



Sinop Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi
Sinop University Journal of Faculty of Education
<https://dergipark.org.tr/tr/pub/suefd>

Geliş/Received: 26.05.2024 Kabul/Accepted: 19.07.2024/ Yayın Tarihi (Published): 30.12.2024
Makalenin Türü: Araştırma Makalesi

İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Teorik Matematiksel Modelleme Bilgisi ve Uygulamadaki Deneyimleri

*Mustafa GÖK**
*Tuğba Yulet YILMAZ***

Öz

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının teorik anlamda matematiksel modelleme sürecine ilişkin bilgilerini ortaya çıkarmak ve bir uygulamada bunu kullanma durumlarını incelemektir. Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme ve süreçlerine ilişkin davranışları kendi koşulları içinde detaylı bir şekilde analiz edildiği için araştırmada durum çalışması deseni kullanılmıştır. Araştırmanın katılımcıları, Doğu Anadolu Bölgesindeki bir üniversitenin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde okuyan ve Matematik Öğretiminde Modelleme dersini alan 44 öğretmen adayından meydana gelmektedir. Veriler öğretmen adaylarının modelleme süreçleri bilgisini ve bunun uygulamasını içeren yapılandırılmış bir araştırma formu ile toplanmıştır. Öğretmen adaylarının sunmuş oldukları çözümlerin analizinde, içerik analizinden yararlanılmıştır. Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının teorik anlamda matematiksel modelleme süreçlerine ilişkin bilgilerinin yeterli olmasına rağmen pratikte modelleme yeterliliklerinin bazılarında zorluklar yaşadıklarını göstermektedir. Öğretmen adayları matematiksel modelleme yeterliliklerinin döngüsel olduğunu bilmelerine rağmen bunu pratikte kullanamamıştır. Ayrıca matematiksel modelleme yeterliliklerinden en çok zorlandıkları yeterlilik elde edilen sonuçları gerçek yaşamda doğrulama şeklinde ortaya çıkmıştır. Matematiksel modellemenin bir problem çözme kültürü olarak okul matematiğine entegre edilmesi önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel modelleme, problem çözme, teori ve pratik ikilemi, öğretmen adayı.

Pre-Service Elementary Mathematics Teachers' Theoretical Mathematical Modeling Knowledge and Practical Experiences

Abstract

This research aims to reveal pre-service teachers' theoretical knowledge of the mathematical modeling process and examine their use of it in practice. Since the behaviors of pre-service teachers regarding mathematical modeling and its processes were analyzed in detail within their conditions, a case study design was used in the research. The study sample consists of 44 pre-service teachers studying in the elementary mathematics teaching program of a university in the Eastern Anatolia Region and taking the Modeling in Mathematics Teaching course. The data were collected through a structured research form containing information about the pre-service

* Dr. Öğr. Üyesi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Van, mustafagok@yyu.edu.tr, 0000-0001-9349-4078

** Dr. Öğr. Üyesi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Van, tugbayuletyilmaz@yyu.edu.tr, 0000-0003-2872-4062

teachers' modeling process knowledge and its application. The content analysis method was used to analyze the solutions presented by the pre-service teachers. The research findings show that although pre-service teachers have sufficient theoretical knowledge about the mathematical modeling processes, they have difficulties with some of their practice modeling competencies. Although pre-service teachers know that mathematical modeling competencies are cyclical, they cannot use them in practice. Moreover, the most significant competency they struggle with is verifying the results obtained in real life. Mathematical modeling should be included in school mathematics as a problem-solving culture.

Keywords: Mathematical modeling, problem solving, theory and practice dilemma, pre-service teachers.

Giriş

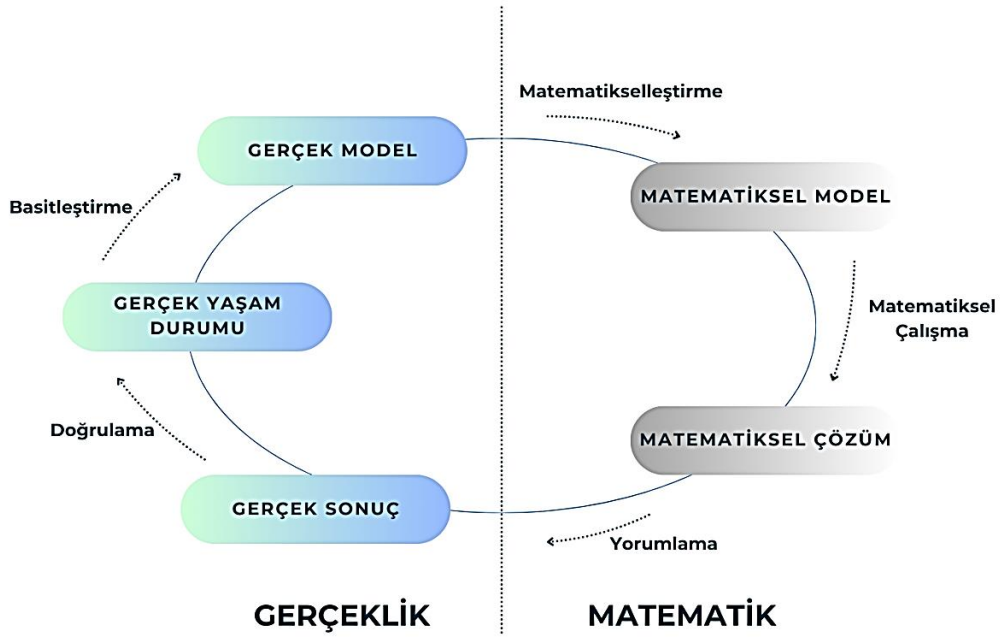
Matematiği gerçek yaşam durumlarıyla ilişkilendirmenin uzun zamandır matematik öğretiminin merkezinde yer aldığı söylenebilir. Nitekim bireylerin okul yaşamlarında öğrendikleri matematiği gerçek yaşama transfer edebilmeleri, günümüz dünyanın karmaşık problemlerini çözmeye matematiği kullanabilmeleri ve matematiğin gerçek yaşamdaki işlevini görüp matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmeleri matematik öğretiminin amaçlarına hizmet etmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2024). Matematiksel modelleme ilköğretimden üniversiteye kadar tüm eğitim kademelerinde matematik dünyası ile matematiğin dışındaki dünya arasında bağ kurulması (Pollak, 1979), matematiksel kavramların gerçek yaşamın pratik gereksinimlerini karşılaması ve gerçek yaşam problemlerinin matematik aracılığıyla yorumlanması noktasında önemli rol oynamaktadır.

Genel olarak matematik eğitimi araştırmalarında matematiksel modellemenin tanımı üzerine görüş birliğinin olmadığı söylenebilir. Gravemajer (2002)'e göre matematiksel modelleme, gerçek yaşam problemlerinin görünüşünden ziyade işleyiş yapısına odaklanılarak, bu problemlerin sembolik matematik diline transfer edilmesidir. Niss vd. (2007) matematiksel modellemeyi bir durumu kavrayarak ve sadeleştirerek gerçeklik ve matematik arasında etkileşimli alt boyutları bulunan döngüsel süreç olarak tanımlamaktadır. Benzer şekilde Bukova-Güzel vd. (2016) matematiksel modelleme sürecinin matematik ile günlük yaşam arasında bağ kurulan, günlük yaşamdaki problematik bir olgunun açıklandığı, tartışıldığı ve yorumlandığı bir süreç olduğunu belirtmektedir.

Alan yazında matematiksel modelleme sürecini farklı adımları olan farklı döngülerle açıklayan araştırmacılar mevcuttur. Örneğin Lesh ve Doerr (2003) matematiksel modellemeyi tanımlama, uygulama, tahmin etme ve doğrulama içeren gerçek yaşam probleminde elde edilen sonuçların yine bu ekseninde değerlendirildiği döngüsel bir süreç üzerinden açıklamaktadırlar. Borromeo-Ferri (2006)'de bu döngü problemi kavrama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel prosedürleri uygulama, yorumlama ve doğrulama olarak gerçekleştirmektedir. Kaiser (1995) ise gerçek yaşam problemini betimleme ve basitleştirme, bir matematiksel model kurgulama, modeli uygulayarak farklı dönüşümler yapma, modeli daha ileri noktaya taşıma ve çözme, modelin gerçekliğine ilişkin yorumlar üretme, modeli eleştirel bir bakış açısıyla değerlendirerek kullanma ve doğrulama olmak üzere sürecin

altı aşamalı olduğunu belirtmektedir. Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) ise bu süreci; gerçek yaşam durumunu yansıtan problemi tanımlama, problemi sadeleştirme, bir matematiksel model geliştirme, geliştirilen modeli dönüştürerek çözüme, modeli yorumlama ve son olarak da modeli doğrulayarak kullanma olarak açıklamıştır. Aşağıda Blum (1996)'un çerçevesini çizdiği ve Maaß (2006)'ın yeniden organize ettiği matematiksel modelleme döngüsü sunulmuştur:

Şekil 1: Matematiksel Modelleme Döngüsü (Maaß, 2006, s. 115)



Şekil 1’de sunulan matematiksel modelleme döngüsünde, gerçek yaşamdaki bir durumun matematik dünyasına aktarıldığı, burada matematiksel metotlarla incelendiği ve yorumlanarak gerçek sonuçların elde edildiği görülmektedir. Bu bağlamda matematiksel modelleme sürecinde, döngünün bir adımından diğer adıma geçebilmek için problemi çözen bireylerin sahip olması gereken bazı becerilerin olduğu belirtilebilir. Matematiksel modelleme yoluyla problem çözen bir bireyin modelleme sürecinde karşılaştığı zorlukların üstesinden gelmesine yardımcı olan ve araştırmacıların matematiksel modelleme sürecinin adımlarını temel alarak oluşturdukları, adımlar arası geçişi sağlayan yeterlilikler ve alt yeterliliklere matematiksel modelleme yeterlilikleri denilmektedir (Grünewald, 2012). Alan yazında bu yeterlilikleri ve alt yeterlilikleri farklı şekillerde listeleyen araştırmacıların olduğu belirlenmiştir (Blum & Kaiser, 1997; Borromeo-Ferri, 2006; Maaß, 2006). Örneğin matematiksel modelleme yeterlilikleri Blum ve Kaiser (1997)’da “gerçek problemi kavrama ve bu bağlamda gerçeğe uygun bir model oluşturma yeterliliği, ulaşılan gerçek modelin matematiksel modelini oluşturma yeterliliği, oluşturulan modeli matematiksel prosedürlere tatbik etme ve sonuçlar elde etme yeterliliği,

gerçek yaşamda bu sonuçları yorumlama yeterliliği ve sonucun geçerliğini doğrulama yeterliliği” şeklindedir.

Matematiksel modelleme yeterliliklerinin ortaya çıkarılması ve geliştirilmesi için, rutin problemlerden farklı olarak bireylerin model oluşturmalarına olanak sağlayacak gerçek yaşam problemlerinin ya da etkinliklerinin kullanılması gerektiği belirtilebilir (Lesh & Doerr, 2003). Matematiksel modelleme problemlerinin sahip olması gereken nitelikler de farklı araştırmacılar tarafından ortaya konulmuştur. Örneğin Lesh vd. (2000), bu problemlerin “gerçeklik, model yapılandırma, öz değerlendirme, yapı belgelendirme, etkili prototip, model genelleme” ilkelerine sahip olması gerektiğini belirtmişler ve bu ilkelerin sıralı öğretim deneyimlerinin analizleri ile öneriler dikkate alınarak, test edilerek ve gözden geçirilip düzeltilerek elde edildiğini belirtmişlerdir. Bu anlamda matematiksel modelleme süreci kadar matematiksel bir modelin oluşumunu sağlayacak problemi seçmenin de önemli olduğu söylenebilir.

Alan yazında matematiksel modelleme ile ilgili farklı odak noktaları olan pek çok çalışma olduğu, ilkokuldan üniversiteye kadar tüm düzeylerdeki öğrencilerle ve öğretmenlerle farklı çalışmaların yürütüldüğü görülmektedir (Abay & Gökbulut, 2017; Baran-Bulut & Erkan, 2020; Canbazoglu & Tarım, 2021; Çakmak-Gürel & Işık, 2018; Deniz & Akgün, 2018; Doğan vd., 2018; Genç & Karataş, 2017; Hıdıroğlu & Bukova Güzel, 2016; İncikabı, 2020; Kaya & Keşan, 2022; Kaygısız & Şenel, 2023; Kertil, 2008; Şahin & Eraslan, 2016; Tekin-Dede & Yılmaz, 2016). İncelenen çalışmalarda hem ortaokul hem de ilkokul düzeyindeki öğrencilerin modelleme sürecinde yeterli olmadıkları ortaya konulmuştur. Örneğin Baran-Bulut ve Erkan (2020) 7. sınıf öğrencilerinin gelişmiş bir model oluşturmada başarısız olduklarını, gerçek dünya ve matematiksel dünyaya geçişte eksikliklerin olduğunu; Genç ve Karataş (2017) ortaokul öğrencilerinin modelleme süreçlerinde zorluklar yaşadıklarını, problemi anlayıp yorumlayabilen öğrencilerin bile herhangi bir matematiksel model geliştiremediklerini göstermişlerdir. Kaygısız ve Şenel (2023) ise ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliliklerini inceledikleri çalışmalarında öğrencilerin problemde verilenleri ve istenenleri ifade ettiklerini, problemi ön bilgileriyle ve gerçek hayatla ilişkilendirdiklerini ancak problemin temsilini çizmekte güçlük çektiklerini göstermişlerdir.

Bu araştırmanın odağı çerçevesinde matematiksel modelleme problem ya da etkinlikleri aracılığıyla öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerini inceleyen çalışmalar, genel olarak öğretmen adaylarının modelleme süreçlerinde zorlanmalarına rağmen matematiksel modelleme yeterliliklerinin belli ölçüde geliştirilebildiklerini işaret etmektedir. Örneğin Deniz ve Akgün (2018) öğretmen adaylarının, problem durumunu betimleyen matematiksel modeli oluşturamadıklarını, üretilen modele matematiksel yöntemleri tatbik etmede ve bu doğrultuda ulaşılan sonuçları yorumlama basamaklarında diğer basamaklardan daha az başarılı olduklarını ortaya koymuşlardır. Kaya ve Keşan (2022), öğretmen adaylarının modelleme süreçlerinden gerçek bir

durumda matematiksel sonuçları yorumlamada ve sonuçların geçerliliğini doğrulamada sorunlar yaşadıklarını diğer aşamalarda sorun yaşamadıklarını belirlemişlerdir. Abay ve Gökbulut (2017) ise öğretmen adaylarının değişkenleri belirleme ve varsayımda bulunma aşamasında başarılı olduklarını matematiksel modelleri kurma aşamasında ise daha az başarılı olduklarını ortaya koymuşlardır. Duran vd. (2016) öğretmen adaylarının modelleme döngüsünün son basamaklarında (doğrulama, yorumlama) yetersiz kaldıklarını belirtmişlerdir. Tekin-Dede ve Yılmaz (2013), öğretmen adaylarının yaşantıları doğrultusunda varsayımlarda bulduklarını, değişkenleri seçebildiklerini ve değişkenler arası ilişkileri kurabildiklerini, gerçek modele bağlı matematiksel model üretebildiklerini, bu model bağlamında matematiksel çözümü gerçekleştirebildiklerini, çözümün doğrulanmasına yönelik girişimlerde bulduklarını ve genel olarak modeli eleştirel biçimde sorgulayabildiklerini belirlemişlerdir. İncikabı (2020), öğretmen adaylarının matematiksel modellemenin temel kavramları hakkındaki ön bilgilerinin kısıtlı olduğunu ancak verilen eğitim sonrasında matematiksel modelleme yeterliliklerinin ve alt yeterliliklerinin geliştiğini göstermişlerdir. Benzer şekilde Çakmak-Gürel ve Işık (2018) modelleme etkinliklerine katılan ilköğretim matematik öğretmeni adayları ve katılmayanlar arasında bazı modelleme yeterliliklerinde (matematikselleştirme, yorumlama gibi) anlamlı farklılıklar olduğunu tespit etmişlerdir. Bu durum teoride bilinen olguların belli ölçüde uygulamaya yansıtıldığını göstermektedir. Diğer taraftan bahsedilen çalışmalarda teoride öğretilenlerin ancak bir kısmının uygulamada ortaya çıktığı ve uygulama sürecinde modellemenin farklı aşamalarında güçlükler yaşandığı da belirtilmektedir. Bu doğrultuda bu çalışmada öğretmen adaylarının modelleme bilgisi hem teorik anlamda araştırılacak hem de pratik bir uygulamada incelenerek, modelleme döngüsüne ilişkin teoriyi öğretmen adaylarının ne kadar bildikleri belirlenmeye çalışılacaktır. Ayrıca bu teorik bilginin uygulamaya ne ölçüde yansıdığı ve uygulamaya yansıtılamayan teorik bilgilerin niçin yansıtılamadığı incelenecektir. Bu durum her ne kadar bir uygulama bağlamında incelse de bazı ipuçlarına ulaşılabileceği varsayılmaktadır.

Fen, mühendislik, astronomi, tıp gibi alanlardaki problemlerin çözümünde önemli yeri olan matematiksel modellemenin matematik öğretiminde hak ettiği yeri bulması gerektiği ve okullarda matematiksel modelleme becerisine sahip çocukların yetiştirilmesi gerektiği söylenebilir. Derslerinde matematiksel modelleme etkinliklerine yer verecek ve modelleme yeterliliklerine sahip çocukların eğitimlerinde önemli yer tutacak olan ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının da matematiksel modelleme süreçlerinin ve yeterlilikler bağlamında bu süreçteki eylemlerinin incelenmesi önemlidir. Bu araştırmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının teorik açıdan matematiksel modelleme süreçleri ile ilgili bilgilerini ve pratikte bunu kullanmalarına ilişkin matematiksel modelleme yeterliliklerini incelemektir. Bu genel amaç doğrultusunda aşağıdaki problemlere yanıt aranmıştır:

- İlköğretim matematik öğretmeni adayları modelleme sürecini teorik olarak nasıl ifade etmektedirler?

- İlköğretim matematik öğretmeni adayları matematiksel modellemeyi kullanabilecekleri bir gerçek yaşam probleminde modelleme yeterliliklerini gerçekleştirmeye yönelik eylemlerini nasıl oluşturmaktadırlar?

Yöntem

Bu araştırmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının “Cep Telefonu Tarifesi” isimli gerçek yaşam bağlamında tasarlanan problem cümlesi ile ilgili modelleme süreçleri detaylı bir şekilde incelendiğinden nitel araştırmalardan durum çalışması deseni kullanılmıştır. Durum çalışması, olgu ve bağlamın tam olarak ayrıştırılmadığı gerçek yaşam koşulları içerisinde gerçekleştirilen kapsamlı bir soruşturma şeklinde belirtilebilir (Yin, 2017). Merriam (2013), durum çalışmasını sınırlı bir sisteme ilişkin derinlemesine bir betimleme ve inceleme olarak tanımlamaktadır. Bununla birlikte durum çalışması, belli bir zaman dilimindeki sınırlandırılmış bir durumun/durumların odağında çoklu bilgi kaynaklarının derinlemesine incelendiği bir çalışmadır (Creswell, 2018). Bu çalışmada, günlük yaşam durumunu yansıtan bir problem durumu özelinde öğretmen adaylarının matematiksel modelleme ve süreçlerine ilişkin davranışları kendi koşullarında fakat detaylı bir şekilde incelenmiştir (Yıldırım & Şimşek, 2018; Yin, 2017).

Çalışma Grubu

Çalışmanın örnekleme, Doğu Anadolu Bölgesinde bir üniversitenin ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören ve Matematik Öğretiminde Modelleme dersini alan 44 öğretmen adayından meydana gelmektedir. Araştırmaya katılan öğretmen adaylarının cinsiyet dağılımı incelendiğinde, grubun %68'inin (n=30) kadın, %32'sinin (n=14) ise erkek olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarının %18'i (n=8) üçüncü sınıf ve %82'si (n=36) dördüncü sınıf düzeyinde yer almaktadır. Çalışma grubunda, akademik başarılarına göre yüzlük puan üzerinden 70'den 79'a kadar 6 kişi, 80'den 89'a kadar 30 kişi ve 90'dan 100'e kadar 8 kişi bulunmaktadır. Çalışmada katılımcıların genellikle akademik başarıları iyi olan öğretmen adaylarından oluştuğu belirtilebilir. Öğretmen adaylarının %87'si bütün derslere katılım göstermiş, diğerleri ise zorunlu haller nedeniyle bazı derslere katılım sağlayamamıştır. Çalışma 2023-2024 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde yürütülmüş olup, katılımcılar amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme kullanılarak belirlenmiştir. Bu tür örnekleme yönteminde, ölçütler araştırmacı tarafından oluşturulabileceği gibi önceden belirlenmiş kriterler listesi de kullanılabilir (Christensen vd., 2015; Marshall & Rossman, 2016). Gönüllülük esasına göre seçilen bu örneklem grubunda yer alan katılımcıların, çalışmanın amacı doğrultusunda belirlenen ölçütleri sağlaması dikkate alınmıştır. Araştırmaya katılacak öğretmen adaylarının Matematik Öğretiminde Modelleme dersini almış olmaları ve matematiksel modelleme konusunda bilgi sahibi olmaları ölçüt olarak belirlenmiştir.

Çalışmaya katılan öğretmen adaylarına, araştırmacılardan birinin yürüttüğü lisans dersinde, önce teorik bilgiler verilmiş sonrasında pratik uygulamalar gerçekleştirilmiştir. Bu derste teorik modelleme bilgisi (Yükseköğretim Kurumu [YÖK], 2018) bağlamında matematiksel modelleme, çeşitli modelleme yaklaşımları, modelleme süreci ve döngüsü, model geliştirme basamakları ve prensipleri başlıklarına yer verilmiştir. Ayrıca modelleme etkinliklerinin hazırlanması, uygulanması ve değerlendirilmesi süreçlerinde öğretmenin rolüne ilişkin açıklamalar da yapılmıştır. Öğretmen adaylarına modellemenin teorik kısmının anlatılması yaklaşık 7 hafta sürmüştür. Bu süreçlerde bazen örnek durumlar üzerinden açıklamalar derinleştirilmiştir. Uygulama kısmında ise öğretmen adaylarının daha önce uygunluğu kanıtlanmış gerçek yaşam durumları üzerinde çalışması sağlanmıştır. Bu örnek durumlarla ilgili modelleme süreçleri bilindiğinden, öğretmen adaylarına bu süreçlerde zengin bir sınıf içi tartışma ortamı tasarlanarak, onların süreçte aktif rol almaları sağlanmıştır. Grup çalışması şeklinde yürütülen derslerde, katılımcılara günlük yaşam durumlarına uygun çeşitli modelleme soruları sunulmuştur. Bunlar: 1. Saman balyası (Borromeo-Ferri, 2007), 2. Driving for Gas (Bliss & Libertini, 2016) 3. Banka soygunu (Erbaş vd., 2016), 4. Dergi satışları (Aydın & Erbaş, 2008), 5. Yaz işi (Lesh & Lehrer, 2000), 6. Caddede park yeri (Swetz & Hartzler, 1991), 7. Dönme Dolap (Erbaş vd., 2016), 8. The mantid problem (Teague vd., 2016) şeklindedir. Bu problemler her hafta bir ya da iki tanesi uygulanacak şekilde toplam 5 hafta sürmüştür. Grup çalışması şeklinde yürütülen etkinlikler sonrası gerçekleştirilen tartışmalarda öğretmen adayları, diğer gruplar tarafından sunulan farklı modelleme türleri hakkında bilgi sahibi olma ve fikirlerini geliştirme fırsatı elde etmişlerdir. Araştırma bulgularının raporlanmasında, katılımcıların isimleri gizli tutulmuş ve katılımcılar Ö1, Ö2, Ö3, ..., Ö44 şeklinde kodlanmıştır.

Veri Toplama Araçları ve Verilerin Toplanması

Araştırmada katılımcılardan, gerçek yaşam durumunu yansıtan problemi tanımlamaları, sadeleştirmeleri, bir matematiksel model geliştirmeleri, geliştirdikleri modeli dönüştürerek çözmeleri, modeli yorumlamaları ve son olarak da modeli doğrulayarak kullanmaları (NCTM, 2000) beklenmektedir. Bu bağlamda ilköğretim matematik öğretmen adaylarına sunulan problem durumu ilerleyen paragrafta verilmiştir.

Cep Telefonu Tarifesi: Aşağıda verilen tablodaki tarifelerden hangisini seçmekte kafası karışan bir arkadaşınıza yardımcı olmanız beklenmektedir. Matematiksel modelleme döngüsü bağlamında nasıl bir çözüm sunarsınız?

Tablo 1. Bir GSM Şirketinin Sunduğu Tarifeler

	Tarife	Taahhüt	Avantajlar	Fiyat	Aşım Ücretleri
1	1000 DK 250 SMS 20GB İnternet	12 ay	İlk Ay 20GB internet ve E-dergi	295 (Taahhütlü) 540 (Taahhütsüz)	SMS: 1,75 TL/SMS MMS:1,30 TL/MMS Konuşma: 2,45 TL/DK
2	2000 DK 250 SMS 25GB İnternet 5GB Sosyal Medya İnternet	12 ay	İlk Ay 20GB internet Her Hafta Hediye İnternet X GSM Sınırsız Konuşma E-dergi	355 (Taahhütlü) 650 (Taahhütsüz)	SMS: 1,75 TL/SMS MMS:1,30 TL/MMS Konuşma: 2,45 TL/DK
3	2000 DK 250 SMS 40GB İnternet Sınırsız Sosyal Medya İnternet	12 ay	İlk Ay 20GB internet Her Hafta Hediye İnternet X GSM Sınırsız Konuşma E-dergi	495 (Taahhütlü) 905 (Taahhütsüz)	SMS: 1,75 TL/SMS MMS:1,30 TL/MMS Konuşma: 2,45 TL/DK

Ayrıca Tablo 1’de verilen fiyatlara ek olarak, her bir tarifede verilen internet kotasının aşılması durumunda 100 MB internet için 30,47 TL faturaya ekleneceği ifade edilmiştir. Bu aşım ücretinin en çok 6 kez uygulanabileceği belirtilmiştir. Öğretmen adaylarına sunulan "Cep Telefonu Tarifesi" problemi, matematiksel modelleme etkinliğine uygun olarak tasarlanmıştır. Bu problem oluşturulurken; (i) açık ve sade bir dil kullanımına, (ii) öğrenci düzeyinin dikkate alınmasına, (iii) öğrencilerin mevcut bilgi ve becerileri doğrultusunda tasarlanmasına, (iv) öğrencilerin kolay fikir üretebilecekleri açık uçlu yaklaşım tercih edilmesine, (v) gerçek yaşamla bağlantı kurulmasına, (vi) öğrencilerin ilgisini çekecek, günlük yaşamla ilişkilendirilmiş olmasına ve (vii) öğrencilerin kendilerinin veri oluşturmalarına imkan sağlamasına dikkat edilmiştir (Blomhøj & Jensen, 2003; Borromeo-Ferri, 2006; Lesh vd., 2000; Lesh & Doerr, 2003; Maaß, 2006). Öğretmen adaylarının problemdeki bilgileri kolaylıkla inceleyebilmelerine yönelik problem yazılı olarak verilmiştir. Veriler öğretmen adaylarının modelleme süreçleri bilgisini ve bunun uygulamasını içeren yapılandırılmış bir araştırma formu ile toplanmıştır. Uygulama süreci yaklaşık 60-75 dakika sürmüştür.

Verilerin Analizi

Öğretmen adaylarının "Cep Telefonu Tarifesi" problemi için sunmuş oldukları çözümlerin analizinde, içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. İçerik analizi, benzer verilerin belirli kavramlar ve temalar altında bir araya getirilmesi olarak ele alınmaktadır (Yıldırım & Şimşek, 2018). Veri analizinde, Blum ve Kaiser (1997) tarafından teorik temelde ayrıntılı olarak listelenen ve Maaß (2006) tarafından düzenlenen matematiksel modelleme sürecinin alt yeterliliklerine odaklanılmıştır. Bu yeterlilikler daha detaylı olarak aşağıda sunulmuştur:

K1. Problemi Anlama ve Gerçeğe Dayalı Model Oluşturma Yeterlilikleri:

- K1.1: Sunulan Gerçek yaşam problemine yönelik varsayımlarda bulunabilme ve ilgili durumu sadeleştirme,

- K1.2: Problem durumunu açıklayan temel nicelikleri belirtme, adlandırma ve önemli olanları seçme,
- K1.3: Değişkenler arasında bağlantılar kurabilme,
- K1.4: Problemin içerdiği bilgileri arama, bunları ortaya çıkarma, bunlardan ilgili ve ilgili olmayanlar açısından ayırım yapma,

K2. Gerçek Modelden Matematiksel Model Oluşturma Yeterlilikleri:

- K2.1: Durumla ilgili temel nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri matematiksel olarak ifade edebilme,
- K2.2: Durumla ilgili nicelikler arasındaki ilişkileri basitleştirme,
- K2.3: Uygun matematiksel temsilleri seçebilme ve durumları bu temsiller yardımıyla açıklayabilme,

K3: Oluşturulan Matematiksel Model Üzerinde Matematiksel İşlem Yapma Yeterlilikleri:

- K3.1: Problemi çözülebilir alt problemlere ayırarak, elde edilen verileri veya nicelikleri değiştirip düzenleyebilme,
- K3.2: Problemin çözümüne yönelik matematiksel bilgiyi kullanabilme,

K4: Gerçek Bir Durumda Matematiksel Sonuçları Yorumlama Yeterlilikleri:

- K4.1: Matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlara aktarma ve açıklama,
- K4.2: Özel bir durum için bulunan çözümleri genelleştirebilme,
- K4.3: Matematiksel dili ilgili terminolojiyi kullanarak çözümler hakkında iletişim kurabilme

K5: Sonucun Geçerliliğini Doğrulama Yeterlilikleri:

- K5.1: Ulaşılan çözümleri sorgulayıcı bir yaklaşımla kontrol edebilme ve yansıtabilme,
- K5.2: Çözüm gerçek yaşam durumuna aykırı ise modelin bazı kısımlarını veya modelleme sürecinin tamamını tekrar gözden geçirebilme,
- K5.3: Benzer sonuca götüren başka bir alternatif çözüm yolu veya yolları üzerinde düşünebilme,
- K5.4: Genel olarak modeli sorgulayabilme (Blum & Kaiser, 1997; Maaß, 2006).

Katılımcıların problem durumuna yönelik yanıtlarının matematiksel modelleme yeterlilik çerçevesine uygunluğu “uygun”, “kısmen uygun” ve “uygun değil” şeklinde dereceli puanlama anahtarı ile incelenmiştir.

Verilerin analizi sürecinde, öncelikle iki araştırmacı katılımcıların "Cep Telefonu Tarifesi" problemi için sundukları çözümleri, matematiksel modelleme yeterlilikleri bakımından ayrı ayrı puanlama anahtarına göre kodlamışlardır. Daha sonra bir araya gelen araştırmacılar, bireysel kodlamalarını karşılaştırmış, değerlendirmelerini paylaşmış ve ortaya çıkan farklılıkları belirlemişlerdir. Nitel araştırmalarda analizlerin güvenilirliği ve inandırıcılığında Miles ve Huberman'ın önerdiği model

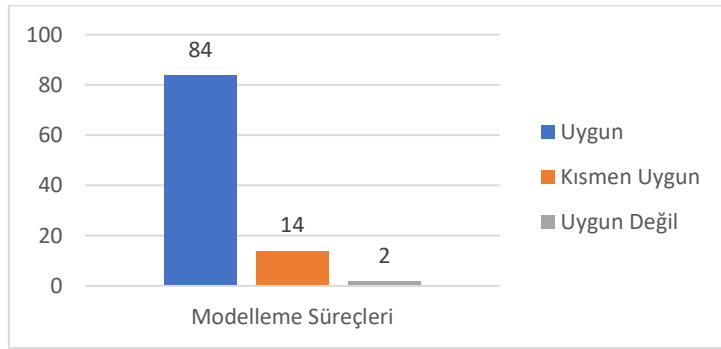
kullanılmaktadır. Bu modelde güvenilirlik formülü, $Güvenirlik = \frac{Görüş\ Birliği}{Görüş\ Birliği + Görüş\ Ayrılığı}$ şeklinde hesaplanır ve kodlayıcılar arasındaki uyum oranı belirlenir. Bu çalışmada matematiksel modelleme yeterlilik sürecinin her bir aşaması için Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen kodlayıcılar arası güvenilirlik katsayısı hesaplanmış ve %85'in üzerinde bulunmuştur. Araştırmacıların analizlerinde sunulan kriterlerin alt boyutlarında uygun ve kısmın uygun olma durumlarında bazı farklılıklar ortaya çıkmıştır. Bu durum özellikle K4 ve alt boyutlarında gözlenmiştir. Örneğin matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlara aktarma alt boyutunda, matematiksel sonuçlarla yeterince temellendirilmeden oluşturulan çıkarımlarda uygun ve kısmın uygun şeklinde kodlar oluşturulmuştur. Bunlar üzerinde tartışılarak matematiksel sonuçlara kesin olarak dayandırılmayan ve genel kanılarla oluşturulan yorumların kısmen uygun olduğu şeklinde uzlaşmıştır.

Bulgular

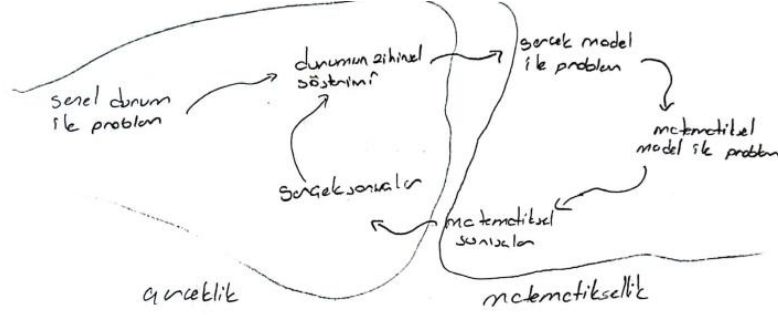
Bu bölümde, ilk olarak ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının teorik anlamda matematiksel modelleme süreci ve sonrasında bunu günlük yaşam durumunu içeren bir problem durumunda yani pratik anlamda ne ölçüde kullanabildiklerine ilişkin bulgular verilmiştir. Bu bağlamda Şekil 2'de ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının teorik açıdan matematiksel modelleme süreçlerine ilişkin uygun bir yaklaşımı ortaya koyma davranışlarına ilişkin sonuçlar verilmiştir.

Şekil 2.

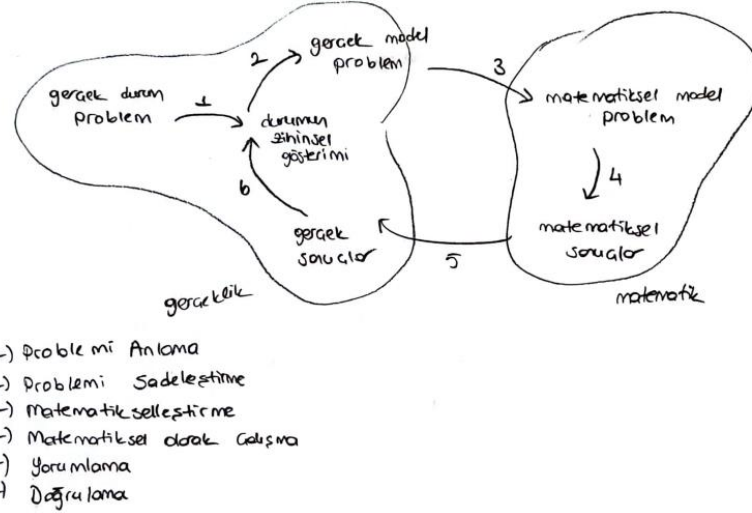
Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Sürecinin Bileşenlerine İlişkin Bilgileri



Şekil 2'den öğretmen adaylarının büyük ölçüde teorik açıdan matematiksel modelleme süreçleri ile ilgili bileşenleri bildiği görülmektedir. Diğer taraftan az da olsa bir kısmının bu süreçleri kısmen bildiği ya da hiç bilmediği anlaşılmaktadır. Buradan teorik anlamda bilinmeyen bir olgunun başarılı bir şekilde pratikte kullanımının çok güç olduğu belirtilebilir. Öğretmen adaylarından Ö6 kodlu öğretmen adayının matematiksel modelleme süreçlerine ilişkin ortaya koyduğu teorik yaklaşım Şekil 3'te verilmiştir.

Şekil 3**Ö6 Kodlu Öğretmen Adayının Matematiksel Modelleme Döngüsü**

Şekil 3'ten de görüleceği üzere, öğretmen adayı problemin gerçek modeline ilişkin aşamayı gerçek hayatta vermesi gerekirken matematik dünyasında sunmuştur. Ayrıca problemi anlama, problemi sadeleştirme, matematikleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama süreçleriyle ilgili herhangi bir betimlemede bulunmamıştır. Dolayısıyla uygun olmayan bir teorik yaklaşım ortaya koymuştur. Bu bağlamda uygun bir yaklaşım Şekil 4'te verilmiştir.

Şekil 4**Ö14 Kodlu Öğretmen Adayının Matematiksel Modelleme Döngüsü**

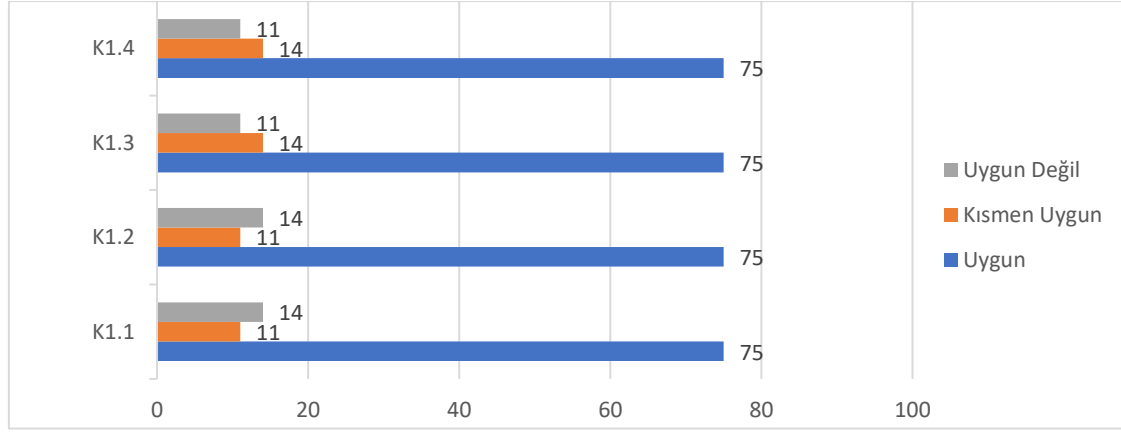
Şekil 4'ten Ö14 kodlu öğretmen adayının matematiksel modelleme döngüsüne ilişkin uygun bir yaklaşım sergilediği belirtilebilir. Bilindiği üzere bir konu ile ilgili teorik bilginin bilinmesi bunun pratikte uygulanabileceğini garanti etmemektedir. Bu yüzden teorik bilginin pratikte ne kadar uygulandığının araştırılması önem kazanmaktadır. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının otantik bir günlük yaşam probleminde matematiksel modelleme süreçlerini kullanma durumlarının test edilmesi gerekmektedir. Bundan sonraki bölümlerde bu duruma ilişkin bulgular sunulmuştur.

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde yaptıkları eylemler matematiksel modelleme yeterlilikleri çerçevesinde çözümlenmiştir. Bu bağlamda ilk olarak gerçek problemi anlama ve gerçeğe dayalı model oluşturma yeterlilikleri ile ilgili çözümlenmeler Şekil 5'te verilmiştir. Bu

çözümlerler yüzdelerik değereer şekilde sunularak, katılımcı grup içinde ilgili kriterin kullanımına ilişkin anlayış sağlanmıştır.

Şekil 5

Öğretmen Adaylarının K1 ve Alt Boyutlarındaki Yeterlilikleri



Şekil 5'ten ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının dörtte üçünün "Cep Telefonu Tarifesi" perspektifinde problemi anlayabildiği ve gerçek bir model ortaya koyduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte bir kısmının da bu yeterlilik bağlamında kısmen bir anlayış ortaya koyduğu görülmektedir. Birkaç öğretmen adayının ise bu konuda yetersiz olduğu görülmüştür. Bu öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçleri ile ilgili teorik kısımda yer verilen eğitimlerde derslere daha az devam eden öğretmen adaylarından oluştuğu tespit edilmiştir.

Öğretmen adaylarından Ö12 kodlu öğretmenin problemin anlaşılması ve gerçek modelin oluşturulmasına yönelik problem üzerinde gerçekleştirdiği sınırlılıklar ve varsayımlar Şekil 6'da verilmiştir.

Şekil 6

Ö12 Kodlu Öğretmen Adayının K1 ve Alt Boyutlarında Gerçekleştirdiği Eylemler

1. @nasilce problemi anlamalıyız.
2. adım: Problemi sadeleştirmeliyiz.
Eğer bu ortodaksımızın stabilite ihtiyacı fazla ise hangi tarifelerin mantıklı olacağını bakalım. @nasilce herşeyinde 2000 sabitliği ortak alalım.

Tarife 1	Tarife 2	Tarife 3
1000 dk 250 sms 20 MB Taahhüt 295 Taahhütsüz 540 1000 dakika aşım	2000 dk 250 sms 25 MB = 4 MB cephan sosyal medya Taahhüt 355 Taahhütsüz 690 Aşım yok	2000 dk 250 sms 40 MB internet Sınırsız cephan sosyal medya Aşım yok Taahhüt = 795 Taahhütsüz 905

Aşım ile birlikte
 $295 + 245$ (Taahhüt) = 540
 $540 + 245$ (Taahhütsüz) = 785

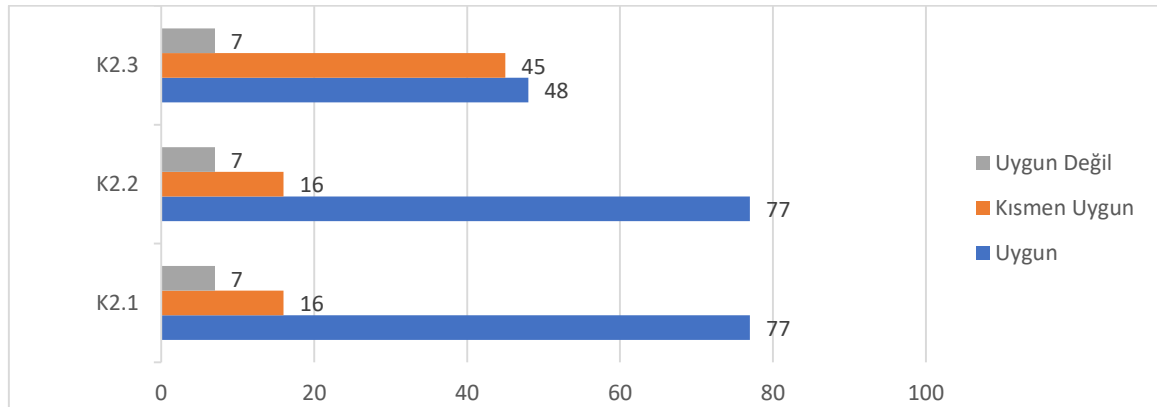
Şekil 6'dan öğretmen adayının problemle ilgili bazı varsayımlarda bulunarak durumu basitleştirdiği ve bu bağlamda değişkenleri açık bir şekilde ortaya çıkarmaya çalıştığı gözlenmektedir. Bu eylemin diğer bir nedeni de problemdeki gerekli ve gereksiz bilgilerin ayıklanmasına yöneliktir.

Diğer taraftan Ö15 kodlu öğretmen adayında gözlemlendiği gibi bazı öğretmen adaylarının problemin anlaşılması ve gerçek modelin oluşturması yeterliliği ile ilgili çok sınırlı bir yaklaşım ortaya koyduğu belirlenmiştir. Bu bağlamda öğretmen adaylarından bir kısmının “cep telefonu tarifesini” probleminin ilişkili bir bakış açısıyla gerçek durumu ele alarak ya da herhangi bir açıklama yapmadan doğrudan matematiksel çalışmaya geçiş yaptığı belirlenmiştir. Örneğin Ö15 teoride bu tür süreçlerin olduğunu belirtse de uygulamada bunlara yönelik açıklamalar yapmamıştır. Bu konuda Ö15 kodlu öğretmen adayı “1000 dk, 250 SMS ve 25 GB internetin yeterli olduğu durumda” şeklinde bir varsayımda bulduktan sonra her bir tarife için hesaplama yapmaya başlamıştır. Buradan problemin sınırlı anlaşılmasının çözümün ardındaki matematiksel modelin (örneğin çok değişkenli lineer fonksiyon modeli) kullanılamamasını ve basit aritmetik işlemlerle çalışmayı netice vermiştir. Bunun sınırlı bir anlayış olduğu ve durumun tamamını yansıtmadığı aşikardır. Buradan problemin kısmen anlaşılmasının sonraki süreçleri de olumsuz etkilediği belirtilebilir.

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde yaptıkları eylemlerin matematiksel modelleme yeterliliklerinden gerçek modelden matematiksel model oluşturma yeterliliği ile ilgili çözümler Şekil 7’de verilmiştir.

Şekil 7

Öğretmen Adaylarının K2 ve Alt Boyutlarındaki Yeterlilikleri

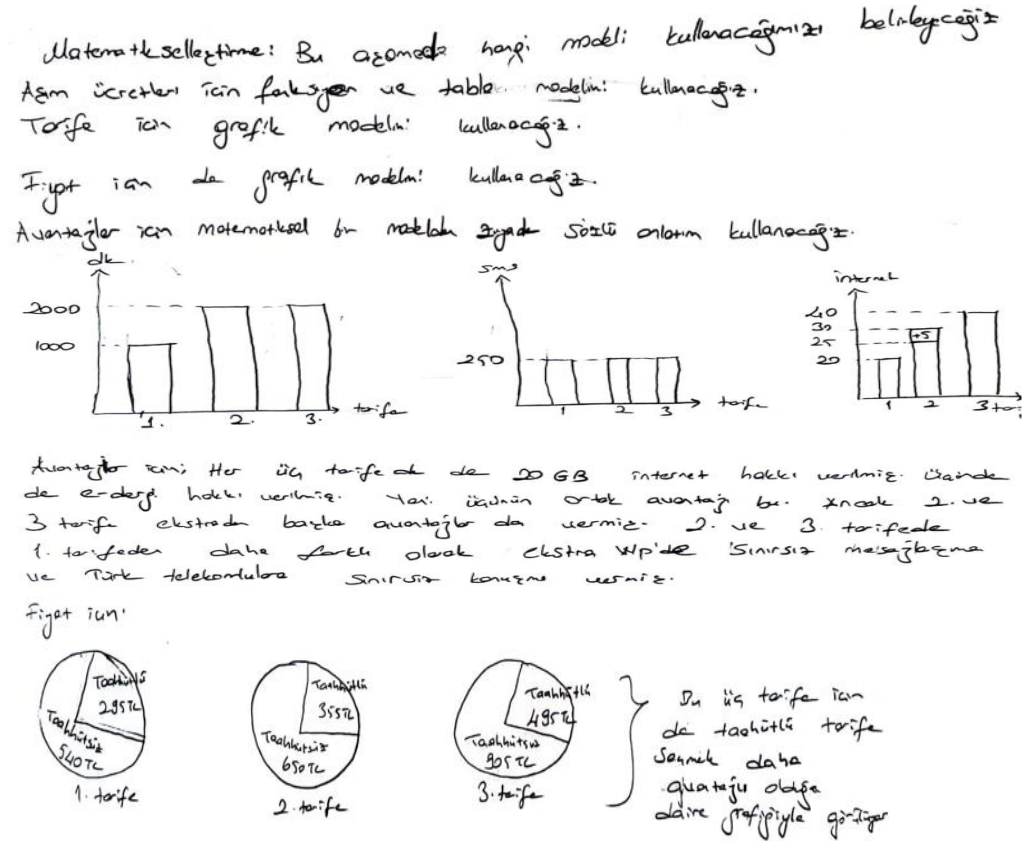


Öğretmen adaylarının K2 kodlu yeterlilik kapsamında genellikle uygun eylemlerde bulunduğu anlaşılmaktadır. Öğretmen adaylarının nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri belirlemede, bunları basitleştirmede büyük ölçüde başarılı oldukları görülmektedir. Diğer taraftan bunları farklı temsille göstermede orta düzeyde başarılı olmuşlardır. Buradan öğretmen adaylarının belirli ve sabit temsiller

üzerinden çözümler geliştirme eğiliminde olduğu ifade edilebilir. Bu konuda Ö13 kodlu öğretmen adayının farklı temsilleri işe koşma yaklaşımı Şekil 8’de verilmiştir.

Şekil 8

Ö13 Kodlu Öğretmen Adayının K2 ve Alt Boyutlarında Gerçekleştirdiği Eylemler



Şekil 8’den öğretmen adayının farklı temsilleri kullanarak, problemi matematikleştirme gayreti içerisinde olduğu görülmektedir. Bu bağlamda üç tarifeyi; aşım ücretleri açısından tablo ve fonksiyon modeliyle, konuşma süresi, SMS ve internet değişkenleri açısından çubuk grafiğiyle, taahhütlü ve taahhütsüz seçeneklerinde fiyat açısından daire grafiğiyle karşılaştırmıştır. Bunlar öğretmen adayının ilgili yeterliliğe yönelik uygun bir yaklaşım sergilediğini işaret etmektedir. Diğer taraftan çoğu öğretmen adayının bu yeterlilik kapsamında sadece fonksiyon modelini cebirsel temsille kullandığı belirlenmiştir. Bu da cebirsel temsili öğretmen adaylarının baskın şekilde kullanma eğiliminde olmasıyla açıklanabilir. Bununla birlikte diğer temsilleri öğretmen adaylarının kullanmamasının arkasında çok değişkenli lineer fonksiyonun diğer temsillerine ilişkin fikirleri bilmemeleri de etkili olabilir.

Öğretmen adaylarının bir kısmı teorik modelleme bilgileri olmaması nedeniyle (Şekil 2’de %2’lik dilim) ve çok az da olsa bazıları teorik modelleme bilgilerini uygun şekilde ifade etmelerine rağmen uygulamada bunu yansıtamamıştır. İlk kısımdaki katılımcı eylemleri teorik boyutun olmamasının pratiğe olumsuz aktarımıyla açıklanabilir. Aşağıda Şekil 9’da ikinci kısım ile ilgili Ö23 kodlu öğretmen adayının açıklamaları verilmiştir.

Şekil 9

Ö23 Kodlu Öğretmen Adayının K2 ve Alt Boyutlarında Gerçekleştirdiği Eylemler

Her 3. durumda incelendiğinde öğrenci internete olan ihtiyacını göt önünde bulundurarak bir tercih yapmalıdır. Örneğin bir kass veya bir yıl öğrencisi ise internete ihtiyacı oldukça fazla olacaktır 3 durumda göt önüne alındığında 3. durumdaki ^{toplam} tercih seçmesi daha mantıklı olur. Aynı zamanda öğrencinin ekonomik durumunda işiyse

Öğrencinin internete yine ihtiyacı var ancak ekonomik durumu iyi değilse 2. durumu seçmesi mantıklı olabilir.

1. ve 3. durum göt önüne alındığında 12 ay taahhütlü fiyatlar da ilk durumdaki DK ve internet miktarları iki katına çıktığında fiyatında iki katına çıkması gerekirken yani $295 \times 2 = 590 \text{ TL}$ olması gerekirken 495 TL olduğu görülmüştür. Dolayısıyla internet ihtiyacı fazla da bir öğrencinin ekonomik durumunda elverişliyse 3. durumu seçmesi mantıklıdır.

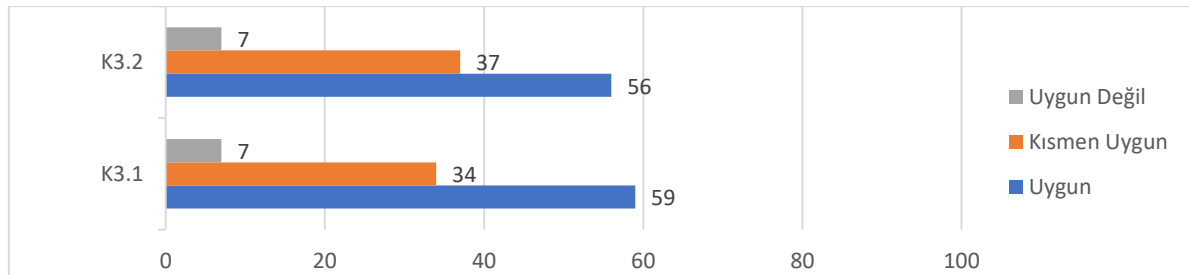
Ancak yine internet ihtiyacı fazla ancak 495 TL verecek güce sahip değilse 2. durumda 25 GB internet ve her hafta hediye internet fırsatında olduğu 2. durumu seçmesi mantıklı olabilir.

Bu açıklamalarda Ö23 modelleme yeterliliklerini kullanmak yerine tarifeyi seçmesine yardımcı olduğu varsayılan arkadaşının ihtiyacı ve ekonomik gücü bağlamında yorumlar yapmıştır. Bu yorumların hiçbirisi problem durumunda sunulan verilerin detaylı analizlerine dayanmamaktadır. Bu çıkarımlar farklı tarifelerin mantıksal olarak kıyaslanmasıyla elde edilmiştir. Bu yaklaşım problemdeki birçok durumun incelenmediğini ve modelleme yeterliliklerinin işletilmediğini göstermektedir. Bu durum teoride bilindiği düşünülen bilgilerin pratikte kullanılmayabileceğini işaret etmektedir.

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde yaptıkları eylemlerin matematiksel modelleme yeterliliklerinden matematiksel model üzerinde matematiksel işlem yapma yeterliliği ile ilgili çözümler Şekil 10'da verilmiştir.

Şekil 10

Öğretmen Adaylarının K3 ve Alt Boyutlarındaki Yeterlilikleri



Şekil 10'dan ilköğretim matematik öğretmen adaylarının yarısından fazlasının uygun şekilde ve yaklaşık üçte birinin de kısmen bu yeterlilikte başarılı oldukları görülmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının belirledikleri model üzerinde matematiksel olarak çalışabildiklerini ve bu doğrultuda birçok çıkarım elde ettiklerini göstermektedir. Örneğin Ö40 kodlu öğretmen adayının bu konuda gerçekleştirdiği eylemler Şekil 11'de verilmiştir.

Şekil 11

Ö40 Kodlu Öğretmen Adayının K3 ve Alt Boyutlarındaki Gerçekleştirdiği Eylemler

Taahhütsüz paket alıp 3 defa paket

asım yapar sa
 $540 + (30.47) \cdot 0$
 $540 + (30.47) \cdot 3$
 $540 + (30.47) \cdot 2$
 $540 + (30.47) \cdot 1$
 $540 + (30.47) \cdot 4$
 $540 + (30.47) \cdot 5$
 $540 + (30.47) \cdot 6$
 ücretler bu şekilde olur

⇒ Taahhütlü paket alırsa
 $355 + (30.47) \cdot 6$
 $355 + (30.47) \cdot 5$
 $355 + (30.47) \cdot 4$
 $355 + (30.47) \cdot 3$
 $355 + (30.47) \cdot 2$
 $355 + (30.47) \cdot 1$
 $355 + (30.47) \cdot 0$
 ücretler bu şekilde olur

⇒ Taahhütlü paket alırsa
 $495 + (30.47) \cdot 6$
 $495 + (30.47) \cdot 5$
 $495 + (30.47) \cdot 4$
 $495 + (30.47) \cdot 3$
 $495 + (30.47) \cdot 2$
 $495 + (30.47) \cdot 1$
 $495 + (30.47) \cdot 0$
 ücretler böyle olur

⇒ Taahhütsüz paket alırsa
 $295 + (30.47) \cdot 6$
 $295 + (30.47) \cdot 5$
 $295 + (30.47) \cdot 4$
 $295 + (30.47) \cdot 3$
 $295 + (30.47) \cdot 2$
 $295 + (30.47) \cdot 1$
 $295 + (30.47) \cdot 0$
 ücretlerini öder.

⇒ Taahhütsüz paket alırsa
 $650 + (30.47) \cdot 6$
 $650 + (30.47) \cdot 5$
 $650 + (30.47) \cdot 4$
 $650 + (30.47) \cdot 3$
 $650 + (30.47) \cdot 2$
 $650 + (30.47) \cdot 1$
 $650 + (30.47) \cdot 0$
 ücretler bu şekilde olur.

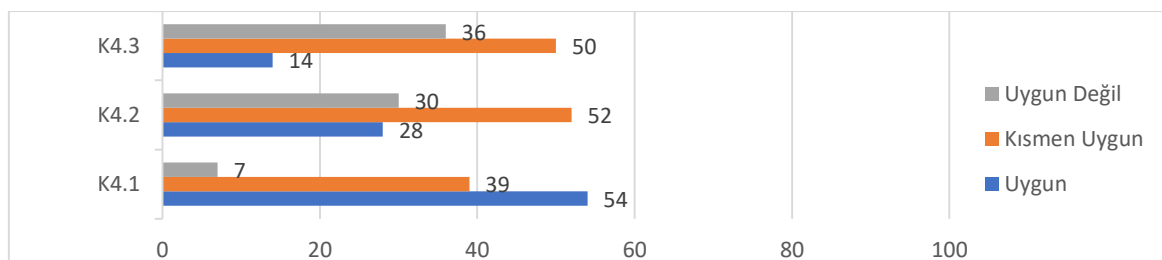
⇒ Taahhütsüz paket alırsa
 $905 + (30.47) \cdot 6$
 $905 + (30.47) \cdot 5$
 $905 + (30.47) \cdot 4$
 $905 + (30.47) \cdot 3$
 $905 + (30.47) \cdot 2$
 $905 + (30.47) \cdot 1$
 $905 + (30.47) \cdot 0$
 ücretler bu şekilde olur.

Şekil 11'den öğretmen adayının belirlediği model üzerinde gerçekleştirebilecek farklı olası durumlarda tarifelerin ücretini hesaplamaya çalıştığı görülmektedir. Bu sonuçlar sonraki aşamada tarifelerin içeriği ve fiyatının karşılaştırılması ile ilgili çıkarımlarda yardımcı olacaktır. Matematiksel çalışma bağlamında olumsuz örnekler de söz konusudur. Örneğin Şekil 9'da Ö23 kodlu öğretmen adayının verileri derinlemesine incelemek yerine mantıksal karşılaştırmalarla basit çıkarımlar elde etmesi bu bağlamda değerlendirilebilir. Bu tür yaklaşımlarla bazı sonuçlar elde edilebilse de bunlardan problemin bütünü kapsayacak genel çözümler elde edilmesi mümkün değildir. Bu da matematiksel modelleme yeterliliklerini kullanmayı engelleyici bir faktör olarak ortaya çıkmıştır.

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde yaptıkları eylemlerin matematiksel modelleme yeterliliklerinden matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama yeterliliği ile ilgili çözümlenmeler Şekil 12'de verilmiştir.

Şekil 12

Öğretmen Adaylarının K4 ve Alt Boyutlarındaki Yeterlilikleri



Şekil 12'den öğretmen adaylarının matematiksel sonuçları günlük yaşamda yorumlama noktasında genellikle uygun ve kısmen uygun bir davranış sergiledikleri görülmektedir. Diğer taraftan bu çözümlerin genellemede ve çözümlerin ifade ettiği durumlarla ilgili matematiksel dili uygun bir şekilde kullanmada zorlandıkları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarından matematiksel sonuçları genellemede uygun yaklaşım sergileyen Ö38'in eylemleri Şekil 13'te verilmiştir.

Şekil 13

Ö38 Kodlu Öğretmen Adayının K4 ve Alt Boyutlarında Gerçekleştirdiği Eylemler

Her iki fonksiyonun aynı analizinin değerleri hesaplayıp karşılaştıracağız
maksimum 6 defa aşım yapılırsa ;

$$f_1(x) = 295 + 30,47 \cdot 6 = 477,82 \text{ TL}$$

$$f_2(x) = 355 + 30,47 \cdot 6 = 537,82 \text{ TL}$$

$$f_3(x) = 495 + 30,47 \cdot 6 = 677,82 \text{ TL}$$

internet miktarı ;

$$g_1(x) = 20 + 0,1 \cdot 6 = 20,6 \text{ gb}$$

$$g_2(x) = 25 + 0,1 \cdot 6 = 25,6 \text{ gb}$$

$$g_3(x) = 40 + 0,1 \cdot 6 = 40,6 \text{ gb}$$

- tarife-1 ve tarife-2'yi karşılaştırınca 60 TL fark 5 gb interneti
- tarife-2 ve tarife-3 karşılaştırınca 140 TL 15 gb internet
- tarife-1 ve tarife-3 karşılaştırınca 200 TL 20 gb internet.

öransel olarak tarife-3 daha avantajlı oluyor.
Eğer paket satın alan kişi internet ihtiyacını göz önünde bulunduracaksa tarife-3'ü almalıdır çünkü hem oransel olarak hem de sarmal modemanı sınırsız kullanımını daha avantajlıdır.

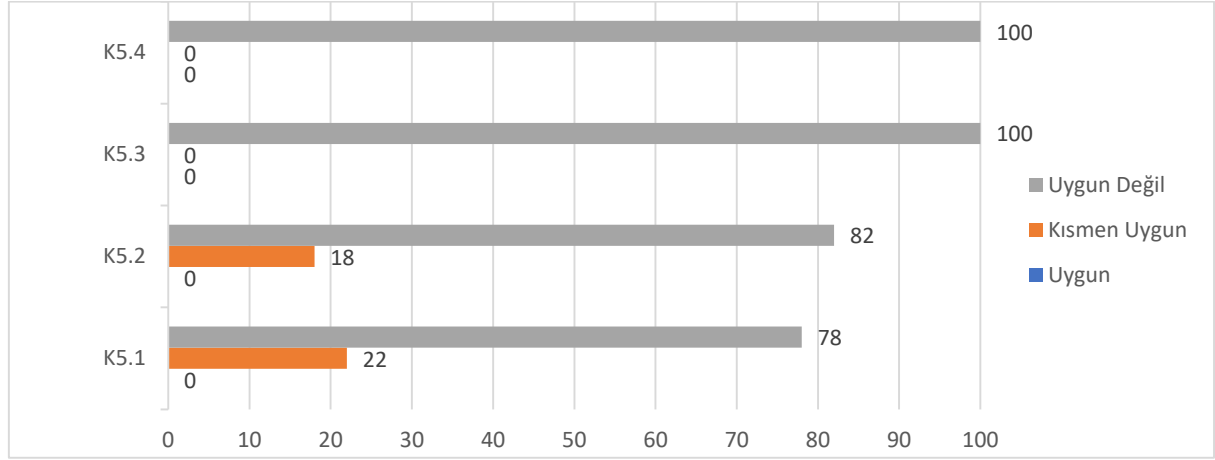
Şekil 13'te öğretmen adayının üç tarife için aşım olması durumu da hesaba katılarak kullanılan internet miktarına (g fonksiyonu) karşılık ne kadar ödenmesi gerektiği (f fonksiyonu) genel bir modelle sunulmuştur. Bu genel model bağlamında öğretmen adayının matematiksel dili kullanarak ilgili tarifelerden belirlediği varsayımlar altında 3. tarifeyi kullanmasının avantajlı olduğunu belirttiği görülmüştür.

Bu kriter bağlamında olumsuz örnek olarak Şekil 9'da Ö23'ün yaptığı yorumlar incelenebilir. Bu yorumların problemde sunulan verilerden ziyade bireyin yüzeysel bakış açısının (ekonomik durum ve ihtiyaç) gereği olarak ortaya çıktığı anlaşılmaktadır. Bu bağlamda ekonomik açıdan yeterli olduğunda istenilen ihtiyacın karşılanabileceği ve aksi durumda bunun mümkün olmadığı gibi verilere dayanmayan genel bir sonuç ortaya konulmuştur.

Son olarak öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde yaptıkları eylemlerin matematiksel modelleme yeterliliklerinden sonuçların geçerliliğini doğrulama yeterliliği ile ilgili çözümler Şekil 14'te verilmiştir.

Şekil 14

Öğretmen Adaylarının K5 ve Alt Boyutlarındaki Yeterlilikleri



Şekil 14'ten öğretmen adaylarının en çok zorlandıkları yeterliliğin sonuçların geçerliliğine yönelik doğrulamalar olduğu anlaşılmaktadır. Birçok öğretmen adayı bu yeterliliği boş bırakmış ya da çözümlerinin doğru olduğunu hiçbir kanıtlayıcı argüman sunmadan sözel olarak ifade etmişlerdir. Öğretmen adaylarından Ö13'ün sonucun geçerliliğini doğrulama boyutunda gerçekleştirdiği eylemleri Şekil 15'te verilmiştir:

Şekil 15

Ö13 Kodlu Öğretmen Adayının K5 ve Alt Boyutlarında Gerçekleştirdiği Eylemler

Doğrulama: Bu aşamada yaptığımız çözümün görsel boyutla ne kadar bağdaştığını inceliyoruz. Farklı çözüm yolları olabilir miydi onu düşünüyoruz. Veya problemin zorluk derecesi nasıldı. Başka neler yapılırdı onları düşünürüz. Eğer yaptığımız çözüm yanlış ise tekrar 2. aşamadan problem çözümüne başlayacağız. Herkes problem için daha farklı çözüm yolu benim aklıma gelmemektedir. Başka çözüm yolları mutlaka vardır.

Şekil 15'ten öğretmen adayının matematiksel modelleme sürecinin döngüsel olduğunu teorik anlamda bildiği ancak verilen problem bağlamında bunu kullanmadığı görülmektedir. Bunu "eğer yaptığımız çözüm yanlış ise tekrar 2. aşamadan problem çözümüne başlayacağız" şeklinde matematiksel modelleme döngüsünün tekrar işletilmesi gerektiği belirtilmiştir. Bunun verilen problem için mümkün olabileceğini öğretmen adayı belirtirken, alternatif çözüm ya da kendi çözümünü doğrulamaya ilişkin herhangi bir girişimde bulunmamıştır. Bu bulgu, öğretmen adayının matematiksel modelleme problemlerinde farklı çözümler olsa da tek çözüm yaklaşımı kullanma eğiliminde olduğunu işaret etmektedir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının “Cep Telefonu Tarifesi” problem durumu özelinde matematiksel modelleme ve modelleme yeterliliklerine ilişkin davranışlarının incelendiği çalışmada, öğretmen adaylarının teorik anlamda matematiksel modelleme süreçlerine ilişkin bilgilerinin yeterli olmasına rağmen pratikte modelleme yeterliliklerinin bazılarında zorluklar yaşadıkları belirlenmiştir. Öğretmen adayları matematiksel modelleme yeterliliklerinin döngüsel olduğunu bilmelerine rağmen bunu pratikte kullanamamıştır. Ayrıca matematiksel modelleme yeterliliklerinden en çok zorlandıkları yeterlilik elde edilen sonuçları gerçek yaşamda doğrulama şeklinde ortaya çıkmıştır. Takip eden paragraflarda öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerinde gerçekleştirdikleri eylemler detaylı olarak tartışılmıştır.

Araştırmada ilk olarak öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçleri ile ilgili bileşenleri ne ölçüde bildiklerinin ortaya konulmasının gerekli olduğu düşünülmüştür. Nitekim Borromeo Ferri (2011) modelleme problemleri üzerinde çalışırken öğrencilerin modelleme döngüsünün adımlarını verilen sırayla takip etmediklerini, bazı aşamaları bilmediklerini, bazı aşamaları tekrar tekrar geçirdiklerini ve bazılarını atladıklarını ortaya koymuştur. Genel olarak öğretmen adaylarının teorik açıdan matematiksel modelleme süreçleri ile ilgili bileşenleri bildiği, az da olsa bir kısmının bu süreçleri kısmen bildiği ya da hiç bilmediği görülmüştür. Ardından öğretmen adaylarının “Cep Telefonu Tarifesi” perspektifinde matematiksel modelleme süreçlerinde yaptıkları eylemler matematiksel modelleme yeterlilikleri çerçevesinde çözümlenmiştir. Öğretmen adaylarının büyük bir kısmının problemi anlama ve gerçeğe dayalı model oluşturma yeterliliği ve alt yeterliliklerinde başarılı olduğu görülmüştür. Genel olarak ilköğretim matematik öğretmeni adayları ile yapılan çalışmalarda da modelleme sürecinin ilk basamağında problem yaşamadıkları söylenebilir (Bukova-Güzel, 2011; Deniz & Akgün, 2018; Kaya & Keşan, 2022; Tekin-Dede & Yılmaz, 2013). Bu anlamda öğretmen adaylarının çoğunun, problem için varsayımlarda bulunabildiği ve durumu basitleştirebildiği, nicelikleri tanımlayıp, değişkenleri belirleyebildiği, değişkenler arasında ilişki kurabildiği, ilgili ve ilgili olmayan bilgiler arasında ayırım yapabildiği belirlenmiştir. Bukova-Güzel (2011) matematik öğretmeni adaylarının problemi anlama ve sadeleştirmede başarılı olduklarını; benzer şekilde Abay ve Gökbulut (2017) da öğretmen adaylarının değişkenleri seçme ve varsayımları kurma aşamasında sorun yaşamadıklarını ortaya koymuştur. Birkaç öğretmen adayının bu yeterlilik kısmında yetersiz olduğu, bu öğretmen adaylarının da matematiksel modelleme sürecinin teorik kısmında yetersiz olan öğretmen adaylarından oluştuğu görülmüştür.

Öğretmen adaylarının gerçek modelden matematiksel model oluşturma yeterlilikleri incelendiğinde alt yeterliliklerde farklı durumların ortaya çıktığı görülmüştür. Adayların büyük çoğunluğunun durumla ilgili nicelikleri ve bunların ilişkilerini matematiksel olarak ifade edebilme ve bu ilişkileri basitleştirmede sorun yaşamadıkları görülmüştür. Ancak öğretmen adaylarının farklı

matematiksel gösterimleri seçebilme ve durumları temsil edebilmede daha az başarılı oldukları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının genellikle belirli ve sabit temsiller üzerinden çözümler geliştirme eğiliminde olmalarının farklı matematiksel temsilleri seçebilmede sorun yaşamalarına neden olduğu söylenebilir. Oluşturulan matematiksel model üzerinde matematiksel işlem yapma yeterlilikleri incelendiğinde ise önceki yeterlilik düzeylerine göre başarılarının düştüğü belirlenmiştir. Bununla birlikte yarısından fazlasının uygun yeterlilikte ve yaklaşık üçte birinin de kısmen bu yeterlilikte başarılı oldukları görülmektedir. Öğretmen adaylarının bu yeterliliğin alt yeterliklerinden problemi çözülebilir alt problemlere ayırmak için sezgisel stratejiler kullanabilmede, benzer problemlerle ilişkiler kurabilmede, problemi bir başka şekilde ifade edebilme ve nicelikleri değiştirip düzenleyebilmede diğer alt yeterliliğe göre daha uygun çözümler yapabildikleri belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının gerçek bir durumda matematiksel sonuçları yorumlama yeterlilikleri incelendiğinde, adayların matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlarda yorumlayabilmede, bu çözümleri genellemede ve çözümlerin ifade ettiği durumlarla ilgili matematiksel dili uygun bir şekilde kullanıp iletişim kurmada zorlandıkları belirlenmiştir. Bunu destekleyecek şekilde Bukova-Güzel (2011), matematik öğretmen adaylarının en çok yorumlama ve doğrulama yapmada zorlandıklarını ifade etmiştir. Bu durumun ülkemizdeki problem çözümlerinde açık uçlu olmayan ve tek doğru cevap odaklı egemen anlayışın etkisiyle ortaya çıktığı düşünülmektedir. Matematiksel modelleme süreci bundan farklı olarak öğrenenlerin bir otantik durumda döngüsel olarak birçok bilişsel süreci kullanması ve bu süreçlerde aksiyon almaları gereken bir problem çözme kültürü olarak ifade edilebilir. Bu açıdan bakıldığında bunun hemen gerçekleşmeyebileceği öngörülebilir. Matematiksel modelleme çalışmalarının ülkemiz özelinde henüz araştırma düzeyinde olması da bu yorumu desteklemektedir. Diğer taraftan araştırma düzeyindeki çalışmaların zaman içerisinde ancak tabana yayıldığında ve matematiksel modelleme süreçleri bir problem çözme kültürü olarak işlevsel kılındığında matematiksel modelleme yeterliliklerinin daha etkili ve uygun bir şekilde kullanılabileceği söylenebilir.

Son olarak öğretmen adaylarının sonucun geçerliliğini doğrulama yeterlilikleri incelendiğinde çok azının ulaşılan çözümleri eleştirel olarak kontrol edebilmede ve çözüm gerçek yaşam durumuna uygun değilse modelin bazı kısımlarını veya modelleme sürecinin tamamını tekrar gözden geçirebilmede başarılı oldukları görülmüştür. Bununla birlikte genel olarak öğretmen adaylarının benzer sonuca götüren başka bir çözüm yolu üzerinde düşünebilme ve modeli sorgulayabilmede başarısız oldukları görülmüştür. Bu duruma öğretmen adaylarının önceki problem çözme deneyimlerinin neden olduğu söylenebilir. Alan yazında çeşitli araştırma bulguları da modelleme yeterlikleri arasında öğrencilerin en fazla sorun yaşadığı yeterliliğin doğrulama olduğunu işaret etmiştir (Aydın-Güç, 2015; Bukova-Güzel, 2011; Maaß, 2006). Örneğin Dowlath (2008), öğretmen adaylarının çözmek için farklı stratejiler olduğunu bilmelerine rağmen, çözüm için genellikle en çok alışkın oldukları tek bir stratejiyi kullandıklarını belirtmektedir. Benzer şekilde Şahin (2019) öğrencilerin genellikle tek

ve hızlı bir çözüm bulma eğiliminde olduklarını, Aydın-Güç (2015) öğretmen adaylarının tek bir çözüm yaptıktan sonra yeterli olduğuna ikna olduklarını ve farklı çözüm yolları geliştirme eğiliminde olmadıklarını belirtmiştir. Greefrath ve Vorhölter (2016) öğrenciler bir modelleme problemi üzerinde çalışmaya başladıklarında boş bir sayfa olmadıklarını, tam tersine farklı yeterliliklerinin, özelliklerinin, inançlarının, tutumlarının olduğunu ve bunun da modelleme sürecini büyük ölçüde etkilediğini belirtmektedir. Nitekim öğretmen adaylarının alışkanlıklarının bu duruma neden olduğu, farklı çözümler olsa da tek çözüm yaklaşımı kullanmayı yeterli gördükleri söylenebilir. Aynı zamanda öğretmenlerin de inançları, düşünme stilleri, sınıftaki eylemleri hem kendilerinin hem de öğrencilerin modelleme sürecini etkileyebilir. Öğretmenlerin, öğretmen adaylarının bu konudaki eğilimlerini belirlemeye yönelik çalışmaların yapılması gerektiği belirtilebilir. Bu araştırmanın sonuçları alt yeterliliklere göre öğretmen adaylarının farklı düzeylerde olduğunu ortaya koymuştur. Bu anlamda matematiksel modelleme sürecinin sadece üst yeterliliklere göre değerlendirilmesinin yeterli olmayacağı, matematiksel modelleme yeterliliklerinin her bir alt yeterliliğinde değerlendirilmesi gerektiği söylenebilir. Nitekim Greefrath ve Vorhölter (2016) modelleme yeterlilik ve alt yeterliliklerinin bireysel kısmi yeterliliklerin geliştirilmesine ve uzun vadede kapsamlı bir modelleme yeterliliğinin oluşturulmasına olanak sağlayacağını belirtmektedir.

Araştırmanın sonuçları öğretmen adaylarının en çok yorumlama ve doğrulama yeterliliklerinde sorun yaşadıklarını ortaya koymuştur. Alanyazında modelleme yeterliklerinin sonuçların geçerliliğini doğrulamada birçok öğretmen adayının zorlandığı ve bu bağlamda modelleme döngüsünü yeniden işleterek alternatif çözümler sunma girişiminde bulunmadıkları belirtilmiştir (Duran vd., 2016; Ulusoy, Bingöl & Olgun, 2024). Öğretmen adaylarının modelleme yeterliliklerinden sonuçların geçerliliğini doğrulama yeterliliği ile ilgili zorluk yaşamalarının arkasında henüz modelleme yeterliliklerini içselleştirmemeleri ve eğitim sisteminde alışık oldukları tek çözüm bulduktan sonra diğer çözümleri araştırmanın zaman kaybına neden olacağı fikri yatmaktadır. Bunun ancak modelleme yaklaşımının yaygınlaşması, bir problem çözme kültürü (Yılmaz & Tekin Dede, 2016) olarak ele alınması ve teknolojinin entegrasyonu (Hıdıroğlu & Bukova Güzel, 2023) ile giderilebileceği işaret edilmektedir. Bununla birlikte birçok öğretmen adayının diğer modelleme yeterliliklerinde de kısmen zorlandıkları işaret edilmektedir. Matematiksel modelleme konusunda araştırma yapacak araştırmacıların daha uzun süreli çalışmalar yaparak, matematiksel yeterliliklerden özellikle yorumlama ve doğrulama yeterliliklerinde katılımcıların niçin zorlandıklarını ortaya çıkarması ve bu süreçlerde katılımcıların uygun şekilde davranmalarına yönelik tasarımların nasıl olması gerektiği ile ilgili araştırmalar yapması önerilmektedir. Ayrıca çağın gerektirdiği şartlar göz önünde bulundurularak teknoloji destekli matematiksel modellemenin yapıldığı zengin öğrenme ortamlarının bu tür ortamları destekleme potansiyeli olduğu varsayımıyla, araştırmacıların matematiksel modelleme araştırmalarında teknolojinin entegre edildiği çalışmalara odaklanmaları gerektiği düşünülmektedir.

Araştırma ve Yayın Etiği

Bu çalışmada “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik kurul izin bilgileri

Bu araştırma, Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Yayın Etik Kurulu 23/03/2022 tarihli 2022/07 sayılı kararı ile alınan izinle yürütülmüştür.

Yazarların Katkı Oranı

Araştırmacıların katkı oranı eşittir.

Çıkar Çatışması

Bu çalışmada çıkar çatışması teşkil edebilecek herhangi bir durum yoktur.

Kaynaklar

- Abay, S., & Gökbulut, Y. (2017). Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerileri: Fermi problemleri uygulamaları. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri*, 2017(9), 65-83.
- Aydın-Güç, F. (2015). *Matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik tasarlanan öğrenme ortamlarında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesi*. (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Aydın, N., & Erbaş, A. K. (2008). *Matematik 10: Ders kitabı*. Ankara, Türkiye: Aydın Yayıncılık.
- Baran-Bulut, D., & Erkan, B. (2020). 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi: Geometrik şekillerde alan ölçme. *Turkish Studies-Education*, 15(6), 3971-3988. <https://dx.doi.org/10.47423/TurkishStudies.46716>
- Blum, W., & Kaiser, G. (1997). *Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden*. Unpublished application to Deutsche Forschungsgesellschaft.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 22(3), 123-139. <https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123>
- Borromeo Ferri, R. (2011). *Wege zur Innenwelt des mathematischen Modellierens: Kognitive Analysen zu Modellierungsprozessen im Mathematikunterricht*. Vieweg + Teubner Verlag/Springer Fachmedien.
- Borromeo Ferri, R. (2007). Personal experiences and extra-mathematical knowledge as an influence factor on modelling routes of pupils. *Paper presented at CERME 5: Fifth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*, 2007 in Larnaca, Cyprus.
- Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 86-95. <https://doi.org/10.1007/BF02655883>.
- Bukova-Güzel, E., Tekin-Dede, A., Hıdıroğlu, Ç. N., Kula-Ünver, S., & Özaltun-Çelik, A. (2016). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme*. Pegem Akademi.

- Bukova-Güzel, E. (2011). An examination of pre-service mathematics teachers' approaches to construct and solve mathematical modelling problems. *Teaching Modelling and Its Applications*, 30(1) 19-36. <http://dx.doi.org/10.1093/teamat/hrq015>
- Canbazoğlu, H. B., & Tarım, K. (2021). İlkokulda matematiksel modelleme için bir öğretim çerçevesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 51, 210-225. <https://doi.org/10.53444/deubefd.825361>.
- Creswell, J. W. (2018). *Nitel araştırma yöntemleri. Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni.* (M. Bütün & S. B. Demir, Çev.) (4. baskı). Siyasal Kitabevi.
- Christensen, L. B., Johnson, R. B., & Turner, L. A. (2015). *Research methods: design and analysis* (Translation Editor: Ahmet Aypay). Anı Publishing.
- Çakmak-Gürel, Z. & Işık, A. (2018). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye ilişkin yeterliklerinin incelenmesi. *E-Uluslararası Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 9(3), 85-103. <https://doi.org/10.19160/ijer.477651>
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Aydoğan Yenmez, A., Şen Zeytun, A., Korkmaz, H., Kertil, M., Didiş, M. G., Baş, S. ve Şahin, Z. (2016). *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları.* Türkiye Bilimler Akademisi.
- Deniz, D. & Akgün, L. (2018). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi, *Akdeniz Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 12(24), 294-312. <https://doi.org/10.33711/yyuefd.1177845>
- Doğan, M. F., Gürbüz, R., Çavuş Erdem, Z., & Şahin, S. (2018). STEM eğitimine geçişte bir araç olarak matematiksel modelleme [Mathematical modeling as a tool for transition to STEM education]. In R. Gürbüz & M. F. Doğan (Eds.), *Matematiksel modellemeye disiplinler arası bakış: Bir STEM yaklaşımı [An interdisciplinary view of mathematical modeling: A STEM approach]* (pp. 43-56). Pegem Akademi.
- Dowlath, E. (2008). *Exploring pre-service mathematics teachers' knowledge and use of mathematical modelling as a strategy for solving real-world problems.* (Unpublished Master Thesis). University Of Kwazulu-Natal, Durban.
- Duran, M., Doruk, M., & Kaplan, A. (2016). Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçleri: Kaplumbağa paradoksu örneği. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 4(5), 55-71. <https://doi.org/10.30703/cije.321415>.
- Bliss, K. & Libertini, J. (2016). What is Mathematical Modeling? In S. Garfunkel & M. Montgomery (Eds.), *Guidelines for assessment and instruction in mathematical modelling education* (pp. 7-22). Consortium for Mathematics and its Applications.
- Genç, M., & Karataş, İ. (2017). Problem çözme süreçlerinde öğrencilerin modelleme seviyelerinin belirlenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(3), 608-632. <http://dx.doi.org/10.29299/kefad.2017.18.3.032>
- Gravemeijer, K. (2002). Preamble: From models to modeling. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers, & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 7-22). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Greefrath, G., & Vorhölter, K. (2016). Teaching and Learning Mathematical Modelling: Approaches and Developments from German Speaking Countries. In *Teaching and Learning Mathematical Modelling* (pp. 1-42) Springer.
- Grünwald, S. (2012). Acquirement of modelling competencies – First results of an empirical comparison of the effectiveness of a holistic respectively an atomistic approach to the

- development of (metacognition) modelling competencies of students. *12th International Congress on Mathematical Education Program*. COEX, Seoul, Korea.
- İncikabı, S. (2020). *Matematiksel modelleme etkinliklerinin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerine ve öğretim deneyimlerine yansımalarının araştırılması*. (Yayınlanmış Doktora Tezi). Kastamonu Üniversitesi, Kastamonu.
- Hıdıroğlu, Ç. N., & Bukova Güzel, E. (2016). Transitions between cognitive and metacognitive activities in mathematical modelling process within a technology enhanced environment. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science & Mathematics Education*, 10(1), 313-350.
- Hıdıroğlu, Ç.N., & Bukova Güzel, E. (2023). Teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecinin kavramsallaştırılması. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 14(2), 1213-1248. DOI. 10.51460/baebd.1366450
- Kaiser, G. (1995). Realitätsbezüge im Mathematikunterricht - Ein Überblick über die aktuelle und historische Diskussion. In G. Graumann et al. (Eds.), *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht* (pp. 66-84). Franzbecker.
- Kaya, D., & Keşan, C. (2022). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçleri: Su israfı örneği. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(3), 1068-1097. <https://doi.org/10.33711/yyuefd.1177845>
- Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi.
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought revealing activities for students and teachers. In R. Lesh & A. Kelly (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 591-645). Erlbaum.
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modelling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching* (pp. 3-33). Routledge Publishing.
- Lesh, R., & Lehrer, R. (2000). Iterative refinement cycles for videotape analyses of conceptual change. In A. E. Kelly, & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 665-708). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 113-142. <https://doi.org/10.1007/BF02655885>
- Marshall, C., & Rossman, G. B. (2016). *Designing qualitative research* (6th ed.). Sage Publishing.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2024). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı (5, 6, 7 ve 8.sınıflar) Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli*. MEB.
- Merriam, S. B. (2013). *Qualitative research: A guide for design and practice* (S. Turan, Trans. Ed.). Ankara: Nobel.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Author, NCTM.
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education*. The 14th ICMI Study (pp. 3-32). Springer.
- Pollak, H. O. (1979). The interaction between mathematics and other school subjects. *New trends in mathematics teaching*, 232-248.

- Swetz, F., & Hartzler, J. S. (1991). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum: A resource guide of classroom exercises*. Reston, VA: NCTM.
- Şahin, N. (2019). *İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin bilişsel modelleme yeterliklerinin belirlenmesi ve değerlendirilmesi*. (Yayınlanmamış Doktora Tezi). On dokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun.
- Şahin, N., & Eraslan, A. (2016). İlkokul öğrencilerinin modelleme süreçleri. Suç problemi. *Eğitim ve Bilim*, 41(183), 47-67. <http://dx.doi.org/10.15390/EB.2016.6011>
- Tekin-Dede, A. & Yılmaz, S. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının modelleme yeterliklerinin incelenmesi, *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4(3), 185-206.
- Teague, D., Godbold, L., Malkevitch, J., & van der Kooij, H. (2016). Mathematical modeling in high school: Grades 9 through 12. In *Guidelines for assessment and instruction in mathematical modelling education* (pp. 45-70). Consortium for Mathematics and its Applications
- Ulusoy, F., Bingöl, S. N. & Olgun, N. (2024). Matematik öğretmeni adaylarının bireysel ve grup ile matematiksel modelleme süreçlerindeki çözüm yaklaşımları arasındaki etkileşimler. *Trakya Eğitim Dergisi*, 14(1), 408-426.
- Ural, A. (2014). Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Becerilerinin İncelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(2014), 110-141.
- Yin, R. (2017). *Durum çalışması araştırması uygulamaları* (3. baskı). (İ. Günbayı, Çev.). Nobel Akademik Yayıncılık.
- Yükseköğretim Kurumu, (2018). İlköğretim matematik öğretmenliği öğretim programı. YÖK.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11. baskı). Seçkin Yayıncılık.
- Yılmaz, S. & Tekin Dede, A. (2016). Mathematization competencies of pre-service elementary mathematics teachers in the mathematical modelling process. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 4(4), 284-298. DOI:10.18404/ijemst.39145

Extended Abstract

Introduction

Connecting mathematics with real-life situations has long been central to mathematics education. Indeed, individuals' ability to transfer the mathematics they have learned in their school life to real life, their use of mathematics in solving the complex problems of today's world, and their development of a positive attitude towards mathematics by seeing the function of mathematics in real life serve the purpose of mathematics education (Ministry of National Education [MoNE], 2024). Mathematical modeling also plays an essential role in establishing a link between the world of mathematics and the world outside of mathematics from elementary to university education (Pollak, 1979), in meeting the practical needs of real life with mathematical concepts, and in interpreting real life-problems through mathematics.

Generally, there has yet to be a consensus on the definition of mathematical modeling in mathematics education research. According to Gravemeijer (2002), mathematical modeling means expressing real-life problems in the symbolic language of mathematics to understand their functioning and structure.

Researchers explain the mathematical modeling process in cycles with different steps in the literature. For example, Lesh and Doerr (2003) describe mathematical modeling as a cyclical process that starts and ends with a real-life problem, consisting of defining, applying, predicting, and verifying. On the other hand, the mathematical modeling cycle described by Borromeo-Ferri (2006) takes place in six stages: understanding the problem, simplifying, mathematizing, working mathematically, interpreting, and validating.

It has been observed that there are many studies in the literature with different focal points related to mathematical modeling, and different studies have been conducted with students and teachers at all levels, from elementary school to university (Abay & Gökbulut, 2017; Baran-Bulut & Erkan, 2020; Canbazoğlu & Tarım, 2021; Çakmak-Gürel & Işık, 2018; Deniz & Akgün, 2018; Doğan et al., 2018; Genç & Karataş, 2017; Hıdıroğlu & Bukova Güzel, 2016; İncikabı, 2020; Kaya & Keşan, 2022; Kaygısız & Şenel, 2023; Kertil, 2008; Şahin & Eraslan, 2016; Tekin-Dede & Yılmaz, 2016).

This study aims to examine pre-service elementary mathematics teachers' knowledge of mathematical modeling processes from a theoretical perspective and their mathematical modeling competencies in terms of their practical use.

Method

In this study, since the modeling processes of pre-service elementary mathematics teachers regarding the problem statement named "Cell Phone Tariff" designed in the context of real-life were examined

in detail, a case study design, which is one of the qualitative research methods, was used. *The case study* can be defined as a comprehensive investigation carried out within real-life conditions in which the phenomenon and context cannot be fully separated (Yin, 2017). Merriam (2013) defines the case study as an in-depth description and examination of a limited system. Furthermore, a case study is a study in which multiple sources of information are examined in-depth, focusing on a limited situation/situation within a specific time frame (Creswell, 2018). In this study, the behaviors of pre-service teachers regarding mathematical modeling and its processes were analyzed in detail in the context of their conditions, specifically for a problem situation reflecting a daily life situation (Yıldırım & Şimşek, 2018; Yin, 2017).

The study sample consists of 44 pre-service teachers studying in the elementary mathematics teaching program of a university in the Eastern Anatolia Region and taking the Modeling in Mathematics Teaching course. The data were collected through a structured research form containing information about the pre-service teachers' modeling process knowledge and its application. The implementation process took 60-75 minutes. The content analysis method was used to analyze the solutions presented by the pre-service teachers.

Result and Discussion

The research findings show that although pre-service teachers have sufficient theoretical knowledge about the mathematical modeling processes, they have difficulties with some of their practice modeling competencies. Although pre-service teachers know that mathematical modeling competencies are cyclical, they cannot use them in practice. Moreover, the most significant competency they struggle with is verifying the results obtained in real life. Mathematical modeling should be included in school mathematics as a problem-solving culture.

Finally, when the pre-service teachers' competencies in verifying the validity of the result were examined, it was seen that very few of them were successful in critically checking the reached solutions and, if the solution is not suitable for the real-life situation, in re-examining some parts of the model or the entire modeling process. Furthermore, it was observed that pre-service teachers could have been more successful in thinking about another solution path that would lead to a similar result and in questioning the model. This situation can be attributed to the previous problem-solving experiences of the pre-service teachers. Various research findings in the literature have also indicated that the competency in which students experience the most difficulty among the modeling competencies is verification (Aydın-Güç, 2015; Bukova-Güzel, 2011; Maaß, 2006). For example, Dowlath (2008) states that although pre-service teachers know that there are different strategies to solve a problem, they usually use only the one they are most familiar with.

Similarly, Şahin (2019) states that students generally tend to find a single and quick solution, and Aydın-Güç (2015) states that pre-service teachers are convinced that a single solution is sufficient and do not tend to develop alternative solution paths. Greefrath and Vorhölter (2016) state that when students start working on a modeling problem, they are not blank pages but have different competencies, characteristics, beliefs, and attitudes, significantly affecting the modeling process. Indeed, it can be said that the habits of the pre-service teachers cause this situation, and they consider the use of a single-solution approach sufficient, even if there are alternative solutions. At the same time, teachers' beliefs, thinking styles, and classroom actions can affect their own and their students' modeling process. It can be stated that studies should be conducted to determine the tendencies of pre-service teachers in this regard. The results of this study revealed that pre-service teachers are at different levels according to sub-competencies. In this sense, it can be said that evaluating the mathematical modeling process only according to the top-level competencies may not be sufficient, and the mathematical modeling competencies should be evaluated in each sub-competency. Indeed, Greefrath and Vorhölter (2016) state that the modeling competencies and sub-competencies will allow the development of individual partial competencies and the creation of a comprehensive modeling competency in the long term.