Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)
Cilt 3, Sayı 1, Haziran 2009, sayfa 195-206.

Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education
Vol. 3, Issue 1, June 2009, pp. 195-206.

# Matematik Tarihinin Matematik Öğretiminde Kullanılması: Karekök Hesaplamada Babil Metodu

**Araş. Gör. Fatih KARAKUŞ***

*Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fatih Eğitim Fakültesi, email: fkarakus58@gmail.com

Makale Gönderme Tarihi: 30 Kasım 2008 Makale Kabul Tarihi: 02 Nisan 2009

*Özet* – Matematik tarihi içerisinde öğrencilerin problem çözme becerilerini uyaracak birçok ilginç problemin bulunduğu mükemmel bir kaynaktır. Bu çalışmada matematik dersinde matematik tarihinden seçilen bir konunun sınıf ortamına aktarılması amaçlanmıştır. Bu bağlamda ilköğretim sekizinci sınıf matematik öğretim programında yer alan kareköklü sayıların hesaplanmasında farklı bir yaklaşım olarak Babil metodu kullanılmıştır. Çalışmada Babil metodu ve metodun neden işe yaradığı ayrıntılı şekilde incelenmiş ve örneklerle açıklanmaya çalışılmıştır. Bunun yanında metodun sınıf içi kullanımına yönelik çalışma yaprakları geliştirilmiştir. Böylece öğrencilerin ders kitaplarında yer alan rutin karekök alma kurallarından farklı bir deneyim yaşamaları sağlanmıştır. Bu durum öğrencilerin bir problemin çözümünde farklı çözüm yollarının olabileceğini görmelerini sağlamaktadır. Ayrıca bu yöntem öğrencilerin ortaöğretimde karşılaşacakları sonsuzluk ve limit kavramları için de bir temel hazırlamaktadır.

*Anahtar Kelimeler:* Karekök hesaplama, matematik tarihi, matematik öğretimi

# Using History of Mathematics in Mathematics Teaching: Babylonian Square Root Method

*Abstract* –Mathematics history is an excellent source of interesting problems that supplies opportunities to problem-solving skills. The purpose of this study is to explain a topic chosen from the history of mathematics into the mathematics classroom. For that reason, Babylonian method in eight grade mathematics lesson for calculating square root was used. First, the method was explained in detail including *the questions where it comes* from and *why it works* with certain specific examples. Moreover, two spreadsheets were developed for using mathematics lessons. By this way, students had different opportunities to calculate square root except for text books. Additionally, the method provided some basis of limits and infinity.

*Key Words:* Square root, history of mathematics, mathematics teaching.

## Giriş

> "Matematik öğrenciler için içine kapanık, cansız, hissiz ve tamamıyla keşfedilmiş… olarak düşünülmektedir. Oysa derslerimizde matematik tarihine yer vermek öğrencilerin matematiğin açık, yaşayan, hisleri olan ve her zaman ilginç olduğu fikrini edinmelerini sağlayabilir" (Bidwell, 1993, s.461).

Bidwell'in bu sözü matematik öğretiminde matematik tarihine yer vermenin öğrencilerin matematik hakkındaki düşüncelerinin değiştireceğini ve matematiğe değer vereceklerini vurgulamaktadır. Matematik tarihiyle zenginleştirilmiş matematik derslerinde öğrenciler matematiğin sürekli kendini yenileyen ve geliştiren bir bilim olduğunu, matematiğin kültürel bir boyutu bulunduğunu ve matematiğin düşünce dünyamıza nasıl yön verdiğini onu nasıl şekillendirdiğini göreceklerdir (Baki, 2008). Bunun yanında derslerde ünlü matematikçilerin hayat hikâyelerine yer vermek öğrencilerin matematiğin tarihsel gelişimiyle bilimin tarihsel gelişimi arasında bir ilişki kurmasını sağlayabilir (Barry, 2000). Wilson ve Chauvot (2000) okul matematiğinde, matematiğin gelişmesinde Avrupalı matematikçilerin önemli bir yeri olduğu vurgulanmasına karşın diğer kültürlerin yaptığı katkıların ihmal edildiğini, azaltıldığını ya da çarpıtıldığını ifade etmektedir (Joseph, 1990). Bu konuda NCATE/NCTM (2003) Standards for Programs for Initial Preparation of Mathematics Teachers raporunda farklı kültürlerdeki matematiğin tarihsel gelişiminin okullarda gösterilmesinin gerekliliği vurgulanmaktadır. Bu bağlamda öğretmenlerimizin büyük matematikçileri, onların kişiliklerini ve çalışmalarını görev yaptıkları okullardaki öğretim etkinliklerine katmaları derslerini zenginleştirmelerini, öğrencilerinin matematiğin insanlık tarihinde oynadığı rolü, kültürümüzle ilişkisi ve günlük hayatımızdaki yeri hakkında bilinçlenmelerini sağlayacaktır (Baki, 2008). Yapılan çalışmalarda matematik derslerinde matematik tarihine yer verilmesinin öğrencilerin matematiğe olan tutumlarını olumlu yönde etkilediği belirtilmektedir (McBride & Rollins, 1977). Bunun yanında Jardine (1997) analiz dersi alan öğrencilere matematik tarihiyle ilgili konuların verilmesinin matematiği öğrenmeye daha fazla motive ettiğini tespit etmiştir. Furinghetti (1997) matematik tarihi, matematik eğitimi ve okul etkinlikleri arasındaki ilişkiyi incelediği çalışmasında tarihsel matematik problemlerini çözmenin matematikle ilgilenmeyen öğrencileri de olumlu yönde etkilediğini belirlemiştir. Bu bağlamda matematik tarihiyle zenginleştirilmiş matematik derslerinin öğrencilere sağlayacağı faydalar 4 ana başlık altında toplanmaktadır:

1. Matematik tarihi öğrencilerin problem çözme becerilerini uyaracak ilginç problemlerin bulunduğu mükemmel bir kaynaktır.

2. Öğrencilerin matematiksel kavramları daha anlamlı öğrenmelerini sağlar. Öğrenciler matematik tarihini kullanarak öğrendikleri kavramların nereden, niçin ve kim tarafından bulunduğunu öğrenme fırsatı elde etmiş olurlar.
3. Öğrencilerin matematiğin kendi konuları arasında, matematik ve uygulamaları arasında ve matematik ile diğer disiplinler arasında ilişkiler kurmalarına yardımcı olur.
4. Öğrencinin matematik ve toplum arasında ilişki kurmasını sağlar (Wilson & Chauvot, 2000).

Son yıllarda matematik öğrenme ve öğretmede matematik tarihinin kullanılması yapılan birçok çalışmada vurgulanmaktadır (Favvel & Maanen, 1997; Marshall & Rich, 2000; Tillema, 2005; Wilson & Chauvot, 2000). Ancak ülkemizde bu tür çalışmalara çok az rastlanmaktadır. Son yıllarda yapılan sadece iki çalışmaya ulaşılmıştır. Bu çalışmalardan biri Bütüner'in (2008) öğretim uygulaması ve diğeri Gönülateş'in (2004) yüksek lisans tez çalışmasıdır. Bu bağlamda bu çalışma ülkemizde matematik tarihinin matematik öğretiminde kullanılması amacıyla yapılacak çalışmalar için bir örnek niteliği taşımaktadır. Bunun yanında bu çalışma öğrencilerin matematik tarihinde bulunan birçok matematiksel ifadenin günümüzde de kullanım alanına sahip olduğunu görerek matematiğin yaşayan, canlı ve geçmişiyle ilişkili bir yapıya sahip olduğunu görmelerini sağlamayı amaçlamaktadır. Çalışmada kareköklü sayıların hesaplanmasında farklı bir yaklaşım olarak Babil metodu kullanılmıştır.

Matematikteki en önemli işlemlerden birisi de karekök hesaplamadır. $\sqrt{9}$ ve $\sqrt{16}$ gibi tam kare sayıların köklerini hesaplamak oldukça kolay iken $\sqrt{3}$ ve $\sqrt{7}$ gibi tam kare olmayan sayıların köklerini hesaplamak oldukça zordur. İlköğretim 8. sınıf matematik öğretim programında kareköklü sayıların öğretiminde karesel bölgelerin alanlarının hesaplanmasını içeren etkinliklere rastlamaktayız. Bu etkinliklerde tam kare sayıların karekökleri buldurulmaktadır. Ayrıca tam kare olmayan sayıların köklerinin hesaplanmasında ise tahmin yoluna gidilmektedir. Bu çalışmada mevcut matematik öğretim programlarında yer alan karekök hesaplama yöntemlerinin yetersizliği ya da eksikliği sınanmamakta, aksine matematik öğretiminde öğrencilerin farklı deneyimler yaşamaları amaçlanmaktadır. Böylece öğrencilerin bir matematik problemiyle karşılaştığında onun sadece bir tek doğru çözüm yolu olmadığının farkına varmaları sağlanabilir. Bunun yanında farklı çözüm yolları öğrencileri eleştirel düşünmeye ve keşfetmeye yönelik motive edebilir.

Karekök hesaplamada teknolojiden yararlanmak belki de en kolay yoldur. Bir hesap makinesine $\sqrt{2}$ sayısının değerini hesaplattığımızda hızlı bir şekilde 1,414214 yanıtını vereceğini görürsünüz. Ancak hesap makinesi bu işlemi bu kadar hızlı ve doğru şeklide nasıl yapmaktadır? Tüm karekök değerlerini bilen bir işlemciye mi sahipler? Cevap elbette hayır. Hesap makinelerinin burada yaptıkları şey oldukça hızlı bir algoritma kullanmaktır. Ne zaman hesap makinesinin karekök tuşuna dokunsak makine sayısal bir tekrarlama işlemini devreye sokmakta ve sonucu bulmaktadır.

Hesap makinesi kullanmadan tam kare olsun olmasın bu tür sayıların kareköklerini doğru bir şekilde kağıt-kalem kullanarak hesaplayabilir miyiz? Bu soruya yanıt yaklaşık 4000 yıl önce Babillilerden gelmiştir. Karekök hesaplama işleminde basit sayısal algoritmalar bulma işinin ilk olarak Babilliler tarafından bulunduğu bilinmektedir (Flannery, 2006).

Bu çalışmada tam kare olsun ya da olmasın bir sayının karekökünü hesaplamada Babillilerin kullandıkları basit tekrarlama algoritması tanıtılmaya çalışılmıştır. Bu bağlamda çalışma sonunda verilen çalışma yaprakları sınıf ortamında öğrencilerin bu farklı deneyimi yaşamalarını sağlamak amacıyla hazırlanmıştır. Çalışma yapraklarının geliştirilmesinde Baki, (2008) tarafından belirtilen "çalışma yapraklarında olması gereken özellikler" dikkate alınmıştır. Bunun yanında çalışma yaprakları iki alan uzmanına gösterilerek geçerlikleri sağlanmaya çalışılmıştır. Ancak çalışma yaprakları gerçek sınıf ortamında kullanılmamıştır.

*Babil metodu nedir?*

Köklü sayıları hesaplamada Babil metodu bir tekrarlama sürecine dayanmaktadır (Parris, 1991). Bu süreç en genel haliyle herhangi bir $x_0 > 0$ başlangıç değeri için

$$x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{a}{x_n}\right), \qquad n = 0,1,2,\ldots$$

tekrarlama algoritmasının oluşturduğu $x_1, x_2, x_3, \ldots$ sayı dizilerinin yaklaştığı sabit sayı, $a$ sayısının karekökünü verir şeklinde ifade edilmektedir (Peitgen ve diğer, 1991). Metodu bir örnekle açıklayalım.

$\sqrt{7}$ sayısının değeri nedir? Babil metodu herhangi bir $x_0$ başlangıç değerinin tahminiyle başlar. Bu değer istenilen şekilde seçilebilir. Seçilecek $x_0$ değeri verilen tekrarlama kuralının başlangıç değeri olacaktır ve elde edilen her yeni değer tekrarlama kuralı için yeni başlangıç değeridir. Örneğin başlangıç değeri olarak $x_0 = 1$, $x_0 = 40$ ya da $x_0 = 2{,}5$ seçilebilir. Bir başlangıç değeri belirlendikten sonra

$$x_{n+1} \rightarrow \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{7}{x_n}\right)$$

tekrarlama kuralına başlangıç değeri uygulanarak $x_0, x_1, x_2, \ldots$ şeklinde bir sayı dizisi elde edilir. Peki, bu tekrarlama kuralı nereden gelmektedir? Niçin bu kural işe yaramaktadır? Bu soruların cevabı $\sqrt{7}$ sayısının değeri hesapladıktan sonra verilecektir.

Başlangıç değeri için $x_0 = 1$ olsun. Bu durumda yukarıda verilen tekrarlama kuralı kullanılarak,

$$x_1 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{7}{1}\right) = 4$$

$$x_2 = \frac{1}{2}\left(4 + \frac{7}{4}\right) = \frac{23}{8} = 2{,}875$$

$$x_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{23}{8} + \frac{7}{\frac{23}{8}}\right) = 2{,}654891$$

elde edilir. Bu işleme devam edildiğinde oluşan sayı dizileri, $4 \to 2{,}875 \to 2{,}654891 \to 2{,}645767 \to 2{,}645751 \to \cdots$ şeklinde devam etmektedir. Beşinci tekrarlamada elde edilen $x_5 = 2{,}645751$ değerinden sonra $x_5$ değeri sürekli olarak aynı sayıyı tekrar etmektedir. Bu durum oluşan sayı dizisinin sabit bir noktaya yaklaştığını göstermektedir. Bulunan değerin doğruluğunu kontrol etmek için bulunan değerin karesi alındığında

$$(2{,}645751)^2 = 7$$

olduğu görülür. Böylece $\sqrt{7}$ sayısının çok yakın bir değeri elde edilmiş olur.

Farklı bir başlangıç değeri için bu tekrarlama kuralı kullanıldığında aynı sonuç elde edilir mi? Başlangıç değeri bu kez $x_0 = 40$ olsun. Bu durumda elde edilecek sayı dizisi,

$$40 \to 20{,}0875 \to 10{,}21799 \to 5{,}451527 \to 3{,}367785 \to 2{,}723151 \to 2{,}646851 \to 2{,}645752 \to 2{,}645751 \to \cdots$$

şeklindedir. Sayı dizisi yine sabit bir noktaya yaklaşmaktadır, ancak yapılan tahmin gerçek değere çok uzak olduğu için biraz daha fazla tekrarlama yapmayı gerektirmektedir.

Bu metodu tam kare sayıların kareköklerini hesaplamada da kullanabiliriz. Örneğin $\sqrt{9}$ değerini hesaplayalım. Başlangıç değeri $x_0 = 1{,}5$ için

$$1{,}5 \to 3{,}75 \to 3{,}075 \to 3{,}000915 \to 3 \to \cdots$$

sayı dizisini elde edilir. Görüldüğü gibi birkaç tekrarlamadan sonra sayı dizisi 3'e yaklaşmaktadır.

Bu metod kullanılarak reel sayılarda negatif sayıların kareköklerinin bulunamayacağı da rahatlıkla gösterilebilir. Örneğin $-1$ sayısının karekökünü hesaplamaya çalışalım.

$$x_{n+1} \to \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{(-1)}{x_n}\right)$$

tekrarlama algoritması için başlangıç değeri olarak $x_0 = 1$ ya da $x_0 = 0$ seçilirse bu durumda $\frac{-1}{0}$ gibi bir belirsizlikle karşılaşılır ki bu durum reel sayılarda bu ifadenin çözümü olmadığını gösterir. Başlangıç değeri olarak 0 ve 1 sayısından farklı bir değer seçilirse bu durumda elde edilen sayı dizisi sabit bir noktaya gitmemektedir. Bunun yerine her tekrarlamada farklı değerlerle karşılaşılmaktadır. Örneğin $x_0 = 2$ seçilirse elde edilen sayı dizisi

$$0{,}75 \to 1{,}568452 \to 0{,}465441 \to -0{,}84153 \to 0{,}17339 \to \cdots$$

şeklinde devam etmektedir.

*Babil metodu niçin işe yaramaktadır?*

İşleme başlarken bir $x_0 > 0$ başlangıç değeri tahmin edilmektedir. Kabul edelim ki tahmin edilen $x_0 < \sqrt{7}$ olsun. Bu durumda eşitsizliğin her iki yanı $\sqrt{7}x_0$ ile bölünürse

$$\frac{1}{\sqrt{7}} < \frac{1}{x_0}$$

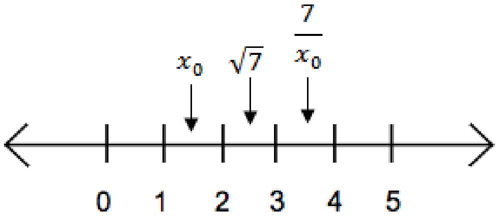
elde edilmiş olur. Yine eşitsizliğin her iki yanı 7 ile çarpılırsa

$$\sqrt{7} < \frac{7}{x_0}$$

elde edilmiş olur. Başlangıçta $x_0 < \sqrt{7}$ kabul edilmişti. Buna göre son eşitsizlikten

$$x_0 < \sqrt{7} < \frac{7}{x_0}$$

elde edilir. Bu ifade $x_0$ ve $\frac{7}{x_0}$ sayılarının sayı doğrusunda $\sqrt{7}$'nin farklı taraflarında olduğunu göstermektedir.




Tersine $x_0 > \sqrt{7}$ olsun. Bu durumda

$$\frac{1}{\sqrt{7}} > \frac{1}{x_0}$$

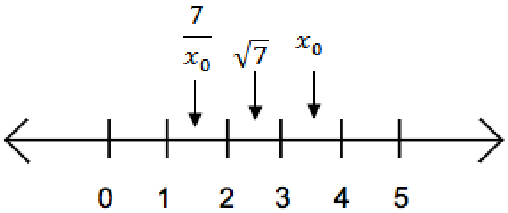
ve

$$\sqrt{7} > \frac{7}{x_0}$$

elde edilir. Buradan

$$x_0 > \sqrt{7} > \frac{7}{x_0}$$

eşitsizliği bulunur. Bu eşitsizlikte $x_0$ ve $\frac{7}{x_0}$ sayılarının sayı doğrusunda $\sqrt{7}$ farklı taraflarında olduğunu göstermektedir.




Eğer $x_0 = \sqrt{7}$ değerini tam olarak tahmin etmişsek bu durumda $x_0 = \sqrt{7} = \frac{7}{x_0}$ olur. Böylece $x_0$ ve $\frac{7}{x_0}$ sayıları her durumda sayı doğrusunda $\sqrt{7}$ sayısının farklı taraflarında bulunmaktadır. $x_0$ ve $\frac{7}{x_0}$ sayılarının ortalaması alınırsa

$$\frac{1}{2}\left(x_0 + \frac{7}{x_0}\right)$$

bu değerde $x_0$ve $\frac{7}{x_0}$ sayılarının arasında bulunur, ancak bulunan yeni değer $\sqrt{7}$'ye diğer iki değerden daha yakındır. Bu nedenle bir sonraki tekrarlamada

$$x_1 = \frac{1}{2}\left(x_0 + \frac{7}{x_0}\right)$$

değeri yeni başlangıç değeri olarak seçilmektedir. Bu işleme devam edildiğinde her bir adımda $\sqrt{7}$ sayısına çok yakın değerler elde edilir. Elde edilen sonuçların oluşturduğu dizinin limit değeri $\sqrt{7}$ sayısının yaklaşık değerini vermektedir.

## Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada matematik öğretiminde matematik tarihinin kullanımına yönelik örnek bir çalışma yapılmıştır. Babil metodunun ne olduğu ve niçin işe yaradığı gösterilmiştir. Ayrıca çalışma yaprakları geliştirilerek Babil metodunun sınıf içi kullanımı sağlatılmıştır (Örnek çalışma yaprakları ekte verilmiştir). Babil metodu öğrencilerin sadece doğru bir şekilde sayıların kareköklerini hesaplamalarına yardımcı olmamaktadır, aynı zamanda üstü kapalı olarak sonsuzluk ve limit kavramları için bir temel hazırlamaktadır. Bunun yanında ilköğretim 8. sınıf matematik öğretim programına yeni giren fraktal geometrinin temel özelliklerinden biri olan tekrarlama süreci etkin bir şekilde kullanılmaktadır.

Günümüzde matematik tarihi matematik öğretiminde önemli bir role sahiptir. Yapılan birçok çalışmada matematik tarihinin matematik öğretim programlarını zenginleştirdiği, öğrenci ve öğretmenlerin matematik hakkında düşünme ve konuşma fırsatı elde ettikleri, öğrencileri eleştirel düşünme ve keşfetmeye yönelttiği, matematiğin insan ürünü olduğu ve farklı kültürlerin katkılarıyla geliştiği vurgulanmaktadır (Barry, 2000; Marshall & Rich, 2000; Tillema, 2005; Wilson & Chauvot, 2000). Ülkemizde matematik tarihinin matematik öğretimindeki uygulamalarına yönelik fazla rastlanmamaktadır. Oysa matematik dersinde matematik tarihine yer veren öğretmenler öğrencilerinin matematiğin değişen ve gelişen yapısını görmesine yardımcı olacaktır. Bunun yanında ünlü matematikçilerin eserlerini incelemek onların problem çözmede farklı çözüm yolları geliştirmelerini sağlayabilir.

**Kaynakça**

Baki, A. (2008). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi (Genişletilmiş 4. Basım).* Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.

Barry, D.T. (2000). Mathematics in Search of History. *Mathematics Teacher*, 93 (8), 647-650.

Bidwell, J.K. (1993). Humanize Your Classroom with The History of Mathematics. *Mathematics Teacher*, 86, 461-464.

Bütüner, S.Ö. (2008). 8. Sınıf Denklemler Konusunun Matematik Tarihi Kullanılarak Öğretimi. *İlköğretim Online*, 7(3), 6-10.

Favvel, J., & Maanen, J.v. (1997). The role of the history of mathematics in the teaching and learning of mathematics Discussion document for an ICMI study (1997–2000) . *ZDM*, 29 (4), 138-140.

Flannery, D. (2006). *The Square Root of 2 A Dialogue Concerning a Number and a Sequence*. New York: Copernicus Books.

Furinghetti, F. (1997). History of Mathematics, Mathematics Education, School Practice: Case Studies Linking Different Domains. *For the Learning of Mathematics*, 17(1), 55-61.

Gönülateş, F.O. (2004). *Prospective teachers' views on the integration of history of mathematics in mathematics courses.* Unpublished master's thesis, Boğaziçi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Jardine, R. (1997). Active Learning Mathematics History. *Primus,* 7(2), 115-122.

Joseph, G. G. (1990). *The Crest of the Peacock: Non-European Roots of Mathematics.* London: Penguin.

Marshall, G. L., & Rich, B. S. (2000). The Role of History in a Mathematics Class. *Mathematics Teacher*, 93 (8), 704-706.

McBride, C.C., & Rollins, J.H. (1977). The Effects of History of Mathematics on Attitudes toward Mathematics of College Algebra Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1, 57-61.

NCATE/NCTM (2003). *Standards for Programs for Initial Preparation of Mathematics Teachers,* Retrieved May,24, 2007 from http://www.ncate.org

Parris, R. (1991). The Root-Finding Route to Chaos. *The College Mathematics Journal*, 22(1), 48-55.

Peitgen, H-O., Jürgens, H., & Saupe, D. (1991). *Fractals for The Classroom Part 1: Introduction to Fractals and Chaos*. Springer-Verlag.

Tillema, E. (2005). Chinese Algebra: Using Historical Problems to Think About Current Curricula. *Mathematics Teacher*, 99 (4), 238-245.

Wilson, P.S., & Chauvot, J. B. (2000). Who? How? What? A Strategy for Using History to Teach Mathematics. *Mathematics Teacher*, 93(8), 642-645.

**Ekler**

## ÇALIŞMA YAPRAĞI-1 ÖĞRETMEN KLAVUZU

**Ders** : Matematik

**Konu** : Kareköklü Sayılar

**Seviye** : 8. Sınıf

**Araç-Gereç** : Kağıt, kalem, silgi, çalışma yaprağı-1

**Kazanımlar**

- Tam kare doğal sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi modelleriyle açıklar ve karekökleri belirler.

**Öğrencilerin sahip olması beklenen ön koşullar**

- Bir sayının karesini alabilme,
- Kesirlerle işlem yapabilme,
- Ondalık sayılarla ilgili temel bilgilere sahip olabilme,

**Öğretmenin yapacağı hazırlıklar**

- Çok fazla tekrarlama yapmaya neden olacağı için öğrencileri başlangıç sayılarını tahmin ederken çok büyük sayılar seçmemeleri konusunda yönlendiriniz.
- Öğrencilerin 2'şerli gruplara ayrılarak çalışabileceklerini söyleyiniz.
- Ondalık sayılarla yapılan işlemlerde öğrencilere yardım edilebilir. Gerekirse hesap makinesi kullanmaları yönünde teşvik ediniz.

## ÇALIŞMA YAPRAĞI-1

Yaklaşık 4000 yıl önce Babilliler kareköklü sayıları hesaplamak için bir algoritma geliştirmişlerdir. Bu algoritmanın bir benzerini bugün kullandığımız hesap makineleri de karekök hesaplama işlemlerinde kullanmaktadırlar.

$\sqrt{7}$ sayısının kare kökünü aşağıda verilen algoritmayı kullanarak hesaplayınız.

$$\frac{1}{2}\left(x+\frac{7}{x}\right)$$

1. Öncelikle sıfırdan büyük bir başlangıç sayısı tahmin ediniz.
2. Tahmin ettiğiniz sayıyı algoritmada yerine yazarak işlemi yapınız.
3. Bulduğunuz değer sizin yeni başlangıç değeriniz olsun. Bu değeri yukarıdaki algoritmada yerine yazınız.
4. Elde ettiğiniz değer sizin yeni başlangıç noktanız olsun. Bu değeri algoritmada yazarak işlemi yapınız.

5. Bu işlemi birkaç defa daha tekrarlayınız. Elde ettiğiniz sonuçları aşağıdaki tabloda yerine yazınız.

| Tekrarlama sayısı | Oluşan başlangıç değerleri |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | |

6. Her bir tekrarlama sonucu oluşan yeni başlangıç değerleri sabit bir sayıya yaklaşıyor mu? Bu sayı nedir? Yazınız.

7. Bulduğunuz bu değerin karesini alınız. Ne gibi bir sonuçla karşılaştınız?

8. Sıfırdan büyük farklı başlangıç değerleri seçerek yaptığınız işlemleri tekrarlayınız. Ne tür sonuçlar elde ettiniz? Tartışınız.

9. Yukarıda verilen algoritmayı kullanarak siz de sıfırdan büyük farklı başlangıç değerleri için $\sqrt{2}$ *ve* $\sqrt{9}$ sayılarının kareköklerini hesaplayınız.

## ÇALIŞMA YAPRAĞI-2 ÖĞRETMEN KLAVUZU

**Ders** : Matematik
**Konu** : Kareköklü Sayılar
**Seviye** : 8. Sınıf
**Araç-Gereç** : Kağıt, kalem, silgi, çalışma yaprağı-2
**Kazanımlar**

- Tam kare olmayan sayıların kareköklerini strateji kullanarak tahmin eder.

**Öğrencilerin sahip olması beklenen ön koşullar**

- Bir sayının karesini alabilme,
- Kesirlerle işlem yapabilme,
- Ondalık sayılarla ilgili temel bilgilere sahip olabilme,

**Öğretmenin yapacağı hazırlıklar**

- Çok fazla tekrarlama yapmaya neden olacağı için öğrencileri başlangıç sayılarını tahmin ederken çok büyük sayılar seçmemeleri konusunda yönlendiriniz.
- Öğrencilerin 2'şerli gruplara ayrılarak çalışabileceklerini söyleyiniz.
- Ondalık sayılarla yapılan işlemlerde öğrencilere yardım edebilirsiniz. Gerekirse hesap makinesi kullanmaları yönünde teşvik ediniz.
- Tam kare olmayan sayıların kareköklerini öğrencilerinize başlangıçta tahmin ettiriniz. Daha sonra Babil metoduyla elde edilen sonuçla karşılaştırmalarını sağlayınız. Böylece ne kadar yakın tahminlerde bulunacaklarını kontrol edebilirsiniz.

## ÇALIŞMA YAPRAĞI-2

$\sqrt{-1}$ sayısının değerini $\frac{1}{2}\left(x+\frac{-1}{x}\right)$ algoritmasını kullanarak hesaplayınız.

**1.** Başlangıç değeri olarak 0 sayısını seçiniz. Ne gibi bir durumla karşılaştınız? Tartışınız.

**2.** Başlangıç değeri olarak 1 sayısını seçiniz. Bu değeri algoritmada yerine yazınız ve yeni bir başlangıç değeri elde ediniz. Bulduğunuz yeni başlangıç değerini algoritmada yazınız. Ne gibi bir sonuçla karşılaştınız? Tartışınız.

**3.** Başlangıç değeri için 0 ve 1 den farklı olarak kendiniz bir sayı tahmin ediniz. Verilen algoritmayı kullanarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

| Tekrarlama sayısı | Oluşan başlangıç değerleri |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | |

**4.** Tabloyu inceleyiniz. Oluşan yeni başlangıç değerleri sabit bir sayıya yaklaşıyor mu? Bu durumda $\sqrt{-1}$ sayısının değeri için neler söyleyebilirsiniz?