



Brousseau's Theory of Didactical Situations in Mathematics and An Application of Adidactical Situations

Selahattin Arslan*, Demet BARAN and Samet OKUMUŞ

Karadeniz Technical University, Trabzon, TÜRKİYE,

Received : 30.03.2010

Accepted : 02.06.2011

Abstract – Researches in education have been leading to several educational theories and models in the last century. As a result of this, mathematics education has been affected by this development, a series of innovations has been made in the education field, and these innovations' adaptations and effectiveness have been investigated by researchers. The theory of didactical situations in mathematics (Brousseau, 1998) is one of these educational theories. This article aims to introduce both this theory and *adidactical* situations which play an imminent role in this theory and to present an application of *adidactical* situations to describe experiences during the different phases of this theory. For this purpose, an activity on the barycentre of a triangle was administered to eight-grade students and the stages of *adidactical* situation were observed and video-taped. At the end of the study, taking into account the five stages of *adidactical* situations students' experiences were described.

Key words: Theory of Didactical Situations In Mathematics, Adidactical Situations, Barycentre of a Triangle.

Summary

Introduction: The subject of how learning occurs and of being more effective and retention, have attracted educators' attention for a long time. For this reason, much research related to these subject have been conducted. Therefore, research on learning theories with different quantity and quality have been carried out in the second part of the 20th century. One of these theories is "Didactic". Didactic developed several theories and one of them is Theory of Didactical Situations in Mathematics (TDSM), proposed by Guy Brousseau. The current study deals with the Theory of Didactical Situations (TDSM) and its concepts. Considering TDSM, there are three learning situations: *didactical situation, adidactical situation and non-didactical situation*. An *adidactical* situation has five phases: *Devolution, Action,*

* Corresponding author: Selahattin ARSLAN, Assist. Prof. Dr. in Elementary Mathematics Education, Fatih Faculty of Education, Karadeniz Technical University Adnan Kahveci Bulvarı, Söğütü, Akçaabat-Trabzon, TÜRKİYE.
E-mail: selaharslan@yahoo.fr

Formulation, Validation, Institutionalization. After having presented TDSM, the main aim of this study is to represent a practice for *adidactical* situations and to examine the students' experiences during the different phases of *adidactical* situations. To access this objective, following research question is formulated: What is the students' experiences during the different phases of *adidactical* situations?

Methodology: This research is designed as a case-study, based on classroom observations. The participants were selected by using purposeful sampling procedure. Because this sampling method leads researchers to select participants suitable for research focus. In order to select the participants, interviews were performed with the mathematics teacher and participants were identified in view of their recommendations at an elementary school of Rize district. Besides, we considered student's abilities such as constructing a median, a perpendicular bisector and a height of a triangle, recognizing that a median is a line segment which connects between the vertex and the middle point of the side of a triangle. The study was carried out with 25 students attending 8th grade in 2008-2009 school year. The activity and the materials connected with *adidactical* situation were designed and implemented in the classroom by the researchers. This activity is connected with making students to discover the barycentre of a triangle.

Results and Conclusions: The most important findings are summarized. The researchers gave students triangles with various side lengths and various angle measurements during the first phase "*Devolution*". And the students were asked to find barycentre of a triangle and they are observed by the researchers during this activity. Along the "*Action*" stage the students interacted with *milieu*, experienced to find the balance points of the triangles and marked them. They tested many ways to find them. However they didn't claimed any idea about the term "barycentre". In this phase although students were in group action, they tried to find the balance points individually. Some students claimed that there could be more than one balance point after their try-outs, but after the feedback from *Milieu* they changed their mind. The students suggested the terms such as height, bisector, median to determine the rule of the barycentre during the "*Formulation*" phase. In this phase transition of students between *Formulation* and *Validation* phases was observed. So it's sighted that the students showed reasonable solution strategies. During the fourth phase, "*Validation*", the students summarized their knowledge that they learned in previous phases and persuade the other

students or the teacher about the correctness of their solutions. During the last phase, “*Institutionalization*”, the teacher (researcher) was on action. The researcher explained the problem situation and knowledge which students were required to gain during the activity. Consequently the term “barycentre of a triangle” was learned by the students.

Suggestion: This study was restricted with only one activity. Hence it should be suggested that new activities on different topics in math curriculum related to didactical situation may be designed by other researchers. Also teachers may use this approach during their instructions. Besides, current study is considered to contribute to learning approaches in content of elementary mathematics curriculum. Further studies may be suggested to implement didactical situations in different academic levels and investigate effects.

Brousseau'nun Matematiksel Öğrenme Ortamları Kuramı ve Adidaktik Ortamın Bir Uygulaması

Selahattin Arslan[†], Demet BARAN ve Samet OKUMUŞ

Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon, TÜRKİYE,

Makale Gönderme Tarihi: 30.03.2010

Makale Kabul Tarihi: 02.06.2011

Özet – Eğitim alanında yapılan araştırmalar son asırda farklı öğretim kuram, yaklaşım ve modellerinin doğmasına yol açmıştır. Bunun sonucu olarak matematik eğitimi de bu gelişmelerden etkilenmiş, yeni kuram ve modeller ortaya çıkmış ve bunların uygulanabilirliği ve etkililiği üzerinde çeşitli araştırmalar yapılmıştır. Bu kuramlardan biri, Guy Brousseau'nun (1998) Matematiksel Öğrenme Ortamları Kuramıdır. Bu çalışmanın amacı; bu kuramı ve bu kuramda önemli bir yer tutan *adidaktik* öğrenme ortamlarını ana hatlarıyla tanıtmak ve buna yönelik bir uygulama örneği sunarak ortamın farklı safhalarında yaşananları betimlemektir. Bu doğrultuda 8.sınıf seviyesinde üçgenlerde ağırlık merkezini bulma üzerine bir *adidaktik* ortam tasarlanmış ve sınıf içi çalışmalar gözlenerek kamera ile kayıt altına alınmıştır. Çalışmanın sonunda *adidaktik* ortamların beş evresi dikkate alınarak her bir evredeki öğrenci yaşantıları betimlenmiştir.

Anahtar kelimeler: Matematiksel Öğrenme Ortamları Kuramı, *adidaktik* ortamlar, üçgende ağırlık merkezi.

Giriş

Öğrenmenin nasıl gerçekleştiği, hangi şartlarda daha etkili ve kalıcı bir öğrenmenin gerçekleşeceği konusu uzun zamandan beri eğitimcilerin ilgisini çekmiş ve konuyla ilgili birçok araştırma gerçekleştirilmiştir. Bunun neticesinde özellikle 20. yüzyılın ikinci yarısından itibaren farklı nitelikte öğrenme kuramları ortaya atılmıştır (davranışçı, bilişsel, yapılandırmacı, vs.). Bunlardan biri de G. Brousseau (Brousseau, 1998, 2002) tarafından ortaya atılan Matematiksel Öğrenme Ortamları Kuramı[‡] (*Theory of Didactical Situations in Mathematics*, Fransızcası: *Théorie des Situations Didactiques en Mathématiques*) dir.

[†] İletişim: Selahattin ARSLAN, Yard. Doç. Dr., İlköğretim Matematik Eğitimi ABD, Fatih Eğitim Fakültesi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Adnan Kahveci Bulvarı, Söğütü, Akçaabat-Trabzon, TÜRKİYE.
E-mail: selaharslan@yahoo.fr

[‡] Gerek kuramın adı gerekse bu çalışmada geçen diğer Fransızca kavramlar Arslan (2009) tarafından Türkçeleştirilmiştir. Tercümeden doğabilecek problemleri asgariye indirmek amacıyla kuram ve kavramların İngilizce karşılıkları da okuyucuya verilmiştir.

Fransa’da Didaktik araştırma alanı içerisinde ortaya atılan ve gelişen bu kuramın daha iyi algılanabilmesi için Didaktikten bahsetmek yerinde olacaktır.

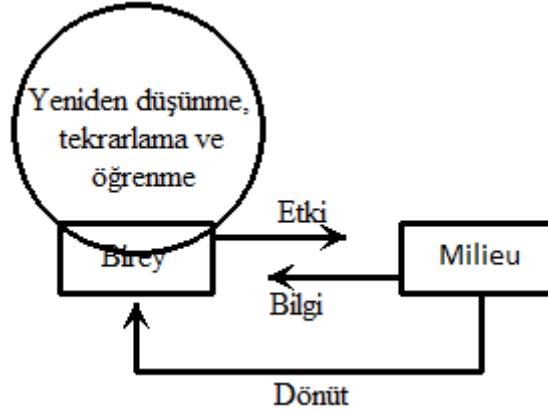
Kelime anlamı “öğretici, öğretimle ilgili” olan Didaktik, “öğrenmeyi incelemek ve anlamak mümkündür” prensibinden hareketle ortaya çıkmış ve kendine özgü kuram ve kavramlara sahip halen gelişmekte olan bir bilim dalıdır (Sağlam Arslan, 2008). Robert (1988), Didaktiğin çalışma sahasını “bir bilimsel alana ait bilgilerin -öğrenci tarafından- elde edilmesi ve -öğretici tarafından- aktarılması sürecini incelemek” şeklinde özetlemektedir. Bu nedenle Didaktik, eğitim-öğretim etkinliklerinin üç bileşenden (öğretmen, öğrenci, bilgi) oluştuğu gerçeğinden hareketle bu bileşenleri ve bu bileşenler arasındaki ilişkiyi incelemektedir (Brousseau, 1998, 2002). Bununla birlikte, adı geçen üç bileşen farklı etkenlerin (program ve ders kitabı yazarları, veliler, ...) etkisi altında olduklarından Didaktiğin çalışma sahası bu bileşenlerle bunların arasındaki ilişkilerin ötesine geçmektedir (Örneğin Bkz. Noosphère kavramı, Chevallard, 1985).

Didaktik, “En etkili öğretim yöntemi nedir? Bir kavramı en iyi nasıl öğretebiliriz?” vb. soruların cevabının kişi, ortam ve şartlara göre değiştiğini kabul ettiğinden (Robert, 1988), bu tür soruların cevabını verme amacı gütmemektedir. Bununla birlikte, “öğretme etkinliğini ideal şartlarda yerine getirmenin yolu öğrenme olgusunu anlamaktan geçer” prensibinden hareketle öğrenme olgusunu anlamaya yoğunlaşmaktadır. İşte bu amaçla ortaya atılan ve Didaktik araştırma alanı içerisinde yer alan kuramlardan biri de bu araştırmanın ana temasını oluşturan Matematiksel Öğrenme Ortamları Kuramı (MÖOK) dır.

Bu kuram Piaget ekolünün etkisinde yapılandırmacı bir felsefeye dayanmakta ve temel karakteristikleri bu yaklaşımla örtüşmektedir. Bununla birlikte, kuramın yapılandırmacılıktan ve Piaget’den ayrıldığı hususlar da vardır. MÖOK, özetle eğitim-öğretim sisteminin farklı aktör (öğretmen, öğrenci, ...) ve nesnelere (bilgi, öğrenme ortamı, ...) rol ve işlevlerini modelleme amacı gütmektedir. Bu bağlamda kuramın çalışma alanları kısaca matematiksel bilgi (kökeni, oluşumu, öğrenim ve öğretimi), öğretmenin ve öğrencinin rol ve görevleri, öğrenci-öğrenci, öğrenci-öğretmen, öğrenci-bilgi ve öğrenci-materyal etkileşimleridir. Bu kuram amacı doğrultusunda öğretim etkinliğinde yer alan bir çok olay ve kavramı modelleme yoluna gitmiştir: Milieu[§], Sorumluluk aktarma (Devolution), Didaktik Sözleşmesi (Didactical Contract), Didaktik- Adidaktik ve Didaktik olmayan öğrenme ortamları, vb.

[§] Öğrencinin sahip olduğu bilgilerin, öğrenme ortamında var olan materyal ve bireylerin (akran, öğretmen, vs.) bir bileşkesi konumundaki Milieu, kelimenin sözlük anlamıyla Fransızca’da çevre, ortam gibi anlamlara gelmektedir. MÖOK’a yönelik yapılan İngilizce çalışmalarda bu kavram -anlam kaymasını önlemek amacıyla- Fransızca aslı korunarak kullanılmıştır. Bu çalışmada da, bu terimi karşılayacak Türkçe bir kelime bulunmadığından, aslının korunması uygun görülmüştür. Telaffuzu Milyö şeklindedir.

Kuramın felsefi yapısı ele alındığında Piaget'nin Bilişsel Gelişim Kuramından büyük oranda etkilendiği düşünülebilir. Bu bağlamda Piaget'nin “dengeleme” kavramı bu kuram için büyük önem arz etmektedir. Aşağıdaki açıklamalardan anlaşılacağı üzere “dengeleme” kavramı, özellikle öğrencilerin yeni bilgiye ulaşabilmek amacıyla, karşılaştıkları problem durumunu çözmeye çalıştıkları ve Milieuden dönüt alarak kavramlarını ve stratejilerini gözden geçirdikleri adidaktik ortamlar için daha da anlamlıdır (Ruthven, Laborde, Leach & Tiberghien, 2009). MÖOK'ye göre öğrenme aşağıda verilen şekildeki gibidir:



Şekil 1 Adidaktik Ortamlarda Öğrenme

Buna göre bir öğrenme ortamında birey Milieu ile etkileşime girerek öğrenir. Bu bağlamda birey Milieuye bir etki gönderir. Buna karşılık Milieu de bireye bir dönüt gönderir. Bu dönüt bazen bir onay bazen de bir uyarıdır. Milieunun gönderdiği bu dönüt sayesinde birey iki durumla karşı karşıya kalır: Milieu bireye onay gönderir -ki bu durumda birey bilgisini onaylamıştır- ya da Milieu bireye uyarı gönderir -ki birey bu durumda da bilgisinin eksik veya tamamen yanlış olduğunun farkına varır-. Bu ikinci halde birey durumunu düzeltme yoluna giderek Milieuye yeni bir etki gönderir. Birey gönderdiği tüm etkiler için Milieuden onay alınca öğrenme gerçekleşmiş olur.

Görüldüğü gibi MÖOK'de, kısaca “bir öğrenme ortamında öğrenenin etkileşimde olduğu her şey (materyal, akran, öğretmen, bilgi, bilgisayar, ...)” şeklinde tanımlanabilen Milieu kavramı anahtar rol oynamaktadır. Öğrenme ortamında öğrencilere “eylemde bulunma” imkânı sağlayan, öğrencilerin gerçekleştirdikleri “eylemler” üzerinde veya öğrencilerin düşünme işlemlerini gerçekleştirmelerinde etkisi olabilen Milieu, bir bakıma zihinsel gerçeklerin ve materyallerin bir bileşkesidir. Bu doğrultuda öğrenci ile Milieu arasındaki etkileşim sistemi hem bir sonuç hem de bir bilgi kaynağıdır. Öğrenci Milieuye etki

gönderdiğinde, Milieuden bilgi ve dönüt alabilmekte ve ayrıca öğrencinin önbilgileriyle kurulmuş dengesi de bozulabilmektedir (Laborde & Glorian, 2005).

Bu kuramda bir öğrenme ortamı “öğretmenin belirlediği hedeflere ulaşmak için öğrencilerin eski bilgilerini işe koştukları ve yeni bilgiler yapılandırdıkları etkinlikler bütünü” olarak tanımlanmaktadır. Matematiksel öğrenme ortamları kuramına göre üç çeşit öğrenme ortamı mevcuttur (Arslan, 2009):

- *Didaktik Ortamlar:* Öğretmenin, öğrencilerinin bilgilerini ortaya çıkarmak, değiştirmek veya öğrencilerine yeni bilgiler vermek amacıyla niyetini de belli ederek hazırlamış olduğu ve uyguladığı ortamlardır. Bu tür ortamlarda öğreticinin başrol oynamasına karşın ortam bazen öğrenci merkezli de olabilir.

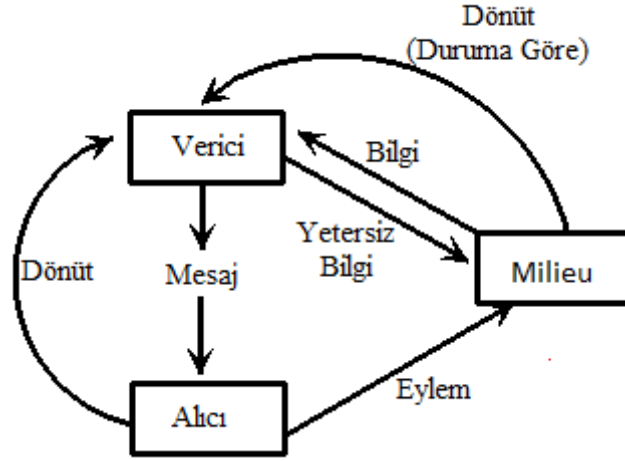
- *Adidaktik Ortamlar:* Bu tip ortamlarda sorumluluğun öğretmenden öğrenciye kayması söz konusudur. Öğretmenin rolü sınırlıdır ve birey Milieu ile etkileşim neticesinde öğrenir. Bu ortamlar, öğrenme amaçlı düzenlenmiştir ancak öğrenci öğretim amaçlarından haberdar değildir. Kurama göre bir ortamın adidaktik olması için sahip olması gereken belli başlı şartlar vardır: i) öğrenci öğrenme ortamında sunulan problemi belirli bir aşamaya kadar çözebilecek önbilgilere sahiptir ancak çözümü tamamlayacak seviyede değildir. ii) Öğrenci başlangıç stratejisi ortaya atabilmelidir. iii) Başlangıç stratejisinin çözüm için yetersiz olması ve bu yetersizliğin kendini göstermesi gerekir. iv) Onay için bir Milieu olmalı ve Milieu dönüt vermelidir. v) Dönütler doğrultusunda alınan sonuçlara göre ortam tekrarlanabilir özelliğe sahip olmalıdır.

- *Didaktik Olmayan Ortamlar:* Bilgi aktarma veya eğitim öğretim amacıyla tasarlanmış olmayan ortamlardır.

Brousseau (1998) bir öğrenme ortamının beş evreden oluştuğunu ifade etmekte ve aşağıdaki gibi tanımlamaktadır (Arslan, 2009):

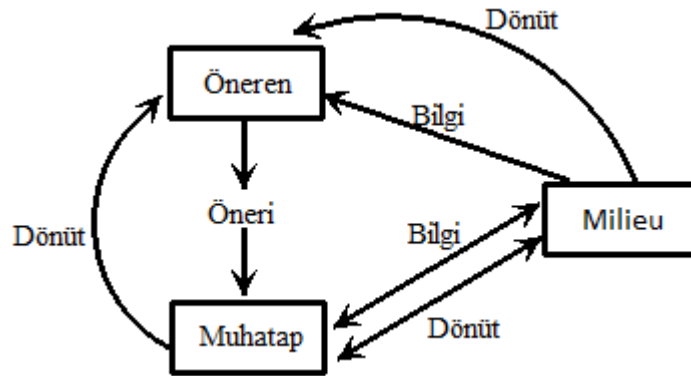
1. *Sorumluluk Aktarma (Devolution) Evresi:* Öğretmen, ortamın gerekli hazırlıklarını yaparak öğrenciye rolünü bildirir ve aradan çekilir. Bu aşamada öğrenci görevini anlamış ve sahiplenmiştir.
2. *Eylem (Action) Evresi:* Birey öğrenme ortamındadır ve Milieu ile etkileşim halindedir. Öğrenci Milieuye bir takım etkiler yaparak Milieuden dönütler alır. Bu dönütler neticesinde birey bilgisini yanlışsa düzletir, eksikse tamamlar. Bu aşamada birey bazı bilgiler elde etmiştir, ancak elde edilen bu bilgilerinin tam olarak farkında değildir ve onları bir başkasıyla paylaşabilecek durumda da değildir.

3. *İfade Etme (Formulation) Evresi:* Bir önceki evrede birey elde etmiş olduğu örtük bilgileri ifade ederek başkalarıyla paylaşır. İkinci aşamada olduğu gibi bu aşamada da birey Milieu ile etkileşim halindedir ve Milieunun bir parçası olan diğer bireylerle fikir alışverişi yapmaktadır (Şekil 2). Alıcı ve verici konumundaki bu bireyler yazılı veya sözlü etkileşimde bulunabilecekleri gibi basit bir matematiksel dil de kullanabilirler. Bu aşamanın sonucunda belli bir model (bilgi) ortaya çıkar. Bu model daha önce bilinen veya öğrenilen kurallar yardımıyla ifade edilir.



Şekil 2 Öğrenme Ortamlarında İfade Etme Aşaması

4. *Onaylama (Validation) Evresi:* Bu evrede öğrencinin bir önceki evreden elde ettiği ve deneysel olarak kısmen ispatladığı modelin veya bilgilerin neden doğru veya yeterli olduğunu ispat etmesi gerekir. İspatın geçerli olması için karşı tarafı ikna etmesi gerekir (Şekil 3).



Şekil 3 Öğrenme Ortamlarında Onaylama Aşaması

Önerenle muhatap bir önceki aşamadaki gibi sürekli etkileşim halinde değildir. Şekil 3'ten de görüldüğü gibi öneren matematiksel bilgiyi muhatabına bir iddia veya

tez olarak sunar, öneren Milieuden de destek alarak modelini açıklar. Muhatap, ek bilgi isteyebilir, bazı kısımları reddedebilir veya öneriyi tamamen onaylayabilir. Bu işlemler sırasında muhatap da Milieu ile etkileşimdedir ve öneriyi test eder.

5. *Kurumsallaştırma (Institutionnalization) Evresi:* Bir önceki aşamada onaylanan matematiksel bilgi artık sınıfın bilgileri arasındadır. Ancak henüz resmi bir statüye sahip olmamıştır ve ismi de konmamıştır. Bilginin resmileştirilmesi, isminin verilmesi ve genellemesi işlemlerine kurumsallaştırma denir. Son aşamada yapılacak bu iş, öğretmenin görevidir.

Yukarıda tanıtilen aşamalar, ideal bir öğrenme ortamı için geçerli olup ortamın niteliğine göre değişiklik gösterebilir. Bu bağlamda, bazı evreler öğrenme ortamının, bilginin ve öğrenenlerin niteliğine göre sönük geçebileceği gibi bazı evreler arasında gelgitler de ortaya çıkabilir. Hatta öğrenenlerin bilişsel seviyesinin yetersiz olduğu durumlarda İfade Etme ve Onaylama evreleri ve hatta Eylem evresi gerçekleşmeyebilir.

Literatür incelendiğinde Brousseau'nun ortaya attığı kuramı tanıtmaya yönelik Türkçe haricindeki dillerde çalışmalara rastlanmaktadır (Bessot, 1994; Brousseau, 1998, Brousseau, 2002). Bununla birlikte adidaktik ortamlara yönelik bir araştırmaya ulaşılmıştır (Samaniego ve Barrera, 1999). Yazarlar çalışmalarında ABD'de TI-92 hesap makineleri yardımıyla fonksiyonların öğretimine yönelik bir adidaktik ortam tasarlamışlardır. Ancak çalışmada sınıf içi uygulamadan ve sonuçlardan bahsedilmemektedir.

Amaç

Bu çalışmanın amacı, Matematiksel Öğrenme Ortamları Kuramı (MÖOK) ile bu kuramda önemli bir yere sahip olan Adidaktik öğrenme ortamlarını tanıtip bu tür ortamların farklı evrelerinde yaşananları incelemektir.

Araştırma Problemi

Çalışmanın problemi, "MÖOK'da yer alan Adidaktik öğrenme ortamının farklı evrelerindeki yaşantılar nelerdir?" şeklinde belirlenmiştir.

Çalışmanın Önemi ve Gerekeşi

Matematiksel Öğrenme Ortamları Kuramına yönelik olarak Türkiye'de yapılan çalışmalara rastlanmadığından böyle bir çalışmanın söz konusu kuramı tanıtağı

düşünülmektedir. Diğer yandan adidaktik ortamların yukarıda verilen tanım ve evreleri dikkate alındığında bu ortamların yapılandırmacı öğrenme teorisinin bir uygulama modeli olarak kullanılabilecekleri anlaşılmaktadır. Türkiye’de bilinmeyen bir uygulama modelini ortaya çıkarıp öğretmen ve araştırmacıların kullanımına sunacağından ve yapılandırmacılığın sınıftaki uygulama modellerinden olan 4E, 5E ve 7E gibi modellerden farklı bir bakış açısı kazandıracığından bu çalışma ayrıca bir önem kazanmaktadır.

Diğer yandan, adidaktik ortamlarla ilgili olarak daha önce yapılmış uygulamalı çalışmalara Samaniego ve Barrera (1999) haricinde literatürde rastlanmamıştır. Bu nedenle bu çalışmanın ileride yapılacak çalışmalara yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

Yöntem

Nitel bir araştırma olan bu çalışmada özel durum yaklaşımı (case-study) kullanılmıştır. Özel durum yaklaşımı, bir veya birkaç olayı derinlemesine inceleme imkanı sunduğundan (Cohen, Manion ve Morrison, 2005) ve bu çalışmada adidaktik öğrenme ortamında öğrenci yaşantıları etraflıca incelenmek istendiğinden bu yöntemin uygun olacağı düşünülmüştür.

Katılımcılar

Çalışma Rize’nin Çayeli ilçesindeki bir ilköğretim okulunun 8. sınıf 25 öğrencisi ile 2008-2009 öğretim yılı bahar döneminde gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar, amaçlı örneklem yöntemi ile seçilmişlerdir. Tasarlanan adidaktik ortam öğrencilere üçgenlerin ağırlık merkezini buldurmayı amaçladığından öğrenci grubunun seçimi, sınıfın matematik öğretmeni ile yapılan görüşme sonucunda gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin kenarortay tanımını bilme ile “Üçgende kenarortay, kenar orta dikme, açıortay ve yüksekliği inşa eder” kazanımı gibi önbilgilere sahip olmalarına ve üçgenin ağırlık merkezini bilmemelerine dikkat edilmiştir.

Veri Toplama Aracı

Veri toplama aracı olarak sınıf içi gözlemler kullanılmıştır. Burada verilerin toplanması aşamasında katılımlı gözlem tekniği kullanılmıştır. Hazırlanan ortamın farklı safhalarında yaşananları gözlemlemek ve her evrede yaşanan ayrıntıları daha açık bir şekilde gözlemleyebilmek için veriler video ile kayıt altına alınmıştır. Bu kayıtlar daha sonra her bir evrede meydana gelen değişimleri incelemek açısından araştırmacılar tarafından değerlendirilmiş ve her bir evre için öğrenci yaşantıları ayrıntıları ile verilmiştir. Bu esnada öğrencilerden alınan yorumlar da gözlemleri destekler nitelikte sunulmuştur.

Uygulama Süreci

Çalışmada öğrencilere bir üçgenin ağırlık merkezi buldurulmaya yönelik bir adidaktik ortam tasarlanıp uygulanmıştır. Çalışma esnasında öğrenciler rastgele beşerli gruplara ayrılarak her bir gruba mukavvadan yapılmış üçgenler, yapışkanlı çubuklar, denge düzenekleri (Bkz. Ek-1) yeterli sayıda temin edilmiştir. Öğrencilere farklı özelliklere (eşkenar, ikizkenar, çeşitkenar üçgen; dik, dar, geniş açılı üçgen) sahip üçgenler verilerek buldukları özelliklerin farklı türdeki üçgenler için de geçerli olup olmadıklarını test etmeleri sağlanmıştır. Bu materyaller, öğrencilerin etkileşime girebilecekleri yani etki gönderip karşılığında bilgi ve dönütler alabilecekleri Milieunün birer parçasıdır. Ancak daha önce de söylendiği gibi Milieu sözü edilen materyallerle sınırlı kalmayıp, öğrencinin grup arkadaşları, ön bilgileri ve öğretmen gibi bileşenlere de sahiptir.

Çalışmada kullanılan etkinlik ve materyaller araştırmacılar tarafından hazırlanmıştır. Çalışma bir ders saati sürmüştür. Bu esnada araştırmacılar genelde yapılan çalışmalarını gözlemlemekle yetinmiş ve öğrencilerden gelen soruları, ulaşmaları beklenen doğru cevaba yönlendirmemeye dikkat ederek genel cevaplarla yanıtlamışlardır.

Bulgular ve Yorum

Sınıf-içi gözlemler ve video kayıtlarının incelenmesi sonucunda her evrede gerçekleşen olaylar, diyaloglar, Milieu ile etkileşimler, öğrenme ortamının evreleri dikkate alınarak, aşağıda verilmiştir.

Adidaktik ortamların kullanımına yönelik olarak daha önce yapılmış bir çalışmaya rastlanmadığından elde edilen verilerin tartışılması iç geçerliliğine bakılarak yapılmaya çalışılmıştır. İç geçerlilik, araştırma sonuçlarına ulaşırken izlenen sürecin çalışılan gerçekliği ortaya çıkarmadaki yeterliği ile ilgilidir (Yıldırım & Şimşek, 2008). Bu nedenle her evrede gözlenen etkileşimler ayrıntılı olarak verilmiş, elde edilen bulguların, oluşturulan kavramsal çerçeve ile uyumlu olduğu yapılan etkinlik sırasındaki evrelerde gözlenen etkileşimlerin, adidaktik ortamlardaki evrelerle aynı özellikleri taşıdığı belirlenmesi ile gösterilmiştir.

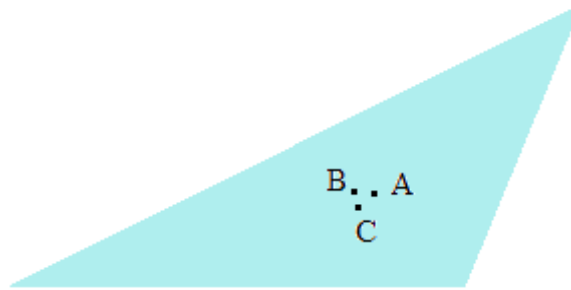
1. *Sorumluluk Aktarma Evresi:* gruplara çeşitli kenar uzunluklarına ve açı değerlerine sahip üçgenlerle (eşkenar, ikizkenar, çeşitkenar üçgenler; dik, dar, geniş açılı üçgenler) birlikte cetvel, yapışkanlı çubuklar ve denge düzenekleri verilmiştir (Bkz Ek-1). Araştırmacılar materyalleri genel özellikleriyle tanıttıktan sonra öğrencilerden üçgenleri yüzeye paralel bir şekilde tutabilecekleri *denge noktalarını* belirlemelerini istemişlerdir. Araştırmacılar bu evrede ağırlık merkezi kavramını kullanmayıp, bu kavramı temsil etmek

üzere daha somut olan denge noktası kavramını kullanmışlardır. Ardından bu noktaların yerine dair fikir yürütmeleri öğrencilerden istenerek, denge noktasının yerine dair genel özelliklerin bulunması gerektiği öğrencilere bildirilmiştir. Böylece dersin sorumluluğu öğrenciye aktarılmış ve böylelikle araştırmacılar çalışma ortamından çekilmişlerdir.

2. *Eylem Evresi*: Bu evrede öğrenciler, üçgenleri açlarına ve kenarlarına göre inceledikten sonra Milieu ile etkileşime girip üçgenleri dengede tutan noktaları tespit etmeye çalışmış ve belirledikleri noktaları işaretlemişlerdir. Öğrenciler, bu evrede geçmiş öğrenmelerini de kullanarak birçok yorum ve deneme yapmışlardır. Yapılan yorumlara verilen örneklerden bazıları aşağıdaki gibidir:

- *Bu nokta Pisagor bağıntısı ile bulunur.*
- *Euclides bağıntısını kullanacağız.*

Yapılan yorumlardan sonra öğrenciler kendilerine verilen üçgenlerde “denge” noktalarını, yapışkan çubuklar ve denge düzenekleri yardımıyla üçgenlerde belirledikleri çeşitli noktalar üzerinde denemeler yaparak tespit etmeye çalışmışlardır. Bu denemeler esnasında her bir yanlış nokta doğru noktayı bulmaya giden yol için bir dönüt olmuştur. Örneğin bir öğrenci aynı üçgen üzerinde denge noktası olarak düşündüğü birbirine çok yakın olan üç nokta belirlemiş (Şekil 4) ve ardından işaretlediği noktaları deneyerek Milieuden aldığı dönütler sonucunda tek bir denge noktası olduğuna kanaat getirmiştir.



Şekil 4 Çeşitkenar bir üçgende denge noktası olarak işaretlenen üç ayrı nokta

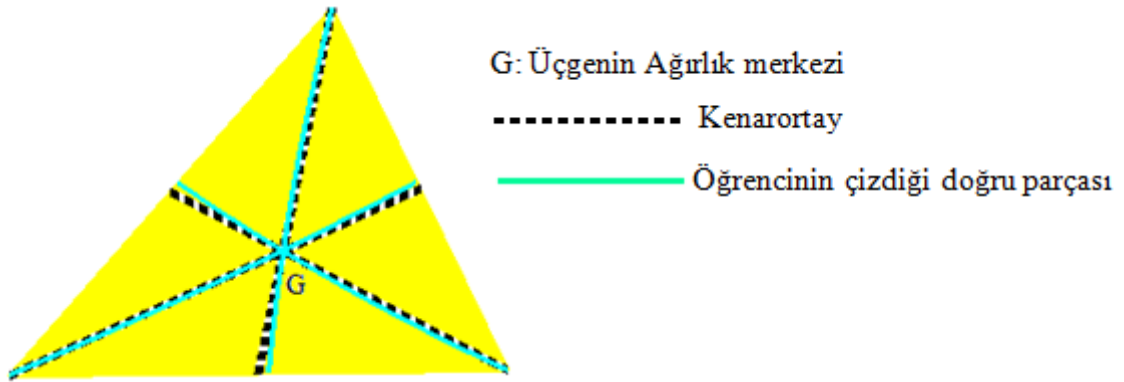
Bu evrede öğrenciler, birçok deneme yapmış olmalarına rağmen “Ağırlık Merkezi” kavramının hangi özelliğe sahip olduğu konusunda bir bilgiye sahip değildirler. Zaten öğrencilerin seçimi sırasında üçgenin kenarortay, açıortay, yükseklik gibi özellikleri öğrenmiş olmaları kıstas alınmış ve böylelikle henüz bilmedikleri bir kavram olan “üçgenin ağırlık merkezi” kavramını geçmiş bilgileri, Milieuden alınan dönütler ile keşfetmeleri amaçlanmıştır. Bu evrede grup halinde çalışmaya başlamış olsalar bile öğrencilerin grup içinde bireysel olarak çalıştıkları gözlemlenmiştir. Gözlenen diğer bir durum ise hemen

hemen tüm öğrencilerin üçgenlerde sadece bir tane denge noktası bulmuş olmalarıdır. Birden fazla noktada üçgenleri dengede tutabileceğini düşünen öğrenciler ise zamanla Milieuden aldığı bilgi ve dönütler sonucunda tek bir denge noktası olduğunu fark etmiştir.

3. *İfade Etme Evresi:* Eylem evresinde Milieu ile etkileşim halinde olan öğrenciler bu evrede ise bilgilerini paylaşmışlar, yorumlamalar yapmışlardır. İfade etme aşamasında denge noktasının yerine dair ortaya çıkan fikirler genel itibariyle 3 gruba ayrılabilir:

a) *Bulunan denge noktasından geçecek doğru parçaları oluşturulması*

Bu evrede en sık karşılaşılan durumlardan biri, öğrencilerin Milieuden aldıkları dönütler sonucunda ağırlık merkezini işaretlemelerinin ardından bu noktanın yeri sorulduğunda “denge noktasından geçen doğruların kesim noktasıdır” türünden cevaplar alınmasıdır. Yani öğrenciler önce ağırlık merkezindeki noktayı belirlemiş, daha sonra üçgenin gerçek kenarortay doğru parçalarına yakın görünen doğru parçalarını rastgele oluşturarak savlarını açıklamaya çalışmışlardır (Şekil 5). Bu tarz düşünce sistemine sahip öğrencilerin onaylama ve ifade etme aşamaları arasında geçişler yaptıkları görülmektedir. Rastgele oluşturdukları doğru parçalarının üçgenin kenarortayları olduğunu fark edebilen öğrenciler büyük bir ipucu yakalayabilmişken, bu durumu fark edemeyen öğrencilere ise materyallerin olmaması halinde denge noktasının yerinin nasıl bulunacakları üzerinde sorular sorularak öğrencilerin farklı bir açıdan bakmaları sağlanmıştır.

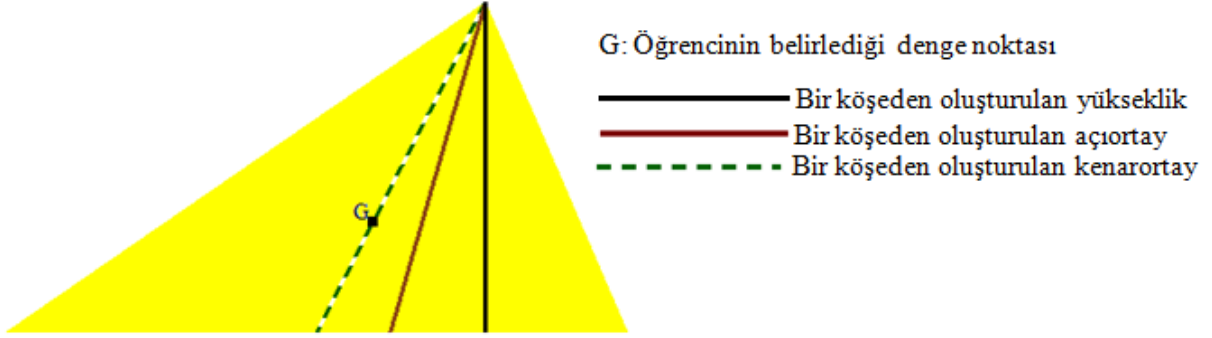


Şekil 5 Öğrencilerden birinin çizdiği denge noktasından geçen doğru parçaları

b) *Öğrencilerin ön bilgileri sayesinde amaca ulaşmaya çalışmaları*

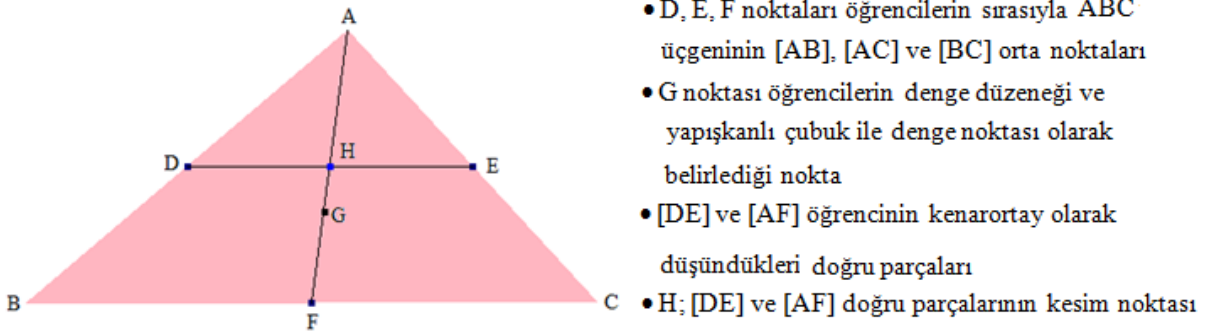
Bu aşamada en sık rastlanan diğer bir durum ise öğrencilerin Milieu aracılığıyla işaretledikleri denge noktalarını ifade edebilecek matematiksel kavram arayışına girmeleridir. Bu amaçla en sık telaffuz ettikleri kavramlar yükseklik, açıortay, kenarortay olmuştur. Öğrencilerden bazıları aynı üçgen üzerinde bir köşeden açıortay, kenarortay ve yüksekliği

oluşturmuş (Şekil 6) ve bunlar arasında karşılaştırma yaparak denge noktasından geçmeyenleri elemişlerdir. Denge noktasının kenarortay üzerinde olduğunu fark edebilen öğrenciler artık bu kavram üzerine yoğunlaşmaya başlamışlar, Milieuye bu doğrultuda etkiler göndermeye başlamışlardır. Ayrıca özel olarak eşkenar üçgende sözü edilen bu kavramları deneyen öğrenciler onaylama evresinde ek özellikler oluşturma fırsatı yakalamışlardır.



Şekil 6 Çeşitkenar bir üçgende oluşturulan yükseklik, açıortay ve kenarortay

Denge noktasının üçgenlerin kenarortayından geçtiğini görmelerine rağmen kimi öğrenciler bu kavramda sıkıntı yaşamıştır. Örneğin denge noktasının, oluşturduğu kenarortaydan geçtiğini gördükten sonra kenarortayların kesim noktasının denge noktası olduğunu düşünen öğrencilerden biri, üçgenin diğer kenarortaylarını yanlış oluşturması sebebiyle (Şekil 7) savının doğru olmadığını düşünmüş ve başka bir sav arayışına girmiştir.



Şekil 7 Öğrencilerden birinin hatalı çizdiği üçgen kenarortayları

c) Diğer cevaplar

Kimi öğrenciler denge noktasının yerini belirlerken çeşitli savlar öne sürerek yola çıkmışlar ve bu savlarını Milieu aracılığıyla test etmişlerdir. Öğrencilerin bir kısmı bu evrede fikirlerini ifade etmesi yönleri ile verici, bir kısmı da alıcı konumundadır. Bu fikir alışverişinden sonra öğrenciler cetvelle ölçüm yapmaya başlamışlardır. Testler neticesinde fikirlerinin yetersiz olduğunu anlamışlardır. Bu savlardan bazıları aşağıdaki gibidir:

- Üçgenin tam ortası. Tam dengede durduğu yer olmuyor mu?

- *Bu nokta çemberin tam ortası* (öğrenci üçgenin içine işaretlediği denge noktasını merkez kabul edecek şekilde bir çember oluşturmuştur).

- *Denge noktası, üçgenin dışından üçgene dik inen [yapışkanlı] çubukla bulunur.*

Bu evrenin sonunda öğrencilerin büyük kısmı, üçgenin ağırlık merkezinin yerini belirlemiş ve geçmiş bilgileriyle örtüşen çeşitli açıklamalarda bulunmuşlardır. Fakat hala öğrenme tam olarak gerçekleşmiş sayılmaz. Çünkü öğrencilerin, elde ettikleri bilgileri ve onayladıkları bilgilerin neden doğru ve yeterli olduğunu ispatlamaları gerekmekte ve alıcı durumunda olan arkadaşlarına bu ispatı kabul ettirmek durumundadırlar.

4. *Onaylama Evresi:* Bu aşamada öğrenciler, bir önceki evreden elde ettikleri ve deneysel olarak kısmen ispatladıkları modelin veya bilgilerin neden doğru veya yeterli olduğunu ölçümlerle destekleyerek ispat etmeye çalışmışlardır. Kimi öğrenciler kendilerine verilen tüm üçgenlerde kenarortayların kesim noktasının denge noktası olduğunu göstermişlerdir. Bu aşamada çözüme ulaşan öğrenciler, çözüme ulaşamayan grup arkadaşlarına buldukları çözümün ispatını yaparak onları da öğrenilmesi beklenen konuda ikna etmişler ve onaylama sürecinin bir parçasını oluşturmuşlardır.

Aşağıda onaylama evresine ait araştırmacıyla bir öğrenci arasında geçen diyaloglar yer almaktadır. Bu öğrenci üçgenlerin kenarortaylarını oluşturmuş, denge noktasından geçtiğini deneysel olarak kısmen ispatlamış ve bu durumu araştırmacıya şöyle ifade etmiştir:

Öğrenci: Öğretmenim, bir üçgende kenarortayların kesiştikleri nokta denge noktasıdır!

Araştırmacı: Nereden anladın bunu?

Öğrenci: Bakın öğretmenim, bu kenarın uzunluğunu ölçtüm 17cm, burayı ölçtüm 12 cm, burayı ölçtüm 10 cm. Hepsinin orta noktalarını belirledim ve şu [karşı] köşelerden birleştirdim. Bakın, denge noktasından geçti.

Araştırmacı: Diğer üçgenler için de böyle midir?

Öğrenci: Evet öğretmenim denedim, onlarda da oluyor.

Araştırmacı: O halde neye karar verdin?

Öğrenci: Bir üçgende kenarortayların kesiştiği nokta denge noktasıdır.

Yukarıdaki örnekte öğrenci Milieuden aldığı dönütler yardımıyla üçgenin her bir kenarının kenarortaylarını doğru bir şekilde çizerek ölçümleriyle desteklemiş ve kenarortayların kesim noktasının, eylem ve ifade etme aşamasında belirlediği üçgenin denge noktası ile çakıştığını bularak onaylama evresini tamamlamıştır. Ayrıca bazı öğrenciler eşkenar üçgen için ağırlık merkezinin açıortaylarının ve yüksekliklerinin kesim noktası

olduğunu da keşfetmişlerdir. Öğrencilerden bazıları bu özelliği kendileri keşfetmişken bazıları ise Milieunün bir bileşeni konumundaki araştırmacının dönütleri ile bu özelliğe ulaşmışlardır. Aşağıda bu durumu örneklendiren ve araştırmacıyla bir grubun iki üyesi arasında geçen diyaloglara yer verilmiştir. Bu grup üyeleri belirledikleri denge noktasının kenarortayların kesim noktası olduklarını ispat etmişlerdir.

Araştırmacı: Peki her bir üçgen için aynı şekilde sadece kenarortaylarından mı bulunuyor denge noktası? Mesela yükseklik, açıortay olmaz mı? (Öğrenciler düşünür, üçgenler üzerinde ölçümler yaparlar)

Öğrenci 1: Eşkenar üçgende hem kenarortay hem de açıortay oluyor! Zaten açılarını böldüğümüzde 30^0 ve 30^0 oluyor ve karşı köşenin tam ortasından geçiyor. Kenarortayda bulduğumuz denge noktasından geçiyor, kenarda da açıda da aynı oluyor. Ama ikizkenar ve çeşitkenar üçgende sadece kenarortayların kesim noktası oluyor.

Öğrenci 2: Yani eşkenar üçgende kenarortay ve açıortayların kesim noktası olabiliyor ama ikizkenar ve diğer üçgende sadece kenarortayların kesim noktası oluyor.

Araştırmacı: Evet, üçgenler için ortak olarak denge noktasının kenarortaylarının kesim noktası olduğundan söz etmiştiniz. Ama eşkenar üçgen için ne diyorsunuz şimdi?

Öğrenci 1: Hem kenarortay hem de açıortay.

Araştırmacı: Peki yükseklik için ne söylenebilir?

Öğrenci 2: Yükseklik, h... Hocam ama bu üçgenin yüksekliği çok farklı olur, mesela bu köşeden tutunca farklı buradan tutunca farklı... Ben bunun yüksekliğiyle yola çıkamam ki. (öğrenci dikkat etmeyerek eşkenar üçgen yerine çeşitkenar üçgen olarak inceleme yapmıştır)

Öğrenci 1: Eşkenar üçgende de ayrıca yüksekliklerin kesiştikleri nokta.

Araştırmacı: Niçin?

Öğrenci 1: Yükseklikler de eşkenar üçgende kenarların tam orta noktalarından geçiyor, ama diğer üçgende bu özellik sağlanmıyor.

Öğrenci 2: Öğretmenim ben çeşitkenar üçgen almışım, o yüzden yüksekliklerin kesim noktası denge noktasından geçmiyor. Ama eşkenar üçgende bakın geçiyor.

Araştırmacı: O halde eşkenar üçgende denge noktası nerelerde olabiliyor?

Öğrenci 2: Hem açıortay, hem kenarortay hem de yüksekliklerin kesiştiği nokta oluyor.

Yukarıda verilen diyalog, öğrencinin Milieu (araştırmacı da Milieunün bir parçasıdır) ile etkileşim sonucunda öğrenmesine dair bir örnektir.

5. *Kurumsallaştırma Evresi*: Onaylanan bilgi artık tüm sınıfın bilgisi haline gelmiştir. Her ne kadar grup içi etkileşim ile bilgi tüm öğrencilere iletilse de henüz resmi bir statüye sahip olmamış ve ismi de konmamıştır. Problem olarak verilen denge noktasını bulma, artık üçgenin ağırlık merkezi kavramının verilmesi gereken kurumsallaştırma aşamasındadır. Bu aşamada araştırmacılar tarafından denge noktası adı verilen noktanın üçgenin ağırlık merkezi olduğu öğrencilere açıklanmış, ağırlık merkezinin nasıl bulunduğu öğrencilerce tartışılmış, eşkenar üçgende ağırlık merkezinin belirlenmesindeki ek özellikler irdelenmiştir. Ayrıca ağırlık merkezinin günlük hayattaki kullanımları hakkında kısa bilgiler verilir, öğrencilerin de verdikleri örneklere yer verildikten sonra öğrenme ortamının tüm aşamaları tamamlanmış ve ağırlık merkezi kavramı artık sınıfın bildiği bir kavram haline gelmiştir.

Sonuçlar

Bu çalışmada Matematiksel Öğrenme Ortamları Kuramı kısaca tanıtıldıktan sonra, bu kuramda önemli bir yer tutan bazı kavramlar ile kuramın tanımladığı üç farklı öğrenme ortamı tanıtılmıştır. Ardından adidaktik ortamına uygun olarak hazırlanan bir etkinlik uygulanarak bu ortamın aşamaları incelenmiş ve her bir aşamada öğrencilerin Milieu ile etkileşimleri tespit edilmeye çalışılmıştır. Bu doğrultuda öğrencilerin neler yaptıkları ve sonuca ulaşmak için ne gibi süreçlerden geçtikleri ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir.

Bu aşamalara genel olarak bakıldığında “*Sorumluluk Aktarma*” aşamasında gerekli hazırlıklar yapılarak öğrenciler problem durumuyla yüz yüze bırakılmış ve onlara görevler yüklenmiştir.

“*Eylem*” evresinde grup halinde çalışmaya başlamış olsalar bile öğrencilerin grup içinde bireysel olarak çalıştıkları gözlemlenmiştir. Öğrenciler Milieu ile etkileşime girip üçgenleri dengede tutan noktaları tespit etmeye çalışarak bu noktaları işaretlemişlerdir. Belirledikleri bu noktalar öğrencilerin, geçmiş bilgilerinden de yararlanarak problem durumu üzerinde deneme, ölçüm ve yorum yapma, destekleme, ispat etme gibi davranışları sergileyebilmelerine zemin hazırlamıştır. Milieuya gönderilen etkilerden (yapışkan çubuklar ve denge düzenekleri yardımıyla) sonra üçgenlerde farklı denge noktaları belirlenmiş ve öğrenciler denemeler esnasında Milieuden dönütler olarak cevaplarını düzenlemişlerdir. Böylece birden fazla noktada üçgenleri dengede tutabileceğini düşünen öğrenciler zamanla Milieuden aldıkları bilgi ve dönütler sonucunda tek bir denge noktası olduğunu fark etmişlerdir.

Eylem evresinde Milieu ile etkileşim halinde olan öğrenciler “İfade Etme” aşamasında ise bilgilerini paylaşmış ve yorumlamalar yapmışlardır. Bu evrede öğrencilerin zaman zaman Eylem evresine geri döndükleri zaman zaman da onaylama evresine ilerledikleri ortaya çıkmıştır.

“Onaylama” evresinde ise öğrenciler, bir önceki evreden elde ettikleri ve deneysel olarak kısmen ispatladıkları modelin veya bilgilerin neden doğru veya yeterli olduğunu ölçümlerle destekleyerek ispat etmeye çalışmışlardır. Bu bağlamda Milieuden aldıkları dönütler yardımıyla öğrenciler, üçgenin kenarortaylarını doğru bir şekilde çizerek ölçümleriyle desteklemiş ve kenarortayların kesim noktasının, üçgenin denge noktası ile çakıştığı sonucuna varmışlardır. Ayrıca bazı öğrenciler eşkenar üçgen için ağırlık merkezinin açortaylarının ve yüksekliklerinin kesim noktası olduğunu da keşfetmişlerdir. Bu aşamada çözüme ulaşan öğrenciler, çözüme ulaşamayan grup arkadaşlarına buldukları çözümün ispatını yaparak onları da öğrenilmesi beklenen konuda ikna etmişler ve onaylama sürecinin bir parçasını oluşturmuşlardır.

“Kurumsallaştırma” aşamasında araştırmacılar tarafından denge noktası adı verilen noktanın üçgenin ağırlık merkezi olduğu öğrencilere açıklanmış, ağırlık merkezinin nasıl bulunduğu öğrencilerle tartışılmış, eşkenar üçgende ağırlık merkezinin belirlenmesindeki ek özellikler irdelenmiştir. Ayrıca ağırlık merkezinin günlük hayattaki kullanımları hakkında kısa bilgiler verilip, öğrencilerin de verdikleri örneklere yer verildikten sonra öğrenme ortamının tüm aşamaları tamamlanmış ve ağırlık merkezi kavramı artık sınıfın bildiği bir kavram haline gelmiştir.

Bu çalışmada ortaya çıkan sonuçlardan biri de adidaktik ortamların aşamaları arasında hiyerarşik bir sıra olmadığıdır. Bu bağlamda, öğrenci karşı tarafı ikna edemezse, yanlış olduğunu fark ederse vs. önceki aşamalara tekrar geri dönebilmekte ve böylece farklı aşamalar arasında gidip gelmeler yaşayabilmektedir. Diğer yandan öğrencilerin farklı evrelerde (özellikle İfade etme ve onaylama) zaman zaman tıkanmalar yaşadıkları gözlenmiştir. Bu tür durumlarda ortamın özelliklerine zarar vermemesine özen gösterilerek araştırmacılar tarafından gerekli yönlendirmeler yapılmıştır.

Öneriler

Yapılan çalışma, sadece bir ders saati boyunca yürütülmüş ve sadece bir adidaktik ortam üzerinden kuram örneklendirilmeye çalışılmıştır. Yapılandırmacı yaklaşımı temele alan öğretim programını destekler nitelikteki MÖÖK kullanılarak yeni etkinlikler diğer

araştırmacılar tarafından geliştirilip kuramın örneklendirilmesi çeşitlenebilir ve bu örneklendirmeler arasında karşılaştırmalar yapılabilir.

Diğer yandan, adidaktik ortamın buluş yoluyla öğrenme ve yapılandırmacı gibi kuramların uygulamasına yönelik bir model olduğu düşünüldüğünden öğretmenlerin de sınıflarında adidaktik ortamlar tasarlayıp uygulamaları önerilmektedir.

Kuram içinde kurumsallaştırma evresinde en aktif görevi alan öğretmen, diğer evrelerde aktif olan öğrencileri Milieu ile etkileşim halinde bıraktığı için kalabalık sınıflarda öğrenci kontrolü çok zor olmaktadır. Öğrencilerin Milieu ile etkileşimlerini engellemek adına serbest bırakılan öğrencilerin kontrolünün sağlanabilmesi ve böylece adidaktik ortamın aşamalarının sağlıklı ilerleyebilmesi için daha az sayıda öğrenci ile çalışma yapmanın daha faydalı olabileceği düşünülmektedir.

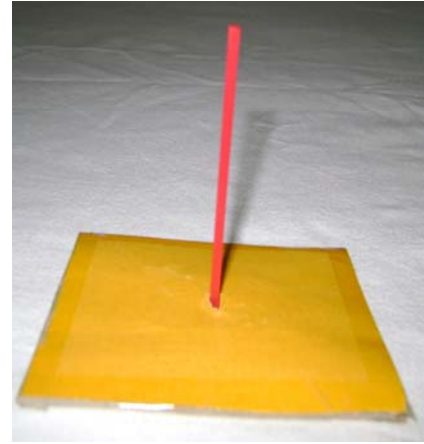
Kaynakça

- Arslan, S. (2009). Matematik Öğretiminde Düşünce Farklılıkları 2008-2009 Bahar Dönemi Yayınlanmamış Ders Notları. Karadeniz Teknik Üniversitesi. Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Bessot, A. (1994), Panorama del quadro teorico della didactica matematica. *L'Educazione Matematica*, 15(4) Vol 1.
- Brousseau, G. (1998). *Theory of didactical situations in mathematics: didactique des mathématiques, 1970-1990*, Kluwer Academic, Dordrecht.
- Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situations In Mathematics*. London: Kluwer Academic Publisher.
- Chevallard Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Cohen, L.; Manion, L. & Morrison, K. (2005). *Research Methods in Education*(5 th Edition). London and NewYork; Routledge Falmer Taylor and Fracis Group.
- Laborde, C. & Perrin-Glorian, M. J. (2005). Teaching Situations as Object of Research: Empirical Studies within Theoretical Perspectives. *Educational Studies in Mathematics* 59, 1-12.
- Robert, A. (1988). *Une introduction à la didactique des mathématiques*. Cahier de Didactique des Mathématiques. No: 50, Paris: IREM de Paris-7 yayınları.

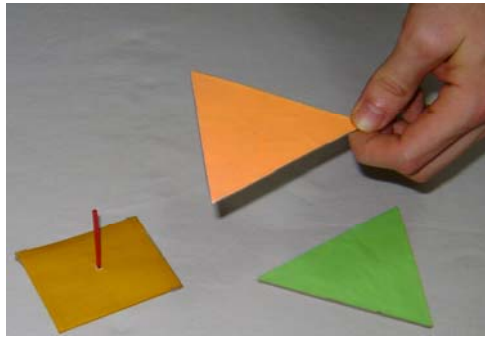
- Ruthven, K., Laborde, C., Leach, J. & Tiberghien, A. (2009). Design Tools in Didactical Research: Instrumenting the Epistemological and Cognitive Aspects of the Design of Teaching Sequences. *Educational Researcher* 38(5), 329-342.
- Samaniego, A. H. F. ve Barrera, S. V. (1999) Brousseau in action: Didactical situation for learning how to graph functions. Asian Technology Conference in Mathematics. <http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED451036.pdf>.
- Sağlam Arslan, A. (2008). Didaktikte Antropolojik Kuram ve Kullanımına Yönelik Örnekler. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(2), 19-36.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2008). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri. Ankara: Seçkin Yayınları.

EKLER

Resim 1



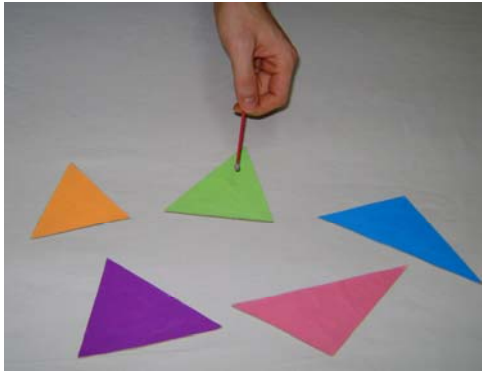
Resim 2



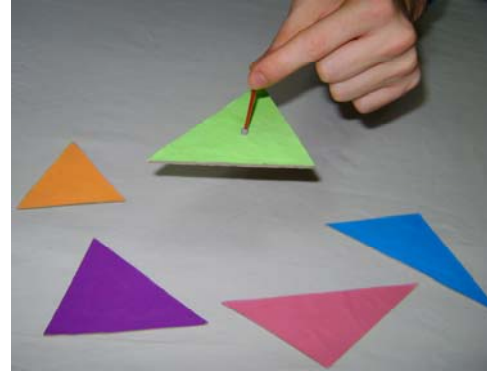
Resim 3



Resim 4



Resim 5



Resim 6

Resim 1: Uygulamada kullanılan çeşitli üçgenler, denge düzeneği ve yapışkanlı çubuklar

Resim 2: Uygulamada kullanılan bir denge düzeneği

Resim 3: Denge düzeneği yardımıyla bir üçgende ağırlık merkezinin bulunması denemeleri

Resim 4: Denge düzeneği yardımıyla ağırlık merkezi bulunmuş bir üçgen

Resim 5: Yapışkanlı çubuk yardımıyla bir üçgende ağırlık merkezinin bulunması denemeleri

Resim 6: Yapışkanlı çubuk yardımıyla ağırlık merkezi bulunmuş bir üçgen.