Araştırma Makalesi

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Özdeşlik Kavramını Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi*

Tuğba ULAŞ [1] **Kürşat YENİLMEZ** [2]

Öz

Bu araştırmanın amacı, sekizinci sınıf öğrencilerin özdeşlik kavramına yönelik kavram oluşturma süreçlerini incelemektir. Araştırmada nitel araştırma modellerinden birisi olan durum çalışması kullanılmıştır. Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi amacıyla üç farklı etkinlik hazırlanmıştır. Hazırlanan etkinlikler alan eğitimi uzmanları tarafından incelenmiştir, geçerlik ve güvenirliği sağlanmıştır. Çalışma, üç farklı matematik başarı düzeyindeki üçer kişilik öğrenci grupları ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmada veriler, katılımcıların etkinliklerde verdikleri yazılı dokümanlar, araştırmacının aldığı notlar ve video kayıtları ile elde edilmiştir. Çalışma grubu ile gerçekleştirilen etkinliklerin video kayıtları yazılı metne çevrilmiştir. Kaynaklardan elde edilen veriler yardımıyla öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin betimsel analizi yapılmıştır. Gerçekleştirilen bilişsel analiz sürecinde öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini incelemede Recognizing - Building with-Constructing – Consolidation (RBC+C) modeli analitik araç olarak kullanılmıştır. Çalışmada başarı seviyelerine göre oluşturulan üç kişilik gruplarca, çalışmada bulunan öğrencilerin verileri tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri özelliklerine göre incelenmiştir. (x+y)2 özdeşliğini matematik başarısı düşük ve orta olan katılımcılar oluşturamamıştır. (x-y)2 özdeşliğinde başarı seviyeleri iyi ve orta olan katılımcılar kullanma basamağına ulaşabilmişlerdir. x2-y2 özdeşliği tüm katılımcılar tarafından oluşturulmuştur. Matematik başarısı yüksek olan öğrencilerin süreci diğerlerine göre daha iyi bir şekilde içselleştirdiği, daha hızlı ve pratik şekilde tüm özdeşlikleri oluşturabildikleri görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: özdeşlik, rbc+c soyutlama modeli, soyutlama

Research Article

Analyzing the Eighth Grade Students' Formation Process of the Identity Concept

Abstract

In this research, it was aimed to investigate eighth grade students' formation of identity concept. In the research, case study, which is one of the qualitative research models, was used. Three different activities were prepared to examine the process of the formation the identity concept for the eighth grade students. These activities were analyzed by the mathematics educators working in the field. The study was conducted with group of three students who have three different levels of mathematical success. Data collection tools used in this research were: the written documents given by the participants in activities, notes and video recordings of the researcher. Video recordings of the activities carried out by the study group converted to the written text. The data obtained from the aforementioned sources yielded a descriptive analysis of the process of the knowledge formation of the students. During such cognitive analysis process, Recognizing - Building with-Constructing –Consolidation (RBC+C) model was used as an analytical tool to examine the students' process of the knowledge formation. The group of three students' data according to the levels of success yielded different kind of reasoning processes. The participants who have low or intermediate mathematical successes, couldn't compose the $(x+y)^2$ identity. The participants who have good and intermediate success could reach the using step in the $(x-y)^2$ identity. The x^2-y^2 identity was formed by all the participants. It has been seen that the students who have good mathematical successes internalize the process better when compared to others and could form the all identities in a faster and more practical way.

Keywords: identity, rbc+c abstraction model, abstraction

---

* ***To cite this article:*** Ulaş, T. & Yenilmez, K. (2017). Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *International e-Journal of Educational Studies (IEJES). 1* (2), 103-117.

[1] *Milli Eğitim Bakanlığı, Eskişehir, Turkey*

[2] *Prof.Dr., Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Turkey*

Corresponding Author e-mail adress: kyenilmez@ogu.edu.tr

1. GİRİŞ

Bilgi; birikimle gelişen bir olgudur, yani doğuştan kazanılmamıştır, birtakım yaşantılarla edinilmiştir. Tecrübelerle kazanılan bilgiler nesilden nesile aktarılmıştır. Bu süreçte, yalnızca var olan bilgileri öğrenmenin yeterli olmadığı geç olmadan anlaşılmıştır. Tunalı'ya (2010) göre, günümüzde bireylerden, bilgi tüketmekten çok bilgi üretmeleri beklenmektedir.

İnsanoğlunu diğer canlılardan ayıran özellik, düşünebilen bir varlık olmasıdır. Düşündükçe merak duygusu uyanmaktadır ve bu merak duygusuyla bilgi üretimi gerçekleşmektedir. Bu kavramsal yaklaşımla öğrenci, bilgiyi hazır olarak almamakta, bilgiyi hamur misali evirip çevirip yeniden şekillendirmektedir. Dolayısıyla; kavramsal bilginin işlemsel bilgi ile birlikte öğrencinin bilgiyi kendi düşünme süzgecinden geçirdikten sonra inşa edilmesi son derece önemlidir (Koylahisar, 2012). Benimsenen kavramsal yaklaşımla; öğrencilerin somut deneyimlerinden, sezgilerinden matematiksel anlamları oluşturmalarına ve soyutlama yapabilmelerine yardımcı olma amaçlanmıştır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009).

Matematiğin bir soyutlama bilimi olması ve matematik kavramının büyük çoğunluğunun soyutlama sonucu elde edilmeleri de, matematik eğitiminde soyutlamayı içeren bilgi oluşturma sürecini anlamayı ayrıca önemli kılmaktadır (Altun & Memnun, 2012). Basitçe ifade edilecek olursa soyutlama, somuttan soyuta geçiş süreci olarak tanımlanabilmektedir. Fakat Kidron ve Dreyfus (2010), somuttan soyuta değil, somutun yeni özelliklerin vurgulandığı gelişmemiş formdan gelişmiş forma doğru ilerlediğini savunmaktayken; çalışmanın dayandığı temel kavramlardan soyutlama; Sierpinska'ya (1994) göre, bir kavramdan birtakım özelliklerin ayırt edilmesi olarak tanımlanmaktadır. Yani soyutlama, bir kavramla ilgili bildiklerimizden yola çıkarak bu kavramın derinlemesine yorumlanması olayıdır. Van Oers, 'soyut'un bir kavramın yeni, daha önce fark edilmemiş bir özelliği değil, düşünmemize katkı sağlayan bir özellik olduğunu ifade ederek soyutlamayı "belli bir bakış açısından hareketle ilişkilerin oluşturulması süreci" olarak tanımlamıştır (2001, s.285). Diğer alanlarda olduğu gibi matematik alanında da kullanılan soyutlama yöntemi, soyutlama yapabilmek amacıyla bir araca ihtiyaç duymuştur. Tanıma (recognizing), kullanma (building), oluşturma (constructing) ve daha sonra bunlara eklenen pekiştirme (consolidation) basamaklarından oluşan ve bu basamakların baş harfleriyle anılan RBC+C modeli soyutlamada kullanılan bir araç haline gelmiştir.

Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus tarafından 2001 yılında ortaya atılan ve sosyokültürel bakış açısıyla ele alınan RBC+C olarak adlandırılan soyutlama modelinin birçok araştırmacı tarafından benimsendiği ve soyutlama sürecini açıklamada kullanıldığı görülmüştür (Örneğin; Dreyfus, Hershkowitz & Schwarz, 2001a & 2001b; Hershkowitz, Schwarz & Dreyfus, 2001; Bikner-Ahsbahs, 2004; Hershkowitz, 2004; Özmantar, 2004; Özmantar & Roper, 2004; Schwarz, Dreyfus, Hadas & Hershkowitz, 2004; Dreyfus & Tsamir, 2004; Özmantar, 2005a & 2005b; Schwarz, Hershkowitz & Azmon, 2006; Yeşildere, 2006; Özmantar & Monoghan, 2007; Hershkowitz, Hadas, Dreyfus & Schwarz, 2007; Yeşildere & Türnüklü, 2008a, 2008b & 2008c).

Dreyfus (2007) RBC modelindeki epistemik eylemlerin birbirleriyle iç içe geçmiş, birbirleri içinde yuvalanmış yapısını rapor etmiştir. Burada bahsedilen eylemler aynı anda gerçekleşebileceği gibi birbiri ardına da gerçekleşebilmektedir. Bu eylemlerden ilki olan tanıma (recognizing), bireyin önceden kazanmış olduğu formal veya informal bilgilerle, öğrenme ortamındaki matematiksel unsurlara anlam yüklemesi demektir (Hershkowitz, Schwarz & Dreyfus, 2001). Kullanma (building with), daha önceden edinilmiş, yani tanınmış bilgiden yeni bilgi üretmekte faydalanma, ilişki kurma, yorumlama, problem çözümünde kullanma olarak ifade edilebilir. Oluşturma (constructing) soyutlama sürecinin ana basamağıdır ve oluşturma tanınan yapıların kısmi değişikliğe uğratılarak yeniden yapılandırılması ve düzenlenmesi süreci ve bunun sonucunda yeni anlamlar inşa etmedir (Bikner &

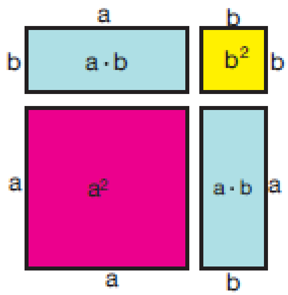
Ahsbahs, 2004). Oluşturulan bilginin kırılgan olduğu (Hershkowitz ve ark., 2001), pekiştirilmesi halinde ancak birey için yeni bir yapı olarak nitelenebileceği (Monaghan & Özmantar, 2006) düşüncesi soyutlama sürecini tanıtmayı amaçlayan RBC modeline pekiştirme (consolidation) eyleminin eklenmesi ihtiyacını doğurmuş ve böylece RBC + C modeli meydana gelmiştir.

Soyutlama yapmaya elverişli matematik konularından biri olan *özdeşlik* kavramı bu araştırmanın merkezinde yer almaktadır. Bu sebeple özdeşlik kavramının detaylı olarak incelenmesi gerekmektedir. Bir özdeşlik içerdiği bilinmeyenlerin her değeri için sağlanan bir eşitliktir (Altun, 2008). Özdeşlikler, bazı problem durumlarını sembolize etmemize yarayan cebirsel ifadelerdir. Problem, kişide çözme arzusu uyandıran ve çözüm yolu hazırda olmayan fakat kişinin bilgi ve deneyimlerini kullanarak çözebileceği durumlara denir (Olkun & Uçar, 2007). Platon' a göre ise; özdeşlik biri diğerinden ayrı ancak kendisinin aynısıdır ki bu noktada aslında denklem (eşitlik) ile özdeşliğin farkını ortaya koymaktadır; dolayısıyla eşitlikteki gibi iki öğeye gerek kalmaz (Heidegger, 1997). Bu yüzden özdeşlik, aslında cismin aynadaki yansıması gibidir.

Çarpanlara ayırma ve özdeşlikler 8. sınıftan itibaren matematik öğretiminin her aşamasında polinomlardan, integrale kadar birçok konuda ara işlem olarak kullanılmaktadır. Ortaokulda kavrayış olarak temele oturtulmayan her bilgi lise düzeyinde anlamsız formül yığınlarının ezberlenmesi şekline dönüşecektir. Bu açıdan Şan'ın (2008) çalışmasında belirttiği gibi formüllerin geometrik yorumunu yapma ile geometrik şekilleri formülleştirme matematik için önemli bir beceri düzeyidir. Önceleri özdeşlikler, $(a \pm b)^2 = a^2$ (birinci terimin karesi) $\pm\, 2ab$ (birinci ve ikinci terimin çarpımının iki katı) + b^2 (ikinci terimin karesi) şeklinde öğrencilere ezberlettirilmekteydi. Dolayısıyla zaten içerisinde birçok harfli ifade barındıran özdeşlik öğrenciler tarafından anlaşılması güç, karmaşık ve korkunç bir konu olmaktan öteye geçememekteydi. Daha sonra ise $(a \pm b)^2$'nin aslında üslü sayı olduğu;

$$
\begin{aligned}
(a \pm b)^2 &= (a\pm b).\,(a\pm b)\\
&= a.a\pm a.b\pm a.b+b.b\\
&= a^2\pm a.b\pm a.b+b^2\\
&= a^2\pm 2.a.b+b^2
\end{aligned}
$$

şeklinde açılımları yapılarak anlatılmaya çalışılmıştır. Fakat yenilenen matematik öğretim programında özdeşlik kazanımı; "Özdeşlikleri modellerle açıklar. $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ve $a^2 - b^2 = (a-b).(a+b)$ özdeşlikleriyle sınırlı kalınır. Özdeşliklerdeki katsayılar tam sayılar içinde kalacak biçimde seçilir." şeklinde ele alınmaktadır (MEB, 2013, s.36). Yeni matematik programı ile birlikte özdeşlikler cebir karolarından da faydalanılarak modeller yardımıyla öğretilmeye başlanmıştır.



Şekil 1: $(a + b)^2$ özdeşliğinin modellenmesi.

Bir kenar uzunluğu (a+b) birim olan karesel bölgenin alanı:

Karesel bölgenin alanı ayrıldığı parçaların alanlarının toplamına eşit olduğundan;

$(a + b)^2 = a.b + b^2 + a^2 + a.b$

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ olarak ifade edilir.

Alanyazında soyutlama ve özdeşliklerle ilgili yapılan çeşitli çalışmalara rastlanmaktadır. Özer ve Şan (2013) 8. sınıf öğrencilerinin, özdeşlikler konusu erişilerine görselleştirmenin etkisinin incelendiği çalışmada, görselleştirilmiş matematik öğretimi kullanılarak öğrenim gören deney grubu öğrencilerinin, özdeşlikler konusunu öğrenmede var olan öğretim yöntemiyle öğrenim gören kontrol grubu öğrencilerinden daha başarılı oldukları sonucuna varmışlardır. Şan (2008) sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlikler konusunun erişilerine görselleştirmenin etkisini incelediği araştırmada matematik dersinde görselleştirmenin başarıyı artırdığı ve var olan öğretim yöntemine göre daha etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Yenilmez ve Şan (2008) dokuzuncu sınıfa devam eden öğrencilerin özdeşliklerin görsel modellerini tanıma düzeylerini ve bu düzeylerin cinsiyet, matematik başarısı, geometrik şekillere karşı ilgi düzeyi ve matematik tutumu değişkenleri açısından farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek amacıyla yaptıkları araştırmada; özdeşliklerin görsel modellerini tanımadaki başarının geometri şekillerine ilgi düzeyi ile doğru orantılı olarak değiştiği sonucuna ulaşmışlardır. Söz konusu çalışmada dokuzuncu sınıf öğrencilerinin özdeşliklerin geometrik yorumlarını tanıma düzeylerinin düşük olduğu ve görselleştirilmeye okullarda daha çok önem verilmesi gerektiği belirtilmektedir. Yeşildere ve Türnüklü (2008), örnek olay metodu kullandıkları araştırmalarında farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde bir takım farklılıkların olduğunu ortaya koymuşlardır. Altun ve Yılmaz (2008), örnek olay yöntemini uyguladıkları çalışmada, öğrencilerin kendilerine verilen ilk problemde oluşturdukları bilgiyi, sonrakilerde de kullandıklarını ayrıca, fonksiyonların öğretiminde çevresel olay ve problemlerin kullanılmasının soyutlamaya olan katkısını ortaya koymuşlardır.

Dooley (2007), araştırmasında ilköğretim düzeyinde matematiksel bilginin oluşturulması sürecinin analizinde RBC soyutlama teorisinin kullanışlı bir araç olabileceğini belirtmiştir. Özmantar ve Monaghan (2007) mutlak değer lineer fonksiyonunu ($y = |f(x)|$) konu alan deneysel bir çalışmada soyutlama sürecini incelemişlerdir. Bu çalışmada, soyutlama süreci ile ilgili olarak;

(i) insan ve maddenin aracılığı,

(ii) matematiksel yorumlama için öğretmen yardımı veya yönlendirmesi,

(iii) öğrencilerin gelişim düzeylerine uygun diyalektik ortam

(iv) soyutlanacak bir şeyin varlığı olmak üzere dört önemli bileşen ortaya koymuşlardır.

Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz (2006) tarafından yapılan çalışmada oluşturma ve pekiştirme süreçlerinin iç içe geçtiğini ve pekiştirmenin yeni bir yapının oluşum sürecinde gerçekleştiğini varsayarak ve bu iddialarını destekleyen bilgileri sunmuşlardır. Bu neticeyle çalışmada, olasılık konusu ile ilgili beş sınıf gözlenmiş ve altı çift öğrenci ile görüşmeler yapılmıştır. Veriler, üç kız öğrencinin oluşturduğu grup şeklinde yapılan görüşmelerden elde edilmiştir. Çalışma sonucunda, öğrencilerin eski yapıyı kullanarak yeni yapının oluşturulmasında, o yapıyı pekiştirdiklerini tespit etmişlerdir.

Işık, Albayrak ve İpek (2005) yaptıkları araştırmada ülkemizde matematik öğretiminde bilgilerin öğrencilere hazır basmakalıplar halinde verildiğini, sınav merkezli bir eğitim sisteminin matematiğin günlük hayattan soyutlanarak ezbere bir mantıkla öğretilmesi ve öğrenilmesine yol açtığını belirtilmiştir. Öğrencilerin tanımları ezberleme yolu ile bildikleri için tanıma düzeyinden ziyade hatırlama düzeyinde kaldıkları belirtmektedirler. Dreyfus ve Tsamir (2001) çalışmalarını bir öğrenci ile yapmışlar ve pekiştirmenin içinde soyutlamayı barındırdığını, ayrıca pekiştirmeyi soyutlananın ilerleyen aktivitelerde öğrenciye daha fark edilir gelmesinde katkıda bulunan önemli bir işlem olarak görmüşlerdir (Monaghan & Özmantar 2006). Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus'un (2001) tek bir öğrenci ile yaptığı çalışmadan sonra Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2001) ikinci çalışmada iki öğrenci arasındaki etkileşimi analiz ederek grup içindeki her bireyin bilgiyi nasıl oluşturduklarını incelemişlerdir. Sonuçta RBC modeli yine soyutlama sürecini tasvir etmede geçerli bir model olarak görülmüştür (Hershkowitz ve ark., 2006). Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus (2001) ve Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2001) soyutlamanın sonuçlarından ve pekiştirilmesinden ziyade tanıma ve kullanma aşamaları üzerinde yoğunlaşmışlardır. Wagner (1983) ve Philipp (1992) araştırmalarında özellikle öğrencilerin harfli ifadelere anlam yüklemede karşılaştıkları zorluklardan bahsetmişlerdir.

Araştırmaların ortak sonucu cebirin soyut yapısı itibariyle kavramsal olarak zor anlaşılmasıdır. Harfli ifadelerin anlaşılmasındaki zorluğun sebebi ise cebirin ilköğretim öğrencilerinin zihinsel gelişim özelliklerine göre soyut bir yapıda olmasıdır. Bu çalışmada da, matematik başarı düzeyleri birbirinden farklı olan sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma süreçleri izlenerek ve bilgi oluşturma süreçlerinden yola çıkarak gelecekteki öğretim etkinlikleri için önerilerde bulunmak amaçlanmıştır. Çalışma amacına uygun olması sebebiyle, 2001'den bu yana üzerinde çalışmalar yapılan ve soyutlamanın bir aracı haline gelen RBC teorisi referans alınmıştır.

Matematikte soyutlama yapmaya en uygun konulardan biri de özdeşliklerdir. Öğrenciler, özdeşlikler konusuyla ilk olarak 8. sınıfta karşılaşmaktadırlar. Bu aşamadan sonra bu konu 9. sınıfta parçalı fonksiyon kavramını öğrenmenin temellerini atmaktadır. Ayrıca yenilenen matematik programı ile birlikte, özdeşliklerin modelle açıklanmasının kazanım olarak verildiği hatırlanırsa, kullanılacak model öğrencide matematiksel bir kavram oluşturmalı ve öğrenci matematiği kullanarak yeni bir bilgiyi kendisi inşa edebilmelidir (Koylahisar, 2012). Bu çalışma öğrencilerin ilk defa sekizinci sınıfta karşılaştıkları özdeşlik kavramını öğrenme sürecindeki iletişimlerini, düşünme tekniklerini, bilgiye ulaşma çabalarını, çalışmalarını matematiksel anlamda nasıl ifade ettiklerini açığa çıkarması açısından önemlidir. Araştırmada "Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma süreçleri nasıl gelişmektedir?" sorusuna cevap aranmıştır.

2. YÖNTEM

Araştırmada, sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi için nitel araştırma modellerinden durum çalışması kullanılmıştır. Genellikle durum çalışması 'neden' veya 'nasıl' sorularına cevap arandığında tercih edilen yöntem olup bazı gerçek hayata ilişkin içeriklerde güncel fenomenlere odaklanıldığında kullanılmaktadır (Yin, 2003).

2.1. Çalışma Grubu

Araştırmada 2014-2015 eğitim-öğretim yılında, Eskişehir ili Sarıcakaya ilçesine bağlı bir devlet okulunda eğitim öğretim gören sekizinci sınıf A, B ve C şubelerinden toplam 7 kız, 5 erkek öğrenci ile çalışılmıştır. Bu öğrencilerden üç kız öğrenci ile ise; pilot uygulamada çalışılmıştır. Durum çalışması katılımcıları, yedinci sınıf yılsonu matematik dersi not ortalaması ve matematik derslerine giren matematik öğretmenlerinin görüşleri alınarak seçilmiştir. Bu kriterlere göre matematik ders başarısı yönünden 3 zayıf, 3 orta ve 3 iyi öğrenci seçilmiştir. Pilot uygulama için, matematik ders başarısı yönünden 1 zayıf, 1 orta ve 1 iyi öğrenci seçilmiştir. Gruplar başarı düzeylerine göre zayıf, orta ve iyi olmak üzere oluşturulmuştur. Katılımcılar, amaçlı örneklemenin maksimum çeşitlilik yöntemine göre belirlenmiştir. Uygun kriterlere göre oluşturulan çalışma grubuna ilişkin bilgiler aşağıdaki gibidir.

Tablo 1. Araştırmaya katılan öğrenci gruplarına ilişkin bilgiler

Başarı Düzeyi Adı		Katılımcı Adları
Düşük		Ö4, Ö5, Ö6
Orta		Ö7, Ö8, Ö9
İyi		Ö10, Ö11, Ö12
Toplam	3	9

2.2. Veri Toplama Araçları

Durum çalışması yönteminin veri toplama teknikleri; belgeler, arşivsel kayıtlar, görüşmeler, doğrudan gözlem ve fiziksel katılımdır. Bunların dışında ise; görüntüler, fotoğraflar, belgeseller, filmler, video kayıtları ve gerçek yaşam öyküleri ile de veri toplanabilmektedir. Çalışmada ne kadar çok teknik kullanılırsa çalışma o kadar başarılı ve yansız olmaktadır. Bu araştırmada kullanılan veri toplama araçları ise; katılımcıların etkinliklerde verdikleri yazılı dokümanlar, araştırmacının aldığı notlar ve video kayıtlarıdır.

Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi amacıyla üç farklı etkinlik hazırlanmıştır. Hazırlanan etkinlikler alan eğitimi uzmanları tarafından incelenerek ve pilot uygulamada kullanılarak, geçerlik ve güvenirlik sağlanmıştır. $(x-y)^2$ özdeşliğini oluşturma amacıyla hazırlanan etkinlikte “Yakın bir arkadaşınıza kendi yaptığınız kutunun dış yüzeyini desenli kağıtlarla kaplayarak hediye etmek istiyorsunuz. Bunun için desenli kağıt satın almak istediniz. Satıcı ise çok pahalı olması sebebiyle istediğiniz kağıtlardan sadece kare kağıt kesip verebileceğini söylüyor. Ayrıca satın alacağımız karenin alanının matematiksel denklemini oluşturmamız halinde indirim uygulayacağını söylüyor. Bu koşullar altında en uygun alışverişi nasıl yapabiliriz?” problemi üzerinde durulmuştur. x^2-y^2 özdeşliğini oluşturma amacıyla hazırlanan etkinlikte “Yakın bir arkadaşınıza kendi yaptığınız kutunun dış yüzeyini desenli kağıtlarla kaplayarak hediye etmek istiyorsunuz. Bunun için desenli kağıt satın almak istediniz. Satıcı ise çok pahalı olması sebebiyle istediğiniz kağıtlardan sadece kare kağıt kesip verebileceğini söylüyor. Bu kare kağıdı keserken tam köşesinden kare şeklinde bir parçayı yanlışlıkla kesiyor ve satın alacağımız bu şeklin alanının matematiksel denklemini oluşturmamız halinde indirim uygulayacağını söylüyor. Bu koşullar altında en uygun alışverişi nasıl yapabiliriz?” problemi üzerinde durulmuştur. $(x+y)^2$ özdeşliğini oluşturma amacıyla hazırlanan etkinlikte “Verilen dikdörtgen şeklinde görülen 4x5 m^2 lik duvarın ortasındaki A noktasından başlamak üzere zıt yönlere doğru iki tur yürüyen iki karıncadan biri 120 cm, diğeri 50 cm yol alıyor. Bu karıncalar, her bir dakika sonunda sola doğru 90^0 lik açı ile dönerek A noktasına geldiklerinde bir tur yapmış oluyorlar. Her iki karınca geldikleri istikamet doğrultusunda tekrar yollarına devam ederken ikinci turun her bir dakikası sonunda karşılıklı olarak hızlarını değiştirerek A noktasına geldiklerinde ikinci turu tamamlamış oluyorlar. İki tur sonunda her iki elde edilen geometrik şekillerin her birinin alanlarını hem sayısal hem de x ve y cinsinden hesaplayınız. Karıncaların iki tur sonunda oluşturdukları geometrik şekillerin toplam alanını hem sayısal hem de x ve y cinsinden hesaplayınız.” problemi üzerinde durulmuştur (Akın, Harman & Gönen, 2010). Çalışma esnasında video kayıt tekniği de kullanılarak katılımcıların uygulama esnasında gözlemlenemeyen davranışlarını inceleme fırsatı da bulunmuştur.

2.3. Veri Analizi

Çalışma grubu ile gerçekleştirilen etkinliklerin video kayıtları yazılı metne çevrilmiştir. Verilerde kullanılan, videodan dönüştürülen metinler de sunulmuştur. Bu kaynaklardan elde edilen verilerden faydalanılarak öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin betimsel analizi yapılmıştır. Ancak yapılan analizin derinliğine göre veri analizini iki grupta incelemek mümkündür; betimsel analiz ve içerik analizi (Yıldırım & Şimşek, 2008). Bununla birlikte, elde edilen veriler arasında neden-sonuç ilişkileri incelenerek bu süreçte meydana gelen soyutlamaların ortaya çıkarılabilmesi hedeflendiği için betimsel analize ihtiyaç duyulmuştur. Bu bilişsel analiz sürecinde öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini incelemede RBC+C modeli analitik araç olarak kullanılmıştır. Çalışmada başarı seviyelerine göre oluşturulan üç kişilik gruplarca, çalışmada bulunan öğrencilerin verileri tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri özelliklerine göre incelenmiştir.

3. BULGULAR

Bu bölümde çalışma grubu ile gerçekleştirilen etkinliklerden elde edilen bulgulara ve yorumlara yer verilmiştir.

1. Etkinlik ve sonuçları ($(x+y)^2$ özdeşliğini oluşturma)

Ö4, Ö5 ve Ö6 adlı öğrenciler ile gerçekleştirilen etkinliğin sonuçları

Araştırmacı: Karenin alanını nasıl hesaplıyoruz?
Ö4: 2.
Ö5: Şey…
Ö6: Çarpıyoruz.
Araştırmacı: Neleri çarpıyoruz?
Ö4: 2 kenarı.

Alan hesaplama konusunda ciddi olmamakla birlikte küçük eksiklikler sezilmiştir. Fakat grup çalışması ile fikir alışverişi sayesinde hatırlanmıştır.

Araştırmacı: Tamam şimdi bu oluşturduğumuz karenin bir kenarı ne kadar?
Ö4: x.
Araştırmacı: x ile y'yi çarpacağız mı?
Ö4 ve Ö6: Toplayacağız.
Araştırmacı: Yazalım.
Ö4: x + y.

Sayısal olarak karenin bir kenarını hesaplarken görüş ayrılıkları çıkmamasına rağmen, cebirsel ifadelerle işlem yaparken doğruya ipuçları ile ulaşılmıştır. Dolayısıyla katılımcıların cebirsel ifadeler konusunda da bilgi eksikliklerinin olduğu söylenebilmektedir. Sayısal değerleri kullanarak izlenen çözüm yolu, cebirsel ifadelerle işlem yapılırken kullanılamamıştır.

Cebirsel ifadelerle işlem konusundaki eksiklikler yine kendini göstermiştir. Katılımcıların sayısal değerleri kullanarak ulaştıkları çözüm yolunu, cebirsel ifadelerle işlem yaparken kullanamadıkları görülmüştür. Katılımcıların yalnızca geometrik şekilleri ve özelliklerini tanıdıkları görülmüştür. Öğrencilerin birinci etkinlik için kullanma, oluşturma ve pekiştirme aşamalarına ulaşamadıkları söylenebilir.

Ö7, Ö8 ve Ö9 adlı öğrenciler ile gerçekleştirilen etkinliğin sonuçları

Araştırmacı: Alanını nasıl bulacağız?
Ö7: Yükseklik çarpı taban.
Ö8: Bir kenarıyla bir kenarı…
Ö9: Kısa kenarıyla uzun kenar.

Ö7, Ö8 ve Ö9 adlı katılımcıların alan bilgilerinin yeterli olduğu söylenebilmektedir. Yani bu öğrenciler alan konusunda RBC+C modeline göre pekiştirme basamağında bulunmaktadırlar.

Araştırmacı: Kenarı x + y olan bu karenin alanını bulmak istersek ne yapmamız lazım?
Ö7: x + y üzeri 2.
Ö9: x + y'nin karesi.
Araştırmacı: Yazalım.
Ö9: (Parantez içerisinde yazdı.)

Cebirsel ifadelerle ilgili eksik bilgilerin bulunması sebebiyle süreç içerisindeki toplama ve çarpma işlemleri doğru olarak yapılamamıştır, bu da katılımcılar tarafından bu konunun pekişmediğini göstermektedir. Katılımcıların sayısal değerleri kullanarak hemen çözüme ulaştığı etkinlikte, cebirsel ifadenin özdeşinin bulunması istendiğinde aynı performansı sergileyemedikleri görülmüştür. 1. etkinlik için Ö7, Ö8 ve Ö9 adlı katılımcıların aynı çözüm yolunu ikinci aşamada kullanamadıkları görülmüştür ki henüz RBC+C modelinin kullanma aşamasına ulaşılamamıştır.

Ö10, Ö11 ve Ö12 adlı öğrenciler ile gerçekleştirilen etkinliğin sonuçları

Katılımcıların alan bilgileri gibi cebirsel ifadelerle işlemler bilgilerinin de yeterli olmadığı söylenebilir. Aynı zamanda sayısal değerleri kullanarak ulaştıkları çözüm yolunu cebirsel ifadelerle işlemler yaparken de kullanabilmişlerdir. Dolayısıyla kullanma basamağına ulaştıkları söylenebilir.

Tablo 2. Birinci etkinliğin RBC+C modeline göre incelenmesi

Basamaklar	Çalışma Grubu	Verilen Örnekler	Olası Gerekçeler
R (Recognizing)	Ö4, Ö5, Ö6	"Bir kenarı ile bir kenarı çarpılır."	Kare ve dikdörtgen alanları tüm katılımcılar tarafından tanınmaktadır.
	Ö7, Ö8, Ö9	"Bir kenarıyla diğer kenarını çarpıyoruz."	
	Ö10, Ö11, Ö12	"İki kenarı çarpacağız."	
B (Building)	Ö4, Ö5, Ö6	"2x + 2y."	Alan bilgisi doğru şekilde katılımcılar tarafından kullanılamamıştır.
	Ö7, Ö8, Ö9	"x + y'nin karesi."	Alan bilgisi katılımcılar tarafından uygun şekilde kullanılmıştır.
	Ö10, Ö11, Ö12	"$(x + y)^2$."	
C (Constructing)	Ö4, Ö5, Ö6	"$yx + y^2 + yx$"	Veriler toplanmış fakat cebirsel ifadeler konusu pekişmediğinden istenen özdeşlik tam olarak oluşturulamamıştır.
	Ö7, Ö8, Ö9	"$x^2 + yx + yx$ …"	
	Ö10, Ö11, Ö12	"$x^2 + 2yx + y^2$"	Özdeşlik oluşturulmuştur.
+C (Consolidation)	Ö4, Ö5, Ö6	"2x + 2y."	Alan kavramı pekişmemiştir.
	Ö7, Ö8, Ö9	"$x^2 + yx + yx$ …"	Alan kavramının pekişmesine rağmen cebirsel ifadeler kavramının pekişmediği görülmektedir.
	Ö10, Ö11, Ö12	"$x^2 + 2yx + y^2$	Alan ve cebirsel ifadeler konuları pekişmiştir.

Matematik ders başarısı düşük olan katılımcıların sayısal değerleri kullanarak izledikleri çözüm yolunu, cebirsel ifadelerle işlem yaparken kullanamadıkları görülmüştür. Denklem kurma, alan ve cebirsel ifadeler konularında bilgi eksikliklerinin olduğu bu sebeple özdeşliği oluşturamadıkları söylenebilir. Öğrencilerin birinci etkinlik için kullanma, oluşturma ve pekiştirme aşamalarına ulaşamadıkları görülmektedir.

Katılımcılardan matematik ders başarısı orta olanlar, sayısal değerleri kullanarak hemen çözüme ulaştığı etkinlikte, cebirsel ifadenin özdeşinin bulunması istendiğinde aynı performansı sergileyemedikleri görülmüştür. Bu öğrencilerin alan konusunda yeterli olmasına rağmen cebirsel ifadelerle işlem ve denklem kurma konularında yeterli olmadıkları söylenebilir. Birinci etkinlikte Ö7, Ö8 ve Ö9 adlı katılımcıların aynı çözüm yolunu ikinci aşamada kullanamadıkları görülmüştür ki henüz RBC+C modelinin kullanma aşamasına ulaşılamamıştır.

Matematik ders başarısı iyi olan katılımcıların birinci özdeşliği oluşturabildikleri gözlenmiştir. Buna göre katılımcıların alan bilgileri gibi cebirsel ifadelerle işlemler bilgilerinin de yeterli olduğu söylenebilir. Aynı zamanda sayısal değerleri kullanarak ulaştıkları çözüm yolunu cebirsel ifadelerle işlemler yaparken de aktarabilmişlerdir. Dolayısıyla kullanma basamağına ulaştıkları söylenebilir.

2. Etkinlik ve sonuçları ($(x\text{-}y)^2$ özdeşliğini oluşturma)

Ö4, Ö5 ve Ö6 adlı öğrenciler ile gerçekleştirilen etkinliğin sonuçları

Araştırmacı: Çok güzel. Peki biz $x - y$*'nin karesinin neye eşit olduğunu bulabilir miyiz?*
Ö6: Nasıl bulacağız ki?
Birinci etkinlikte ki süreç hiçbir katılımcının aklına gelmemiştir. Yine alanlar yardımıyla bilinmeyen $(x\text{-}y)^2$ *ifadesinin özdeşini bulmayı düşünememişlerdir. Yine araştırmacı ipuçları vermeye çalışmıştır.*
Araştırmacı: x çarpı y ile x çarpı y'yi topladığımıza x çarpı y'nin karesi mi olur?
Ö6: Aaa yok yok. 2 x çarpı y oluyor.

Bir önceki etkinlikte aynı ifadelerle aynı işlemler yapılmasına rağmen yine aynı yanlış sonuçlar bulunmuştur. Bu da cebirsel ifadeler konusunun pekişmediği, hatta henüz kullanma ve oluşturma basamaklarına ulaşılamadığı söylenebilmektedir.

İpuçları ile istenen sonuca tam olarak olmasa da ulaşılmıştır. Bilinenlerden yola çıkarak bilinmeyene ulaşma diye adlandırılan denklem konusundaki ciddi eksiklikler göze çarpmaktadır. Denklem konusunun Ö4, Ö5 ve Ö6 adlı öğrenciler tarafından pekişmediği söylenebilir. Öğrencilerin 1. etkinlik ile bu etkinlik arasında ilişki kuramadıkları, 1. etkinlikteki sürecin tersini kullanması gerektiğini kavrayamadığı anlaşılmaktadır. Dolayısıyla 1. etkinlikteki özdeşlik bulma süreci bu etkinliğe uyarlanamamıştır. Yani bu özdeşlik için oluşturma ve kullanma basamakları söz konusu değildir.

Ö7, Ö8 ve Ö9 adlı öğrenciler ile gerçekleştirilen etkinliğin sonuçları

Bu etkinlikte katılımcılardan özdeşliği bulmak için bir önceki etkinlikle bağlantı kurmaları istenmiş, kendi aralarında fikir alışverişleri ile uygun çözüm yolunu keşfetmeleri sağlanmıştır. Bir önceki etkinlikte izlenen çözüm yolu 2. etkinliğe uyarlanmıştır. Ö7, Ö8 ve Ö9 adlı katılımcılar, bu etkinlikte özdeşlik bulunurken kullanma basamağına ulaşmışlardır.

Ö10, Ö11 ve Ö12 adlı öğrenciler ile gerçekleştirilen etkinliğin sonuçları

Birinci etkinlikteki özdeşlik bulma işlemi katılımcılara yol göstermiştir. İlk etkinlikten hareketle 2. etkinlikteki özdeşlik katılımcılar tarafından oluşturulmuştur.

Tablo 3. İkinci etkinliğin RBC+C modeline göre incelenmesi

Basamaklar	Çalışma Grubu	Verilen Örnekler	Olası Gerekçeler
R (Recognizing)	Ö4, Ö5, Ö6	"x - y mi?"	Cebirsel ifadelerle çıkarma işlemi tanınmaktadır.
	Ö7, Ö8, Ö9	"x - y çünkü x'ten y'yi çıkaracağız."	
	Ö10, Ö11, Ö12	"evet. x - y."	
B (Building)	Ö4, Ö5, Ö6	"x – y'nin karesi işte."	Alan bilgisi cebirsel ifadelerde rahatlıkla kullanılmıştır.
	Ö7, Ö8, Ö9	"x – y'nin karesi."	
	Ö10, Ö11, Ö12	"$(x\text{-}y)^2$"	
C (Constructing)	Ö4, Ö5, Ö6	"x^2 - 2xy- y^2"	Parantez sembolü doğru şekilde işleme entegre edilemediğinden istenen özdeşlik doğru şekilde oluşturulamamıştır.
	Ö7, Ö8, Ö9	"$x^2 -(2xy - y^2)$"	
	Ö10, Ö11, Ö12	"x^2 - 2xy + y^2"	Özdeşlik oluşturulmuştur.
+C (Consolidation)	Ö4, Ö5, Ö6	"x^2 - 2xy- y^2"	Alan kavramı pekişmiş; fakat cebirsel ifadeler hala pekişmemiştir.
	Ö7, Ö8, Ö9	"$x^2 -(2xy - y^2)$"	
	Ö10, Ö11, Ö12	"$x^2 -(2xy - y^2)$"	Cebirsel ifadeler ve alan konuları pekişmiştir.

Matematik ders başarısı düşük olan öğrencilerin birinci etkinlik ile ikinci etkinlik arasında ilişki kuramadıkları, birinci etkinlikteki sürecin tersini kullanması gerektiğini kavrayamadığı anlaşılmaktadır. Dolayısıyla birinci etkinlikteki özdeşlik bulma süreci bu etkinliğe uyarlanamamıştır. Yani bu özdeşlik için kullanma ve oluşturma basamakları söz konusu değildir.

Bu etkinlikte katılımcılardan matematik ders başarısı orta olanlar, özdeşliği bulmak için bir önceki etkinlikle bağlantı kurabilmiş, kendi aralarında fikir alışverişleri ile uygun çözüm yolunu keşfetmişlerdir. Bir önceki etkinlikte izlenen çözüm yolu 2. etkinliğe uyarlanmıştır. Ö7, Ö8 ve Ö9 adlı katılımcılar bu etkinlikte özdeşlik bulunurken kullanma basamağına ulaşmışlardır. Matematik ders başarısı iyi olan katılımcılar için birinci etkinlikteki özdeşlik bulma işlemi katılımcılara yol göstermiş ve katılımcılar ilk etkinlikten hareketle 2. etkinlikteki özdeşliği oluşturabilmişlerdir.

3. Etkinlik ve sonuçları (x^2-y^2 özdeşliğini oluşturma)

Ö4, Ö5 ve Ö6 adlı öğrenciler ile gerçekleştirilen etkinliğin sonuçları

Araştırmacı: Parantez yapmazsak ne olur? y ile x i çarparız onu da x den çıkarırız, sonra da y ekleriz demek olur değil mi?

Bu etkinlik, Ö4, Ö5 ve Ö6 adlı öğrencilerin en kolay çözüme ulaştıkları etkinlik olmuştur. 1. etkinlikten sonra, cebir karolarıyla yeni bir şekil inşa etme süreci hızlanmıştır. Şekli doğru şekilde oluşturmaları cebir karoları kullanımı adına oluşturma basamağına örnek verilebilmektedir. 1. ve 2. etkinliklerde istenen ifadelerin özdeşi bulunduğundan, son etkinlikte iki kare farkının özdeşi hızlı bir şekilde bulunmuştur. Bu etkinlikte katılımcılar, ilk iki etkinlikteki süreci kavrayarak iki kare farkı özdeşliğini kolaylıkla oluşturabilmişlerdir.

Ö7, Ö8 ve Ö9 adlı öğrenciler ile gerçekleştirilen etkinliğin sonuçları

Araştırmacı: Yani x2 – y2' nin özdeşi neymiş?
Ö7: (x – y) . (x + y).

Eldeki geometrik şekiller kullanılarak yeni geometrik şekil başarıyla oluşturulmuştur. Son etkinlik diğer etkinliklere nazaran daha hızlı ve daha doğru şekilde tamamlanmıştır. Yani ilk iki etkinlik bu etkinlikte yol gösterici olmuştur. İlk iki etkinlikte öğrenilen yöntemler burada rahatlıkla kullanılmıştır. Küçük birkaç ipucu sayesinde son özdeşlik katılımcılar tarafından oluşturulmuştur.

Ö10, Ö11 ve Ö12 adlı öğrenciler ile gerçekleştirilen etkinliğin sonuçları

İlk iki etkinlikteki özdeşlik bulma işlemi katılımcılara yol göstermiştir. Bu etkinliklerden hareketle son etkinlikteki özdeşlik katılımcılar tarafından oluşturulmuştur.

Tablo 4. Üçüncü etkinliğin RBC+C modeline göre incelenmesi

Basamaklar	Çalışma Grubu	Verilen Örnekler	Olası Gerekçeler
	Ö4, Ö5, Ö6		Kare ve dikdörtgen alanları tüm katılımcılar tarafından tanınmaktadır.
R (Recognizing)	Ö7, Ö8, Ö9	“x^2, y^2, x . y .”	
	Ö10, Ö11, Ö12		
	Ö4, Ö5, Ö6	“Kısa kenarıyla uzun kenarı çarpılır.”	Alan bilgisi doğru yerlerde doğru şekillerde katılımcılar tarafından kullanılmıştır
B (Building)	Ö7, Ö8, Ö9	“Kısa kenarı ile uzun kenar çarpılır.”	
	Ö10, Ö11, Ö12	“Uzun kenar çarpı kısa kenar.”	
	Ö4, Ö5, Ö6		Özdeşlik oluşturulmuştur.
C (Constructing)	Ö7, Ö8, Ö9	“(x-y) . (x+y)”	
	Ö10, Ö11, Ö12		
+C (Consolidation)	Katılımcıların hepsi	“x^2, y^2, x . y .”	Alan ve cebirsel ifadeler pekişmiştir.

Matematik ders başarısı düşük olan katılımcıların şekli doğru şekilde oluşturmaları cebir karoları kullanımı adına oluşturma basamağına örnek verilebilmektedir. Birinci ve ikinci etkinliklerde istenen ifadelerin özdeşi bulunduğundan, son etkinlikte iki kare farkının özdeşi seri bir şekilde bulunmuştur. Bu etkinlikte katılımcılar, ilk iki etkinlikteki süreci kavrayarak iki kare farkı özdeşliğini oluşturabilmişlerdir.

Eldeki geometrik şekiller kullanılarak yeni geometrik şekil matematik ders başarısı orta olan katılımcılar tarafından başarıyla oluşturulmuştur. Son etkinlik diğer etkinliklere nazaran daha hızlı ve daha doğru şekilde tamamlanmıştır. Yani ilk iki etkinlik bu etkinlikte yol gösterici olmuştur. İlk iki etkinlikte öğrenilen yöntemler burada rahatlıkla kullanılmıştır. Küçük birkaç ipucu sayesinde son özdeşlik katılımcılar tarafından oluşturulmuştur.

İlk iki etkinlikteki özdeşlik bulma işlemi matematik ders başarısı iyi olan katılımcılara yol göstermiştir. Bu etkinliklerden hareketle son etkinlikteki özdeşlik katılımcılar tarafından kolaylıkla oluşturulmuştur.

4. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmanın temel hedefi; *özdeşlik* kavramı ile ilgili hiçbir ön bilgiye sahip olmayan 8. sınıf öğrencilerinin matematik dersi başarı düzeylerine göre bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesidir.

Matematik dersi başarı düzeyi düşük olan gruptaki katılımcıların alan bilgilerindeki ve cebirsel ifadelerle işlem konusundaki bilgi eksiklikleri bu konunun pekişmediğini göstermektedir. Özdeşliklerin açılımında kenar uzunluğu ile alan arası ilişkinin kavranabilmesi için öncelikle alan korunumunun kavranmış olması gerekmektedir (Koylahisar, 2012).

Matematik ders başarısı düşük olan katılımcıların 1. etkinlikte $(x+y)^2$ özdeşliğini oluşturmaları istendiğinde, sayısal değerleri kullanarak izledikleri çözüm yolunu, cebirsel ifadelerle işlem yaparken kullanamadıkları görülmüştür. Benzer şekilde Yılmaz (2011) tarafından yürütülen çalışmada soyutlama süreci içinde ortaya çıkan sonuçlardan birisi de bazı katılımcıların cebirsel işlemlerde ve formüllerdeki eksiklikleri olmuştur. Bu sonuç Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus'un (2001) soyutlamanın, çözümle uğraşan kişinin, kişisel geçmişine dayandığı vurgusu ile örtüşmektedir.

Matematik başarısı düşük olan öğrencilerin birinci etkinlik için kullanma, oluşturma ve pekiştirme aşamalarına ulaşamadıkları görülmektedir. Benzer şekilde Yeşildere ve Türnüklü (2008) tarafından yapılan çalışmada bilgi oluşturma süreçleri incelenen matematiksel gücü düşük olan öğrencilerden hiçbiri kullanma ve oluşturma eylemlerini gerçekleştirememiştir. Matematik başarı düzeyi düşük olan katılımcıların denklem konusundaki ciddi eksiklikleri göze çarpmaktadır. Fakat matematik başarısı yüksek olan grubun denklem konusunu pekiştirdiği 1. etkinlikteki süreçten görülmektedir. Nitekim Ayanoğlu'na (2012) göre, başarılı öğrenciler yaptıkları şeylerde daha çok aktif olurlar ve daha çok açıklama yaparlar; başarısız öğrenciler, yaptıkları şeyleri kısa bir şekilde açıklarlar ve nadiren bunları sınıflarlar. Akay (2006) da başarısız öğrencilerin parçaları analiz etme çabası göstermediklerini ifade etmektedir. Matematik dersi başarı düzeyi orta olan katılımcıların alan bilgilerinin yeterli olduğu söylenebilir. Yani bu öğrenciler alan konusunda RBC+C modeline göre pekiştirme basamağında bulunmaktadırlar. Fakat cebirsel ifadeler konusunda bilgi eksiklikleri olduğu anlaşılmıştır. Katılımcıların sayısal değerleri kullanarak hemen çözüme ulaştığı etkinlikte, cebirsel ifadenin özdeşinin bulunması istendiğinde aynı performansı sergileyemedikleri görülmüştür. 1. etkinlik için Ö7, Ö8 ve Ö9 adlı katılımcıların aynı çözüm yolunu ikinci aşamada kullanamadıkları görülmüştür ki henüz RBC+C modelinin kullanma aşamasına ulaşılamamıştır.

Ö7, Ö8 ve Ö9 adlı katılımcılar 2. etkinlikte özdeşlik bulunurken kullanma basamağına ulaşmışlardır. Aynı seviye 3. etkinlik için de geçerlidir. Bu etkinlikte de kullanma basamağı söz konusudur. Kullanma eylemi, öğrenciye ipucu verilmesi gibi bir kaynağın öğrenciye hatırlatılması ile de gerçekleşebilir (Hershkowitz, ve ark., 2001). Yeşildere ve Türnüklü (2008) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin verilen ipucunu değerlendirerek çözümlerine yön vermeleri noktasında farklılık gösterdikleri gözlemlenmiştir ki matematiksel gücü yüksek olan öğrenciler ipuçlarını kullanarak hatalarını fark etmekte ya da çözümlerini ilerletmekteyken; ipuçlarını fark ederek kullanma matematiksel gücü düşük olan öğrencilerde gözlemlenmemiştir. Bu durumun nedeni öğrencilerin ipucunu yakalamalarını sağlayacak yapılara sahip olmamaları veya söz konusu yapıları yanlış oluşturmuş olmalarından ötürü tanımamaları olabilir.

Matematik dersi başarı düzeyi yüksek olan katılımcıların alan bilgileri gibi cebirsel ifadelerle işlemler bilgilerinin de pekiştiği söylenebilir. Benzer şekilde ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin olasılık bilgisini oluşturma ve pekiştirme sürecinin Katrancı ve Altun (2013) tarafından incelendiği çalışmada, matematik başarısı yüksek olan katılımcılar olasılık konusu ile ilgili soyutlanması beklenen bilgi yapılarının basitten karmaşığa doğru birçok formunu üretmişlerdir. Dolayısıyla, olasılık konusu ile ilgili bilgi yapılarında bir derinleşme (Dreyfus ve ark., 2006) olduğu söylenebilir. Aynı şekilde Altun ve Yılmaz (2010) tarafından yapılan çalışmada, başarı seviyesi yüksek olan çalışma grubu parçalı fonksiyonların basitten karmaşığa giden birçok şeklini üretmeyi başarmışlardır.

Matematik dersi başarı düzeyi yüksek olan grubun sayısal değerleri kullanarak izledikleri çözüm yolunu cebirsel ifadelerle işlemler yaparken de kullanabildikleri görülmüştür. Dolayısıyla kullanma basamağına ulaştıkları söylenebilir. Nitekim Ayanoğlu (2012) çalışmasında, matematik başarısı yüksek olan katılımcıların birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik grafiği bilgisi oluşturma sürecinde daha hızlı yol aldığını ve oluşturma basamağına giden yoldaki tanıma ve kullanma basamağındaki eksikliklerini diğer grup üyelerine nazaran daha hızlı bir şekilde giderdikleri sonucuna ulaşmıştır.

Ayrıca ilk iki etkinlikteki özdeşlik bulma işlemi katılımcılara yol göstermiştir. İlk iki etkinlikten hareketle son etkinlikteki özdeşlik matematik başarı düzeyi farklı olan tüm katılımcılar tarafından oluşturulmuştur. Benzer şekilde Altun ve Memnun (2012) tarafından yapılan araştırma kapsamında yapılan incelemeler sonucunda, matematik konusunda başarılı olan katılımcıların *cebirsel işlemleri* ve bu işlemlerde *kat ilişkisi* ile *tablo bilgisi*ni, *grafik bilgisi*ni *tanıyıp kullandıkları*, *iki bilinmeyenli denklemi oluşturdukları* ve ardından da *pekiştirdikleri* anlaşılmıştır.

Matematik başarı düzeyi birbirinden farklı olan öğrenci grupları ile gerçekleştirilen bu çalışmada öğrencilerin soyutlama basamaklarına ulaşma hızları ve yollarının farklı olduğu görülmüştür. Buna rağmen iletişimin engellenmediği ortamda her öğrencinin bilgi yapılarını artırdığı anlaşılmıştır. Matematik başarısı yüksek olan öğrencilerin süreci diğerlerine göre daha iyi bir şekilde içselleştirdiği, daha hızlı ve pratik şekilde özdeşlik kavramlarını oluşturabildikleri görülmüştür.

Araştırmadan elde edilen bulgulara dayanarak aşağıdaki öneriler geliştirilmiştir:

- ❖ Bu araştırmada çalışma grubunu oluşturan öğrenciler iyi, orta ve düşük matematik başarı düzeylerine sahip öğrencilerdir. Çalışmadaki gruplar daha farklı gruplandırmaları içerecek şekilde yeniden oluşturularak benzer araştırmalar yapılabilir.
- ❖ Bu çalışmada öğrencilerin daha önceden öğrenmedikleri özdeşlik oluşturma süreci incelenmiştir. Çalışmanın devamı niteliğinde yine sekizinci sınıf öğrencilerinin öğrenmedikleri başka bir konu seçilerek bilgi oluşturma süreci incelenebilir.
- ❖ RBC+C modeli kullanılarak sınıf içerisindeki farklı yaklaşımlara göre oluşturulmuş öğrenme-öğretme süreçlerinde öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri gözlemlenerek analiz edilebilir.
- ❖ Öğretmenler hizmet içi eğitimlerle bilgi oluşturma süreçleri konusunda kendilerini geliştirme fırsatı kazanabilirler.

5. KAYNAKÇA

Ahsbahs, B. A. (2004). Towards the emergence of constructing mathematical meanings. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*: *2*, 119-126.

Akın, M.F., Harman A., & Gönen S. (2010). Zıt yönlere doğru hareketten yola çıkılarak benzetim yoluyla özdeşliklerin elde edilmesi. *İlköğretim Online*, 9 (3), 1137- 1147.

Altun, M. (2008). *Matematik öğretimi*. Bursa: Alfa Basım Yayım Dağıtım.

Altun, M., & Yılmaz, A. (2008). Lise öğrencilerinin tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma süreci. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*. *41* (2), 237-271.

Altun, M., & Memnun, D. S. (2012). Rbc+c modeline göre doğrunun denklemi kavramının soyutlanması üzerine bir çalışma: özel bir durum çalışması**.** *Uluslararası Cumhuriyet Eğitim Dergisi*, *1* (1), 17-37.

Dooley, T. (2007). Construction of knowledge by primary pupils: The role of whole-class interaction. In D. Pitta-Pantazi, & G. Philippou (Eds.). *Proceedings of CERME 5* (1658-1668). Larnaca, Cyprus.

Dreyfus, T. (2007). Processes of abstraction in context the nested epistemic actions model, http://escalate.org.il/construction_knowledge/papers/dreyfus.pdf. EBSCO veritabanından 20.06.2008 tarihinde erişilmiştir.

Dreyfus, T., Hadas, N., Hershkowitz R., & Schwarz B. B. (2006). Mechanisms for consolidating knowledge constructs. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*: *2* (465-472). Prague, Czech Republic: Charles University Faculty of Education.

Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2001a). Abstraction in context: the case of peer interaction. *Cognitive Science Quarterly, 1* (3), 307-368.

Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2001b). The construction of abstract knowledge in interaction. In M. Van Den Heuvel-Panhuizen (Eds.), *Proceedings of the 25th Annual Conference for the Psychology of Mathematics Education*: *2*(377-384). Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute.

Dreyfus, T., & Tsamir, P. (2001). Ben's consolidation of knowledge structures about infinite sets. *Journal of Mathematical Behavior*, *23*, 271-300.

Heidegger, M. (1997). *Özdeşlik ve ayrım*. Çev. Necati AÇA. Ankara: Bilim ve Sanat Yayınları.

Hershkowitz, R. (2004). From diversity to inclusion and back: Lenses on learning (Plenary Lecture). In M. J. Hoines, & A. B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *1* (55-68). Bergen, Norway: PME.

Hershkowitz, R., Hadas, N., Dreyfus, T., & Schwarz, B. (2007). Abstracting processes, from individuals' constructing of knowledge to a group's shared knowledge. *Mathematics Education Research*, *19* (2), 41-68.

Hershkowitz, R., Schwarz, B. B., & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in contexts: epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, *32* (2), 195-222.

Işık, C., Albayrak, M., & İpek, S. A. (2005). Matematik öğretiminde kendini gerçekleştirme. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 13* (1), 129-138.

Kidron, I., & Dreyfus, T. (2010). Interacting parallel constructions of knowledge in a CAS. context. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *15*, 129-149.

Koylahisar, T. (2012). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinde özdeşlikleri modelleme becerilerinin incelenmesi: origami ile modellenmesi* (Yüksek lisans tezi). Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun.

MEB, (2009). İlköğretim matematik dersi (6, 7, 8. sınıflar) öğretim programı. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

MEB, (2013). Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7, 8. sınıflar) öğretim programı. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Monaghan, J. & Özmantar, M. F. (2006). Abstraction and consolidation, *Educational Studies in Mathematics*, Springer. EBSCO veritabanından 20.06.2008 tarihinde alınmıştır. Web üzerinde: http://www.springerlink.com/content/c134370723467362/fulltext.pdf.

Olkun, S., & Toluk Uçar, Z. (2007). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Maya Akademi.

Özer, M. N., & Şan İ. (2013). Görselleştirmenin özdeşlik konusu erişisine etkisi. *International Journal of Social Science*, *6* (1), 1275-1294.

Özmantar, M. F. (2004). Scaffolding, abstraction, and emergent goals. In O. McNamara (Eds.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, *24* (2). from http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip24-2/BSRLM-IP- 24-2-14.pdf. adresinden 16.11.2007 tarihinde alınmıştır.

Özmantar, M. F., & Roper, T. (2004). Mathematical abstraction through scaffolding. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*: *3*. (481–488).

Özmantar, M. F. (2005a). *An investigation of the formation of mathematical abstractions through scaffolding* (Yayınlanmamış Doktora Tezi). University of Leeds.

Özmantar, M. F. (2005b). Mathematical Abstraction: A Dialegtical View. In the *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, *25* (2). Retrieved on February 18, 2007 from http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip25-2/BSRLM-IP-25-2-14.pdf.

Özmantar, M. F., & Monaghan, J. (2007). A dialectical approach to the formation of mathematical abstractions. *Mathematics Education Research Journal, 19* (2), 89–112.

Philipp, R. (1992). The many uses of algebraic variables. *The Mathematics Teacher*, *8* (7), 557-561.

Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N. & Hershkowitz, R. (2004). Teacher guidance of knowledge construction. In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*: *Vol. 4*. (pp. 169-176). Bergen, Norway: PME.

Schwarz, B., Hershkowitz, R. & Azmon, S. (2006). The role of the teacher in turning claims to arguments. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*: *5*. (65-72). Prague, Czech Republic: PME.

Sierpinska, A. (1994). *Understanding in mathematics*. London: Falmer.

Şan, İ. (2008). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik konusunun erişilerine görselleştirmenin etkisi* (Yüksek lisans tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Wagner, S. (1983). What are these things called variables? *Mathematics Teacher*, 474-478.

Van Oers, B. (2001). Contextualisation for abstraction. *Cognitive Science Quarterly, 1* (3), 279-305.

Tunalı, Ö. (2010). *Açı kavramının gerçekçi matematik öğretimi ve yapılandırmacı kurama göre öğretiminin karşılaştırılması* (Yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Yenilmez, K., & Şan, İ. (2008). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin özdeşliklerin görsel modellerini tanıma düzeyleri. *Journal of New World Sciences Academy*, *3* (3), 409-418.

Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Yeşildere, S., & Türnüklü, E. B. (2008a). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin matematiksel güçlerine göre incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *21* (2), 485-510.

Yeşildere, S., & Türnüklü, E. B. (2008b). An investigation of the components affecting knowledge construction processes of students with differing mathematical power. *Eurasian of Educational Research (Eğitim Araştırmaları)*, *31*, 151-169.

Yeşildere, S. & Türnüklü, E. B. (2008c). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel soyutlama süreçlerinin incelenmesi: üçgen eşitsizliği örneği. *VIII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi* içinde. Bolu.