



Amasya Üniversitesi
Eğitim Fakültesi Dergisi
6(2), 398-422, 2017
Özgün araştırma makalesi

<http://dergi.amasya.edu.tr>

Kuantum Fiziğinin Olasılıklı Yapısının Serbest Düşme Analojisi

Mustafa Erol ve Mert Büyükdede*

Dokuz Eylül Üniversitesi, Türkiye

Alındı: 19.04.2017 - Düzeltildi: 31.10.2017 - KabulEdildi: 01.11.2017

Atf: Erol, M. & Büyükdede, M. (2017). Kuantum Fiziğinin Olasılıklı Yapısının Serbest Düşme Analojisi. Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 6(2), 398-422.

Öz

Klasik fiziğin determinist yapısına karşılık kuantum teorisinin olasılıklı yapısı aslında ortaya çıktığı günden beri kuantum fiziğinin anlaşılmasını ve öğretilmesini ciddi şekilde zorlaştırmaktadır. Bu çalışmada olasılık kavramının daha iyi anlaşılabilmesi için öncelikle genel anlamda olasılık kavramının kökeni üzerine felsefi bir tartışma yapılmıştır. Daha sonra, klasik fizikte çok iyi bilinen serbest düşme olayı için parçacığın bulunma olasılıklarının konuma ve zamana bağlı ifadeleri hesaplanarak sonuçlar kuantum teorisinin olasılıklı yapısıyla karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma, sonsuz potansiyel kuyusu ile serbest düşme için hesaplanan olasılık yoğunlukları üzerinden analogi kurularak gerçekleştirilmiştir.

*Sorumlu Yazar: Tel.: 537 9125426, E-posta: mertbuyukdede@gmail.com
ISSN: 2146-7811, ©2017

Anahtar Kelimeler: Kuantum Olasılık, Kuantum Fiziği Öğretimi, Analoji Öğretimi, Olasılık Analojisi

Giriş

Fizik doğada meydana gelen enerji ve/veya kütle içeren bütün olayları araştıran ve oldukça karmaşık kavramlar arası ilişkileri açıklayan bilim dalıdır (Raynold, 1996). Fizikte yer alan kavramların, bilimsel yasaların veya ilkelerin öğretilmesi konunun bir başka çok önemli boyutudur. Fizik eğitimi çalışma alanı fizikteki araştırmaların kavramların ve yasaların en verimli ve doğru şekilde öğretilmesini hedefler. Fizik eğitimi alanında yapılan çalışmalar son yıllarda tüm dünyada önemli bir aşama kaydetmiştir. Özellikle kavram yanlışları, kavram öğretimi, akademik başarı, aktif öğrenme gibi alt başlıklar son yıllarda öne çıkmıştır.

Modelleme ve analoji fen ve fizik öğretiminde kullanılan çok önemli iki stratejik yöntemdir. Eğitimde Modelleme genel olarak karmaşık birtakım kavramların ve ilişkilerin basit ve kolay anlaşılabilir birtakım 'iki boyutlu' ya da 'üç boyutlu' materyallerle tanımlanmasını ve öğretilmesini amaçlar (Etkina vd., 2006). Öte yandan analoji yine anlaşılması ve öğretilmesi oldukça zor olan kavramlar ve kavramlar arası ilişkilerin daha önceden bilinen ve anlaşılması kolay olan bir takım kavramların ve olayların kullanılarak öğretilmesidir (Dagher ve Cossman, 1992). Analoji, hedef kavramın ve olayın basit ve anlaşılabilir modeli üzerine kurulur. Bir konu ile ilgili analoji yapılırken öğrencilerin iyi bildikleri kavram ve olaylar üzerinde durularak var olan bilgilerini bilinmeyen ve karmaşık kavram ve sistem üzerine transfer ederek öğrenmenin gerçekleşmesi sağlanır.

Analoji yoluyla öğretimde, göz önüne alınan model sistemin hedef kavram ve kavramlar arası ilişkileri açıklayabilir nitelikte olması oldukça önemlidir (Dagher, 1995). Zira böyle bir nitelik yok ise hedef kavram ve ilkelerin öğretiminde ciddi sorunlar veya önemli kavram yanlışları ortaya çıkabilir. Öğrenme sürecinde öğrencilerin hedef kavram ile bilinen kavram arasında aslında gerçekte olmayan birtakım ilişkileri

kurmaya eğilimleri olduğunda öğreticinin oldukça dikkatli olması ve gerekli uyarıları yapması gerekir. Örneğin; bir borudan suyun akışı esnasında borunun çapının daralması suyun akış hızının artmasına neden olurken böyle bir durum iletken bir telden geçen elektriksel akım için geçerli değildir. Dolayısıyla böyle bir ilişkinin öğrenciler tarafından kurulması önemli bir kavram yanlışlığına, bilimsel hataya neden olacağından öğretmenin analoginin sınırlarını çok iyi belirlemesi gerekir (Parker, 2003).

Kuantum fiziğinin öğrenilmesi ve öğretimi ile ilgili çalışmalar son yıllarda fizik eğitimi araştırmacılarının yoğun olarak ilgilendikleri bir alan haline gelmiştir. Bu konudaki pedagojik çalışmaların kavramsal öğrenme, görselleştirme, matematiksel düşünme ve problem çözme üzerinde yoğunlaştığı görülmektedir. Robblee, Garik, Abegg ve Zollman (1999) kuantum fiziği öğretiminde bilgisayar teknolojilerinden yararlanılması öğrencilerin kuantum fiziği kavramlarını anlama düzeylerini artırdığını göstermişlerdir. Rebello ve Zollman (1999) geliştirdikleri görsel materyalleri bilgisayar yardımıyla lise öğrencilerine uygulamışlar ve öğrencilerin bazı kavramlar dışında bu konulara ilişkin yanlışlarının azaldığını göstermişlerdir. Billur, Akkoyunlu ve Bursal (2014) çalışmalarında kuantum mekaniksel sıra değiştirme (komütasyon) bağıntılarının bir optik deneyi yoluyla öğretimi konusunda deneysel bir yöntem kullanarak somutlaştırmış ve bu yolla daha kolay ve kalıcı öğrenmelerin sağlanmasını hedeflemişlerdir. Yıldız (2014), çalışmada Heisenberg Belirsizlik İlkesi'nin anlamlı öğrenilmesine katkıda bulunabilmek için sunuş yoluyla öğretim, öğrenme amaçlı yazma ile desteklenerek yedi aşamada gerçekleştirilebilecek bir yaklaşım önermiştir. Her aşamada neler yapılabileceği açıklanarak özellikle örneklerin, prototip olması gerektiğinin önemi vurgulanmıştır. Styer (1996) öğrencilerin kuantum durumları, ölçüm, özdeş parçacıklar ve diğer kuantum kavramları hakkındaki kavram yanlışlıklarını tespit etmiştir. Singh, Belloni ve Christian (2006) Schrödinger Dalga Denklemi ile ilgili kavram yanlışlıklarını araştırmışlar, bu kavram

yanılgılarının yanlış genellemeler sonucu ortaya çıktığını ileri sürmüşlerdir. Özdemir ve Erol (2008) fizik öğretmeni adaylarıyla yaptıkları çalışmada atom, Lokalize olma, Heisenberg Belirsizlik İlkesi gibi kavramların nasıl öğrenildiğini araştırmış, asıl alanı fizik olmayan öğrencilerin kuantum fiziği kavramlarını asla öğrenemeyeceğini vurgulamışlardır. Şen, (2000) kuantum fiziği öğretimi üzerine yaptığı çalışmada, konuların lise düzeyindeki fizik derslerinde anlatılmasının önemli olacağı belirtmiştir.

Fizik eğitiminde analogi yoluyla öğretim hakkında literatür taraması yapıldığında temel olarak şu çalışmalara rastlanmaktadır; Aykutlu ve Şen (2012) çalışmalarında 3 aşamalı test, kavram haritası ve analogi kullanılarak lise öğrencilerinin elektrik akımı konusundaki kavram yanılgılarını araştırmış, araştırma sonucunda öğrencilerin elektrik akımı konusunda geçmekte olan akım, direnç, potansiyel fark, üreteç/pil ve basit elektrik devresi kavramları ile ilgili kavram yanılgılarının olduğunu tespit etmiştir. Öğrencilerin sahip olduğu 'Akım, üreteç/pil'de depo edilir' kavram yanılgısının elektrik kavram testi, kavram haritaları ve analogiler yardımıyla belirlenmiştir. Kavram yanılgılarının belirlenmesinde kavram testlerinin yanı sıra, tamamlayıcı ölçme değerlendirme aracı olarak kavram haritaları ve analogilerin de araştırma sonucunda kullanılabileceği belirtilmiştir.

Akçay ve Şişe (2014) çalışmasında elektron optiğinin öğretiminin daha verimli gerçekleşmesi amacıyla ışık ve elektron optiği arasında bir analogi oluşturmuşlardır. Bu oluşturdukları analogide benzer kısımların yanı sıra benzer olmayan noktaları da belirterek konu ile ilgili kavram yanılgılarının olmamasını sağlamışlardır. Cerit ve Sarı (2009) çalışmalarında iş-güç-enerji konusunun öğretiminde analogik modellerin etkisini araştırmış ve çalışmalarında kavramsal değişim metinlerinin analogik modellerle birlikte kullanıldığında, öğrencilerin iş, güç, enerji kavramları ile ilgili başarılarını ve anlamalarını arttığını ortaya koymuşlardır. "Fen öğretiminde kavramların somutlaştırılması, modelleme stratejisi, bilgisayar simülasyonları ve analogiler" adlı çalışmada

model-tabanlı öğrenme ve öğretmenin, karmaşık bir süreç olup fen öğreniminde ayrı bir öğrenme alanı olarak değerlendirmesinin gerektiğini vurgulamış, modellerin ve modellemenin fen eğitimindeki rolünü ayrıntılı olarak incelenmiştir (Gülçiçek ve Güneş, 2004). Madde yapısı ve özellikleri ünitesinde analogi kullanımının öğrencilerin başarısına ve tutumuna etkisinin araştırıldığı çalışmada "Fen ve Teknoloji" dersinde analogi yönteminin kullanılmasının öğrencilerin akademik başarılarını arttırdığını ve derse karşı daha olumlu bir tutum geliştirdikleri belirtilmiştir (Kahraman, 2013). Kesercioğlu ve diğerleri (2004) çalışmasında ilköğretim fen bilgisi dersinde kullanılan bazı örnek uygulamaları hücre, elektrik, göz yapısı, fotosentez, maddenin halleri, kromozom konularında kullanılacak analogileri belirtmiştir. Köklü (2009) çalışmasında elektrik konularının öğretiminde pedagojik-analojik modellerin öğrenci başarısına etkisini incelemiştir. Araştırma sonucunda pedagojik-analojik modellerle yapılan öğretimin geleneksel öğretime göre daha başarılı olduğunu tespit etmiştir.

Kuantum fiziğinin olasılıklı yapısının analogi yoluyla öğretilmesi konusunda literatür taraması yapıldığında; bu konu hakkında Türkiye’de herhangi bir çalışmanın olmaması ve bu konunun ilk kez ele alınıyor olması oldukça önemlidir. Ayrıca lisans düzeyinde öğrenim gören fizik öğrencilerine kuantum öğretimi konusunda önemli bir katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Araştırmanın amacı kuantum fiziğindeki olasılık kavramının daha iyi anlaşılması ve öğretilmesi için kuantum fiziğinin olasılıklı yapısı ile klasik mekanikte bilinen serbest düşme hareketi arasında bir analogi kurmaktır.

Yöntem

Araştırmada betimsel araştırma yaklaşımı temel alınmıştır. Betimsel araştırma yaklaşımı altında boylamasına gelişimci araştırma yöntemi uygulanmıştır. Boylamasına gelişimci araştırmacı yöntemi altında klasik fizikten çok iyi bilinen ve ‘determinist’ olan serbest düşme hareketinin

'olasılıklı' çözümlenmesi yapılarak kuantum fiziğindeki olasılıklı yapının öğretiminde kullanılması gerçekleştirilmiştir.

Araştırmanın problem cümlesi şu şekilde ifade edilebilir. Kuantum fiziği olasılık yapısının öğretiminde klasik fizikteki serbest düşme hareketi ile sonsuz potansiyel kuyusu arasında bir analogi kurulabilir mi? Kurulabilirse bu nasıl gerçekleştirilebilir?

Olasılık Kavramı ve Kuantum Olasılık

Olasılık Kavramı ve Kaynağı

Olasılık kelimesi günlük hayatımızda sıkça kullanılmaktadır. Örneğin "Bugün hava büyük olasılıkla soğuk olacak, sınav muhtemelen zor olacak" gibi ifadeler bazı olayların sonuçları hakkındaki fikirlerimizi ifade eder. Olasılık aslında bir olayın sonucu hakkındaki 'bilgi yetersizliğini' ifade eden bir kavramdır (Boas, 1996). Havaya bir madeni para attığımızı düşünelim; bu durumda madeni paranın yazı gelme olasılığı veya tura gelme olasılığından bahsedebiliriz. Çünkü bu olayın iki olası sonucu vardır. Madeni para ya yazı ya da tura gelecektir. Ancak madeni parayı havaya atmadan hangisinin gelebileceği hakkında kesin bir sonuç söyleyemeyiz ve bu durumda şu şekilde bir olasılıktan söz ederiz, %50 olasılıkla yazı %50 olasılıkla tura gelecektir. Bu olayda olasılıktan bahsetmemizin sebebi paranın nasıl atıldığına ve olayın olduğu yerdeki fiziksel koşullara ait yeteri kadar bilgiye sahip olmayışımızdır. Bu olay esnasında madeni parayı attığımız anda kaç derecelik bir açı ile atıldığı, paraya uygulanan kuvvet, paranın yüzeyinin durumu, yüzeyin pürüzlü oluşu veya olmayışı, ortamdaki hava sürtünmeleri, paranın ne kadar yüksekliğe fırlatıldığı gibi birçok kontrol edilemeyen değişken ve bunlara ait bilgi yetersizliğimiz olasılık kavramının kaynağını teşkil eder (Boas, 1996).

Yukarıda belirtilen kontrol edilemeyen değişkenler kontrol edilebilseydi olay hakkında olasılıktan bahsedilmesi mümkün olmayacaktır. Aynı şekilde saatte 10 km hızla giden bir aracın 3 saat sonra kaç kilometre yol alacağını söyleyebildiğimiz gibi kesin bir sonuçtan bahsedebilirdik. Aynı

şekilde bir zar örneğini düşünelim. Bir zar havaya atıldığında 6 gelme olasılığı nedir? diye bir soru yönelttiğimizde bu soruya cevabımız $1/6$ yani yaklaşık olarak %17 olacaktır. Çünkü artık denemenin 6 olası sonucu vardır ve bu 6 olası sonucun diğer sonuçlara göre olma olasılıkları birbirinden farklı değildir. Bütün olası sonuçların olma ihtimali eşittir. Bu olayda olasılıktan bahsetmemizin sebebi madeni para örneğindeki gibi bazı fiziksel koşullar hakkındaki bilgisizliğimizdir. Aynı şekilde bütün bu fiziksel koşulları kontrol edebildiğimiz, hesaplayabildiğimiz, ölçebildiğimiz bir sistemde olayın sonucu hakkında kesin bir ifadeden söz edebiliriz. Klasik fizikte, bir olayın olası sonucu ne kadar fazla olursa olsun yine de o olaya ait fiziksel koşullar hakkında tam bir bilgiye sahip isek olayın sonucunu net bir şekilde söyleyebiliriz.

Kuantum teorisinin en temel özelliklerinden biri teorisinin herhangi bir olayın sonucu hakkında ancak ve ancak 'olasılık' önermesidir. Buna kısaca kuantum fiziğinin olasılıklı dünyası denir. Daha açık bir ifade ile kuantum dünyasındaki bir elektronun herhangi bir t anında hangi konumda olacağını kuantum teorisi olasılık olarak ifade edebilir. Bu anlamda kuantum dünyasındaki olasılığın klasik anlamdaki olasılıktan bir farkı olmadığını söyleyebiliriz. Esasen bir zarın havaya atıldığı anda hangi sonucun gerçekleşeceği olasılık ile kuantum dünyasındaki örneğin bir elektronun hangi olasılıkla hangi noktada bulunabileceği tamamen özdeş kavramlardır. Burada altı çizilmesi gereken en önemli nokta aslında her iki olayın gerçekleşmesi esnasında olayların sonuçlarına etki eden değişkenlerin ya da parametrelerin tam ve kesin olarak bilinmemesidir. Dolayısıyla bu noktadan hareketle kuantum dünyasının olasılıklı yapısının temelinde esasen daha detaylı ve determinist bir teorisinin var olabileceği ancak henüz bu teorisinin geliştirilememiş olduğu düşüncesi ileri sürülebilir (Buniy vd., 2006).

Kuantum Fiziğinde Olasılık

Kuantum teorisi tümünden bir olasılıklar teorisidir. Kuantum fiziğinde parçacıklara bir dalga eşlik ettiği göz önüne

alınarak çözümlene yapılı ve dalga fonksiyonun 'Kopenhag Yorumuna' göre parçacığa eşlik eden dalga fonksiyonunun mutlak değer karesi parçacığın bulunma olasılığı yoğunluğunu verir. Olasılık yoğunluğu tek boyut için birim uzunluktaki bulunma olasılığıdır. Kuantum fiziğinde olasılık kavramının öğretilmesi için bazı temel kavramların bilinmesi gerekmektedir. Bu kavramlar dalga fonksiyonu, olasılık yoğunluğu ve sonsuz potansiyel kuyusu kavramlarıdır (Gasiorowicz, 2003).

Dalga Fonksiyonu

Kuantum teorisinde atomik/nano dünyadaki hareket edebilen ve serbestlik derecesine sahip tüm temel parçacıkların parçacık karakterine ilaveten eş zamanlı olarak dalga karakterine de sahip olduğu bilinmektedir. Parçacıkların dalga karakteri ünlü Schrödinger Dalga Denklemi ile belirlenir. Schrödinger Dalga Denklemi tüm temel parçacıklara uzay ve zaman serbest değişkenlerine bağlı olarak $\Psi(x,y,z,t)$ ile verilen bir dalganın eşlik edeceğini ifade eder. $\Psi(x,y,z,t)$ parçacıkların dalga karakterini ifade eder ve parçacığın tüm diğer fiziksel özellikleri bu dalga fonksiyonu tarafından belirlenir.

Olasılık Yoğunluğu

Schrödinger Dalga Denkleminin çözümünden elde edilen $\Psi(x,y,z,t)$ dalga fonksiyonu bize parçacığa eşlik eden dalgaların özelliklerini belirtse de doğrudan parçacığın davranışı hakkında fiziksel bir anlam çıkarmamızı sağlamaz. Bu nedenle $\Psi(x,y,z,t)$ dalga fonksiyonunun mutlak değer karesi $|\Psi|^2$ 'nin fiziksel anlamı üzerine yapılan çalışmalar $|\Psi|^2$ 'nin söz konusu parçacık için 'bulunma olasılığı yoğunluğunu' ifade edeceğini ortaya çıkarmıştır. Daha açık ifade ile $|\Psi|^2$ tek boyutta birim uzunluktaki bulunma olasılığını ifade eder. Daha açık ifadeyle $|\Psi|^2$ ifadesi o parçacığın herhangi bir t anında herhangi bir x noktası civarında birim uzunluktaki bulunma olasılığını % olasılıkla verir.

Sonsuz Potansiyel kuyusu

Kuantum fiziğinde en temel model problemlerden biri sonsuz potansiyel kuyusu problemidir. Sonsuz potansiyel

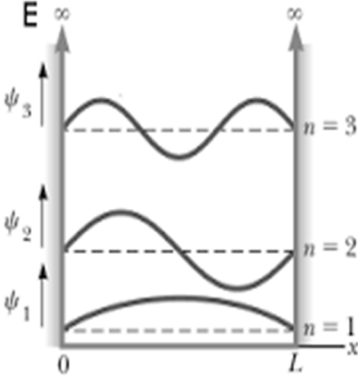
kuyusu bir parçacığın belirli sınırlar içine bağlı olması durumunu modelleyen sistemdir. Örneğin bir elektronun tek boyutlu sonsuz yükseklikte iki potansiyel enerji duvarı arasında hapsedilmesi durumu sonsuz potansiyel kuyusu durumudur. Bu durumda elektronun tüm fiziksel özellikleri Schrödinger Dalga Denklemi'nin çözümünden elde edilen dalga fonksiyonundan bulunur. Örneğin; tek boyutta L genişliğinde bir potansiyel kuyusunu ele alırsak, bunun içindeki m kütleli bir elektronun bu potansiyel kuyusu içinde hapsedildiğini düşünelim, elektron potansiyel kuyusu içindeyken potansiyel enerjisi 0, potansiyel kuyusu dışındayken ($x \leq 0$ ve $x \geq +L$) potansiyel enerjisi sonsuz olacak şekilde problem tanımlanmış olsun (Gasirowicz, 2003). Toplam mekanik enerjisi E, kütlesi m ve potansiyel enerjisi $V(x)$ olan bir elektron için dalga fonksiyonları aşağıda verilen Schrödinger Dalga Denkleminin çözümünden elde edilir (Gasirowicz, 2003).

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} [E - V(x)]\psi(x) = 0$$

Schrödinger Dalga Denklemi sonsuz potansiyel kuyusu içindeki elektron için çözüldüğünde, tek boyutta elektron için normalize edilmiş dalga fonksiyonları şu şekilde verilir;

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Burada n kuantum sayısıdır ve 1,2,3... gibi tam sayı değerlerini alabilir. Her kuantum sayısı bir kuantum haline karşılık gelir ve o kuantum hali için fiziksel özellikleri $\Psi_1(x)$, $\Psi_2(x)$, $\Psi_3(x)$... gibi dalga fonksiyonları tarafından belirlenir. Sonsuz potansiyel kuyusu için bulunan ilk üç dalga fonksiyonu ve bunların grafikleri aşağıda verilmiştir.



$$\psi_3(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{3\pi x}{L}\right)$$

$$\psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$$

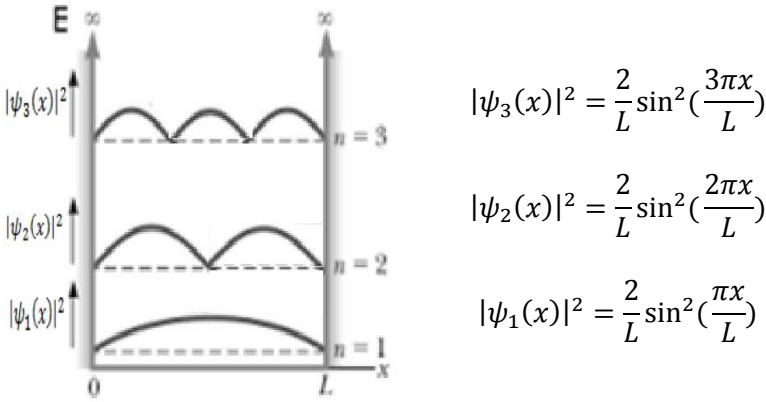
$$\psi_1(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$$

Şekil 1. Sonsuz potansiyel kuyusunda parçacığa eşlik eden ilk üç dalga fonksiyonunun ifadeleri ve grafikleri

Bulunan $\Psi_n(x)$ dalga fonksiyonlarının mutlak değer karesi alınırsa parçacık için sonsuz potansiyel kuyusu içindeki bulunma olasılık yoğunluğu aşağıdaki denklemden bulunur.

$$|\psi_n(x)|^2 = \frac{2}{L} \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Her n kuantum sayısı $|\Psi_1|^2$, $|\Psi_2|^2$, $|\Psi_3|^2$ için farklı olasılık yoğunlukları hesaplanır. İlk üç kuantum hali için bulunma olasılığı yoğunluğu ifadeleri ve bunların grafiklerle gösterimi aşağıda verilmiştir.



Şekil 2. Sonsuz potansiyel kuyusu için parçacığın bulunma olasılığı yoğunluklarının ilk üç kuantum hali için ifadeleri ve grafikleri

Herhangi bir kuantum hali için toplam bulunma olasılığı eğrinin altında kalan alan tarafından ifade edilir. Bu eğri üzerinde bir "dx" diferansiyel uzunluğu belirlediğimizde bu "dx" uzunluğu içindeki elektronun toplam bulunma olasılığı kullanılarak uzayın tamamındaki bulunma olasılığı şu ifadeden bulunabilir.

$$P = \int_0^L |\Psi_n(x)|^2 dx = 1$$

Bu durumda tek elektron olduğundan uzayın tamamındaki bulunma olasılığı %100 olacağından toplam bulunma olasılığı 1'e eşitlenir ki buna kuantum fiziğinde "normalizasyon koşulu" denir. Herhangi bir n. kuantum hali için yazılan bu koşul bütün kuantum halleri için geçerlidir.

Kuantum Teorisi İçin Bulunma Olasılığının İstatistiksel Çözümlemesi

Kuantum teorisi mikro dünyada konum, enerji, momentum gibi fiziksel kavramlar hakkında sadece belli olasılıklar ifade eder. Kuantum teorisinin önerdiği olasılıkların fiilen sağlanması deneysel anlamda yapılacak ölçme ile gerçekleştirilebilir. Ancak her ölçme işlemi için ölçülen sisteme yapılacak dış müdahale, örneğin fotonun gönderilmesi,

sistemin kuantum durumunu değiştireceğinden kuantum fiziğinde ölçme problemi olarak adlandırılan bir sorun ortaya çıkar. Kuantum teorisinin önerdiği bulunma olasılığı yoğunluğunun gerçek dünya ile ilişkilendirilmesini sağlayan ölçme olayını sonsuz potansiyel kuyusu üzerinden açıklanabilir. Sonsuz potansiyel kuyusunda herhangi bir n. kuantum hali için $|\Psi_n(x)|^2$ olarak tanımlanan bulunma olasılığı yoğunluğunun öğretimi, gerçek yaşamdaki ölçme ile doğrudan ilişkilendirilebilmesi açısından oldukça önemlidir. Bulunma olasılığını bir örnek üzerinde anlatmak gerekirse; L genişliğinde içinde m kütleli serbest bir elektron bulunan N tane özdeş sonsuz potansiyel kuyusu sistemini ele alalım. Belirli bir t anında eş zamanlı olarak bütün sistemler üzerinde elektronun konum ölçümü yapılıyor olsun. Örneğin, ölçüm sonuçları n=1 kuantum hali için aşağıdaki tabloda verilmiş olsun.

Tablo 1. N adet özdeş sonsuz potansiyel kuyusu için yapılan muhtemel konum ölçümleri

Sistem no	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	N
Konum	X ₁	X ₂	X ₁	X ₃	X ₂	X ₁	X ₃	X ₁	X ₃	X ₂	...	X _n

Bu ölçümler şöyle yorumlanabilir: 1., 3., 6. ve 8. sistemlerinde elektron X₁ noktasında, 2., 5. ve 10. sistemlerde elektron X₂ noktasında, 4., 7. ve 9. sistemlerde elektron X₃ noktasında bulunmuştur. Bu bulgular istatistiksel olarak olasılık cinsinden şöyle ifade edilebilir.

Tablo 2. N adet özdeş sonsuz potansiyel kuyusu sistemi için muhtemel ölçüm sonuçlarının istatistiksel olarak ifadesi

Konum	X ₁	X ₂	X ₃	...	X _n
Tekrar sayısı	4	3	3	...	n
Bulunma Olasılığı	4/N	3/N	3/N	...	N _n /N

Tablo 2’de belirtilen bulunma olasılığı ifadeleri konuma bağlı olarak çizildiğinde Şekil 2’de n=1 için verilen bulunma olasılığı yoğunluğunu yani $|\Psi_1(x)|^2$ grafiğini vermesi gerekir.

Böylece kuantum teorisinin öğretilmesinde ve anlaşılmasında büyük zorluklar çekilen bulunma olasılığı yoğunluğu kavramı istatistiksel olarak açıklanmış oldu. Elektron için L genişliğindeki potansiyel kuyusu içinde ölçümler aldığımızda her bir nokta için bulunma olasılıklarını bulmuş olduk. Yukarıda ifade edilen normalizasyon koşulu gereği elektron mutlak suretle bir noktada bulunmak zorunda olacağından bulunma olasılıklarının toplamı 1'e eşit olmalıdır. Bu koşul matematiksel olarak ifade edilirse;

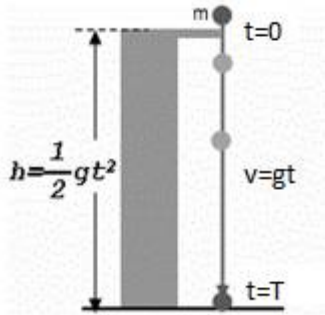
$$\sum_{n=1}^N \frac{N_n}{N} = 1$$

şeklinde yazılabilir. Burada N toplam ölçüm sayısını, N_n ifadesi de n. ölçüm için tekrar sayısı ifade eder.

Bulgular

Serbest Düşme Hareketinin Olasılık Çözümlemesi

Klasik fizikte m kütleli bir cisim h yüksekliğinden ilk hızsız olacak şekilde serbest bırakıldığında yere düşer ve bu olaya serbest düşme olayı denir. Serbest düşme olayı determinist bir olaydır. Klasik mekaniğe göre kesin olarak çözümlenebilir.



Şekil 3. Serbest düşme hareketi

Serbest düşme hareketi için uçuş süresi "T", atış yüksekliği "h" ve yer çekimi ivmesi "g" olarak tanımlanırsa, serbest düşme için yüksekliğin zaman bağılı ifadesi $h(t) = \frac{1}{2}gt^2$,

uçuş süresi $T = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ve herhangi bir andaki hız ifadesi $v(t) = gt$ olarak bilinir. Serbest düşme hareketinde m kütleli cismin birim zamanda bulunma olasılığını yazmak istersek; serbest düşme süresi T olduğuna göre bu cismin T süresi içinde bulunma olasılığı 1'dir, dolayısıyla birim zamandaki bulunma olasılığı $\frac{1}{T}$ olmalıdır. Buna göre "dt" zaman aralığındaki bulunma olasılığı $\frac{dt}{T}$ şeklinde yazılabilir. Sonsuz potansiyel kuyusundaki birim uzunluktaki bulunma olasılığı kavramını serbest düşme olayı ile ilişkilendirebilmek için yani analogi kurabilmek için serbest düşme olayında birim uzunluktaki bulunma olasılığı;

$$\rho(x) = \frac{\frac{dt}{T}}{dx}$$

şeklinde tanımlanabilir. Gerekli ara işlemler yapıldığında serbest düşme hareketi için birim uzunluktaki bulunma olasılığı konum cinsinden şöyle yazılabilir;

$$\rho(x) = \frac{1}{2\sqrt{hx}}$$

Benzer şekilde serbest düşme hareketi için birim zaman aralığındaki bulunma olasılığı;

$$\rho(t) = \frac{\frac{dx}{h}}{dt}$$

şeklinde yazılabilir. Buradan birim zamandaki bulunma olasılığı yani zamansal bulunma olasılığı için şu sonuç ifade edilir,

$$\rho(t) = \frac{gt}{h}$$

Kuantum mekaniğindeki sonsuz potansiyel kuyusu ile analogi kurmak açısından toplam bulunma olasılıklarının hesaplanması ve normalizasyon koşulunun sağlandığının gösterilmesi yapılan işlemlerin doğruluğunu göstermek açısından önemlidir. Konuma bağlı toplam bulunma olasılığı

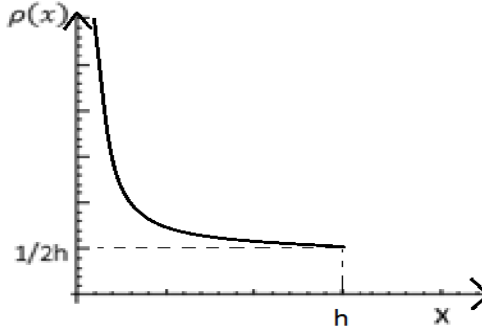
için normalizasyon koşulunun sağlandığı hemen gösterilebilir. Şöyle ki;

$$P = \int_0^h \frac{1}{2\sqrt{h}} x^{-\frac{1}{2}} dx = 1$$

Benzer şekilde zamana bağlı bulunma olasılıklarının da normalizasyon koşulunun sağlanması gerekir, bu ifade edilirse aşağıdaki eşitlik hemen elde edilebilir,

$$P = \int_0^T \frac{gt}{h} dt = 1$$

Serbest düşme hareketi için birim uzunluktaki bulunma olasılığı $\rho(x)$ 'in konuma bağlı grafiği çizilirse aşağıdaki gibi bir grafik elde edilir.



Şekil 4. Serbest düşme hareketi için bulunma olasılığının konuma bağlı grafiği

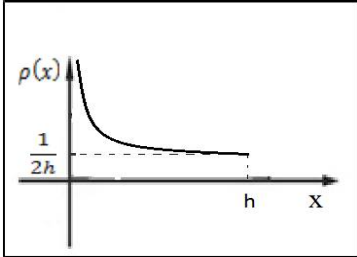
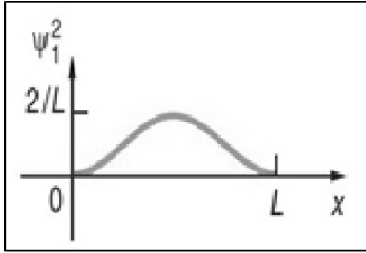
Serbest bırakılan bir cismin uzaysal bulunma olasılığının grafiği incelendiğinde şu temel yorumlar yapılabilir. Öncelikle cisim bırakıldığı noktadan itibaren 0 hızdan harekete başladığından ve hızı çok düşük olduğundan birim uzunluktaki bulunma olasılığı çok büyüktür. Cisim ilerledikçe hızı artacağından birim uzunluktaki bulunma olasılığı da hızlı bir şekilde azalacaktır. Serbest düşme hareketinin sona erdiği $x=h$ noktasında bulunma olasılığı yoğunluğu "1/2h" değerini alarak minimum değerine ulaşır.

Sonsuz Potansiyel Kuyusu Örneği İle Serbest Düşme Olayının Analojisi

Klasik fizik bilindiği gibi deterministtir ve bu çalışmada ele alınan serbest düşme hareketi için serbest düşmeye bırakılan bir cismin herhangi bir t anında hangi noktada olacağı klasik fiziğin determinist yapısı gereği kesin olarak hesaplanabilir. Bu çalışmada serbest düşme gibi determinist bir klasik fizik olayının öncelikle olasılık teorisi açısından bir çözümlemesi yapılmıştır. Diğer bir deyişle serbest düşmeye bırakılan cismin birim uzunluktaki bulunma olasılığı yani uzaysal olasılık yoğunluğu hesaplanmıştır. Daha sonra yine serbest düşen cismin birim zamanda bulunma olasılığı yani zamansal olasılık yoğunluğu hesaplanmıştır. Klasik fiziğin en iyi bilinen uygulamalarından olan serbest düşme için kuantum fiziksel kavramlar olan bulunma olasılık yoğunluklarının hesaplanmış olması kuantum fiziğinin olasılık yapısı ile serbest düşme arasında bir analogi kurulmasını sağlamıştır. Bu analogiyi kurmak için kuantum fiziğinin en iyi bilinen uygulamalarından olan sonsuz potansiyel kuyusu ele alınmış ve sonsuz potansiyel kuyusundaki konuma bağlı bulunma olasılığı ile serbest düşme için hesaplanan bulunma olasılıkları karşılaştırılmıştır. Ayrıca hesaplanan bulunma olasılığı yoğunluğunun normalizasyon koşulunu sağlanarak yapılan işlemlerin doğruluğunu sınanmıştır. Kuantum fiziğinde parçacık 0 ve L arasında bir bölgede toplam bulunma olasılığı 1'dir. Serbest düşme hareketinde ise cismin 0 ve h aralığındaki toplam bulunma olasılığı 1'dir. Her iki durumda da parçacık ve cisim için sınırlandırılan alan içinde mutlak suretle bulunduğunu söyleyebiliriz.

Bulunan sonuçlar aşağıdaki tabloda verilmiştir. Ayrıca serbest düşme hareketi için hesaplanan konuma bağlı olasılık yoğunluğunun grafiği ile birinci kuantum hali için sonsuz potansiyel kuyusunda bulunma olasılığı yoğunluğu grafiği yine aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 3. Serbest düşme hareketi ile sonsuz potansiyel kuyusu örneğinin karşılaştırılması

Klasik Fizik (Serbest Düşme Hareketi)	Kuantum fiziği (Sonsuz Potansiyel Kuyusu)
Uzaysal bulunma olasılığı yoğunluğu $\rho(x) = \frac{1}{2\sqrt{hx}}$	Uzaysal bulunma olasılığı yoğunluğu $ \psi_n(x) ^2 = \frac{2}{L} \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$
Toplam bulunma olasılığı $P = \int_0^h \frac{1}{2\sqrt{hx}} x^{-\frac{1}{2}} dx = 1$	Toplam bulunma olasılığı $P = \int_0^L \frac{2}{L} \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = 1$
Konuma bağlı olasılık yoğunluğu	Konuma bağlı olasılık yoğunluğu
	

Tablo 3 incelendiğinde; cismin bırakıldığı noktanın hemen altında en yüksek olasılıkla bulunduğu daha sonra bu olasılığın düştüğü görülmektedir. Cismin bırakıldığı noktada bulunma olasılığının sonsuz olması, daha sonra cismin hızının artmasının doğal bir sonucudur. Bu durum sonsuz potansiyel kuyusu için değerlendirilirse $n=1$ kuantum hali için sonsuz potansiyel kuyusunun merkezinde maksimum olasılıkla bulunduğunu ve duvarlara doğru gidildikçe bulunma olasılığının azalarak 0'a gittiğini söyleyebiliriz. Dolayısıyla serbest düşme hareketi ile analogi yapıldığında elektrona potansiyel kuyusu içindeyken eşlik eden dalgaya bağlı olarak

farklı grup hızlarının eşlik ettiğini söyleyebiliriz. Daha açık ifade ile kuyunun merkezine doğru gidildiğinde elektrona eşlik eden grup hızı minimum değerine ulaşır yani parçacık yavaşlar, dolayısıyla bulunma olasılığı yoğunluğu maksimum değerine ulaşır. Parçacık potansiyel kuyusunun duvarlarına doğru gittikçe parçacığın hızı veya dalganın grup hızı maksimum değerine ulaşır ve bulunma olasılığı 0'a düşer. Bu analogi sonsuz potansiyel kuyusu içindeki elektrona eşlik eden dalganın frekansının dalga boyuyla değiştiğini yani ortamın dispersiv olması gerektiğini göstermektedir.

Tartışma ve Sonuçlar

Bu çalışmada kuantum fiziğindeki olasılık kavramının daha iyi anlaşılabilmesi ve öğretimi için kuantum fiziğinde yer alan sonsuz potansiyel kuyusu problemindeki durum ile klasik fizikte yer alan serbest düşme hareketi için bir analogi kurulması amaçlanmıştır. Bu amaç ile öncelikle olasılık kavramı ve kaynağına ilişkin tanımlamalarda bulunulmuştur, daha sonra kuantum fiziğindeki en temel model problemlerden olan sonsuz potansiyel kuyusu problemi için, dalga fonksiyonu, olasılık yoğunluğu, toplam bulunma olasılığı kavramları tanımlanmıştır. Kuantum fiziğinin temelini oluşturan olasılık kavramının öğretimi için klasik fiziğin en temel problemlerinden biri olan serbest düşme hareketinden yararlanılmıştır. Bunun için serbest düşme hareketine kuantum fiziğindeki gibi olasılıklı bir kuram çerçevesinden yaklaşmış ve serbest düşme gibi determinist olan bir durum için uzaysal bulunma olasılığı yoğunluğu ve toplam bulunma olasılıklarının çıkarımları yapılarak bir analogi ortaya konulmuştur. Son olarak yapılan matematiksel işlemler neticesinde kuantum fiziğindeki sonsuz potansiyel kuyusu problemi ile klasik fizikteki serbest düşme hareketi için uzaysal bulunma olasılık yoğunlukları, toplam bulunma olasılığı, bulunma olasılığı yoğunluğu grafikleri karşılaştırılmıştır. Araştırma neticesinde kuantum fiziğindeki sonsuz potansiyel kuyusu problemindeki ve klasik fizikteki serbest düşme hareketindeki olasılıklı yapının kaynağının özdeş olduğu fiziksel koşullara ait bilgi

yetersizliğinden meydana geldiği belirtilmiştir. Böyle bir analoginin kurulması lisans düzeyinde kuantum fiziği dersindeki olasılık kavramının anlaşılması için bir kolaylık sağlayacağı düşünülmektedir. Bu sonuç literatürde yer alan çalışmalarla kıyaslandığında literatürdeki çalışmaları destekler niteliktedir (Akçay ve Şişe, 2014; Cerit ve Sarı, 2009). Ayrıca oluşturulan analogi kuantum fiziğindeki sonsuz potansiyel kuyusu problemi ve serbest düşme hareketi arasında sınırlandırılmıştır. Böylece analogiler oluşturulurken benzerliklerin, farklılıkların, yeterli ve yetersiz durumların ortaya konulmasının gerekliliği düşünülmektedir (Kesercioğlu vd., 2004).

Öneriler

Çalışmada yer alan sonsuz potansiyel kuyusu içindeki elektrona eşlik eden dalganın frekansının dalga boyuyla değişmesi yani ortamın *dispersiv* olması durumu ayrıca detaylı bir şekilde ele alınabilir.

Kuantum fiziğindeki anlaşılması zor olan diğer kavramların öğretimi için klasik fizikte bilinen örnekler kullanarak analogi yapılabilir ve böylece öğretimin daha verimli gerçekleşmesi sağlanabilir (Akçay ve Şişe, 2014).

Fizik eğitiminde özellikle anlaşılması ve öğretilmesi zor olan konuların öğretiminde analogi yoluyla yapılacak olan çalışmalar öğrencilerin konu ile ilgili kavram yanlışlarını belirlemede etkin bir şekilde kullanılabilir (Aykutlu ve Şen, 2012). Ayrıca öğrencilerin genel olarak kavramsal anlamalarını ve başarılarını artırmak için analogiler kurulabilir (Cerit ve Sarı, 2009; Köklü, 2009; Kahraman, 2013).

Analogi yoluyla öğretim gerçekleştirirken özellikle dikkat etmeleri gereken en önemli noktalardan biri herhangi bir problem durumu için analogi kurulduğunda analoginin sınırlılıkları hakkında öğrencilerin net bir şekilde bilgilendirilmeleri gerekmektedir. Aksi halde öğrencilerde problem ile ilgili kavram yanlışlarına neden olunabilir.

Kaynaklar

- Akçay, S. ve Şişe, Ö. (2014). Elektron optiğinin öğretilmesinde ışık optiğiyle zenginleştirilmiş analogi kurulumu, *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3(2), 273-292.
- Aykutlu, I. ve Şen, A. İ. (2012). Üç aşamalı test ve kavram haritası ve analogi kullanarak lise öğrencilerinin elektrik akımı konusundaki kavram yanılgılarının belirlenmesi, *Eğitim ve Bilim*, 37(166), 275-288.
- Bilgin, İ. ve Geban, Ö. (2001). Benzeşim (Analoji) Yöntemi Kullanılarak Lise 2. Sınıf Öğrencilerinin Kimyasal Denge Konusundaki Kavram Yanılgılarının Giderilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20, 29-32.
- Billur, A. A., Akkoyunlu, S. ve Bursal, M. (2014). Kuantum Mekaniksel Sıra Değiştirme Bağlantılarının Bir Optik Deneyi Yoluyla Öğretimi *Marmara Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 26(1) 1-12.
- Boas M. L. (1996). *Mathematical methods in physical sciences*, John Wiley & Sons Newyork
- Buniv R. V., Hsu, S. D. H. & Zee, A. (2006). Discreteness and the origin of probability in quantum mechanics, *Physics Letters B*, 640, 219-223.
- Cerit, N. ve Sarı, M. (2009). İş-Güç-Enerji Konusunun Öğretiminde Kavramsal Değişimin Gerçekleşmesine Pedagojik- Analogik Modellerin Etkisi, *Gazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29(1), 257-277
- Dagher, Z. & Cossman, G. (1992). Verbalex planations given by science teacher: Their nature and implications. *Journal of Research in Science Teaching*, 29, 361-374.
- Dagher, Z. R. (1995). Analysis of analogies used by science teachers. *Journal of Research in Science Teaching*, 32(3), 259-270.
- Etkina E., Warren, A. & Gentile M. (2006). The role of models in Physics Instruction, *The Physics Teacher*, 44, 34-39.
- Gasiorowicz, S. (2003). *Quantum Physics (Third Edition)*, John Wiley&Sons, University of Minnesota.

- Gülçiçek, Ç. ve Güneş, B. (2004). Fen Öğretiminde Kavramların Somutlaştırılması: Modelleme Stratejisi, Bilgisayar Simülasyonları ve Analogiler, *Eğitim ve Bilim*, 29(134), 36-38.
- Kahraman, H. (2013). *Madde ve özellikleri ünitesinde analogi kullanımının öğrenci başarısına ve tutumuna etkisi*, Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.
- Kesercioğlu, T., Yılmaz, H., Çavaş, H. P., ve Çavaş, B. (2004). İlköğretim Fen Bilgisi Öğretiminde Analogilerin Kullanılması. "Örnek Uygulamalar". *Ege Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 1(5), 27-35.
- Köklü, N. (2009). *Elektrik konularının öğretiminde pedagojik ve analogik modellerin öğrenci başarısına etkisi*. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Özdemir E. & Erol, M. (2008). Student Misconceptions Relating Wave Packet and Uncertainty Principle in Quantum Physics", *Balkan Physics Letters, Special Issue.*, 635-641.
- Parker, K. (2003). Analogy: handle with Care, *Physics Education*, 38, 200-201.
- Raynold, A. (1996) *Serway Fen ve Mühendislik için Fizik 1*, (Çev.K.Çolakoğlu), Ankara: Palme Yayıncılık.
- Rebello, N. S. & Zollman, D. (1999). Conceptual Understanding of Quantum Mechanics After Using Hands-On and Visualization Instruction Materials. *Papers presented at The Annual Meeting National Association for Research in Science Teaching*. 12 Ocak 2017 tarihinde, http://www.phys.ksu.edu/perg/papers/narst/QM_papers.pdf.adresinden alınmıştır.
- Robblee, K. M., Garik., P. & Abegg, G. (1999). Using Computer Visualization Software to Teach Quantum Science: The Impact on Pedagogical Content Knowledge. *Papers presented at the annual meeting National Association for Research in Science Teaching*. 13 Ocak 2017 tarihinde <http://www.idn.uni-bremen.de//pubs/Niedderer/1999-NARSTWKSQAP> adresinden alınmıştır.

- Singh, C., Belloni, M. & Christian, W. (2006). Improving students' understanding of quantum mechanics. *Physics Today*, 59(8), 43-49.
- Styer, D. F. (1996). Common misconceptions regarding quantum mechanics. *American Journal of Physics*, 64, 31-34.
- Şen, A. İ. (2000). Kuantum fiziği alan öğretimi konusunda Almanya'da yapılan tartışmaların son durumu. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19, 122-127.
- Yıldız, A. (2014). Belirsizlik İlkesi ve Öğretimi, *International Periodical for The Languages, Literature and History of Turkish or Turkic*, 9(11), 603-612.

The Analogy of Free Fall Relating Probabilistic Structure of Quantum Physics

Mustafa Erol and Mert Büyükdede[†]

Dokuz Eylül University, Turkey

Received: 19.04.2017 - Revised: 31.10.2017 - Accepted: 01.11.2017

Citation: Erol, M. & Büyükdede, M. (2017). The Analogy of Free Fall Relating Probabilistic Structure of Quantum Physics. *Amasya Education Journal, 6(2)*, 398-422.

Summary

Problem Statement: Can an analogy be established between the free-falling phenomenon in classical physics and the infinite potential well for the teaching of the probability structure of the quantum physics? If so, how can this aim be achieved?

Purpose of the Study: This research aims to establish the basis for the better understanding and teaching of the probable structure of the quantum physics by establishing analogy with the free fall phenomenon in classical mechanics.

Method(s): In the research, descriptive approach is simply employed. Under the descriptive research approach, the developmental research method was applied. Under the developmental researcher's management, the "probability" analysis of the phenomenon of free fall, which is a well-known and deterministic phenomenon from classical physics, has been used to teach the probabilistic structure of the solution in the quantum physics.

[†]Corresponding author: Phone: +90 537 9125426, E-mail: mertbuyukdede@gmail.com
ISSN: 2146-7811, ©2017

Findings and Discussions: Quantum theory can only express probabilities for the physical concepts such as energy, position, momentum and time. To realize the probabilities, one ought to conduct experiments and do measurements in sophisticated laboratories. Every single measurement also means a physical intervention to the physical system which simultaneously changes the quantum state of the system and this basic dilemma is known as the 'measurement problem' in quantum physics. The free fall motion has a deterministic structure and solidly obeys the classical physics. It is, on the other hand, possible to apply the probability theory and resolve the motion in accordance. The probability theory is applied to the free fall motion in the following sequence.; When a solid body with a mass of 'm' falls freely then the probability of finding the body within the time interval of 'dt' is defined as $\frac{dt}{T}$ where 'T' denotes the overall flight time. In order to set an analogy to the spatial probability for the infinite quantum well, the probability for the free fall motion within unit length is defined as $\rho(x) = \frac{dt}{dx}$. This expression is the analogies to the spatial probability density in the quantum theory. Substituting the expression leads to the equation of $\rho(x) = \frac{1}{2\sqrt{hx}}$. To check the approach, one can easily encourage the well-known normalization condition by simply executing the integral definition which is $P = \int_0^h \frac{1}{2\sqrt{hx}} x^{-\frac{1}{2}} dx = 1$.

Conclusions and Recommendations: As a result, the present work sets an analogy between the probability densities of infinite quantum well and the free fall motion to evaluate a new approach and material to ease the teaching of concepts of quantum probability. To serve the aim, the free fall motion is initially analyzed in terms of probability theory even though it is fully deterministic. Calculated spatial probability densities are plotted and compared to make the analogy more visual. The analogy offered in the present work is specifically important to internalize the origin of the probability concept in the sense that the probability is due to the lack of full knowledge about the overall physical condition. This is same which is clearly seen in the case of quantum probabilities. Nearly a century ago, the famous quantum physicist Bohr offered well known 'quantum probability' as the square of the wave function by considering in completeness of quantum theory. Nowadays, the quantum probability is still one of the most controversial topics of the quantum theory. The probability

concept on its own is still difficult to understand. The present work is to serve to ease the probability teaching.

Keywords: Quantum Probability, Teaching Quantum Physics, Analogy Teaching, Probability Analogy