d_{ij}^{\alpha} * e^{(\beta * d_{ij})^{\varphi}}$  fonksiyonu esas alınmıştır (Schreuder vd. ,1979 ).

Bu modele yaş (t) ve bonitet derecesini (BOD) sokar, doğrusal modelini türetirsek;

$$\ln n_{ij} = \beta_0 + \beta_1 * BOD + \beta_2 * t + \beta_3 * BOD * t + \beta_4 * \ln d_{ij} + \beta_5 * BOD * \ln d_{ij} + \beta_6 * t * \ln d_{ij} + \beta_7 * BOD * t * \ln d_{ij} + \beta_8 * d_{ij} + \beta_9 * BOD * d_{ij} + \beta_{10} * t * d_{ij} + \beta_{11} * BOD * t * d_{ij} + \beta_{12} * d_{ij}^2 + \beta_{13} * BOD * d_{ij}^2 + \beta_{14} * t * d_{ij}^2 + \beta_{15} * t * BOD * d_{ij}^2 + \beta_{16} * d_{ij}^3 + \beta_{17} * BOD * d_{ij}^3 + \beta_{18} * t * d_{ij}^3 + \beta_{19} * BOD * t * d_{ij}^3 \quad (5)$$

elde edilir.

Normal dağılım modeli için de,  $n_{ij} = e^{(a+b*d_{ij}+c*d_{ij}^2)}$  fonksiyonu esas alınmıştır. Logaritma dönüşümünü yapıp, bonitet derecesi ve yaşa göre doğrusal modeli türetirsek;

$$\ln n_{ij} = \beta_0 + \beta_1 * BOD + \beta_2 * t + \beta_3 * BOD * t + \beta_4 * d_{ij} + \beta_5 * BOD * d_{ij} + \beta_6 * t * d_{ij} + \beta_7 * BOD * t * d_{ij} + \beta_8 * d_{ij}^2 + \beta_9 * BOD * d_{ij}^2 + \beta_{10} * t * d_{ij}^2 + \beta_{11} * BOD * t * d_{ij}^2 \quad (6)$$

elde edilir.

Modelin verilere uygunluğunun denetlenmesi için F ve R<sup>2</sup> ölçütleri dikkate alınmıştır. Ayrıca, modelin yeterliği ile ilgili olarak değişik geçerlik yöntemleri ve artık dağılımlarının incelenmesinden de yararlanılmaktadır. Çalışmamızda, bu tür model geçerlik yöntem ve incelemeleri yapılmamıştır.

### 3. BULGULAR VE TARTIŞMA

İnceleme konusu olarak alınan modellerin (3,4,5 ve 6), çoğul regresyon analizlerine ait sonuçlar Tablo 1'de verilmiştir. Aynıyaşlı Doğru Kayımı müdahale



görmemiş meşcerelerinde ağaç sayısı, göğüs yüzeyi ve hacmin çap basamaklarına dağılımını incelemek için; istatistik dağılımları esas alarak kurulan Beta, Gamma, Weibull ve Normal dağılım modelleri arasında verilere uygunluk açısından pek büyük fark görülmemiştir. Fakat regresyon modelinin uygunluğunun tespiti için hesaplanan F test değeri, Gamma dağılım modeli için en yüksek bulunmuştur. Bu nedenle verilere en uygun modelin Gamma dağılım modeli olduğu kanaatine varılmıştır. Bu model ile herhangi bir yaş ve bonitet derecesindeki meşcerenin, bireylerinin çap basamaklarına dağılımını izlemek mümkündür.

Gamma dağılım modeli, meşceredeki ağaç sayısı ( $R^2 = \%65.9$ ), göğüs yüzeyi ( $R^2 = \%58.9$ ) ya da hacmin ( $R^2 = \%68.1$ ) çap basamaklarına dağılımını yaklaşık olarak yüzde altmış bonitet derecesi yaş ve çapa bağlı olarak belirleyebilmektedir. Geriye kalan %40'lık kısım ise bilinmeyen ve denetlenemeyen diğer önemli faktörler ya da rasgele etkenlerden ileri geldiği söylenebilir (Tablo 1).

**Tablo1.** Dağılım modellerinin çoğul regresyon analizi sonuçları

İstatistik	Ağaç Sayısı				Göğüs Yüzeyi				Hacim			
	Beta	Gamma	Weibull	Normal	Beta	Gamma	Weibull	Normal	Beta	Gamma	Weibull	Normal
R	0.79	0.81	0.82	0.79	0.76	0.77	0.77	0.71	0.82	0.82	0.83	0.77
$R^2$	0.63	0.66	0.67	0.63	0.58	0.59	0.60	0.51	0.67	0.68	0.69	0.60
F	203	236	182	205	164	173	131	124	245	256	195	178
n	1339	1339	1339	1339	1339	1339	1339	1339	1339	1339	1339	1339
Se	0.79	0.75	0.74	0.79	0.76	0.75	0.74	0.82	0.80	0.79	0.78	0.89

Aynı yaşlı, müdahale görmemiş, doğal yoldan gelmiş ve saf Doğu Kayını meşcerelerinde ağaç sayısı, göğüs yüzeyi ve hacmin çap basamaklarına dağılımı, ilk önce örnek alanların bonitet dereceleri sabit tutularak 50 şer yıllık aralıklarla çizilmiştir. Eğrilerin incelenmesinden dağılımların normal olmadığı ve sağa çarpık bulunduğu görülmüştür (Ek şekil 1,3,4 ve 6). Ağaç sayısı noktalar dağılımının, göğüs yüzeyi ve hacim poligonuna benzediği görülmüştür. yaş ve bonitet sınıflarında Söz konusu üç hacim elemanının Gamma regresyon denklemlerinden (formül 4) yararlanılarak bulunan çap basamaklarına ait dengelenmiş değerlerle çizilen eğriler Ek Şekil 2,5 ve 7' de verilmiştir.

#### 4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Aynı yaşlı Doğu Kayını müdahale görmemiş meşcerelerinde ağaç sayısı, göğüs yüzeyi ve hacmin çap basamaklarına dağılımını incelemek için, istatistik dağılımları esas alarak kurulan Normal, Beta, Gamma, Weibull ve normal dağılım modellerinin uygunluğunun tespiti için hesaplanan F test değeri, Gamma dağılım modeli için en

yüksek bulunmuştur. Bu nedenle verilere en uygun modelin Gamma dağılım modeli olduğu kanaatine varılmıştır.

Doğu Kayının aynı yaşlı meşcerelerinin daha uygun bulunan Gamma dağılım modeli meşceredeki ağaç sayısı, göğüs yüzeyi ve hacmin çap basamaklarına dağılımı yaklaşık yüzde altmış seviyesinde bonitet ve yaşa bağlı olarak belirleyebilmektedir. Geriye kalan %40'lık kısım ise bilinmeyen ve denetlenemeyen diğer önemli faktörler ya da rasgele etkenlerden ileri geldiği söylenebilir.

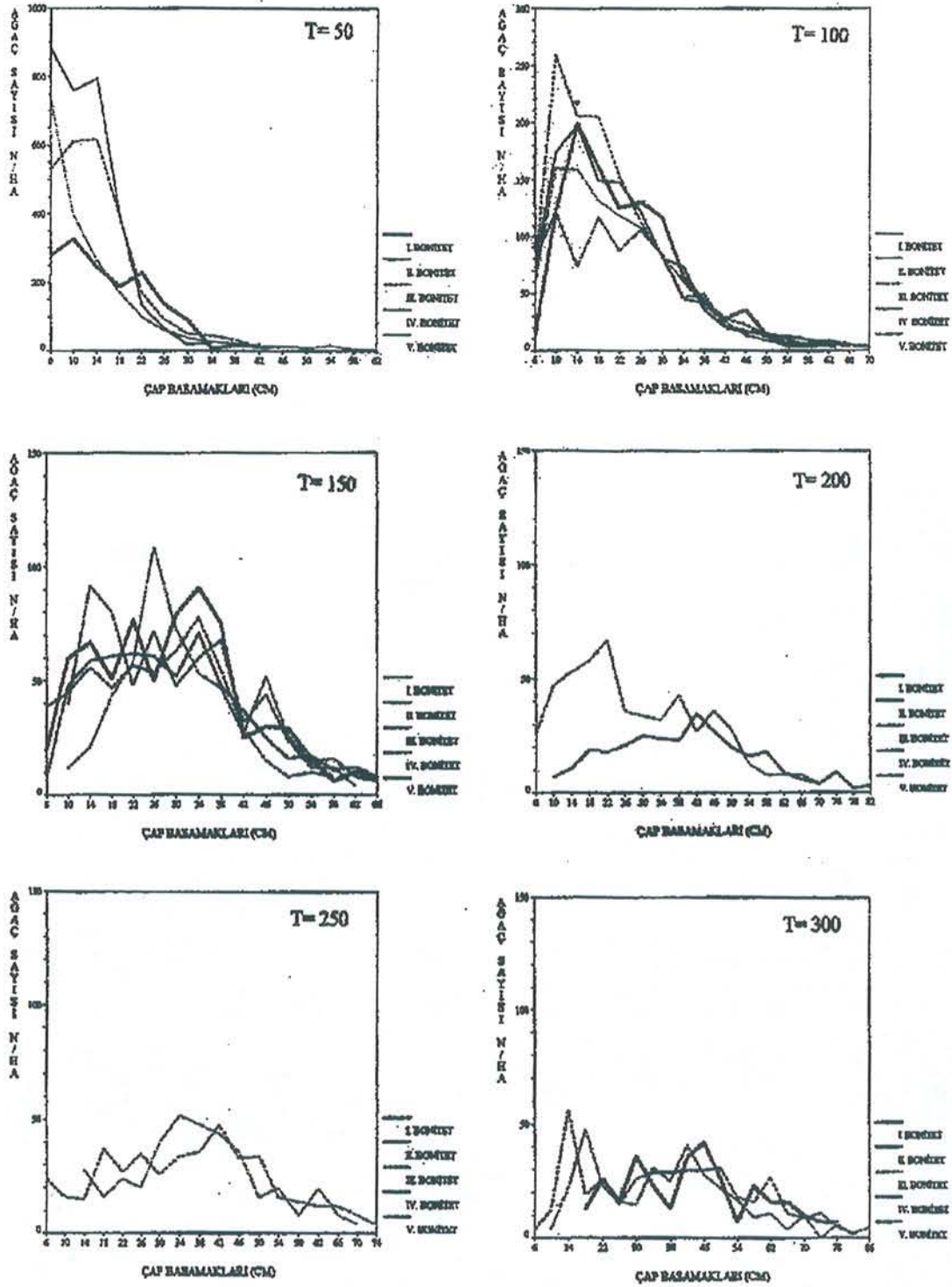
Çalışma sadece aynı yaşlı Doğu Kayını müdahale görmemiş meşcerelerinde yapılmıştır. bu model veya benzerleri kurulmak suretiyle, aynı türün değişik şiddet müdahale yapılmış örnek alanlarında veri toplanan ile modelin değişik sıklıktaki meşcere yapılarına uyma imkanı arttırılabilir.

Böylece meşcerelerde yapılacak bakım müdahaleleri, meşcere yapısı iyi tanındığından daha bilinçli ve yerinde olabilir.

Belirli bir yaş ve bonitet derecesindeki bir meşcerede maksimum hacim artımının sağlanabilmesi için çap basamaklarındaki ağaç sayılarının bilinmesi gereklidir. Bu dağılım modeli söz konusu amaç için kullanılabilir.

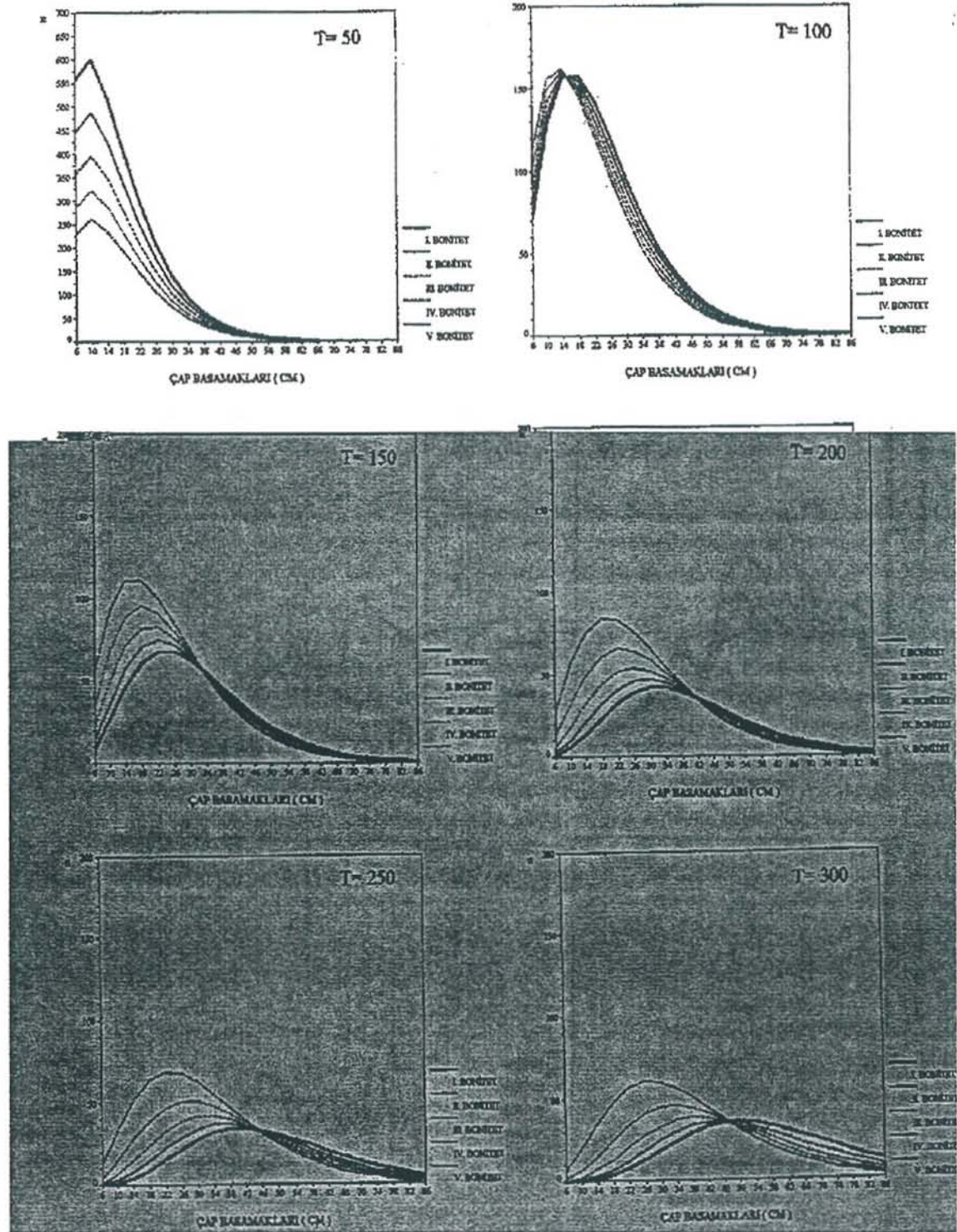
Dağılım fonksiyonlarını temel alan regresyon modelleri, hasılat çalışmalarında meşcere simulasyonlarına olanak sağlamaktadır. Meşceredeki bireylerin çap basamaklarına dağılımının bilinmesi ile belirli zaman aralıklarında oluşan artımlar daha doğru olarak tahmin edilebilmektedir.

İstatistik dağılım modelleri sadece Doğu Kayını'nın Batı Karadeniz yöresinde değil bütün yayılış alanlarında saf ve karışık meşcerelerinde değişik müdahale şekillerine ve sıklıklara göre düzenlenip saptanması, ormancılığımızın geleceği açısından önem arz etmektedir.



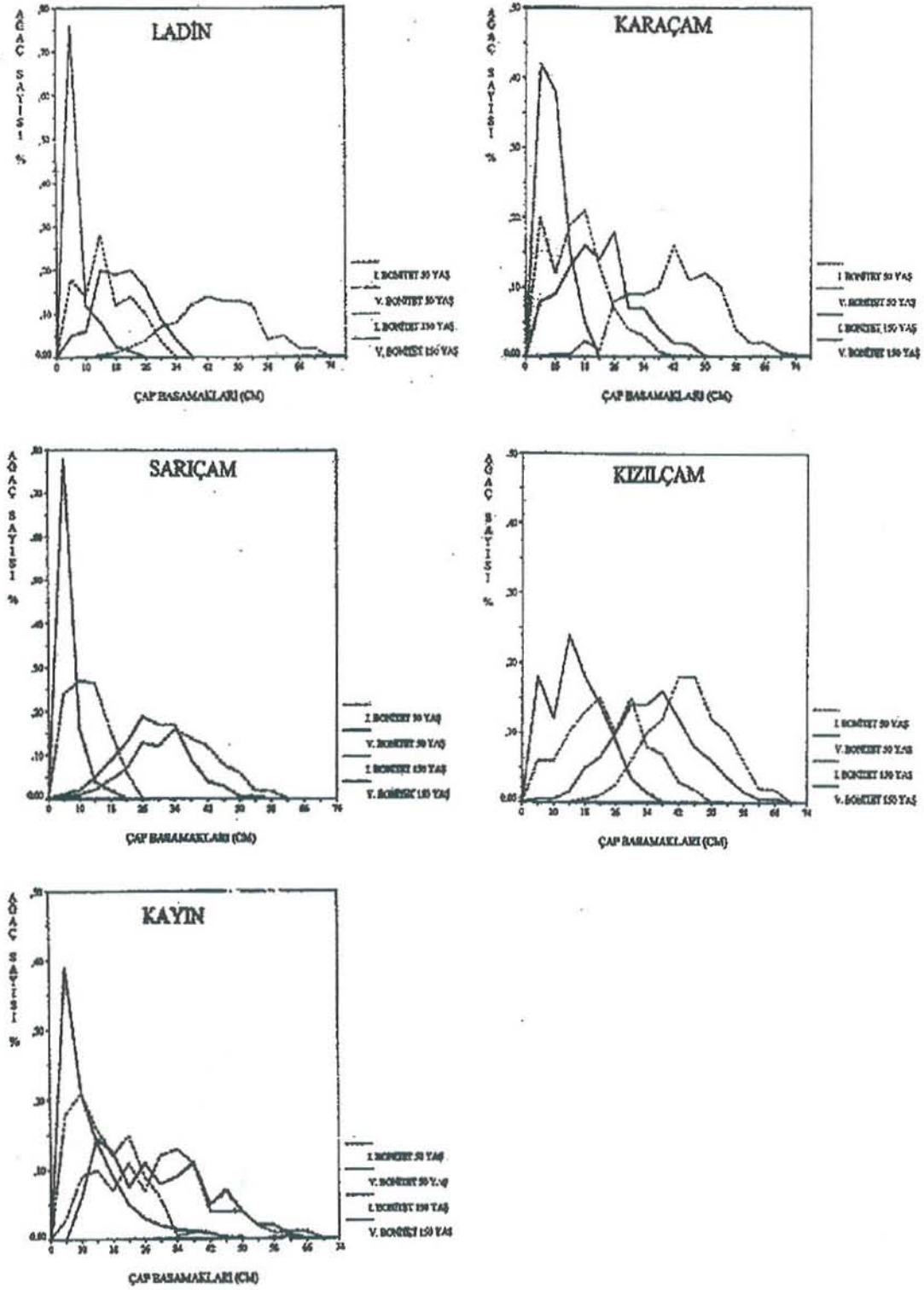
Şekil 1. Yaş ve bonitet sınıflarında hektardaki ağaç sayısının çap basamaklarına ortalama dağılım eğrileri



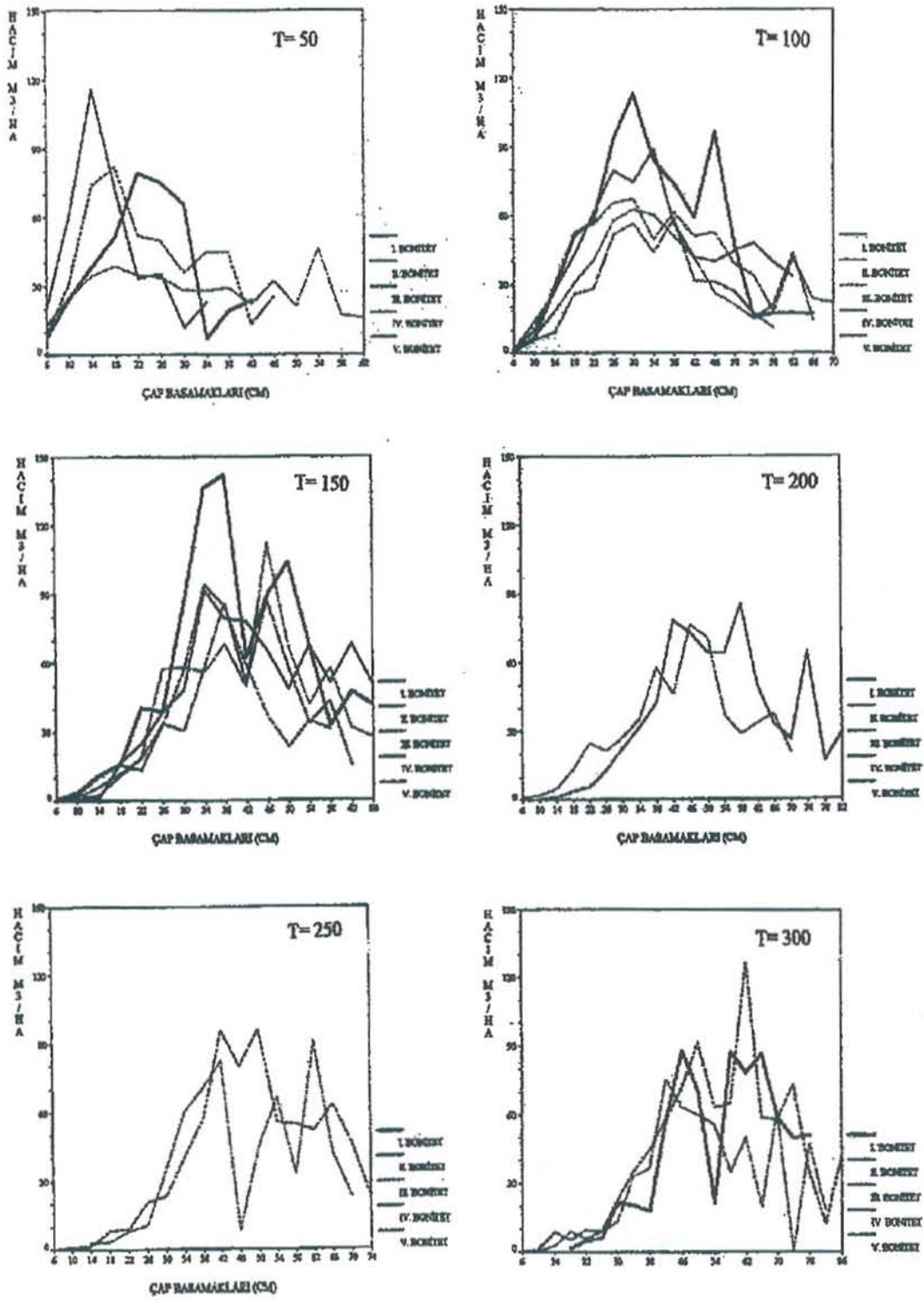


Şekil 2. Doğu Kayınında Gamma dağılımına ait regresyon denkleminde yararlanılarak yaş ve bonitet sınıflarına göre, hektardaki ağaç sayısının çap basamaklarındaki değişimi



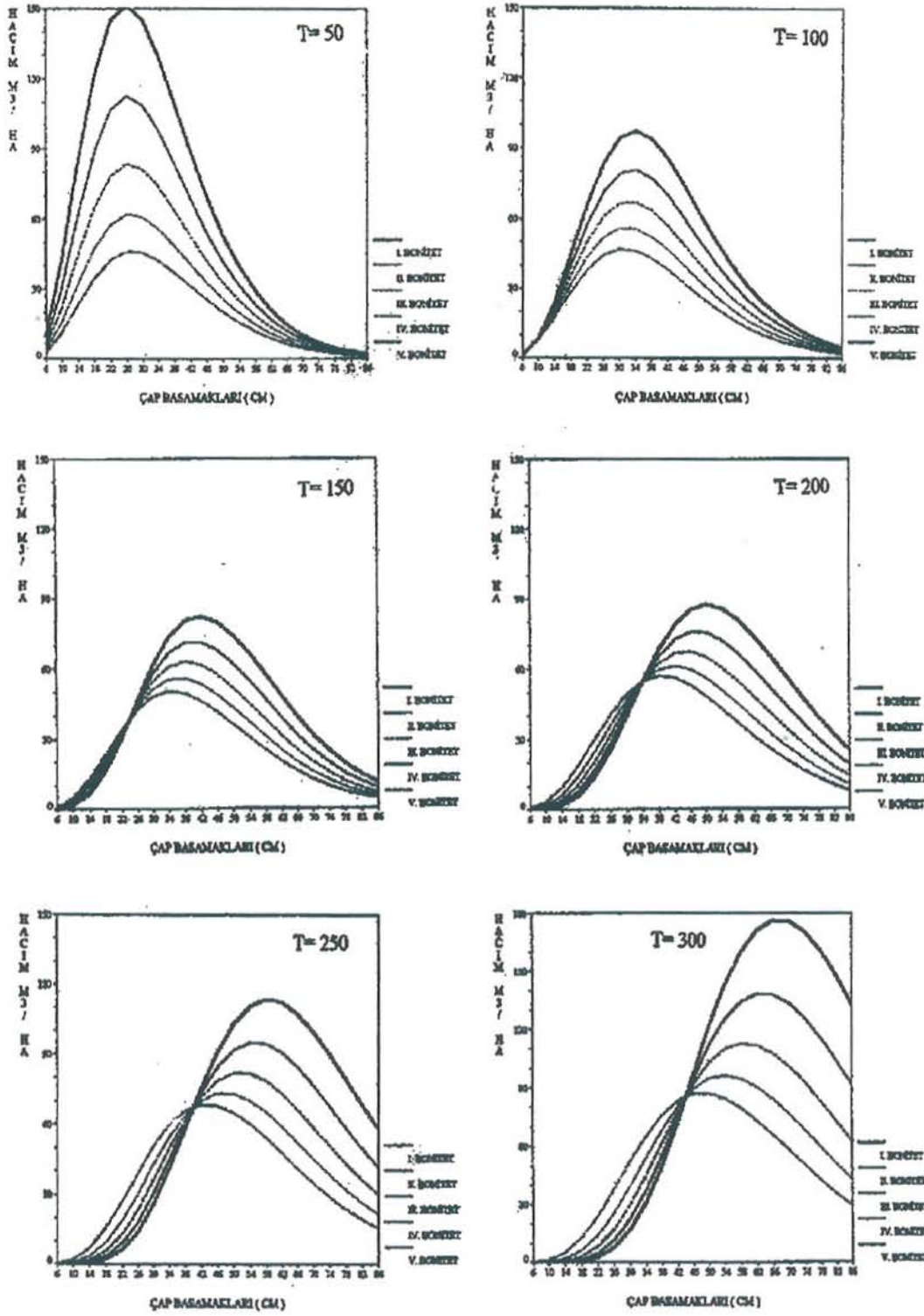


Şekil 3. Yaş ve bonitet sınıflarına göre hektardaki ağaç sayısının çap basamaklarına dağılımının bazı asli orman ağaç türleri itibariyle değişimi

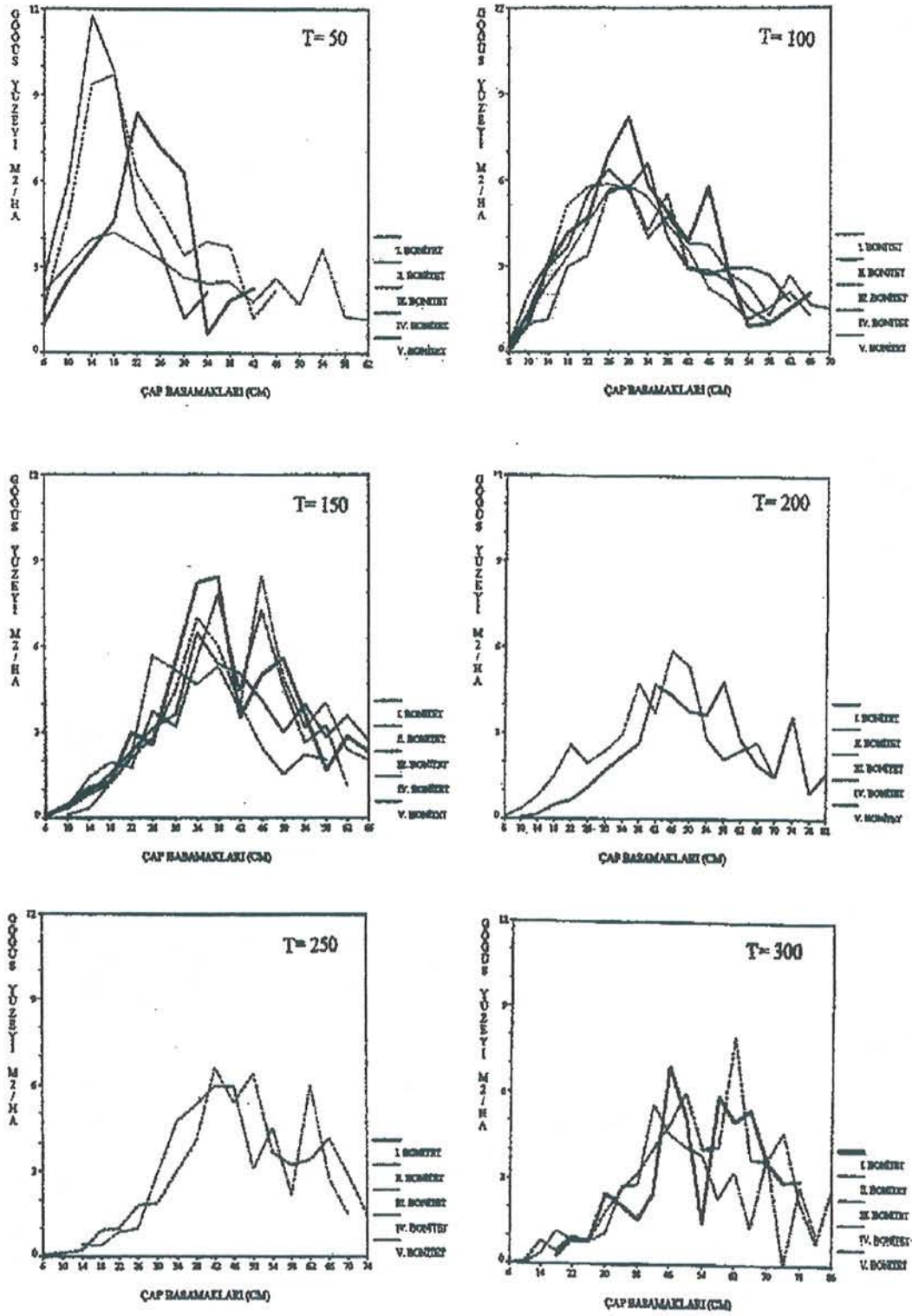


Şekil 4. Yaş ve bonitet sınıflarında hektardaki hacmin çap basamaklarına ortalama dağılım eğrileri



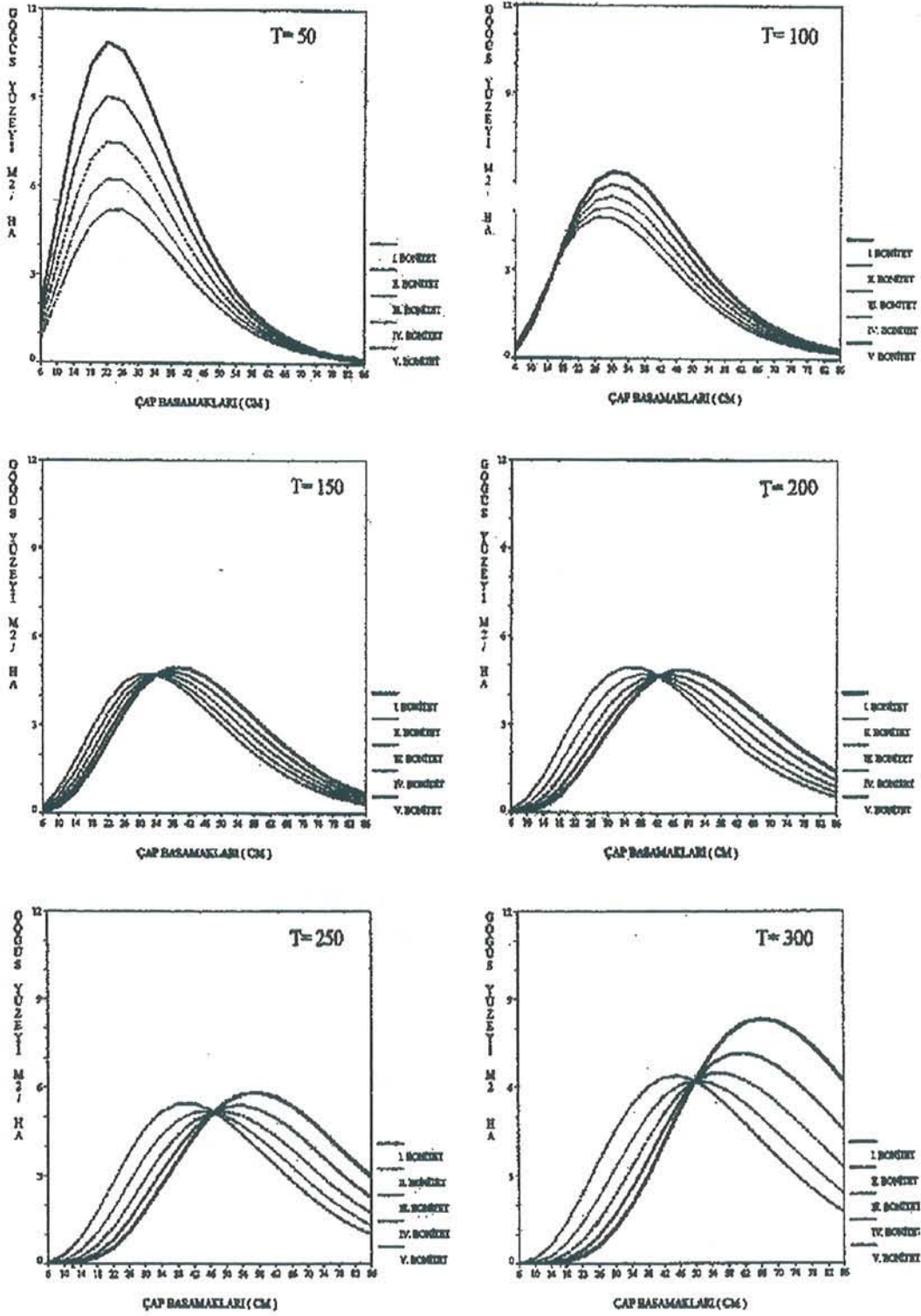


Şekil 5. Doğu Kayınında Gamma dağılımına ait regresyon denkleminde yararlanılarak yaş ve bonitet sınıflarına göre, hektardaki hacmin çap basamaklarındaki değişimi



Şekil 6. Yaş ve bonitet sınıflarında hektardaki göğüs yüzeyinin çap basamaklarına ortalama dağılım eğrileri





Şekil 7. Doğu Kayınında Gamma dağılımına ait regresyon denkleminde yararlanılarak yaş ve bonitet sınıflarına göre, hektardaki göğüs yüzeyinin çap basamaklarındaki değişimi

## KAYNAKLAR

- BAILEY,L.R. and DELL,T.R. (1973), *Quantifying Diameter Distributions with the Weibull Function*. Forest Science 19(2):97-104.
- FIRAT,F. (1972), *Orman Hasılat Bilgisi*, İstanbul Üniveristesi. Orman Fakültesi Yayın No: 116.
- LOETSCH,F.,ZÖHRER,F., and HALLER,K.E. (1973), *Forest Inventory Volume II BLV Vertagsgeellschaft*, München.
- MALTOMA,M.,PUUMALAINEN,J., and PAIVINEN, R.(1995), *Comparison of Beta and Weibull Functions for Modelling Basal Area Diameter Distribution in Stands of Pinus sylvestris and Picea abies*. Scandinavian Journal of Forest Reserach 10 (1995): 284-295.
- NELSON,C.T. (1964), *Diameter Distribution and Growth of Loblolly Pine*. Forest Science 10(1): 105-114.
- REINKER,A.K. and BLISS, C.I. (1964), *A lognormal Approach to Diameter Distributions in Even-Aged Stands*. Forest Science 10 (3):350-360.
- SARAÇOĞLU,Ö.(1988), *Karadeniz Yöresi Gökmar Meşcerelerinde Artım ve Büyüme*. O.G.M Yayını., Ankara.
- SCHREUDER,T.H.,HAFLEY,W.L. and BENNET,F.A. (1979), *Yield Prediction for Unthinned Natural Slash Pine Stands*. Forest Science 25(1): 25-30.

## THE IMPORTANCE OF STATISTICAL DISTRIBUTIONS IN FORESTRY

*In this study, the alteration of number of trees, basal area and volume per hectare to the diameter classes have been investigated in oriental beech (Fagus orientalis Lipsky.) stands by stand age and site quality. Those have been used in the models that were constructed based on Beta, Gamma, Weibull and Normal distribution. In this study, the data, 116 sample plots, have been used in the statistical analysis. A linear model has been constructed for each distribution model, and the coefficients in the model have been estimated using Ordinary Least Square analysis. In addition, the significance of parameters were tested using t and F tests for each models. The estimated values of models have been graphically compared with the actual values. Gamma distribution model seems to be more suitable than the other distribution models.*

**Key Words :** Beta, Gamma, Normal Distribution , Oriental Beech, Weibull.