Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)
Cilt 2, Sayı 2, Aralık 2008, sayfa 52-65.

Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education
Vol. 2, Issue 2, December 2008, pp. 52-65.

Matematik Neden Zor?

Nihat BOZ*

[*]Gazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Beşevler/Ankara, boz@gazi.edu.tr

Makale Gönderme Tarihi: 26 Mayıs 2008 Makale Kabul Tarihi: 17 Kasım 2008

Özet – Bu makalede, ülkemizde uygulanmaya başlanan yeni matematik müfredatlarının beslendiği fikirler ele alınmış ve bu fikirlerin matematiğin gerçekte zor bir bilim olmadığı varsayımına dayandığı gösterilmeye çalışılmıştır. Bütün bunlar literatüre dayandırılarak ele alınmıştır..Literatürde matematiğin doğası hakkındaki görüşler tartışmanın mihenk taşını oluşturmuştur. Ernest (1989) matematiğin doğası hakkındaki görüşleri üç ana kategoriye ayırır: Enstrümantalist, Platonist ve Problem-çözme. Bunlardan platonist ve problem-çözme görüşü yapılandırmacı fikrin eğitim ve öğrenim anlayışına yakındır. Bu anlayış ile sunulan matematiğin öğrencilere daha faydalı olacak ve onlar matematiği zor bir ders olarak görmeyeceklerdir. Bu iddia ülkemizde yapılan çalışmalarla desteklenmiştir.

Anahtar kelimeler: Matematiğin doğası, yapılandırmacı eğitim, kavramsal anlama, ezbere dayalı öğrenim.

Why is Mathematics Difficult?

Abstract –In this paper, the views on new mathematics curriculum that began to be applied recently in our country and that the views mentioned depends on the hypothesis that mathematics is not a difficult science were discussed. All of these discussions were based on the literature. The beliefs on the nature of mathematics in related literature were the vital points of these discussions. Ernest (1989) divides the beliefs on the nature of mathematics into three categories: Instrumentalist, Platonist and Problem-Solving. Among those, Platonist and problem-solving views are close to constructivist view of teaching and learning. The mathematics that is presented with this view would be more beneficial to the students and they would not regard mathematics as a difficult subject. This claim was supported by the research carried out in our country.

Key words: Nature of mathematics, constructivist teaching, conceptual understanding, rote learning..

Giriş

2003 yılında 46 ülkedeki, 4. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematikteki başarısını standart testlerle ölçen uluslararası bir araştırma, çocukların başarı ortalamasının %50' nin altında olduğunu göstermiştir (URL 1). Bu kimilerine göre yeterli derecede başarı sayılabilir. Bu fikri savunurken de herkesin matematiği öğrenmesine gerek yoktur gibi bir öneri getirebilirler. Gerçekten, İngiltere'de bazı dönemlerde matematiğin cebri ilgilendiren bölümleri (harfli ifadeler, denklem çözme vs.) öğrencilere zorunlu koşulmamıştı (Gray, şahsi görüşme). Bir kısım eğitim teorisyenleri de Gardner'in (1993) 'çoklu zekâ' teorisinden yola çıkarak, her öğrencinin matematikte başarılı olması gerekmez diye bir iddiada bulunabilirler.

Bu fikirlerin aksine, Poisson (1781–1840) matematiğin önemini vurgulamak için "Hayatta yaşamaya değer iki şey vardır; matematiği keşfetme ve matematiği öğretme." demiştir. (1991). Bu fikre paralel görüşler günümüzde egemen olmaya başlamıştır. Bu nedenle, matematik disiplini her öğrenciye kazandırılmalıdır görüşü geçerliliğini korumaktadır. Hatta Amerika'da 'Mathematics for All, Herkes için Matematik' prensibinden kaynaklanan çalışmalar olabildiğince yoğunlukta devam etmektedir. Bunun nedeni ise baş döndürücü teknolojik gelişmelerin devam edebilmesi ve bunların kullanılabilmesi için gerekenlerin matematik bilgisine ihtiyaç duymasıdır. Bu nedenle, çocuklarımıza en azından temel matematiksel bilgi sunulması hala geçerliliğini korumaktadır. Bu nedenle, matematik müfredatlarında yapılan değişiklikler bu doğrultuda atılmış adımlardan biri olarak görülebilir.

Matematiğin Doğası

Ernest (1989), matematiğin doğası hakkındaki görüşleri üç ana kategoriye ayırmıştır: Enstrümantalist, Platonist ve Problem-çözme. Enstrümentalist görüşe göre matematik gerçeklerin, kuralların ve becerilerin birikimidir. Platonist fikre göre matematik keşfedilmiş statik fakat birbiriyle ilgili bilgilerin birleşimdir. Problem-çözme ise matematiği sürekli gelişen dinamik, insanlarca yaratılan ve keşfedilen bir bilim olarak görür. Bu görüşlerden, platonist ve problem çözme yapılandırmacı eğitim anlayışına yakındır. Platonist görüş anlamanın aktif inşasını ön plana çıkarır. Problem-çözme ise bu fikrin yanında bireyin kendi ilgisi doğrultusunda matematik bilgisinin inşasını savunur. Yani problem-çözme daha çok birey merkezlidir. Beswick (2005), matematiğin doğası, matematik öğretimi ve öğrenimi hakkındaki inançları tartışırken matematiğin doğası hakkındaki görüşler ile matematiğin öğrenim ve öğretimi ile ilgili görüşlerin teorik bakımından birbirine bağlı olduğunu belirtiyor.

Fisher ve Ziebur (1965)'un yazdığı genel matematik kitabında, matematiğin çıkarsamaya dayalı bir bilim olduğu belirtiliyor; yani matematiksel sonuçlar, başka sonuçlara dayandırılarak, yani tümdengelimle çıkarılıyor. Bu aslında matematiğin düşünmeye dayalı bir bilim olduğunu gösteriyor. Bazı matematikçilere göre, matematik beynin en karanlık fakültelerini çalıştırmaya gereksinim duyar. '...dünyadaki hiçbir çalışma matematik kadar, beynin bütün fakültelerini ahenkli bir şekilde çalışmasını sağlayamaz…' (Sylvester, 1869). Bu nedenle, matematiğin güzelliği, zihinsel uğraşlara davetiye çıkarmasındandır. Ünlü bir bilim adamı olan Rényi (1970) 'Kendimi mutsuz hissedersem, mutlu olmak için matematik çalışırım. Kendimi mutlu hissedersem, bu mutluluğun sürmesi için matematik çalışırım.'demiştir. Bu nedenle matematik aslında çok zevkli bir bilim dalıdır.

Matematiksel *örüntüler* ve *ilişkiler* matematiğin dili sayesinde gün yüzüne çıkıyor ve insanoğlunun hizmetine sunuluyor. Matematik sayesinde bu örüntüleri ve ilişkileri genelleyebiliyoruz. Matematiğin doğasında, örüntü ve ilişkilerin, birkaç tane durumundan *genelleme* yapmak vardır. Hatta bazı matematikçilere göre matematik genellemelerden ibarettir. Bu genellemelere varmada özel durumların bulunması çok önemlidir. Örneğin, Hilbert (1988), 'Matematik sanatının püf noktası, bir genellemenin bütün tohumlarını içeren özel bir durumu bulmakta yatar.' diye belirtmiştir.

Bu genellemeler ise matematiğin kendine özgü olan *dili* ile sunulur. Bu dili oluşturan unsurlar ise, *semboller, tablolar, grafikler, şekiller* vb. dir. Bazı durumlarda, bu unsurların hepsi ile genellemeler gösterilebilir. Bu nedenle, matematiğin doğasında bir simge sistemi ile temsil edilebilen bir fikri, diğer simgelerle de temsil edebilmek ve bu simge sistemleri arasındaki ilgiyi görebilmek de yer alır.

Bütün bunları matematikçiler nasıl yapıyor diye bir soru gelebilir. Aslında matematikçiler genel olarak iki türlü çalışırlar. Bu gerçeği, David Tall'un birçok makalesinde referans verdiği ünlü düşünür, matematikçi Poincaré şöyle ifade etmiştir:

> Büyük matematikçilerin veya o kadarda büyük olmayan matematikçilerin çalışmalarını anlamak, iki zıt eğilime daha doğrusu tamamen iki farklı düşünceye dikkat etmeden imkânsızdır. Bu düşünce çeşitlerinden birisi tamamen mantıkla meşguldür, çalışmalarına baktığınızda, bunların sanki sadece aşama aşama ilerlediklerini düşünürsünüz… hiçbir şeyi şansa bırakmadan. Diğer düşünce çeşidindeki matematikçileri ise sezgileri yönlendirir ve bir hamlede hızlı ve büyük fetihler gerçekleştirebilirler. [Poincaré, 1913 sayfa 210]

Poincaré sözünü ettiği farklı düşünce sistemine sahip matematikçilere örnek vermek için Weierstrass ve Riemann'ı ele alıyor:

> Weierstrass her şeyi serilere ve bunların analitik dönüşümlerine götürmeye çalışır; daha iyi ifade etmek gerekirse, analizi aritmetiğin bir çeşit uzantısına indirger; bütün kitaplarını hiçbir şekle karşılaşmadan okuyabilirsiniz. Bunun aksine Riemann, bazen geometriden faydalanır; kavramlarının her biri, bir kere manasını yakaladıktan sonra kimsenin unutamayacağı şekillerden ibarettir. [ibid, sayfa 212]

Fakat bu iki düşünce sistemine sahip matematikçilere örnek verirken, Poincaré tamamen işin mantığı ile meşgul olan, diğer bir değişle analitik düşünce sistemine sahip olan matematikçilerin kendilerine özgü sezgileri olduğunu belirtmeden geçmiyor:

> ... M. Hermite ile konuştuğunuzda kafanızda asla hislere hitap eden bir imaj oluşmaz. Fakat biraz daha konuşunca en soyut kavramların bile onun için canlı bir varlık kadar somut olduğunu görebilirsiniz. Bu kavramları göremeyebilir fakat bunlar onun için suni bir montajla birleştirilmiş değil aksine kendi içlerinde bir düzene sahip olan prensiplerle birleştirilmiştirler. [ibid sayfa 220]

O zaman, matematikte sezgisel çalışmanın önemi büyüktür. İster analitik düşünce sistemi, ister sezgisel düşünce sistemi baskın olsun, matematikçilerin sezgilerini kullandıkları anlar oluyor. Bu nedenle, sezgisel düşünce sisteminin de birçok çeşidi vardır diyebiliriz:

> O zaman birçok çeşit sezgiler vardır; birincisi hislere ve hayal gücüne hitap eder; sonra, indüksiyon ile yapılan genellemeleri kapsayan sezgiler, yani deneye dayalı bilimlerin kullandığı prosedürlerden alınan sezgisel düşünce; son olarak ta sayılardan alınan sezgilerimiz mevcuttur… [ibid. sayfa 215]

Poincaré' nin bahsettiği düşünme çeşitlerine Pascal'da paralel şekilde değiniyor: sezgisel düşünme yeteneğine sahip kişiler esnektir ve aynı anda birçok şeyi ele alabilip düşünebilir, bunun aksine analitik düşünme prensibine sahip kişiler buluşlarına çok yavaş ulaşırlar, ama bu buluşları sağlam ve muhkem olur.

Poincaré' nin bahsettiği sezgi türlerinden sayılarla ilgili olanı son yıllarda eğitim camiasında yoğun ilgi çekmiştir. Hatta Dehane (2001) sayılarla ilgili sezgilerin nasıl olduğunu kapsamlı şekilde açıkladığı bir kitap yazmıştır. Fakat şu belirtilmelidir ki Dehane bu kitabında sayı sezgisinin sadece insanlarda olmadığını, bazı hayvanlarda da olacağını iddia etmiştir. Örneğin kargaların ikiyi, üçü hissedebildiğini yazmıştır.

Sayı sezgisinden sonra, eğitim araştırmacılarının ortaya attığı diğer sezgi türü ise 'sembol sezgisi' olarak adlandırılmıştır. Arcavi (1994), sembol sezgisinin ne olduğunu açıklarken, bu sezginin karmaşık ve çok yönü olan bir hissetme kabiliyeti olduğunu belirtiyor. Bunu açmak için, sembol sezgisinin ne gibi unsurları olacağını şöyle açıklıyor:

Sembol sezgisi, sembollerin gücünü anlamayı ve estetik bir duyguyu kapsar. Ayrıca semboller kullanılmadığı takdirde gösterilemeyecek ilişkileri, genellemeleri ve ispatları göstermek için sembolleri ne zaman ve nasıl kullanılacağını öngörebilmek, problemleri çözerken, sürekli sembollerin manasını kontrol etmek; sembollerin değişik durumlarda değişik anlamlarını hissedebilmek; problemlerin çözümünde sembolik gösterimlerin işe yaramayacağı durumları öngörebilmek gibi kabiliyetler sembol sezgisinin içinde yer alır.

Şimdiye kadar anlatılanları özetleyecek olursak, "matematik insanların evrendeki gizli düzeni anlamaları için insanlar tarafından üretilen bir bilimdir" diyebiliriz. Bu bilim, ilişkileri açıklarken kendine has bir dili ve sistematiği kullanır. Bu dili ve sistematiği kullanmak için, insanın değişik düşünce türlerine sahip olması gerekir. Özellikle analitik düşünme ve sezgisel düşünme matematiğin olmazsa olmaz düşünme prensiplerindendir. Bu fikirler, platonist ve problem-çözme görüşünün matematiğin doğası hakkında ileri sürdüğü fikirlere yakındır.

Fakat eskiden, yeni müfredatlar uygulanmaya konulmadan önce, matematik sınıflarımızda enstrümentalist görüşün baskısı altındaydı. Bu iddiayı kendi eğitim sürecime ve o yıllarda basılan kitaplardan örneklere dayandırıyorum. Tamamen düşünmeye ve sezgilere dayanan matematik, eskiden sınıflarımızda bu tür düşünce disiplinlerini kazandıracak şekilde sunulmuyordu. Ama müfredat değişikliklerinin altında yatan amaçlar aslında bu tür düşünce disiplinlerini kazandırma gayesi güder. Bu iddialar aşağıdaki kısımda genişçe ele alınacaktır.

Eskiden Sınıflarımızda Sunulan Matematik Derslerinin Doğası

Ülkemizde uygulamaya konulan yeni ilköğretim programlarının beslendiği kaynakları aşağıdakileri okuyunca daha iyi anlayacağız. Genelde eğitim programlarının, özelde bu programları sınıfta sunan öğretmenlerin matematiği algılaması ile sınıfta sunulan matematik derslerinin doğası arasında yakın ilişkiler vardır (Beswick, 2005). Bu nedenle eskiden sınıflarımızda sunulan matematik derslerinin doğası hakkında yorum yapmak için, öncelikle aşağıda birbiri ile tamamen zıt iki görüşü sunmak istiyorum. Bu görüşler, batıda yeni matematik eğitim reformları atılırken, bu reformların eski sistem ile arasındaki farkları ortaya koymak için Davis (1992) tarafından kaleme alınmıştı. Bu görüşleri incelediğimizde, eminim ki eskiden okullarımızda sunulan matematik derslerinin doğası ile ilgili ipuçları bulabileceksiniz:

Tablo 1 Matematiğin Doğası Hakkındaki Görüşler

Önceki Görüş	Yeni-yeni oluşan görüş
Matematik kâğıt üzerindeki sembollerden ibarettir;	'Matematik' **bir düşünme yoludur** ki bu problem durumlarının ve ilgili bilgilerin akılda simgelenmesidir (mental representation). Yazılı semboller kullanılabilir (hatta manipulatif materyallerle gerçek simgeler kullanılabilir), fakat işin esası

	öğrencinin aklında neler gerçekleştiğidir.
Matematik bilgisi kelime ve cümlelerden oluşturulur (ve bunlar özellikle neyi nereye yazacağımızı söyleyen kurallarla ilgili cümlelerdir);	Bu önemli akıl simgeleri daha öncelerden öğrenilmiş parçalardan oluşturulur. Bu genellikle somut deneyimlerdir, fakat her zaman böyle olması gerekmez… Akıl simgeleri çoğu zaman yazılı semboller değildir, fakat bu sembollerle neler temsil edildiğidir. 2.15 lik uzun bir adamın akıldaki temsili asıl olarak '7' rakamı değildir, 4 harften oluşan 'adam' kelimesi değildir, fakat çok uzun bir insanoğludur (beklide bir basketbol oyuncusudur). Akıl simgelerinin oluşturulmasına *kelimeler* yardımcı olabilir, ama bu demek değildir ki bu simgelerin kendileri kelimelerden oluşsun. (Eğer, 'köpek' dersem, sizin aklınıza bir şey gelebilir, fakat çoğu zaman bu beş harfli 'köpek' kelimesi olmaz…)
Matematik öğretmek öğrencilere doğru yere doğru şeyleri yazmayı öğretmektir;	'Matematiği öğretmek' öğrencilerin temel yapı taşlarından oluşan dağarcıklarını kendilerinin geliştirmesine mihmandarlık ve kılavuzluk yapmak ve öğrencilerin akıl simgelerini oluşturup kullanma kabiliyetlerini geliştirmeye yardımcı olmak meselesidir.
Matematiği öğrenmenin amacı birkaç kuralı ezberlemektir (örneğin 3 kere 4 = 12), sembollerin kâğıt üzerinde manipülasyonları için birkaç standart algoritma ve birkaç tanımı öğrenmek yeterlidir. İleri matematiğin püf noktası da birkaç ispatı ezberlemekten geçer. Her halükarda, amaç kabul edilmiş emirlere uymaktır – öğrenciler standart algoritmaları doğru şekilde, doğru yerlere yazmalıdır.	Matematik çalışmanın amacı, yukarıda anlatıldığı gibi düşünme yollarını öğrenmedir.
Öğrenciler, algoritmaları kendileri icat edemezler.	Öğrenciler çoğu zaman kendi algoritmalarını kendileri icat ederler, fakat bunu genellikle yetişkinlere bildirmezler, çünkü büyük ihtimal bu algoritmaları kabul görmez.
'Değerlendirme' öğrencilerin kabul görmüş emirlere ne kadar uyduğunu ölçmektir. Bu da onlara belli bazı standart hesaplamaları	'Değerlendirme' veya 'Kanaat Oluşturma' bir öğrencinin ilginç problemler hakkında neler düşündüğünü bulmaktır. Çoğu kez,

yapmalarını sorarak bulunabilir. Öğrencinin gerçekte hangi yolu kullandığı önemli değildir, önemli olan doğru sonuca ulaşıp ulaşmadığıdır.	öğrencilere alışılmamış problemleri çözdürmek ve onların bunu çözmede nasıl bir yol izlediğini gözlemlemek daha öğreticidir. Sıklıkla, problem üzerinde çalışırlarken, öğrencilerden sesli düşünmeleri istenir, böylece problem hakkında neler düşündüklerini ve nedenlerini (ellerinden geldiğince) anlamamıza yardımcı olurlar.

Yukarıdaki listedeki görüşleri incelediğimizde, eski görüşün müfredat değişikliğinden önce okullarımızda etkin olduğunu düşünmemek elde değil. Gerçekten, öğrencilerimize matematiği sembollerin kâğıt üzerinde nasıl oynatılacağını öğretiyorduk. Bunun için, onlara oyunun kurallarını üzerine *basa basa* tahtaya yazıp, sözle ifade ediyorduk. Bu kuralları ezberleyip tekrarlamaları için onlara alıştırma kâğıtları hazırlıyorduk. Bunlar, genelde gerçek hayattan kopuk, amacı sadece sembol manipülasyonunun kurallarını vurgulayan sorulardan oluşuyordu. Bunun sebebi öğrencilerimizi her an bekleyen seçme sınavlarına hazırlamak olabilir. Bu sınavlar zamana karşı yapıldığından, çocuklarımıza kuralları en kolay nasıl ezberleyip ve en kolay nasıl geri çağrılacağını öğretmek zorunda kalmış olabiliriz.

Bunları daha da açmak için Skemp (1976)'in 1970li yıllarda, İngiltere' deki okullarda sunulan matematik derslerinin doğasını açıkladığı örnekleri sunmak istiyorum. Göreceksiniz ki, o yıllarda, İngiliz okullarındaki durum, yeni müfredatların uygulanmasından önce bizim okullarda yaşanan duruma çok benziyor.

Ders işlenirken, öğretmen sınıfa üçgenin alanını Alan= $\frac{1}{2}(A \cdot B)$ formülü verir diye bir hatırlatma yapıyor. Önceki dersleri kaçırmış bir öğrenci anlamadım hocam diyor. Öğretmende, bu kuralı değişik bir şekilde tekrarlıyor: 'Bu formül size üçgenin alanının nasıl bulunacağını söylüyor; yani taban ile yüksekliği çarpıp, ikiye böleceksiniz.' Bunun üzerine öğrenci: 'Ha tamam, anladım' deyip, alıştırmalara devam ediyor. Biz bu öğrenciye: 'Anladım diyorsun, ama aslında anlamadın.' desek, öğrenci: 'Elbette anladım, bakın bütün bu alıştırmaları doğru yaptım' diyerek itiraz edebilir. Belki de, anlamadın demekle onu küçümsediğimizi zannederek, morali bozulabilir. Gerçekten, o öğrenci kendine göre anlamıştır; çünkü onun anlamaya verdiği mana alıştırmaları doğru çözmekten geçiyor.

Bu tür örneklerden hepimiz bulabiliriz: çıkarmada 'eldeyi' unutma, kesirleri bölerken sağdakini ters çevir, denklemlerde işaret değiştirmeyi unutma gibi kural hatırlatmaları en bariz örneklerdendir. Eski ders kitaplarına bakılırsa onlarda da bu türden kural ezberletmeye yönelik hatırlatmalar görülebilir. Örneğin aşağıda ki örnekler, okullarımızda kullanılan, eski ders kitaplarından alınmıştır:

Harfli ifadelerle çarpma

Harfli ifadeler çarpılırken kat sayılar çarpılır, kat sayı olarak yazılır. Aynı harflerin üsleri toplanır, o harfe üs olarak yazılır. Tabanı aynı olmayan harfli ifadeler ise aynen çarpıma yazılır.

Tek terimli ifade, çok terimli bir ifade ile çarpılırken; tek terimli, çok terimlinin her terimi ile ayrı ayrı çarpılır.

Rasyonel Sayılar kümesinde bölme İşlemi

Bir rasyonel sayıyı diğerine bölmek için, bölünen sayı, bölenin çarpmaya göre tersi ile çarpılır.

Ondalık kesirlerle bölme işlemi

Bir ondalık kesri bir sayma sayısına bölerken, virgül dikkate alınmadan bölme işlemi sürdürülür. Sıra kesir kısmına gelince bölüme virgül konup, bölme işlemine devam edilir.

Okuyucuyu, okul hayatlarından veya eski matematik ders kitaplarından buna benzer, kural ezberletmeye yönelik örnekler bulmaya davet ediyorum. Biraz düşününce, göreceğiz ki okullarımızda kuralların nerden, nasıl geldiğini ve bunların birbiri ile ilgilerini kavratmaktan çok, öğrencilerimize uymaları gereken kurallar dizisini ezberletmeye çalışıyorduk. Bu birbirine zıt iki öğretim yaklaşımını açıklamak için Skemp (1976), kuralları ezbere dayalı 'instrumental' ve bağlantıları anlamaya dayalı 'relational' matematik terimlerini kullanıyor. Bu yaklaşımların avantajlarını, Skemp (1976) aşağıdaki gibi listeliyor.

Kuralları ezbere dayalı matematik öğretiminin avantajları şöyle sıralanabilir:

1. *Çoğu kez daha kolay anlaşılır*; bazen çok daha kolay olur. 'Eksi çarpı eksi eşittir artı' kuralının nerden geldiğini anlamak zordur. Ama bu kural ezberlenince birçok soru kolayca çözülür.

2. Bu nedenle ezbere dayalı matematik öğreniminin *semeresi daha kısa zamanda ve açık olarak görülür*. Sayfalar dolusu soruyu doğru cevaplamak çok hoştur ve öğrencilerin bu tür başarılardan duydukları hazzı küçümsememek gerekir.

3. *Sorular daha kısa yoldan ve güvenilir şekilde* kuralları ezberleyerek çözülür. Gerçekten bazen matematikçiler bile kuralları ezberleyip kullanabilir. Yani, çoğu zaman kuralların nedenlerini ve birbiri ile ilgilerini irdeleyerek çalışan matematikçiler, bazen kuralları ezbere kullanarak soruları çözebilir.

Skemp (1976) kuralları ezberleyerek öğretilen ve öğrenilen matematiğin avantajlarından ancak bu kadarını sayıyor ve eğer daha başka avantajları varsa bunları öğrenmekten mutluluk duyacağını yazıyor.

Skemp (1976) bağlantıları anlamaya dayalı matematik öğretiminin en az 4 tane avantajını şu şekilde listeliyor:

1. *Bilgilerin yeni, alışılmamış durumlara adaptasyonu daha kolaydır.* Örneğin, kuralları ezberleyerek öğrenen bir öğrenci, üçgende verilmeyen açıyı, verilen iki açının toplamını bulup, bunu 180'den çıkar kuralını uygulayarak bulabilir. Bu kuralı kullanarak soruların %80'nini doğru cevaplayabilir. Ama bu öğrenci, aynı kuralı bir dış açıyı bulmak içinde kullanırsa geriye kalan soruları yanlış bulmuş olur. Hangi soruda hangi kural çalışacağını bilmenin yanında o kuralın neden orada çalışacağını bilmek, kişiye alışılmamış problemlerde bu kuralı kullanıp yeni kurallar keşfetmesini sağlayabilir.

2. *Hatırlanması daha kolaydır*. Burada bir çelişki hissedebilirsiniz. Fakat şu belirtilmelidir ki, kuralların, kavramların arasındaki ilgi gözetilerek, nedenleri irdelenerek öğrenmek zor olduğundan, bunların unutulması da zordur. Mesela, denk kesirler, kesirleri sadeleştirme ve genişletme, kesirleri toplamak birbiri ile ilgili konulardır. Bu kavramlar, aralarındaki ilgi gösterilerek öğretilirse, bir kavramı bilen diğer kavramı öğrenirken zorluk çekmez. Aynı şekilde, üçgenlerin, dikdörtgenlerin, karelerin, paralelkenarların, yamukların alanlarını bulmada kullanılan formüllerin arasındaki ilgiler vurgulanırsa, her biri için ayrı formül ezberlenmek zorunda kalınmaz. Bu nedenle bir formülü nedenleri ile bilen kişi bunu kolayca hatırlayıp bütün bu şekillerin alanlarını bulmada kullanabilir.

3. *Nedenleri ve bağlantıları anlamaya çalışmak motivasyonu artırır*. Bu avantajı birçok araştırma göstermiştir. Bu yaklaşım kullanılarak işlenen matematik derslerinde, öğrenciler dışarıdan gelecek ödül veya cezalara pek ihtiyaç duymazlar. Bu tür çalışma kişiye büyük haz verir. Bu da öğretmenin işini 'motivasyon' bağlamında kolaylaştırır.

4. *Kuralların nedenini incelemek yeni matematiksel bilginin gelişimini kolaylaştırır*. Bu fayda, aslında, bir önceki avantajdan çıkarılabilir. Yani, kuralların nedenlerini ve birbiri ile ilgilerini irdelemeden duyulan haz, kişiyi yeni alanları incelemeye iter. Bu alanlar incelenirken, yeni materyaller öğrenilir. Bu durumu bir ağacın köklerini geliştirmesine veya bir hayvanın yiyecek bulması için yeni bölgelere keşfe çıkmasına benzetebiliriz.

Yukarıda avantajlarını sunulan matematik öğretimine veya öğrenimine yaklaşımlar gösteriyor ki, eskiden okullarımızda matematik dersleri genelde kuralları ezbere dayalı bir yaklaşımla sunuluyordu. Bu tür yaklaşımın avantajlarının bizim eğitim sistemimizin ihtiyaçlarını karşılayacak türden olması, kuralların nedenleri ve birbiri ile ilişkileri irdelenmeden sunulmasını gerektirebilir. Eğitim sisteminden kastım, yüklü müfredatlar ve seçme sınavlarıdır. İlkokuldan liseye bütün matematik müfredatları haddinden fazla konularla yoğunlaştırılmıştı. Bu nedenle, bu konularda kavramların gerçek hayatla ilgisi kurularak, kuralların nedenleri ve birbiri ile ilgileri araştırılarak sunulması neredeyse imkânsız hale getirilmişti. Sonuç olarak denebilir ki eski müfredat matematik eğitimini bir kısır döngü içine hapsetmiştir. Kurallar ezberlenerek yetişen nesiller, kendilerinden sonra ki nesillere de aynı yaklaşımı sunmak zorunda kalmıştır. Hatta yeni müfredat baz alınarak yetiştirilen öğretmen adayları bile bu kısır döngüden muzdariptir. Örneğin, okullarda staj derslerine giden lise öğretmen adayı öğrencilerimizin şikâyet ettiği konulardan biri: ‘Hocam, biz fakültede birçok eğitim teorisi öğreniyoruz. Ama bunları staj yaptığımız okullarda uygulamamız neredeyse imkânsız, çünkü en başta öğrenciler bizim uygulamak istediğimiz yaklaşıma yabancı, ikincisi öğretmenler yabancı, üçüncüsü veliler yabancı. Biz yeni yaklaşım uygulayacak olsak, staj öğretmenimiz kesin kötü not verecek. İkincisi, veliler şikâyet edecek, çocuklarımızı sınavlara hazırlamıyorsunuz diye.’ Bütün bunlar gösteriyor ki, köklü bir eğitim anlayışı reformuna ihtiyacımız var.

Yeni müfredatta matematik ve matematik öğretimi

Milli Eğitim Bakanlığı’nın yeni uygulamaya konulan ilköğretim programlarının tanıtım kitapçığında belirtildiği gibi, yeni müfredatta matematik yapısalcı bir yaklaşımla ele alınmıştır (http://iogm.meb.gov.tr/files/io1-5sinifprogramlaritanitimkit.pdf). Programın amacı öğrencilere eleştirel ve yaratıcı düşünme, araştırma ve sorgulama, iletişim ve problem çözme gibi beceriler verebilmektir. Matematik programının vizyonu ise “Hayatında matematiği kullanabilen, problem çözebilen, çözümlerini ve düşüncelerini paylaşan, matematik öğrenmekten zevk alan bireyler yetiştirmektir.” ve bu program **“Her çocuk matematik öğrenebilir.”** ilkesi ile hazırlanmıştır (URL 2, s. 41). Bu vizyon ve bu ilke göz önünde bulundurulduğunda yeni matematik programının referans noktalarından birinin eskiden Amerika ve İngiltere’de yaşanan değişimler olduğu açıkça görülebilir. Yani vizyon ve ilke itibariyle yeni programımız matematiği platonist ve problem çözme yönü ile ele almış, bu görüşler doğrultusunda öğretim ve öğrenimi salık vermiştir.

Bu çalışmalara paralel olarak ders kitaplarında, sınıflarımızdaki matematik öğretiminde değişiklikler olmuştur. Derslerde öğrenciler daha aktif hala gelmiştir. Yeni öğretim yöntemleri denenmeye başlanmıştır. Öğretmen adaylarının eğitiminde de değişiklikler olmuştur. Örneğin, Altun, Memnun ve Yazgan (2007) sınıf öğretmeni yetiştiren programların 120 öğrencisine problem çözme stratejileri konusunda bir eğitim vermiş ve bu eğitimin başarılı olduğunu bildirmiştir. Benzer şekilde Işıksal, M., Kurt, G., Doğan, O. ve Çakıroğlu, E. (2007) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiğe yönelik epistemolojik kavramlamalarının değişen ilköğretim programlarına uygun olduğunu bildirmiştir.

Yeni ders kitapları bilgiyi direkt sunmak yerine, öğrencilerin bilgiye ulaşmalarını sağlayan çeşitli etkinliklerle donatılmıştır. Projeler matematik öğretiminin unsurlarından biri olmaya başlamıştır. Sadece yazılı veya sözlü yoklama ile yapılan değerlendirmelerin yerini yeni değişik değerlendirme yöntemleri almaya başlamıştır.

Özet ve tartışma

Başlangıçta matematiğin doğası hakkındaki fikirleri tartışırken, gördük ki matematik aslında yaratıcılığa açık, insanın zekâsını kullanmayı gerektiren, kendine has düşünme prensipleri olan bir daldır. Bu nedenle matematiği bu şekilde algılayan matematikçiler, matematiği seviyor ve yeni keşifler yapmayı sürdürüyor. Tabi bunları yaparken matematikçiler, matematik çalışılırken çok kullanılan ‘kavramsal sıkıştırma’ (conceptual compression, Thurston, 1990; Gray & Tall, 1994) prensibinden faydalanıyorlar. Kavramsal sıkıştırma kişinin bir kavramın değişik yönleri arasında esnek bir şekilde dolaşmasını sağlıyor, çünkü bu değişik yönler arasında sıkı bağlar kuruluyor. Bu nedenle, sıkıştırıldığında, $y= ax^2 +bx + c$ denklemi ve “$\cup$” şekilli parabol grafikleri aynı fikri ifade ediyor. Aynı fikrin değişik şekilde gösterimleridir (Boz, 2004).

Eğer kavramlar ve kuralların değişik yönleri birbirinden bağımsız şekilde algılanırsa, o zaman matematik çalışırken, gerekli yönü işlevsel hafızaya yani dikkat odağına getirmek çok zordur. Bunun nedeni de, değişik elemanların esnek bilişsel birimlere (cognitive unit, Barnard & Tall, 1997) yoğunlaştırılmamış olmasındandır, bu değişik yönler, gevşek bağlı yapıda, münferit başına buyruk varlıklar şeklinde kalırlar. Böyle bilişsel yapıya sahip öğrenciler, problemlerin çözümünde ezbere yöntemleri takip ederken yollarını kaybederler. Bunun nedeni de bu öğrenciler ezberledikleri kurallara çok fazla dikkat harcadıklarından gerekli bilişsel ilişimleri kuramamasından veya bu ilişimlerin hiç olmamasındandır.

O zaman matematik derslerinde öğrencilerimize nedenlerini ve birbiri ile ilgilerini bilmedikleri kuralları ezberletmeye yönelik bir yaklaşımda bulunmak, onların büyük kesiminin matematikten soğumasına, matematiği zor bir ders olarak algılamalarına yol açabilir. Derslerde kuralların nedenleri irdelenip, bu kuralların matematiksel kavramlarla ve birbiri ile ilgilerini irdeletebilecek ortamlar yaratmalıyız. Öğrencilerimiz, sembolleri sadece manipülasyon yapmaya yarayan, anlamsız figürler olarak algılamamalı. Aksine, sembollerin simgelediği düşünceleri anlamalı ve sembollerin gücünü kullanarak, bu farklı düşünceleri tek bir bilişsel üniteye sıkıştırmalılar. Böylece öğrencilerimiz sembol sezgileri gelişmiş olarak, kavramsal anlamanın yapı taşlarını yerlerine koymaya başlamış olacaklardır. Bu durumda onların matematikteki başarısını artıracak ve öğrencilerimiz matematiği sevmeye başlayacaklardır. Bunu sağlayacak şey onların zengin kavram imajları oluşturup, bu imajları beyinlerinde evirip çevirerek manipüle edebilmeleridir. Kavram imajı şöyle açıklanabilir: 'Kavram imajı, bir kavramla ilgili bilişsel yapının tamamıdır ki bu zihindeki o kavramla ilgili bütün resimleri, özellikleri ve işlemleri kapsar…' (Tall & Vinner 1981, p.152). Bilişsel yapı geliştikçe, bu imajlar gelişebilir. Bu imajları oluşturmaları için, öğrencilerimize kavram tanımlarını 'Terimlerden oluşan, kavramı açıklamak için kullanılan tanım' ezberletmek yerine, kavramı düşünmelerini gerektirecek etkinlikler içine sokmalıyız. Böylece öğrencilerimiz sadece matematik *yapmış* olmazlar, ayrıca matematiği *düşünebilirler* (Tall, Thomas, Davis, Gray, Simpson, 2000). Örneğin, pi sayısının 3.14' e eşit bir sayı olduğu tanımını direkt olarak söylemek öğrencilerimizi ezberciliğe iter. Bunun yerine onlara çeşitli dairesel cisimlerin çevrelerini ve çaplarını ölçüp, bunları birbirine bölmelerini ve bu işlemi birçok nesne için yapmalarını isteyebiliriz. Buldukları bu oranlarda ne gözlemlediklerini sınıfta tartışarak, onları düşünmeye ve pi sayısına kendilerinin ulaşmasına imkân vermiş oluruz. Bu makaleyi, Eflatun (Pluto)'nun matematiğin eğlendirici bir bilim olduğunu vurgulayan iki güzel sözü ile bitirelim:

Matematiğin dama oyununa benzemesi her ikisinin de genç insana uygun düşmesindendir, çok zor değildir, eğlendiricidir ve devlete tehdit oluşturmaz.

Küçük yaşlarda verilen eğitimin bir çeşit eğlence olmasına izin verelim. Böylece çocuklarımızın neye istidadı olduğunu bulmamız daha kolay olur (Des MacHale, 2002).

Kaynakça

Altun, M., Memnun, D. S ve Yazgan, Y. (2007). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Rutin Olmayan Matematiksel Problemleri Çözme Becerileri ve Bu Konudaki Düşünceleri, *İlköğretim Online*, 6(1), 127-143, 2007. [Online]: http://ilkogretim-online.org.tr

Arcavi, A. (1994). Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. *For the Learning of Mathematics, 14*(3), 24-3.

Barnard, T. & Tall, D. O. (1997). Cognitive Units, Connections, and Mathematical Proof. In E. Pehkonen, (Ed.), *Proceedings of the 21st Annual Conference for the Psychology of Mathematics Education,* Vol. 2. Lahti, Finland, 41–48.

Beswick, K. (2005). The Beliefs/Practice connection in broadly defined contexts. *Mathematics Education Research Journal, 17,* 2, 39-68.

Boz, N. (2004). Sembol Sezgisi, Bağ Kurma ve Zihinde Resmetme. *VI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 9 – 11 Eylül 2004, İstanbul

Davis, R. B. (1992). Understanding "Understanding", *Journal of Mathematical Behaviour,* 11, 225- 241.

Dehane, S. (2001). *The Number Sense*. London: Penguin Books.

Ernest, P. (1989). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics teaching: The state of the art* (pp. 249–253). New York: Falmer.

Fisher, R. C. & Ziebur, A. D. (1965). *Calculus and Analitic Geometry Second Edition.* Prentice Hall.

Gardner, H. (1993). *Frames of Mind: The theory of multiple intelligence Second Edition.* Fontana Press.

Gray, E. M. & Tall, D. O. (1994). Duality, ambiguity and flexibility: a proceptual view of simple arithmetic. *Journal of Research in Mathematics Educatio*n, *26* (2), 115–141.

Hardy, G. H. (1941). *A Mathematician's Apology*, London: Cambridge University Press,.

Hilbert, D. (1988). In N. Rose , (Ed*.), Mathematical Maxims and Minims*, Raleigh NC: Rome Press Inc.

Işıksal, M., Kurt, G., Doğan, O. Ve Çakıroğlu, E. (2007). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Epistemolojik Kavramlamaları: Üniversite ve Sınıf Düzeyinin Etkisi. İlköğretim Online, 6(2), 313-321, 2007. [Online]: http://ilkogretim-online.org.tr

MacHale, D. (2002). *Wisdom*. Mercier Pres.

Pascal, B. (1653). *Discours sur les passions de l'amour*.

Poincaré, H. (1913). *The Foundations of Science* (translated by Halsted G.B.), New York: The Science Press, (page references as in University Press of America edition, 1982).

Poisson, S. (1991). Mathematics Magazine, *64*(1).

Rényi, A., & Turán, P. (1970). The Work of Alfréd Rényi. *Matematikai Lapok,* 21, 199 - 210.

Skemp, R. R. (1976) Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20 - 26.

Sylvester, J.J. (1869). Presidential Address to British Association.

Tall, D. O., & M. Thomas, G. Davis, E. Gray, A. Simpson. (2000). What is the object of the encapsulation of a process?, *Journal of Mathematical Behavior*, 18 (2), 1-19.

Tall, D. O., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity, *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.

Thurston W. P. (1990). On proof and progress in mathematics. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 30(2), 161-177.

URL 1: http://iogm.meb.gov.tr/files/io1-5sinifprogramlaritanitimkit.pdf, erişim 22 Ekim 2008.

URL 2. http://timss.bc.edu./timss2003i/mathD.html erişim 20 Ocak 2006.