Tarih Dergisi
Turkish Journal of History

İSTANBUL UNIVERSITY PRESS

Tarih Dergisi - Turkish Journal of History, 84 (2024/3): 1-34
DOI: 10.26650/iutd.1496191 Araştırma Makalesi / *Research Article*

Sayısal Analiz Metotlarının Kısa Tarihi ve Bu Bağlamda Pîr Mahmud Sıdkı Edirnevî'nin Hesap Kitabı

A Brief History of Numeric Analysis and Pir Mahmud Sıdkı Edirnevi's Arithmetic Book in this Context

Tuba Oğuz Ceyhan[*]

[*] Dr. Öğr. Üyesi, İstanbul Medeniyet Üniversitesi, Edebiyat Fakültesi, Bilim Tarihi Bölümü, İstanbul, Türkiye

ORCID: T.O.C. 0000-0002-0506-8990

Sorumlu yazar/Corresponding author: Tuba Oğuz Ceyhan,
İstanbul Medeniyet Üniversitesi, Edebiyat Fakültesi, Bilim Tarihi Bölümü, İstanbul, Türkiye
E-posta/E-mail: z.tuba.oguz@gmail.com

Başvuru/Submitted: 05.06.2024
Revizyon Talebi/Revision Requested: 07.10.2024
Son Revizyon/Last Revision Received: 09.10.2024
Kabul/Accepted: 10.10.2024

Atıf/Citation:
Oguz Ceyhan, Tuba. "Sayısal Analiz Metotlarının Kısa Tarihi ve Bu Bağlamda Pîr Mahmud Sıdkı Edirnevî'nin Hesap Kitabı." *Tarih Dergisi - Turkish Journal of History*, 84 (2024): 1-34. https://doi.org/10.26650/iutd.1496191

ÖZ
Klasik dönem Osmanlı muhasebe matematiği eserleri, ondalık kesirleri ve kök alma işlemlerini ihtiva etmesi bakımından, dönemin diğer genel hesap kitaplarının önüne geçmiş ve ortaçağın doğu ve batı uygarlıklarında sayısal analize yapılan katkıları aralıksız sürdürmüştür. Bunlardan Pîr Mahmud Sıdkı Edirnevî'nin hesap kitabı, yüksek derecelerde hem tam kök ve hem de yaklaşık kök alma metotlarını içermesi itibariyle diğer muhasebe matematiği eserlerinden ayrılmakta, hatta 15. yüzyıl Osmanlı matematiğinin üstün bazı hususlarını Türk dilinde sunmada rehber olmaktadır. Çalışmamızda, kalburüstü bu eserin yazma nüshası ve ikincil diğer kaynaklar yardımıyla, eserdeki üçüncü ve dördüncü dereceden yaklaşık kök alma metotları matematiksel olarak analiz edilerek Edirnevî'nin öncü rolü vurgulanmıştır.
Anahtar Kelimeler: Osmanlı, aritmetik, Edirnevi, sayısal analiz, kök alma

ABSTRACT
In the classical period, Ottoman mathematical texts written by bookkeepers were one step ahead of other general calculation (arithmetical) books of this period regarding containing decimal fractions and root extraction methods. In addition, the contributions about numeric analysis made in both the eastern and western civilizations of the middle ages are greatly progressed in these texts. Pir Mahmud Sıdkı Edirnevi's book stands out from other mathematical texts written by bookkeepers in terms of including exact and approximate root extraction. In our study, through analyzing approximate root extraction methods in this book, the leading role of Edirnevi is emphasized with the help of the manuscript copy of the text and secondary other references.
Keywords: Ottomans, arithmetic, Edirnevi, numeric analysis, root extraction

Extended Abstract

Since the Ottoman early traditional period, arithmetical books that could improve bookkeepers' mathematics had already begun to be written. One of them is Pir Mahmud Sıdkı Edirnevi's translation of *Miftah-i Kunuz-i Arbab al-Kalam va Misbah-i Rumuz-i Ashab al-Rakam*, which belongs to the 15th century and was written in Persian owing to the Persian effects on the financial foundation in 1505. The attention paid to arithmetic in Edirnevi's *Terceme-i Miftah-i Kunuz (Ilm-i Arkam-i Taksimat)* is noticed in the chapters on root extraction, and it differs with approximation methods from other mathematical books in its century. Thus, our study mentions Edirnevi's approximation methods on 3rd and 4th degree root extractions and intends to define this translation's contribution to Turkish mathematic compilations. In this respect, our study aims to reveal the pioneer position of Edirnevi in the reception of numeric analysis subjects in Ottomans through the unique and complete manuscript of *Terceme-i Miftah-i Kunuz (Ilm-i Arkam-i Taksimat)*. Also, in our study, both the historical and the mathematical analysis are followed in a methodological way. Our study consists of three main parts which are related firstly to the historical background, secondly to the introduction of the book and thirdly to the mathematical analysis of texts on the approximation of root extraction in this book, and it includes an evaluation of Edirnevi's role in this context.

In Mesopotamian mathematics, the fact that the exact and approximate results were separated obviously could be inferred from the particular terms that point out this separation. Also, since the formulas used for root extractions look like Greek mathematicians such as Archytas (BC 345) and Hero of Alexandria (AD. ~60), it is possible to say that Mesopotamian mathematics had a significant effect on Greek mathematics and represents the first steps of the history of numeric analysis. In the late medieval periods, it is outstanding that Chinese mathematicians made the solutions of the polynomials possible through the root extraction methods, and this method resembled what William Horner invented for algebraic equations in the 19th century.

The tendency that provided mathematical improvement in the medieval Islamic world and the Ottomans was a numeric perspective that had been developed as an alternative to a geometric perspective. It should be considered that Newton's and Descartes' revolutional attempts in their books occurred thanks to this numeric perspective. Although the revolutional process did not occur in the East as the West achieved in the early modern period, the results of this perspective in the East is meaningful for mathematical precision. For instance, there was more than one way to find the square root in Khwarizmi's (d. ~ 847) Hindî reckoning book. Then, Abu'l-Hasan al-Uqlidisi (d. 980) proposed different rules and found more precise results, but Abd al-Qahir al-Baghdadi's (d. 1037) rules were begun to be followed as

a conventional method (approximation) since his result of approximate cube root was more precise. Subsequently, Ibn al-Haytham (d. 1040) noted the irrational roots with justifications, and mathematicians after the 11th century attempted to find higher degree roots. The formulas that were applied by Nasir al-Din al-Tusi (d. 1274) and Nizam al-Din Nisaburi (d. 1328) were not different from the one that is known as the Ruffini-Horner method of the 19th century. The conventional method (approximation) was initially promoted by Samaw'al al-Maghribi (d.~1175) through nth degree root extraction to the base-60 numeral system (sexagesimal), then by Jamshid al-Kashi (d. 1429) to the base-10 numeral system (decimal). Thus, in Kashi's book named *Miftah al-Hisab*, both predecessors' methods were combined and extracting the approximate root was generalized in any degree. Through using *Miftah al-Hisab*, which is of East origin in Ottoman madrasahs and making commentaries and copies of the concise texts of Ibn al-Banna's *Talkhis Amal al-Hisab*, which is of Andalus origin, the Ottomans became aware of many numeric analysis methods inheriting various mathematical traditions in different geographies.

As mentioning root extraction methods in general reckoning books got usual in Ottomans, there were exact and approximate root extractions in high degree (fourth and fifth degree) in Ali al-Qushji's (ö. 1474) or Ibn Hamza al-Maghribi's (d. 1614) mathematical book. In addition, the Ottomans became familiar with these methods in not only integers but also fractional numbers through teaching Nisaburi's mathematical textbook in madrasahs. Although the Ottomans had difficulties in applying these methods to the solution of high-degree equations, this subject was handled as a detached chapter in reckoning books with algebraic contents.

Findings of our study indicate that Edirnevi's translation, which is an arithmetical book in principle, is based on calculation with measures and common fractional numbers, proportion, false position method, shares of dept claims and root extractions. Since finding rational roots were mentioned quite detailed in this book, it is avoided to give examples of large numbers' irrational roots. Thus, after the integer part of the root is obtained at once, the calculation of the approximate part of the root is left to be paid attention. Because of this, Edirnevi did not need the tables that he describes the steps of the finding rational roots. Edirnevi followed the method known as conventional approximation in the medieval Islamic world in finding the approximate cube root. However, he could not succeed in finding the fourth degree root exactly. Although he did not fail in extracting the integer part of the root, the approximate part of the root is not precise enough. That is a serious disadvantage of his book. On the contrary, the fact that this book addressed Ottoman bookkeepers is considered, these are pioneer and unique enterprises among the mathematical books written by bookkeepers. Despite the absence of chapters about algebra in this book, it could be a reference for algebra teaching thanks to the close relation between the root extraction methods and the solution of equations.

In conclusion, thanks to Edirnevi's efforts, the most important methods in numeric analysis were integrated with Turkish mathematics compilation at the beginning of the Ottomans' 16th century. That is also a rare and inspiring fact among the bookkeepers' texts. Therefore, the pros and cons of Edirnevi's approaches are important components of the mathematical precision in the Ottomans' numeric analysis methods.

Giriş

Osmanlılarda bir disiplin olarak ‘hesap’, miras alınan Arapça ve Farsça matematik geleneklerinin özümsenmesiyle 16. yüzyılda olgun ve kendine mahsus bir biçime kavuşmuş, üstelik bu etkinlik içinde ortaya koyulan kitaplar, eğitim kurumlarındaki öğrencilerin yanı sıra bazı meslekî zümrelerin matematik öğretiminde de imdada yetişmiştir. Devlet teşkilatlanmasının büyük ölçüde tamamlandığı dönemlerde baş gösteren ciddi düzeydeki bu hareketliliğe, ekonomiye yön veren muhasebe dairelerinde hizmet etmiş memurlar da dahil olmaktadır. Etkin bir muhasebe düzenini sağlamanın devletin ekonomideki gücüne temel teşkil ettiği bilincine sahip olmuş bu muhasebeciler, bütçe hazırlanması ve gelir-gider kaydı gibi meslekî başlıca faaliyetler sayısal işlemlere dayandığından ötürü, hesap ilminde azami gayret göstermişlerdir. Bu gayretlerin bir neticesi olarak muhasebeciler zümresinin matematiklerini geliştirecek hesap kitapları oldukça erken dönemlerden itibaren yazılmaya başlanmış, bu hususta hem kapsam hem de işlem teknikleri bakımından ayrıntılı eserler üretilmiştir. Bunlardan günümüze ulaşanlardan en erken tarihlileri, malî yapıdaki Farisî etkiler dolayısıyla[1] 1475 yılında Hayrettin Halil b. İbrahim tarafından Farsça telif edilen *Miftâh-ı Künûz-ı Erbâbü’l- Kalem ve Misbâh-ı Rumûz-ı Ashâbü’r-Rakam* isimli eser ve bunun Pîr Mahmud Sıdkı Edirnevî tarafından 1505 yılında yapılan tam Türkçe tercümesidir.[2] Osmanlı hesap geleneğinin erken bir örneğini teşkil eden Edirnevî’nin *Terceme-i Miftah-ı Künûz’*una, içeriğindeki gerek manzum matematik problemleri[3] gerekse de ondalık kesirleri[4] itibariyle, bazı makalelerde kısmen dikkat çekilmektedir. Ayrıca eserin bahusus yanlış yoluyla çözüm metotlarını inceleyen müstakil bir makale de mevcuttur.[5]

Bu eserde hesap ilmine gösterilen özen, eserin kök alma metotlarına dair bölümlerinde de fark edilmekte ve eser, aynı çağdaki diğer genel hesap kitaplarından bu yönleriyle ayrılmaktadır. Zira, ileri derecede kök alma işlemlerini içeren genel hesap kitaplarının sayısı Osmanlıların klasik döneminde oldukça sınırlı olup, buna muhasebe matematiği kitapları da dahildir. Bu anlamda en çarpıcı eserlerden olan 16. yüzyılda telif edilmiş *Câmi‘u’l-Hisâb*’da dahi dördüncü dereceden kök alma işlemlerinin tam kök almadan ibaret kaldığı, yaklaşık kök hesaplarının ihmal edildiği[6] anlaşılmaktadır. Halbuki, *Terceme-i Miftah-ı Künûz’*un onuncu faslında işlenen bu konunun örneklerinde, elde edilen kökün irrasyonel olması

1 Yaşar Bülbül, “Klasik Dönem Osmanlı Muhasebe Sistemi”, *Divan*, sayı 6, (1991), s. 155.

2 Zeynep Tuba Oğuz, “Ondalık Kesirlerin Osmanlı Muhasebe Matematiği Eserlerindeki Yeri (15-17.Yüzyıl)”, *Ankara Üniversitesi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Dergisi,* 57/1 (2017), 447, 456-461.

3 Atilla Polat, “15-16. Yüzyıl Türkçe Matematik Eserlerinde Geçen Manzum Bir Matematik Problemi,” *Osmanlı Bilimi Sempozyumu Bildiri Özetleri,* OSAMER, Sakarya 2019, s. 35.

4 Oğuz, a.g.m., s. 461-462.

5 Tuba Oğuz-Ceyhan, “Klasik Dönem Osmanlı Matematiğinde Pîr Mahmud Sıdkı Edirnevî’nin ‘Çift Yanlış’ Metodu”, *Erdem*, sayı 79 (2020), s. 149-174.

6 Tuba Oğuz, “Klasik Dönem Osmanlı Matematiğinde Kök Çıkarma Teknikleri: Câmi‘u’l-Hisâb Örneği”, *Ankara Üniversitesi Osmanlı Tarihi Araştırma ve Uygulama Merkezi Dergisi (OTAM),* sayı 44 (2018), s. 133-187.

oldukça dikkat çekicidir. Eserde göze çarpan bu detaydan ötürü çalışmamız, Edirnevî'nin[7] üçüncü ve dördüncü dereceden yaklaşık kök hesaplarını nasıl ele aldığını bir bütün olarak konu edinmekte ve Farsçadan yaptığı bu tercümeyle konuyla ilgili Türkçe matematik metni üretimine yaptığı katkıyı belirlemeyi hedeflemektedir. Bu doğrultuda çalışmamız, *Terceme-i Miftah-ı Künûz*'un günümüze ulaşan tek ve tam yazma nüshası yardımıyla, eserin dokuz ve onuncu bölümlerindeki ilgili kısımlarını mercek altına almakta ve Edirnevî'nin sayısal analiz konularının Osmanlılarda benimsenmesindeki öncü konumunu ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır. Çalışmamız önce, yaklaşık kök bulma bağlamında kök alma metotlarına dair tarihsel bir arka plan, ardından söz konusu eserin tanıtımı ve daha sonra eserdeki söz konusu işlemlerin matematiksel analizi olmak üzere üç bölümden oluşmakta ve sonuç itibariyle de Edirnevî'nin bu husustaki rolüne dair kısa bir değerlendirmeyi içermektedir. Eserin matematiksel çözümlemesi yapılan kısımlarının transliterasyonları ekte mevcuttur.

1. Kök Alma Yöntemine Dair Tarihsel Arka Plan: Bakış Açıları ve Gelişmeler

Tüm bilim alanlarında olduğu gibi matematikte de kesinlik arayışı, beklenmedik gelişmelere hatta matematiğin tarihinde bunalımlara yol açmıştır. Ancak matematikteki bunalımlar, matematiği geçersiz veya işlevsiz kılmış olmayıp aksine geçici bir bocalama sonrasında yeni bir atılımın başlangıç koşullarını teşkil etmektedir. Matematikteki bunalımların ilki, rasyonel olmayan sayıların mevcudiyetinin fark edilmesiyle kendini göstermiştir. Antik Yunan uygarlığında, büyüklüklerin ölçü bakımından her zaman ortak olmaması, özellikle evrenin düzenini tam sayıların ilişkilerinde gören Pitagorasçıların (M. Ö. 5. yüzyıl) anlam dünyalarının çok ötesinde bir durumdur. Başka bir deyişle, kenarı bir birim olan bir karenin köşegeninin rasyonel bir sayı ile belirlenememesi onlar için akıl almaz bir olaydır. Yunan uygarlığı perspektifiyle, doğru parçalarından; ancak genel bir perspektifle, sayılardan daima rasyonel değer elde edilemeyeceği ile baş gösteren bu bunalım, aynı zamanda sayıların kökünü bulma serüveninden de pek çok izler taşımaktadır. [8]

Genel geçer bilgilere istinaden, Eudoxus'un (M. Ö. 4. yüzyıl) büyüklük ve orantı kuramı üzerindeki çalışmasıyla sorunların epey aşıldığı görülmektedir. Hatta Eudoxus'un ortak ölçüsüz büyüklüklere dair ulaştığı sonuç, Euclides'in (M. Ö. 3. yüzyıl) *Elementler*'inin beşinci kitabında da belirtilmiştir. Ancak, bu çabalar, Eski Yunan uygarlığında konuya olan ilginin sayısal kuramlardan ziyade geometriye evrilmesiyle sonuçlanmıştır.[9] Ortaçağa gelindiğinde

7 Eserin ikinci dereceden kök alma tekniği daha evvel başka bir çalışmada işlendiği için burada tekrar ele alınmayacaktır. Çalışma için bkz. Tuba Oğuz, "Osmanlıların Klasik Dönem Muhasebecileri ve Telif Ettikleri Muhasebe-Matematik Eserleri", *Muhasebe ve Finans Tarihi Araştırmaları Dergisi (MUFTAV*), sayı 15 (2018), s. 103-106.

8 Cemal Yıldırım, *Matematiksel Düşünme*, Remzi Kitabevi, İstanbul 2012, s. 75-76.

9 Burada, aritmetik kitabıyla Pitagorasçı çizgiyi devam ettirmiş Nicomachus (M.S. 1.yüzyıl) ve kendisini takip eden Diophantus (M. S. 3. yüzyıl) istisna tutulabilir. Victor Joseph Katz, *A History of Mathematics: An Introduction*, Pearson/Adisson-Wesley, Boston 2009, s. 173-176.

ise Hint ve İslam Dünyası'nın aritmetik ve cebir kitaplarında, geometrinin geleneksel egemenliği sarsılarak sayısal ilişkiler ön plana çıkmıştır.[10] Ancak sayısal analiz bağlamında atılan bu adımları sadece ortaçağ Hint ve İslam uygarlıkları ile sınırlandırmak doğru değildir. Sayısal hesap tekniklerini asırlar önce ustalıkla kullanan Mezopotamya uygarlığı katipleri, aslında cebirsel ve aritmetiksel bakış açılarının verdiği imkanlarla ve uzunluk veya alan gibi somut büyüklerden ziyade soyut bir yaklaşımla sayıyı ele almanın avantajıyla, sayıların tam köklerinin yanı sıra yaklaşık köklerini bulmada da çaba harcayarak sayısal analiz tekniklerinin öncüsü olmuştur. O halde oldukça kadim olan bu meselenin irrasyonel kökler bağlamındaki gelişmelerini sırasıyla aşağıdaki şekilde ele almakta yarar vardır.

1.1. Eskiçağdaki Bakış Açısı ve Gelişmeler

Mezopotamya matematiğinde, tam doğru ve yaklaşık sonuçlar arasındaki ayrıma oldukça önem verilmiş hatta bu farkı belirtmek için özel bir terim kullanılmıştır. Bu zihniyetin irrasyonel değerlerin keşfi için bir temel oluşturduğunu söylemek mümkündür. Kök hesapları için belirli bazı işlemlere dayanan metotlar kullandığı anlaşılan Mezopotamyalılar, üçüncü dereceden kök bulmaya dair malumata bile sahiptir. İkinci dereceden kök bulmadaki başarıları ise $\sqrt{2}$ nin yaklaşık değeri için ifade edilen sonuçta görülebilir.[11]

Mezopotamyalılardan intikal eden kil tabletlerde $\sqrt{2}$ nin değeri, karenin bir kenarı ve köşegeni arasındaki oranı ifade etmek üzere verilmektedir. Pisagor teoremine, sadece özel durumlar için değil genel durumlar için de vakıf olan Mezopotamyalılar, $a^2 + b^2 = c^2$ bağıntısı mevcut olmak kaydıyla, c^2 nin karekökü olan c değeri için $a + \frac{b^2}{2a+b} < c < a + \frac{b^2}{2a}$ formülü yardımıyla yaklaşık değerlere ulaşmıştır.[12] Yaklaşma yöntemleri, ileriki satırlarda görüleceği gibi, ortaçağ ve yeniçağda defalarca ele alınacağından ötürü, Babil yöntemi olarak da bilinen bu temel prensip detaylandırılarak bir başka ifadeyle şöyle izah edilebilir: a kökü aranacak sayı olmak üzere, ilk olarak köke rastgele bir a_1 değeri, sonra da $b_1 = \frac{a}{a_1}$ olan bir b_1 değeri verildiğinde; a_1 çok büyükse b_1 çok küçük, a_1 çok küçükse b_1 çok büyük bir sonuç olur. Böylece $a_2 = \frac{1}{2}\,(a_1 + b_1)$ aritmetik ortalaması, bir sonraki varsayımın değeridir. Eğer a_2 çok büyükse bir sonraki tahmin olan $b_2 = \frac{a}{a_2}$ çok küçüktür. Dolayısıyla, $a_3 = \frac{1}{2}\,(a_2 + b_2)$ aritmetik ortalaması akla daha yatkındır. Bu işlem yinelenerek daha da yakın sonuçlar bulunabilir. $a_1 = a$ ve $b_1 = \frac{a^2+b}{a}$ yazıldığında ise $a_2 = \frac{1}{2}\,(a_1 + b_1) = a + \frac{b}{2a}$ şeklinde sonuca daha pratik şekilde ulaştıracak formül bulunmuş olur.[13]

10 Yıldırım, *a.g.e.*, s. 76.

11 Aydın Sayılı, *Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp*, Türk Tarih Kurumu Basımevi, Ankara 1991, s. 178-179.

12 Aynı yerde, s. 179-182.

13 Carl Boyer, *Matematiğin Tarihi*, çev. Saadet Bağcacı, Doruk Yayınları, İstanbul 2015, s. 47.

Bu formülün aynı zamanda Yunan bilgini Archytas'a (M.Ö. 428-365) da ait olduğu, miladî ilk asırda ise İskenderiyeli Heron (M.S. 100)[14] tarafından karekök bulmak için kullandığı, kaynaklarda geçmekte; hatta modern matematikte Newton-Raphson algoritmasıyla[15] benzeştiği ifade edilmektedir.[16] Bu da bize Mezopotamya matematiğinin Yunan matematiğine ilham verdiğini göstermektedir. Konumsal sayı sisteminin ve soyut temelli aritmetiğin verdiği imkanlarla asırlarca üstünlük sağlayan ve söz konusu imkanlarını bu hesaplarda da avantaja dönüştürdüğü anlaşılan Mezopotamyalılar,[17] böylece sayısal analiz tekniklerinin öncü aşamalarını sergilemiş olmaktadır. Üstelik bu öncü aşamalarda $\sqrt{2}$ nin hesabı, tekrar yöntemleriyle sürekli kesir formuna dönüştürülerek günümüz kalkülüsündeki hesaplara[18] benzer hale geldiği için pek de ibtidaî sayılmaz.

Mezopotamyalıların yaklaşık değerlere dair gayretlerini, geometrik maksatlarda hassaten de irrasyonellerin en ünlü ve kadîm olanlarından π sayısının bulunmasında da görmek mümkündür.[19] Ancak bu sayı, dairenin çevresi ve çapı arasındaki orandan ibaret olduğu için bununla ilgili gerek eskiçağdaki gerekse de ardındaki gelişmelerin üzerinde durulmayacaktır. Mezopotamyalılardan sonra, Yunan uygarlığının meşhur matematikçisi Eudoxos, sayı kavramını irrasyonelleri de içine alacak şekilde genişletmeye ve içerik bakımdan zenginleştirmeye çalışmıştır. Kök bulma işlemleri esnasında Pitagorasçıları rahatsız eden irrasyonel sayıların mevcudiyeti ise Euclides'in *Elementler*'inin 5 ve 6. kitabındaki genel

---

14 $x \text{ yaklaşık sonuç ve } c = \sqrt{N} \text{ tahmini olmak üzere } x = \frac{1}{2} \times \left(c + \frac{N}{c}\right) \text{ denkleminde}$

$$c = a \quad ve \quad N = a^2 + b \quad yazıldığında \quad x = \sqrt{N} = a + \frac{b}{2a}$$

$$\sqrt{N} = \frac{1}{2} \times \left(\sqrt{N} + \frac{N}{\sqrt{N}}\right) \quad \text{sürekli kesrine dönüşür.}$$

Heron Mezopotamyalılarda da olduğu gibi, daha yaklaşık bir sonuç için bu şekilde denklemlerine devam eder. Bkz. Morris Kline, *Mathematical Thought From Ancient to Modern Times*, I, Oxford University Press, Newyork 1990. s. 135. Tüm bunlar günümüzde aşağıdaki ifadelere denk gelmektedir.

$x_0 = \sqrt{N}, \qquad \sqrt{N} = \lim_{n\to\infty} x_n$

15 Newton'un (ö. 1727) flüksiyon metodu olarak bilinen metot kendisinin, ilk kez 1685'te John Wallis'in cebir kitabında anlatılan meşhur bir kübik denklem üzerinde çalışmasıyla nümerik denklemlerin köklerine yaklaşmayı sağladığı yöntemidir. 1690'da Royal Society üyelerinden Joseph Raphson'ın (ö. 1715) aynı konuyla ilgili bulduğu yöntem de Newton'unkine çok benzemektedir. Farklı olarak, ara aşamalarda elde edilen değerleri, Newton köke yaklaşırken yeni bir denklemden çıkarsarken, Raphson bunları her defasında, orijinal denklemde yerine koyma tekniğiyle bulmaktadır. Modern matematik kitaplarındaki $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$ ifadesi, Newton tarafından değil, Raphson tarafından, fonksiyonlar yerine polinomlar yazılarak kullanılmıştır. Dolayısıyla Newton'un yaklaştırma yöntemi veya Newton algoritması olarak anılan bu yolu Newton-Raphson yöntemi olarak adlandırmak tarihî gerçeklere daha uygun düşmektedir. Bkz. Florian Cajori, *Matematik Tarihi*, çev. Deniz İlalan, ODTÜ Yayınları, Ankara 2014, s. 238-239.

16 Boyer, *a.g.e.,* s. 47. Mezopotamyalıların, bulunacak yaklaşık değerin biri maksimum diğeri minimum iki tam değer arasında olması gerektiği kanaatine varacak bir matematik seviyesine ulaşmaları, iki nehir arasında kurulmuş bir uygarlık olmasına dahi bağlanabilir. Bkz. Aynı yerde, s. 46.

17 Sayılı, *a.g.e*., s. 179-182.

18 $\sqrt{2} \text{ için } x_{n+1} = \frac{1}{2} \times \left(x_n + \frac{2}{x_n}\right) = x_n - \frac{(x_n^2 - 2)}{2x_n} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

19 Aynı yerde, s. 265, 270-271.

oranlar kuramında bahsedildiği[20] için sayısal olarak bir analizin dışında dahi olsa, en azından meşruiyet kazanmış, hatta matematik otoritesi olmuş yazılı kaynaklarda bu sayılar kendine yer edinebilmiştir.

1.2. Ortaçağdaki Bakış Açısı ve Gelişmeler

Ortaçağa gelindiğinde, Çin ve Hint uygarlıklarının kaydettiği gelişmeler ihmal edilmemelidir. Ancak, bilim tarihinde Yunan uygarlığının oynadığı gibi bir başrole sahip değillerdir. Bunun olası sebebi Aristoteles tarafından kesin kurallara dayanan formel mantığın bu uygarlıklarda mevcut olmamasıdır. Örnek olarak, Çinlilerin matematikle 'matematik' için uğraştıkları tartışmalıdır. Çin'deki matematik, belirli problemlerin çözümünden ibaret olup faydacı bir özellik taşımaktadır. Dolayısıyla ispat mantığının gelişmediği uygarlıklar, sonuç tespitinde başarı sağlasa dahi bu uygarlıkların daha öteye geçmede yetkinlikleri sınırlıdır.[21] Ancak etkilerini inkâr etmek de mümkün değildir. Örnek olarak, 11-14. yüzyıl İslam dünyası matematikçileri ve 13. yüzyıl Çin matematikçileri karşılaştırıldığında özellikle üçüncü dereceden tam kök alma kurallarında büyük benzerlikler tespit edilmiştir.[22] Yine bu çağlarda, Çin matematikçilerinin polinom denklemleri çözümünü kök alma metotlarıyla mümkün kılması ve bunların da 19. yüzyılda William Horner'in kullandığı metodu anımsatması taktire şayandır.[23] Ayrıca milattan önce 5. yüzyıl gibi erken bir dönemde 'sulva-sutras' metinlerinde $\sqrt{2}$ nin yaklaşık değerini[24] $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3\times4}-\frac{1}{3\times4\times34}$ şeklinde, $\sqrt{3}$ ünkini ise $1+\frac{2}{3}+\frac{1}{3\times5}-\frac{1}{3\times5\times52}$ şeklinde, bir kareyi küçük dikdörtgen ve çubuklara ayırmak suretiyle geometrik yollarla hesapladıkları tahmin edilen Hint matematikçilerinden[25] Aryabhata da (5. yüzyıl) yazdığı eserinde, ikinci ve üçüncü dereceden kök alma metotlarını işlemiştir. Burada 129778752'in küp kökü olan 235'in hesabında $(a+b)^3$ açılımından yani $(20+3)^3 = 20^3 + (3\times 20^2\times 3) + (3\times 20\times 3^2) + 3^3$ den yararlanıldığı görülmekte[26] ve bu girişimleri Bhaskara'nın *Siddhanta Siromani* kitabındaki (1150) 'vija-ganita' başlıklı kök alma bölümü takip etmektedir.[27] Görüldüğü üzere, Çin ve Hint uygarlıklarının geliştirdiği nümerik algoritmalar Yunanî perspektifin oldukça dışında olduğu gibi Babil metotlarından da epey farklıdır.

20 Sevim Tekeli-Esin Kahya-Melek Dosay-Remzi Demir-Hüseyin Gazi Topdemir-Yavuz Unat-Ayten Koç Aydın, *Bilim Tarihine Giriş*, Nobel Yayınları, Ankara 2007, s. 60. İçeriğinin ne olduğu bilinmese dahi Demokritos'un irrasyonel doğrularla ilgili bir eseri mevcuttur. Bkz., Aynı yerde, s. 35.

21 Colin Ronan, *Bilim Tarihi: Dünya Kültürlerinde Bilimin Tarihi ve Gelişmesi*, çev. Ekmeleddin İhsanoğlu-Feza Günergun, Tübitak Yayınları, Ankara 2005, s. 169.

22 Bo Göran Johansson, "Cube Root Extraction in Medieval Mathematics", *Historia Mathematica*, sayı 38 (2011), s. 355.

23 Victor Joseph Katz, *A History of Mathematics: An Introduction*, Pearson/Adisson-Wesley, Boston 2009, s. 217.

24 Kline, *a.g.e.*, s. 183.

25 Samarendra Nath Sen, "Mathematics", *A Concise History of Science in India*, ed. Debendra Mohen Bose, Universities Press (India) Private Limited, Hyderabad 2009, s. 193-195.

26 Katz, *a.g.e.*, s. 235.

27 Kline, *a.g.e.*, s. 189.

Yunanî geleneklerin, matematikte bıraktığı söz konusu geometrik izlerin aksine, ortaçağ İslam dünyasında matematiğin sembolik ve formel bir nitelik kazanması, matematiksel ifadelerin gerçeklikle/dış dünyayla irtibatı sağlaması hususunda öncelik arz etmiştir. Üstelik İslam dünyasında bu alanın öncülerinden Harizmî'nin (9. asır) hesap, cebir ve mesahada takip ettiği çizgi, hedeflenen bu öncelikler için oldukça elverişlidir. 13. yüzyıla gelindiğinde İbn Fellûs'un (ö. 1240) sayılar teorisi gibi bir alanı dahi Pitagoras etkilerini dikkate almaksızın yeniden inşa etmesi, sayı mistisizmine kapıları kapatarak nümerik matematiği garanti altına almış olmaktadır. 14. yüzyıl itibariyle, Endülüs kökenli İbnü'l-Bennâ (ö. 1321) ve takipçilerinin aritmetiksel ve cebirsel notasyon sistemine veya kesirler ve üsler hesabına katkıları yine nümerik ilerlemelerin başında gelmektedir. 15. yüzyıl itibariyle de Memlüklü matematikçilerden İbnü'l-Hâim (ö. 1421), İbnü'l-Mecdî (ö. 1447) ve Sıbtü'l-Mardinî (ö. 1506) gerek on tabanlı Hindî hesabı gerekse de altmış tabanlı sittinî hesabı geliştirerek matematiği sayısal kanallarla beslemeye devam etmişlerdir.[28] Diğer yandan, İran havzasında, önce Nizâmuddin Nîsâbûrî (ö. 1329) sonra da Cemşid Kaşî (ö. 1429) veya Ali Kuşçu (ö. 1474) gibi temsilciler bu yapıyı güçlendirerek azami derecede matematiksel kesinliği sağlama gayesini gütmüşlerdir. Nitekim Cemşid Kaşi'nin π sayısını on altıncı basamağa kadar hesap etmesi bu durumun bazı göstergelerindendir. Hatta Ali Kuşçu'nun *Risâletü'l-Muhammediye fi'l-Hisâb*'ında 'sayı'nın tanımı için yepyeni bir teklifin görülmesi, bu çabaların kavramsal boyutlara dönüştüğüne işaret etmektedir.[29] Söz konusu matematiksel kesinlik anlayışından Osmanlı matematiği de nasiplenmiştir. Hatta temellerini büyük ölçüde İlhanlılardan alarak gelişen Osmanlı muhasebe dairesindeki katiplerle Osmanlı matematiği, oldukça pür ve pratik bir sahaya çekilmeye çalışılmıştır. Böylece 15. yüzyıl Osmanlı muhasebe matematikçileri, matematikte kesinlik ve dakiklik adına uygun bir zemin sağlamıştır. Ardından bu anlayış, 16. yüzyılda Takıyyüddin'in (ö. 1585) tüm bu birikimden yararlanarak ondalık kesirlerle hesabı çok daha farklı işlemlere teşmil etmesiyle zirveye ulaşmıştır. [30]

Ortaçağ İslam dünyası ve Osmanlılardaki matematiksel ilerlemenin güdüleri değişik açılardan tartışılabilir. Ancak burada önemli olan, bu ilerlemeyi sağlayan matematiksel yönelimin geometrik bir perspektife alternatif olarak gelişen nümerik perspektif olduğudur. Unutulmamalıdır ki analitik geometriyi inşa eden Descartes'in matematiksel doğruluğu Tanrı'ya bağlama teşebbüsleri veya kalkülüsü icat eden Newton'un anıtsal yapıtında doğa felsefesi ve matematik ilkelerini birbiriyle irtibatlandırma hedefi, bu alternatif nümerik perspektiflerle gerçekleşmiştir. Dolayısıyla Batı Avrupa'dakine benzer devrimsel bir süreç gerçekleşmese dahi, yukarıda betimlenen gelişmelerin Doğu'daki sonuçları, matematiğin kalkülatif bir araç haline getirilmesinde ve matematiksel kesinlikte oldukça anlamlı hale gelmektedir.[31]

28 İhsan Fazlıoğlu, *Derin Yapı*, Papersense Yayınları, İstanbul 2018, s. 156-157.
29 Aynı yerde, s. 157-158, 160.
30 Aynı yerde, s. 158-159.
31 Aynı yerde, s. 164-165.

İşte bu alternatif nümerik perspektif sayesinde, sayısal analiz tekniklerinin başında gelen kök alma işlemlerine, özellikle irrasyonel kökler için bulunan yaklaşık çözümlere dair ortaçağ İslam dünyasındaki kalburüstü örneklerden bazıları aşağıdaki gibidir:

Harizmî'nin günümüze ulaşmayan Hindî hesapla ilgili eserinde, karekök bulmak için birden fazla yöntem mevcuttur. Ancak yöntemlerinden biri, sıfırlar eklemek suretiyle yürütülmüş ve yaklaşık değer, altmış tabanlı kesirler cinsinden ifade edilmiştir. Bu da aynı çağda Benû Musa tarafından n. dereceden yani yaklaşık kök alma metodunun genel bir formülü olarak güncellenmiştir.

Tam karekökü olmayan her N doğal sayısı $\sqrt{N} \cong \frac{1}{10^k}\sqrt{N \times 10^{2k}}$ şekline dönüşerek gerek on tabanlı gerekse de altmış tabanlı ifade edilebilir. Örn:

$$\sqrt{2} \cong \frac{1}{10^3}\sqrt{2 \times 10^{2\times3}} = \frac{2000000}{1000} = 1{,}414 = 1 + \frac{24}{60} + \frac{50}{60^2} + \frac{24}{60^3}$$

Benû Musa'nın genel kuralı ise: $m = 10$ veya 60 için $\sqrt[n]{N} \cong \frac{1}{m^k}\sqrt[n]{N \times m^{nk}}$ [32]

Harizmî'nin takip ettiği diğer yöntem ise $\sqrt{N} = \sqrt{a^2 + b} \cong a + \frac{b}{2a}$ formülü (I) olup, bu formül sonraki matematikçiler tarafından aşama aşama daha yaklaşık çözümler sağlayacak şekilde düzenlenmiştir. Örnek olarak Abdülkahir el-Bağdadî (ö. 1037) $\sqrt{N} = \sqrt{a^2 + b} \cong a + \frac{b}{2a+1}$ kuralını (II) önermiş ve $\sqrt{3}$ örneğini vermiştir. [33]

Ahmed b. İbrahim el-İklîdisî'nin (ö. 980) günümüze ulaşan Hindî hesapla ilgili eseri *Fusûl fi'l-Hisâbi'l-Hindî*'sinde ise hem Harizmî'nin hem de Bağdadî'nin ulaştığı sonuçların ortalama değeri teklif edilir. Zira herhangi bir sayının karekökü alınırken Harizmî'nin formülüyle fazla, Bağdadî'nin formülüyle eksik değerlere ulaşılacağı için ikisinin ortalaması daha yaklaşık bir sonuçtur.

$$a + \frac{b}{2a+1} < \sqrt{N} < \quad a + \frac{b}{2a} \quad ise$$

$$\sqrt{N} \cong \frac{1}{2} \times \left[\left(a + \frac{b}{2a}\right) + \left(a + \frac{b}{2a+1}\right)\right] \rightarrow \sqrt{N} \cong a + \frac{1}{2} \times \left(\frac{b}{2a} + \frac{b}{2a+1}\right)^{34}$$

Ünlü cebirci Kerecî ise (ö. ~1016) II' yi tercih etmekle beraber $a \geq b$ olduğunda I'in daha dakik olduğunu fark etmiştir. II'de ise ufak bir değişiklik yapmıştır:

32 İhsan Fazlıoğlu, *Aded ile Mikdâr*, Ketebe Yayınları, İstanbul 2020, s. 129.
$\sqrt{N} = \frac{1}{10^k}\sqrt{N \times 10^{2k}}$ ile 12. yüzyılda Sevillalı John, $\sqrt{26} = \frac{1}{100}\sqrt{260000} = 5°\,5'24'''$ ile 13. yüzyılda Jordanus Nemorarius, $\sqrt{2} = 1°\,24'50''24'''$ ile 14. yüzyılda Johannes de Muris ve $\sqrt{N} = \frac{1}{60^{2k}}\sqrt{N \times 60^{2k}}$ ile 15.yüzyılda Johann Von Gemunden, vermiş oldukları bu kural ve örneklerle ortaçağ İslam dünyasını takip etmişlerdir. Bkz. George Sarton, "The First Explanation of Decimal Fractions and Measures (1585). Together with a History of the Decimal Idea and a Facsimile (No. XVII) of Stevin's Disme", *Isis,* sayı 23 (1935), s. 169-170.

33 Fazlıoğlu, *Aded ile Mikdâr*, s. 133.

34 Aynı yerde, s. 134.

$$\sqrt{N} = \sqrt{a^2 + b} \cong a + \frac{N - a^2}{1 + 2a}$$ [35]

Batı İslam dünyasının meşhur matematikçisi Kalasâdî (ö. 1486) farklı olarak şu sonuca ulaşmıştır:

$$b > a \ ise \ \sqrt{N} \cong a + \frac{b + 1}{2(a + 2)}$$

[36]Bununla beraber, Kalasâdî'nin önkoşul olmaksızın şu yeni formülü çok daha dakik sonuçlar sağlamakla beraber, sürekli kesir anlayışından türetilmiş olasılığı itibariyle zikredilmeye değerdir.

$$\sqrt{N} = \sqrt{a^2 + b} \cong a + \frac{4a^3 + 3ab}{4a^2 + b}$$

[37]Yaklaşık küp kök elde etmeye dair ilk teşebbüslerden Kuşyâr b. Lebbân Cîlî'nin (ö. 961) önerisi şöyledir:

$$\sqrt[3]{N} = \sqrt[3]{a^3 + b} \cong a + \frac{b}{3a^2 + 1}$$

Bağdadî'nin bu husustaki kuralı ise aşağıda görüleceği üzere daha dakik olup sonraki dönemlerde de tercih edilmiştir:

$$\sqrt[3]{N} = \sqrt[3]{a^3 + b} \cong a + \frac{b}{3a^2 + 3a + 1}$$ [38]

Kuralın olağan şekilde devam ettiği süreç içinde, irrasyonel kökün değerine bu şekilde yaklaşmaya da 'konvansiyonel yaklaşma' denilmiştir. [39]

Bu çabaların doruk noktasına ulaştığı *Miftâhu'l-Hisâb* isimli mufassal eserin yazarı Cemşid Kaşî'den önce, n. dereceden kök çıkarmayla ilgilenen başka pek çok matematikçi olup, Ebu Reyhan el-Birûnî (ö. 1048), Ömer Hayyâm (ö. 1131), Nizâmeddin Nîsâburî (ö. 1328) ve Nasreddin Tûsî (ö. 1274)[40] bunlardan bazılarıdır. Hatta ulaştıkları formüller, 19.

35 Aynı yerde, s. 134.
36 Aynı yerde, s. 134. İbnü'l-Bennâ da aynı kuralı takip etmiştir. Bkz. Ahmed Abbassi, "Root extraction by Nizam al-Din al-Nisaburi", *Kuwait Journal of Science*, 49/2 (2022), 11.
37 Fazlıoğlu, *Aded ile Mikdâr*, s. 135.
38 Aynı yerde, s. 136.
39 Roshdi Rashed, *Encyclopedia of the History of Arabic Science; Mathematics and the Physical Sciences,* II, Routledge, London 1996, s. 383.
40 el-Beyrûnî ve Ömer Hayyâm'ın bu çalışmaları günümüze ulaşmış değildir. Bkz. Rashed, *a.g.e.*, s. 387; Abbassi, a.g.m.*,* s. 6, 14,15.

yüzyıl itibariyle Ruffini-Horner metodu[41] olarak bilinen metottan çok farklı değildir.[42] İlginç olan, İbn Heysem'in (ö. 1040) irrasyonel kökün yaklaşık değerinin tespitini aşağıdaki gibi gerekçeli olarak ifade etmesidir:

İkinci dereceden kök alma:

N bir tam sayının karesi ve kökü s de

$$s = s_o + \cdots + s_h \qquad s_i = \sigma_i 10^{h-i} \qquad 0 \leq i \leq h$$

Konvansiyonel yaklaşma ve binom formülleri bilindiğine göre:

$$N_i = N_{i-1} - \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} (s_o + \cdots + s_{i-1})^{n-k} s_i^k$$

$i = 0$ için N'de bulunduğu basamağa göre uygun bir karekök olarak σ_0 belirlenir:

$$\sigma_0^2\, 10^{2h} \leq N < (\sigma_0 + 1)^{2h} 10^{2h}$$

$$\sigma_i = \frac{N_i}{2(s_o + \cdots + s_{i-1})10^{h-i}}$$

$$s_i = 1 \rightarrow 2(s_o + \cdots + s_{i-1}), 1 \qquad \rightarrow \qquad [2(s_o + \cdots + s_{i-1})s_i + {s_i}^2]$$

$$ve\ i = h$$

$$N_{i-1} = \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} (s_o + \cdots + s_{i-1})^{n-k} s_i^k$$

$$N_i = N_{i-1} - [2(s_o + \cdots + s_{i-1})s_i + {s_i}^2]$$

$$N_i = 0 \qquad N_h = 0$$

$$\sqrt{N} = (s_o + \cdots + s_h) + \frac{N_h}{2(s_o + \cdots + s_h) + 1} = (s_o + \cdots + s_h)$$

N bir tam sayının karesi değilse, kökü de

$$N_i = N_{i-1} - [2(s_o + \cdots + s_{i-1})s_i + {s_i}^2]$$

$$2(s_o + \cdots + s_{i-1}), 1 \qquad ve\ i = h$$

$$(s_o + \cdots + s_h) + \frac{N_h}{2(s_o + \cdots + s_h) + 1}$$

41 Ortaçağ Çin uygarlığında Ch'in Chiu-shao'nun (ö. 1261) *Su-shu Chiu-chang* adlı eserinde dördüncü dereceden bir denklemin kökünün nümerik olarak bulunması işlemi de ilkece Ruffini-Horner metoduna benzemektedir. Cajori, *a.g.e.*, s. 93. Hatta Ch'in Chiu-shao bu metodu muhtelif derecelerdeki pek çok denklemin yaklaşık kökünü bulmak için uygulamış olup Yang Hui (ö. 1275) da bu hususta Ch'in Chiu-shao'yu takip etmiştir. Boyer, *a.g.e.*, s. 236.

42 Rashed, *a.g.e.*, s. 383-386.

Benzer şekilde üçüncü dereceden yaklaşık kök:

$$(s_o + \cdots + s_h) + \frac{N_h}{3(s_o + \cdots + s_h)^2 + 3(s_o + \cdots + s_h) + 1}$$ [43]

Ancak, özellikle Pascal üçgeni ve binom formüllerinin sağladığı imkanlarla, 11. yüzyıl sonrası bazı matematikçiler arasından, daha yüksek dereceden kök bulunması için genel formülleri güncellemeye çalışanlar mevcuttur. Örnek olarak, Semew'el b. Yahya el-Mağribî (ö.~1175), Ruffini-Horner metodunu uygulayarak altmış tabanında bir tam sayının n. dereceden kökünü bulmakla kalmamış, yaklaşık değer kavramını da izah etmiştir. Semew'el'e göre bu işlem, n. dereceden irrasyonel kök ve rasyonel sayılar serisi arası mesafeyi belirlemekle açıklanabilir.[44] Kök çıkarma işleminin, önemini denklemler teorisiyle irtibatından aldığı, geometrik boyut ve ispatların sınırlamalarının aksine denklemlere analitik (sayısal) yaklaşımın cebire esas katkıyı yaptığı ve Semew'el'in Kerecî tarafından geliştirilmiş analitik cebir yaklaşımını[45] rasyonel sayılar kümesini dikkate alarak 'hesap'la ilişkilendiren etkin bir aktör olduğu düşünüldüğünde, bu safha çok da şaşırtıcı olmasa gerektir.[46]

Nasreddin Tûsî'nin 1265 tarihli *Cevâmi'u'l-Hisâb bi't-Taht ve't-Turâb* isimli eserinde ise cümel rakamlarıyla ifade edilen altmış tabanlı 40,13,2,24,40,36,57,0,19 sayısının üçüncü dereceden yaklaşık kökü 52,30,33 olarak bulunmuştur. Tûsî aynı zamanda bu eserde yine altmış tabanlı bir başka sayının 4. dereceden kökünü elde etmiş, hatta işlemlerde Hindî rakamları kullanmıştır.[47] Tûsî'nin daha yüksek dereceli kök alma işlemlerine dair, $\sqrt[6]{244140626} \cong 25 + \frac{1}{26^6 - 25^6}$ örneği de mevcuttur. Bu da Tûsî'nin 11. yüzyıldaki astronomlara dayanarak verdiği şu yaklaşma metodunu sağlamaktadır:

$$\sqrt[m]{n^m + r} \cong n + \frac{r}{\left[\sum_{k=1}^{m-1}\binom{m}{k}\ n^{m-k}\right] + 1} = n + \frac{r}{(n+1)^m - n^m}$$

$$\sqrt[m]{n^m + r} \cong n + \mu \qquad 0 \le \mu < 1 \qquad \mu = \frac{r}{\sum_{k=1}^{m-1} c_m^k n^k + 1} = \frac{r}{\left[\sum_{k=1}^{m-1}\binom{m}{k}\ n^{m-k}\right] + 1}$$ [48]

43 Aynı yerde, s. 383-386.

44 Abbassi, a.g.m., s. 7.
Q= 0; 0,0,2,33,43,3,43,36,48,8,16,52,30 örneğini kullanarak $f(x) = x^5 - Q = 0$ ile kök bulmuştur. Bkz. Rashed, *a.g.e.*, s. 387, 389.

45 Melek Dosay, *Kerecî'nin İle'l-Hesab el-Cebr ve'l-Mukabele Adlı Eseri*, Atatürk Kültür Merkezi, Ankara 1991, s. 78-79.

46 Elif Baga, *Osmanlı Klasik Dönemde Cebir*, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Felsefe ve Din Bilimleri Ana Bilim Dalı, Yayımlanmamış Doktora Tezi, İstanbul 2012, s. 32-128, 158.

47 Johansson, a.g.m., s. 353.

48 Abbassi, a.g.m., s. 13.

Bu eser, tahta (levha) hesabı[49] olduğunda dolayı, Tûsî işlem sürecindeki aşamaların hepsini göstermez, aradaki bazı adımları siler.[50]

Tûsî'nin dayanak olarak kullandığı interpolasyon metotları rastlantı olmayıp, izleri daha da geriye doğru sürülebilir. Lineer polinomlar yardımıyla bilinen değerlerden yola çıkılarak, bu değerler arasında farklı bir yerdeki değeri tahmin etmeye yarayan lineer interpolasyondan, Batlamyus'un *Almagest*'inde kiriş tabloları için daha kesin değerler elde etmek ve gök cisimleriyle ilgili hesaplardaki belirgin hataları telafi etmek amacıyla yararlanılmıştır.[51] Ayrıca yine interpolasyon metotlarını içeren ortaçağ Hint astronomisinin en önemli kaynaklarından Brahmagupta'nın metinleri 8. yüzyıl gibi erken bir dönemde İslam dünyasında tercüme edildiğinden ötürü,[52] İslam dünyasının 11. yüzyıl matematik bilimler külliyatında bu metotlar gelişerek yerini almış bulunmakta, Birunî gibi yüzyılın seçkin isimlerinin bunları kullandığı bilinmektedir.[53]Ancak Kaşî, kendisine kadar kullanılan yöntemleri hem altmış tabanlı hem de on tabanlı sistemde genelleştirmekle ön plana çıkmaktadır.[54] Ayrıca Kaşî $a^n - b^n$ nin hesabı için sunduğu kuralı genişleterek $(a+b)^n - b^n$ nin açılımını bulmada da kullanmıştır. Böylece n. dereceden yaklaşık kök hesapları için geliştirmiş olduğu formül şöyledir:

$$\sqrt[n]{N} = \sqrt[n]{a^n + b} \cong a + \frac{b}{(a+1)^n - a^n}$$ [55]

O halde bu yaklaşık çözüm, aynı prensiplerle, ancak küçük ölçekli formuyla Semew'el öncesi matematikçiler tarafından da uygulanan ve konvansiyonel olarak nitelendirilen 'yaklaşma'nın daha genel halidir. Kerecî'nin bulguları veya Pascal üçgenin avantajlarına

49 Düz bir zemine (tahta, levha) toz, toprak veya kum serpilip, bunun üstünde ucu sivri bir çubukla işlemlerin gösterildiği hesap türüdür. Kağıt ve kalemle hesabın elverişli olmadığı koşullarda tercih edilmiştir. Parmakla hesap yapmaya alternatif olarak gelişmiş olup hem on tabanlı hem de altmış tabanlı hesap için uygun bir araç olmuştur. En eski örneği Hârizmî'nin günümüze Latincesi ulaşan aritmetik kitabı olsa da yaklaşık M.Ö 5. asırdan beri Hindistan coğrafyasında bilindiği düşünülmektedir. Tûsî'nin *Cevâmi'u'l-Hisâb bi't-Taht ve't-Turâb'*ının tahta hesabı literatüründeki en kapsamlı ve en gelişmiş eser olduğu düşünülmektedir. Bkz. Elif Baga, *Hesap Biliminde Yeterlilik (Eminüddin Ebherî'nin Fusûlün Kâfiye fî Hisâbi't-Taht ve'l-Mîl Adlı Eseri)*, Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, İstanbul 2021, s. 26-30, 33.

50 Abbassi, a.g.m., s. 10, 15. Nîsâbûrî ise cetvel üstünde süreçteki tüm detayları işlemiş olmakla, paradigmatik bir değişikliği temsil etmiş ve Tûsî'den Kaşî'ye giden yollar arasında adeta köprü kurmuştur. Abbassi, a.g.m., s.10, 13, 15. Nîsâbûrî hesabı, tahta(levha) ile değil kağıt-kalem malzemeleriyle yaptığından dolayı, bu malzemelere uygun teknikleri eserinde işlemiş olup cetvelle anlatım tekniği de bunlardan biridir. Bkz. Baga, *a.g.e.*, s. 26 (2. dipnot), 37.

51 Nathan Sidoli, "Mathematical Tables in Ptolemy's Almagest", *Historia Mathematica*, sayı 41 (2014), s. 32; Glen Van Brummelen, "Lunar and Planetary Interpolation Tables in Ptolemy's Almagest", *Journal for the History of Astronomy*, XXV/ 4 (1994), 310, 297-311.

52 Edward Stewert Kennedy, "Al-Biruni", *Dictionary of Scientific Biography*, II, ed. Charles Gillispie-Frederic Holmes, Scribner, New York 1970, s. 154-155; Nabi Bakhsh Baloch, "Al-Beruni's Ghurrat al-Zijat", *Erdem,* 6/18 (1990), 766-769.

53 Edward Stewert Kennedy, "The Chinese-Uighur Calendar as Described in the Islamic Sources", *Isis*, sayı 55 (1964) s. 440-442.

54 Johansson, a.g.m., s. 340. Kökün tam kısmının cetvelle hesabı ve bunun çözümlemesi için bkz. John Lennart Berggren, *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam*, Springer, Newyork 2003, s. 62.

55 Berggren, *a.g.e.*, s. 62, Abbassi, a.g.m., s. 14.

entegre olmamış matematikçiler kendilerini iki veya üçüncü derece kuvvetle sınırlandırmış olurken, bu yeni safhada binom formülleri Horner metodunu karşılamaya yetmekte ve herhangi bir kuvvette de kural uygulanabilir hale gelmektedir. 12. yüzyıl itibariyle bu bağlamda, meşhur isimlere dair verilebilecek örnekler daha da çoğaltılabilir. Batı İslam dünyasında, yaklaşık çözümleri de dahil edecek şekilde, söz konusu kuralı genelleştiren, ispatlayan, hatta 5. dereceden kök almayı başaranlar mevcuttur. İlginç olan ise bu kuralın Semew'el'in eliyle, ondalık kesirlerin geliştirilmesi olarak da meyvesini vermiş olduğudur. Nihaî formuna Kâşî ile kavuşan bu kural en genel haliyle, başka bir şekilde şöyle ifade edilebilir:

$$\sqrt[n]{N} = x' = x_0 + \frac{N - x_0^n}{\left[\sum_{k=1}^{n-1} \binom{n}{k}\ x_0{}^{n-k}\right] + 1}$$ [56]

Ortaçağ itibariyle kaydedilmiş bu gelişmelerin özünü temsil eden ve Ruffini-Horner olarak bahsedilen metot ise 19. yüzyılda yönteme ismini veren iki matematikçinin aynı zamanlarda aynı çalışmayı yapmasıyla modern şeklini almıştır. İtalya Bilim Topluluğu nümerik denklemlerin çözümünde yapılacak ilerlemeler için ödül koymuş ve ödülü 1804'te Paolo Ruffini'ye (ö. 1822) vermiştir. Zira Ruffini, analiz yardımıyla bir denklemi, belirli bir sabitle kökleri teker teker eksilterek başka bir denkleme dönüştürmede kolay bir kuram ortaya koymuştur. William George Horner'in (ö. 1837) konuyla ilgili makalesi ise Kraliyet Topluluğu huzurunda 1819'da okunmuş ve aynı yıl basılmıştır. Ancak Horner ve Ruffini'nin, yöntemlerinin 13. yüzyıl itibariyle bilindiği gerçeğinden haberleri olmamıştır. Her ikisi de bulgularını, önce yüksek analiz sonra da temel cebirle açıklamış ve sayıların kökünü bulmada eski sürecin yerine geçebilecek birer alternatif sunmuşlardır. Zaman içinde Ruffini'nin yazısı ihmal edilirken, Horner'in tespitleri, destek gördüğü etkili kişiler sayesinde ilgi görmüştür. Ruffini-Horner yöntemi Kıta Avrupa'sında seyrek kullanılsa da İngiltere ve Amerika Birleşik Devletleri'nde epey rağbet görmüştür. Fransa'da ise söz konusu yöntemin eşdeğeri sayılabilecek ve özü yine asırlar öncesinin sayısal analiz yöntemlerinde bulunan Newton-Raphson yöntemi hâkim konumda olmuştur.[57] Evvelki paragraflarda işaret edildiği üzere, 12. yüzyıl itibariyle atılmış ileri adımlar, matematikçileri dönemlerinin oldukça ötesine taşımış, yakınçağın sayısal analiz tarzına yaklaştırmıştır. Aynı zamanda, kısmen Osmanlıların kuruluş dönemine denk gelen bu anlayışların Osmanlı matematiğinde nasıl karşılık bulduğu ise ileriki satırlarda sunulmuştur.

1.3. Osmanlılardaki Gelişmeler

Osmanlı Devleti, klasik İslam medeniyetinin doğal bir devamı olduğundan, hesap alanında da bu medeniyetin birikimini devralmıştır. Bu nedenle, önce seleflerinin sayısal yönelimlerinin buradaki izlerini takip etmek ve ardından Osmanlıların sayısal analizdeki rollerini ele almak yerinde olacaktır.

56 Rashed, *a.g.e.*, s. 387, 389.
57 Cajori, *a.g.e.*, s. 310-311.

Başta Osmanlı olmak üzere birikimini Anadolu Beyliklerine devretmiş Anadolu Selçuklular, farklı sayısal yaklaşımlar bakımından temayüz etmiştir. Burada, devletin malî teşkilatının omurgası olan muhasebe ve finansın aritmetiğinde ondalık konumsal sayı sistemine dayalı Hindî hesap tercih edilirken; astronomi ve trigonometri için altmış tabanlı sayı sistemi canlı tutulmuştur. Hesap alanında pratik algoritmanın alabildiğine geliştiği Anadolu Selçuklular, cebirin de sayısallaştırılmasına sahne olmuştur. Bu husustaki girişimler, hem ondalık kesir bilincine ve hem de yaklaşık kök alma yöntemlerine yansıyarak sayısal analizde kendini göstermiştir. Daha evvelden de bahsedildiği üzere Kerecî çizgisini takip ederek soyut bir cebir anlayışı taşıyan Semew'el, ondalık kesir fikrini Anadolu'da benimsemiş ve bu fikri yaklaşık kök hesaplamalarında kullanmaya çalışmıştır. [58]

Ahmed b. İbrâhim İklîdisî veya İbnü'l-Heysem gibi müelliflerin eserlerinin Osmanlı öncesi nüshalarındaki kayıtlarıyla Osmanlı döneminde nüshaları, bu eserlerin Osmanlılarda kullanıldığını göstermektedir. Bu isimlerin, yukarıda da bahsi geçtiği gibi yaklaşık kök almada yeni algoritmalar ve izahlar ileri sürmelerinden ötürü, eserleri vesilesiyle Osmanlılara ihmal edilemeyecek düzeyde etkide bulunduğu anlaşılmaktadır. Merâga Rasathanesi baş aktörü Nasreddin Tûsî'nin *Cevâmiʿu'l-Hisâb bi't-Taht ve't-Turâb*'ının da Osmanlıların önemli kaynaklarından olması,[59] içeriğindeki yüksek derecelerde kök alma tekniklerinin Osmanlılarda yankı bulma olasılığına işaret etmektedir.

Ayrıca yine yukarıda bahsedildiği üzere kök alma tekniklerinin; altmış tabanlı sistemden on tabanlı sisteme, tam köklerden yaklaşık köklere, özel çözümlerden yüksek derecelerde genel çözümlere teşmil edildiği Semerkant Rasathanesi baş aktörü Cemşîd el-Kâşî'nin *Miftâhu'l-Hisâb*'ı, Osmanlı medreselerinde ileri seviye ders kitabı olarak okutulmak suretiyle Osmanlı matematiğinin kaynakları arasında yer almıştır. Eser aynı zamanda ondalık kesirlerin aritmetikte sistematik kullanımını veren ilk kitap olma özelliğini de taşımaktadır.[60] Doğu İslam dünyasında bu gelişmeler yaşanırken, Batı İslam dünyasında Osmanlıların cebirdeki tutumlarını belirleyen ve analitik temeller üzerinde yükselen bir cebir kurulmakta[61] ve bu anlayışın mimarları pür sayısal bir çerçeve içinde matematikte derin izler bırakmaktadır. Örnek olarak, İbnü'l-Bennâ'nın çarpıcı özelliklerinden biri, yaklaşık karekök tespitinde kaydettiği başarıdır.[62] *Telhîsü Aʿmâli'l-Hisâb* adlı eserinin Kahireli İbnü'l-Hâim (ö. 1412) tarafından ihtisar edilmesi ve bu muhtasarın Osmanlı âlimlerince yapılmış şerh ve istinsahları İbnü'l-Bennâ'nın yönlendirici etkisinin sürekliliğini sağlamıştır.[63]

58 İhsan Fazlıoğlu, "Selçuklu Döneminde Anadolu'da Felsefe ve Bilim- Bir Giriş", *Cogito*, sayı 29 (2001), s. 161.
59 İhsan Fazlıoğlu, "Osmanlılarda Hesâb-ı Hindî", *DİA*, XVII, 262.
60 Aynı yerde, s. 263-264.
61 Elif Baga, *a.g.t.*, s. 44, 257.
62 İhsan Fazlıoğlu, "İbnü'l-Bennâ el-Merraküşî", *DİA,* XX, 532.
63 Fazlıoğlu, "Osmanlılarda Hesâb-ı Hindî", s. 263.

Görüldüğü üzere, Osmanlılar gerek yakın gerek uzak geçmişlerindeki veya kendi dönemine ait farklı coğrafyalardaki muhtelif hesap gelenekleriyle ilgili kaynakları dayanak olarak seçmekten geri durmadığı için değişik vesilelerle sayısal analiz konularından da haberdar olmuş sayılmaktadır.

Bundan çok kısa bir süre sonra ise kendi matematikçileri sayesinde matematik üretimi gerçekleştirmiş Osmanlılarda, muhasebe kalemlerinde uygulanan muhasebe aritmetiğinin ve medreselerde okutulan temel aritmetiğin on tabanlı hesap sistemi olan Hindî hesabı esas almasından ötürü, resmî olarak Hindî hesabın kullanıldığı söylenebilir.[64] Örnek olarak, Ali Kuşçu'nun (ö. 1474) hesap kitapları, Bahâuddin Amilî'nin hesap kitabı (ö. 1622) ve bunun Abdürrahim Maraşî tarafından yapılan şerhi (1693), en gözde Hindî hesap kitapları olup tüm matematik çevrelerinin temel başvuru kaynağı haline gelmiştir.[65] Yine Fatih döneminde bir başka Hindî hesap eseri, çalışmamızın Farsça kaynağını telif eden ve Fatih'in hocası Hoca Hayreddin olduğu düşünülen Hayreddin Halil bin İbrahim'in muhasebecilere hitaben yazdığı *Miftâh-ı Künûz-ı Erbâbü'l-Kalem ve Misbâh-ı Rumûz-ı Ashâbü'r-Rakam* isimli aritmetik kitabıdır (1475). Kapsamı itibariyle yaygın ve sürekli bir etkiye sahip olmuş ilk muhasebe-matematik metni ise Hacı Atmaca'nın Türkçe *Mecma'u'l-Kavâ'id*'i (1494) olup bu çabalar 16. yüzyılda mütekamil bir düzeye ulaşmıştır. Katip Alaeddin Yusuf'un *Mürşidü'l-Muhâsibîn*'inde (1511) bilinen niceliklerle hesabın, cebir veya orantı gibi bilinmeyen niceliklerle hesaptan ayrılarak mevcut kapsamın kavramsal derinliğiyle ele alınması, Garsuddin ibn Nakîb'in *Tezkiretü'l-Küttâb fî İlmi'l-Hisâb*'ının Türkçe şerh-tercümesinde (1574) mesaha konularının titizlikle incelenmesi,[66] Matrakçı Nasuh'un *Umdetü'l-Hisâb*'ında (1534) feraiz bahisleri yardımıyla aritmetik konularının zenginleştirilmesi ve Bursalı Yusuf bin Kemal'in *Cami'u'l-Hisâb*'ındaki (1528) ayrıntılı analitik cebir içeriği bunun en çarpıcı göstergelerindendir. 16. yüzyılda ayrıca Ali bin Veli bin Hamza el-Magribî, yazdığı *Tuhfetu'l-A'dâd li-Zevi'r-Rüşd ve's-Sedâd*'ıyla (1591), Osmanlı matematiğine en detaylı Türkçe hesap kitabını kazandırmıştır. Bu eser aynı zamanda sembolik gösterimler taşıdığı için Endülüs matematik geleneği ve Osmanlı pratik matematiğinin ortak özelliklerini birleştirerek Osmanlı matematiğinin sayısal yöneliminde üstün bir konuma gelmiştir.[67] Bu yapı içerisinde kök hesaplarının genel hesap kitaplarında işlenmesi olağan hale gelmiştir. Örnek olarak, Mağribî veya Ali Kuşçu'nun eserlerinde bu hesaplara geniş yer verilmiş olup yüksek (dördüncü ve beşinci gibi) dereceli tam ve yaklaşık kök bulma formülleri ve örnekleri mevcuttur.[68] Sadece tam sayılarda değil, Nisaburî'nin verdiği

64 Aynı yerde, s. 262.

65 İhsan Fazlıoğlu, "Osmanlı Klasik Muhasebe Matematik Eserleri Üzerine Bir Değerlendirme", *Türkiye Araştırmaları Literatür Dergisi,* 1/1 (2003), 348.

66 Aynı yerde, s. 351, 354, 356, 357.

67 İhsan Fazlıoğlu, "Devletin Hesabını Tutmak", *Kutadgubilig Felsefe-Bilim Araştırmaları*, sayı 17 (2010), s. 170-172.

68 İhsan Fazlıoğlu, "Osmanlılarda Hesap", *DİA*, XVII, 254; a. mlf., "Osmanlı Klasik Muhasebe Matematik Eserleri Üzerine Bir Değerlendirme", s. 360.

$\sqrt[4]{2\frac{1}{2}}$ gibi bazı istisnaî örneklerin etkisiyle, rasyonel sayılarda da yüksek dereceden kökün bulunmasına aşinalık kazanmış Osmanlıların aslında, konudan çok yönlü fayda sağlamada, özellikle yöntemleri yüksek dereceli denklemlere uygulamada bazı sınırlıkları vardır. Ancak konu, denklemler teorisiyle çok sıkı bağlı olduğu için Osmanlıların cebir muhtevalı hesap kitaplarında müstakil başlıklar altında ele alınır.[69] Muhasebe matematiği eserleri arasından ise Hayreddin Halil bin İbrahim'in *Miftâh-ı Künûz'*ı ve bunun Edirnevî tarafından yapılan tercümesinde, tam sayılarda üç ve dördüncü dereceden tam ve yaklaşık kök almaya yer verilirken, *Mürşidü'l-Muhâsibîn*, *Umdetü'l-Hisâb* ve *Tezkiretü'l-Küttâb fî İlmi'l-Hisâb*'ın tercümesinde sadece ikinci dereceden kök bulma bahisleri mevcuttur.[70] *Cami'u'l-Hisâb* ise beşinci dereceye kadar kök çıkarma metotlarını işlemesiyle Osmanlı muhasebe matematiğinin sayısal analizde zirvesi gibi görünmektedir. Zira, eserdeki denklemler teorisi Harizmî'nin altı denklem tipiyle sınırlı olsa da sayısal çözümlerden ödün verilmediği için burada orta ölçekte bir analitik cebir anlayışının inşa edildiği görülür.[71] Ne var ki ikinci ve üçüncü dereceden kök alma işlemlerinde görülen yaklaşık kök hesapları, bu sınırlılığı olasılığı/dolayısı ile, dördüncü dereceden kök almada dahi mevcut değildir.[72] Bu durumda Osmanlı muhasebe matematiğinin ilk örneklerinden olan *Miftâh-ı Künûz'*un aslı veya tercümesinin dördüncü dereceden yaklaşık kök bulmayı da içermesi, bunları Osmanlı matematiğinin kalburüstü eserleri haline getirmiştir. Bu eserler aynı zamanda, Osmanlılarda ondalık kesirlerin görüldüğü ilk örnekler olması dolayısıyla,[73] sayısal bakış açısının sergilendiği öncü metinlerdir. Bu bakış açısını devam ettirmekle kalmayıp aritmetik eseri sayesinde, Kaşî'nin bulgularını genişleterek Osmanlılarda konuyla ilgili en tafsilatlı teorik çalışmayı yapan hatta bunu zîclerinde astronomiye uygulayan isim, Takıyyüddin ibn Marûf er-Râsıd'dır.[74] Böylece Osmanlılarda kök alma metotları, yüksek dereceli denklemlerin çözümünde daimî ve garantör bir enstrüman olarak uygulanmasa da[75], ondalık kesirlerle işlemlerden denklemlerin analitik tasavvuruna kadar, farklı algoritmik ve cebirsel yönelimlerin bütünü içinde anlamlı bir yere sahiptir.

2. Müellif ve Eserin Tanıtımı

16. yüzyılın başında Pîr Mahmud Sıdkı Edirnevî tarafından ortaya konulan ve ilk sayfasında İlm-i Erkâm-ı Taksimât olarak tanıtılan bu eser, esasında daha evvel (1475)

69 Baga, *a.g.t.*, s. 65, 151, 158, 258.

70 Oğuz, "Osmanlıların Klasik Dönem Muhasebecileri ve Telif Ettikleri Muhasebe-Matematik Eserleri", s. 103, 117, 121, 135.

71 Tuba Oğuz, "Klasik Dönem Osmanlı Muhasiplerinin Cebirsel Problemlere Yaklaşımı: Câmi'u'l-Hisâb Örneği", *Kutadgubilig: Felsefe Bilim Araştırmaları,* sayı 36 (2017), s. 559.

72 Oğuz, "Klasik Dönem Osmanlı Matematiğinde Kök Çıkarma Teknikleri: Câmi'u'l-Hisâb Örneği", s. 167.

73 Oğuz, "Ondalık Kesirlerin Osmanlı Muhasebe Matematiği Eserlerindeki Yeri (15-17.Yüzyıl)", s. 447-448, 457-458, 461.

74 Fazlıoğlu, "Osmanlılarda Hesap", s. 254.

75 Örnek olarak Ali Kuşçu'nun bu yöndeki gayretlerinin cebire yeterince yansımadığı ve cebirinin nisbeten yüzeysel kaldığına dair bkz. Baga, *a.g.t.,* s. 79-80.

Farsça yazılan *Miftâh-ı Künûz* isimli meşhur matematik metninin Türkçe tercümesidir. Gerek *Miftâh-ı Künûz* gerekse de tercümesinin, Osmanlılarda nakit dirhemin as katlarının gösterimi sayesinde ondalık kesirlerin ortaya çıktığı ilk matematik eserlerinden olduğu düşünülmektedir.[76] Eserin aslı, Fatih Sultan Mehmed dönemi matematikçilerinden Hayrettin Halil b. İbrahim tarafından, divan teşkilatında çalışan muhasebecilerin faydalanması için yazılmıştır. Hatta eserin *Miftâh-ı Künûz-ı Erbâbü'l-Kalem ve Misbâh-ı Rumûz-ı Ashâbü'r-Rakam* ismini taşıması bile hedef kitlesini izhar etmede yeterlidir. Eserin Türkiye ve yurt dışındaki muhtelif kütüphanelerdeki nüsha sayısının on'a varması, vaktiyle esere oldukça rağbet edildiğinin bir alametidir. Ancak önemli bir diğer alameti ise biri kısmî diğeri ise tam metin tercümesi olmak üzere eserin Türkçe'ye kazandırılma gayretidir.[77]

Söz konusu bu tercümelerden birinin, yukarıda da belirtilen 15. yüzyılın ünlü ve kapsamlı muhasebe-matematik kitaplarından *Mecma'u'l-Kavâ'id*'in müellifi Hacı Atmaca'ya ait olduğu belirtilmektedir. Kaynaklarda, Hacı Atmaca'nın burada *Miftâh-ı Künûz'un* çift yanlış yöntemiyle ilgili olan on altıncı bölümünü, küçük bir risalede tercüme ettiği ifade edilmektedir.[78] Ancak nakledilen bu bilgileri tashih etmekte fayda vardır. Öncelikle *Miftâh-ı Künûz,* on bölümlük bir eser olduğu için eserin on altıncı bölümünde çift yanlış yönteminin işlenmesi ve bu kısmın Hacı Atmaca tarafından çevrilmesi mümkün olamaz. Ama Hacı Atmaca'nın *Mecma'u'l-Kavâ'id'*indeki ilk bölümün on altıncı alt bölümü, tarif edildiği gibi çift yanlış yöntemiyle ilgili olduğu ve ikisinde (hem risalede hem de eserde) de aynı problemler çözüldüğü için bu kısmî tercümenin aslında tercüme olmadığı, Hacı Atmaca'nın telif ettiği *Mecma'u'l-Kavâ'id*'den bir parçayı temsil ettiği anlaşılmaktadır. Üstelik risalenin herhangi bir girizgahı da yoktur. Bu parçanın müstakil olarak bir mecmuanın içinde yer alması, konunun önemine dayandırılabilir. *Mecma'u'l-Kavâid'*de ilgili konunun sonunda da çözülen ve *Miftâh-ı Künûz*'dan alındığı açıkça ifade edilen çözümlü problemin, kısmî tercüme olduğu rivayet edilen söz konusu risalenin sonuna denk gelmesi yanıltıcı olmuş ve yukarıda bahsedilen detayların gözden kaçmasına sebebiyet vermiştir. Üstelik Pîr Mahmud Sıdkı Edirnevî'nin tercümesi konu (çift yanlış yöntemi) özelinde incelendiğinde de rivayet edilen bu bilgilerin doğru olmadığı, yani Hacı Atmaca'nın *Miftâh-ı Künûz'*dan tercüme yapmayıp sadece buradaki bir problemden ilham aldığı görülmektedir.[79]

Yukarıdaki bahisler yine de *Miftâh-ı Künûz*'ın değer ve etki alanından herhangi bir şey eksiltmemektedir. *Miftâh-ı Künûz'*ın günümüze ulaşan yegane ve tam çevirisini yapmış

76 Oğuz, "Ondalık Kesirlerin Osmanlı Muhasebe Matematiği Eserlerindeki Yeri (15-17.Yüzyıl)", s. 447, 448, 461.

77 Ekmeleddin İhsanoğlu-Ramazan Şeşen-Cevat İzgi, *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi*, I, IRCICA, İstanbul 1999, s. 33-35.

78 Aynı yerde, s. 34.

79 Hacı Atmaca, *Mecma'u'l-*Kavâid, Köprülü nr. 341, vr. 87a-100b; Halet Efendi, nr. 221/4, vr. 314b-317a; Oğuz-Ceyhan, Klasik Dönem Osmanlı Matematiğinde Pîr Mahmud Sıdkı Edirnevî'nin 'Çift Yanlış' Metodu", s. 167-173.

olma şerefi bu durumda Pîr Mahmud Sıdkı Edirnevî'ye ait olmaktadır. Bu tercümelere ait günümüze ulaşan üç nüshadan ikisi, eksik intikal etmiştir. Bir bütün olarak intikal eden nüshanın ise sonunda ayrıntılı bir ferağ kaydı olmadığından, tercüme ve istinsaha dair malumat açık değildir. Farklı kaynaklardan edinebileceğimiz sınırlı bilgiler doğrultusunda söylenebilecek olanlar ise Hayrettin Halil ve Edirnevî'nin hoca-talebe ilişkisi içinde olduğundan[80] ve eserdeki gümrük hesaplarıyla ilgili bir problemin Edirnevî'nin bu tercümeyi 1505 yılında yapmış olabileceğine[81] işaret ettiğinden ibarettir. Ancak, eserin dîbacesindeki "sene-i hurrem asâda vâki' olup tesvîd-i tâkî vukû' bulmuş oldu"[82] ifadesi ebced hesabı ile H. 840/M. 1437'ye denk geldiğinden dolayı, bu tarih Hayrettin Halil'in eseri Fatih'e sunması için erken olsa dahi, eserin müsveddesinin tamamlanması açısından manidardır.

Edirnevî'nin bu tercümesinde incelenecek olan ve günümüze ulaşan tek tam nüshası, nesih hatla ve 17'şer satırla yazılmış 83 yapraktan oluşmaktadır. İstinsahının ise 17. asırda olduğu söylenebilir.[83] *Miftâh-ı Künûz'ı*n müellifi Hayrettin Halil'in, zamanın Pisagor'u olarak tanıtıldığı dîbâcenin devamında aşağıdaki ifadeler göze çarpmaktadır:

> *"Cemşîdü'l-muhâsibîn el-muhtâc ilâ mağfireti gufrâni'l-meliki'l-mu'în merhûm ve mağfûr Hayreddin tegammedehullâhü bi-gufrânihi ve enârallâhü burhâneh key bahşâyiş-i ilâhî ve rumûz-ı nâ-mütenâhîden bir mertebede muhâsib-i keşfî idi ki hisâb-ı kevâkib-i âsumân ânın habîb-i idrâkinde kadr-i aded-i kebkeb-i? kefeşî mesâbesinde değil idi. İmdi merhûmun resâ'ilinden Miftâh-ı Künûz-ı Erbâb-ı Kalem ve Misbâh-ı Rumûz-ı Ashâb-ı Rakam nâm risâlesin ki mübtedîlere âsân olsun için bu ed'afü'l-ibâd ve enhafü'l-cesâd Pîr Mahmud el-Edirnevî el-müştehîr bi's-Sıdkî ki giru merhûmun ednây-ı telâmîzinden olup elden geldikçe zebân-ı Derî'den Türkî'ye terceme olundu, ta kim tâlibü'l-ilm ve'l-kalem ve râgıbü'l-hisâb ve'r-rakam müstefîd olup bu fakîr ve hakîri ve üstâdlarımızı duây-ı hayr-birle yâd ideler. Zîrâ bu ilm-i hisâb bir ilm-i şerîf ve fenn-i latîfdir ki cümle-i âlem bu ilme muhtâclardır ve haber-i Resûl hükmünce -aleyhissalâtü vesselâm- ki buyurur: El-ilmü gılmân-ı? ilmü'l-ebdân ve ilmü'l-edyân. İmdi bu iki ilim dahi ilm-i hisâba muhtâclardır. Zîrâ ilmül'l-ebdân ki ilm-i tabî'îdir ve onun binâsı hisâb üzerinedir. Tabâyi' ve havâs ve merâtib-i mîzâc ve takdîrat-ı edviye ve eşribe gibi. Ve ilm-i edyân ki ilm-i şer'dir bilmeğe? ve sihâm-ı ferâiz ve vesâya istihrâcına. İmdi bu ilim, sâ'ir ulûm-ı cüz'îden şerîfterdir."*[84]

Bu ifadelerden şunları anlamak mümkündür: Muhasebecilerin 'Cemşid'i (mucidi) Hayrettin, ilahî af ve merhametle muamele olunsun, hesapta öyle yetenekleri ve icatları vardı ki pek çok lakabından biri de 'muhâsib-i keşfî' idi ve gökyüzünde kaç tane yıldız olursa olsun, sayısı ne kadar tekrar ederse etsin, bunun hesabını kavramak ona zor değildi. Merhumunun *Miftâh-ı Künûz-ı Erbâb-ı Kalem ve Misbâh-ı Rumûz-ı Ashâb-ı Rakam* isimli

80 İhsanoğlu vd., *a.g.e.,* s. 34.
81 Halil Sahillioğlu, "Türk Para Tarihi Bakımından Eski Hesap Kitaplarının Değeri", *Belgelerle Türk Tarihi Dergisi*, sayı 7 (1968), s. 71.
82 Pir Mahmud Sıdkı Edirnevî, *Terceme-i Miftâh-ı Künûz*, Şehid Ali Paşa, nr. 1973, vr. 3a, 3b.
83 İhsanoğlu vd., *a.g.e.,* s. 34.
84 Pir Mahmud Sıdkı Edirnevî, *Terceme-i Miftâh-ı Künûz*, Şehid Ali Paşa, nr. 1973, vr. 2a-2b.

risalesi, bu ilme yeni sülük edenlere kolaylık olması için merhumun öğrencilerinden Pîr Mahmud Sıdkı el-Edirnevî tarafından Farsça'dan Türkçe'ye çevrildi. Böylece, kalem ve rakam ilimleri taliplileri yarar sağlayabilir ve bu ilmin üstadlarını da hayır ve duayla anarlar. Hesap, hem üstün hem de hususî bir ilim olduğundan herkes ona muhtaçtır. Resûl aleyhissalâtü vesselâm, din ilimlerinin ve beden ilimlerinin hesaba bağlı olduğunu buyurur. Doğa ve canlılar biliminde, organik temel unsur ve özelliklerin, mizaçların, doğal içecek ve ilaçların değerlendirilmesi veya feraiz gibi dini ilimlerde mirastaki payların tespiti, hesap ile mümkündür. Dolayısıyla hesap, muhtelif diğer ilimlerden daha yücedir.

Dîbâcenin devamında hesap ilminin önemini Gâşiye Sûresi'nin 25-26. ayetleriyle vurgulayan, hatta nebîlerin mucizeleri ve velilerin kerametlerini dahi hesap ilmine bağlayan müellif, bu seçkin ilmin zor, ancak çok itibarlı olduğunu belirtir. Ayrıca müellife göre, güçlü hafıza ve derin kavrayış sahibi kimseler; kesirler gibi bilinen nicelikler veya bilinmeyen niceliklerin bulunması, muhtelif problemlerin çözümü ve mühendislik ilkelerinin elde edilmesinin yolunu hesap ilminde görmekte ve bu kimseler bu ilmi yakından incelemeye başlamaktadırlar. Dolayısıyla müellif, kendisinin de böyle ilim ve lütuf sahibi kimselerin yardımı ve kendi idrak ettikleri doğrultusunda eseri kaleme aldığını ifade eder. [85]

Eserin yazılma serüveniyle bazı detayları içermesi dolayısıyla, aşağıdaki şekilde bir alıntı sunmak uygun olacaktır:

> *"Bu nüsha-i pür-kusûr ve reşha-i ayn-ı küsûrun sehv-i kalem ve hatâ-yı rakamlarına ki vâkıf olalar, ümîddir ki elden geldikçe kalem-i ıslâh-birle rakam ve şah çeküp beyne'l-havâs ve'l-avâm ve dâmen-i afv-birle setr idüp ifşâ-yı habtına ikdâm olunmaya ve bu risâle-i pür-kavânîn a'mâl-i selâtîn-i sevâd-ı a'zam şehr-i Kostantîn'de ve şehr-i şerîf-i a'zam ve mâh-ı münîf ve ekrem Recebü'l-müreccebi'l-mükerrem min şühûr-ı sene-i hurrem âsada vâki' olup tesvîd-i tâkî vukû' bulmuş oldu. Ümîddir ki erbâb-ı kalem ve ashâb-ı rakam nazarları ile manzûr olup rûşen ve müberhen olmakla zuhur bulmuş ola, inşâ'ellahü Te'âla. Ve bu risâle-i mütercem, bir mukaddime ve on fasıl ve hâtime üzere mebnîdir."*[86]

Geleneksel metinlerde mutad olduğu üzere, burada da, her bilgi seviyesinden risâleyi ele alanların eğrisiyle doğrusuyla değerlendirme yapması, mevcut kusurları bağışlayarak görmezden gelmesi, hatta yazı ve rakamlardaki noksanları düzeltmesi umulur. Ve bu kurallar dolusu risâlenin müsveddesinin sultanlar şehri olmuş İstanbul'da ve 'hurrem' denilen senenin[87] Receb-i şerîfinde tamamlandığı ifade edilir. Eserin 'erbâb-ı kalem' ve 'ashâb-ı rakam' dediği kayıt tutan ve hesap yapan bürokratların nezdinde dolaşıma girerek şöhretinin yayılması ümit edilir. Ve bu tercüme edilmiş risale, on ana bölüm ve bir hatimeden oluşmaktadır.

85 Pir Mahmud Sıdkı Edirnevî, *Terceme-i Miftâh-ı Künûz*, Şehid Ali Paşa, nr. 1973, vr. 3b.
86 Pir Mahmud Sıdkı Edirnevî, *Terceme-i Miftâh-ı Künûz*, Şehid Ali Paşa, nr. 1973, vr. 3a-3b.
87 H. 840 olması olasıdır ve eserin Farsça versiyonuna atıf yapılıyor olsa gerektir.

Eserin içeriği tanıtılacak olursa, yine bu nüsha doğrultusunda tarafımızca yapılan bir fihrist aşağıdaki gibidir.

Tablo 1. Eserin İçeriği

Konu Başlıkları	**Sayfa No**
Dîbâce	1b-3b
Mukaddime	3b-21b
Nev-i Evvel: Küsûr-ı direm	3b-4a
‘Nev-i Sânî: Küsûrat-ı zirâ	4a-5b
Nev-i Sâlis: Küsûrat-ı müd	5b-6b
Nev-i Râbi‘: Küsûr-ı kantâr	6b-7a
Nev-i Hâmis: Küsûr-ı miskâl	7a-11a
Nev-i Sâdis: Mehâric	11a-12a
Nev-i Sâbi‘: İstihrâc-ı a‘dâd-ı mütedâhile, a‘dâd-ı mütevâfıka ve a‘dâd-ı mütebâyine	12a-12b
Nev-i Sâmin: Mehâric-i küsûr-ı tis‘anın birbirine nisbeti ve muvâfakatı ve duhûlü ve cümle-i küsûr-ı tis‘aya mehâric bir mahrec istihrâc olunması	12b-14b
Nev-i Tâsi‘: Küsûrun küsûrda darb olunması	14b-15a
Nev-i Âşir: Küsûrun küsûra taksîm olunması	15a-15b
Nev-i İhdâ Aşere: Küsûrun küsûr ile cem‘olunması	15b
Nev-i İsnâ Aşere: Küsûrun küsûrdan tefrîk olunması	15b
Nev-i Sâlis Aşere: Erba‘a-i a‘dâd-ı mütenâsibe	16a-21b
Fasl-ı Evvel: Darb-ı Küsûr	21b-29a
Fasl- Sânî: Hesâb-ı zirâ ve onun aksâmı	29a-31a
Fasl-Sâlis: Emdâd ve onun aksâmı	31a-32a
Fasl-ı Râbi‘: Aksâm-ı mevzûnatın durûbu	32a-36a
Fasl-ı Hâmis: Kısmet	36a-38b
Fasl-ı Sâdis: Kısmet-i guremâ	38b-46a
Fasl-ı Sâbi‘: Kâ‘ide-i hatâ’eyn	47b-53b
Fasl-ı Sâmin: Cezr	53b-58b
Fasl-ı Tâsi‘: İstihrâc-ı dıl‘-i ka‘b	58b-63a
Fasl-ı Dehomîn: Mâlü’l-mâl	63a-69b
Hâtime-i Kitâb: Mesâ’il-i müteferrika istihrâcı	70a-83a

Bu başlıklar bize göstermektedir ki Edirnevî’nin tercümesi, bir mukaddime, on fasıl ve bir hâtimeden oluşmaktadır. Mukaddime denilen giriş bölümü, muhasebecilerin öncelikle bilmesi gereken on üç bahisten müteşekkil olup bunlar da on üç ayrı başlık altında ele alınmaktadır. Burada ilk beş başlıkta, para, uzunluk, hacim ve ağırlık ölçüleri, as katlarıyla anlatılmaktadır. Ardındaki üç başlık altında kesirlerin paydaları, sayılarda kat (duhul veya mütedahil) veya ortak çarpan bulunup (mütevafık/muvafakat) bulunmamasına (mütebâyin) bağlı olarak incelenmiş ve bu ön bilgiler yardımıyla dokuz bayağı kesirde payda eşitlemeye dikkat çekilmiştir. Sonraki dört başlık altında ise bayağı kesirlerle dört işlem irdelenmiştir. Muhasebecilerin bilmesi gereken son bahiste ise günümüzde oran-orantı olarak bilinen orantılı dört sayı işlenmiştir.

Bundan sonra ise ilk fasıl başlamakta ve bunun dört alt başlığında kesirler ve tam sayılar arasındaki çarpma işlemi gösterilmektedir. Buradaki kesirler, nakit dirhemin as katlarına aittir. Bu kısımlarda yapılanların bir benzeri, ikinci, üçüncü ve dördüncü fasılda sırasıyla uzunluk, hacim ve ağırlık ölçüsü birimlerinde görülmektedir. Beşinci fasılda bölme işlemi anlatılmaktaysa da burada, evvelki dört fasılda olduğu gibi ölçü birimlerinin alt birimleriyle değil, bayağı kesirlerle işlem yapılmaktadır. Altıncı fasılda guremâ denilen bir bölme işleminden bahsedilmektedir. Ölenin mal varlığı borçlarını karşılamadığı durumda, ölenin bıraktığı malın alacak miktarlarına (miktarların oranlarına) göre alacaklılara pay edilmesi olan bu hesap, üç kısımda ele alınmaktadır. İşlemin esası, bölümün ilk kısmında tanıtılmakla beraber, diğer kısımlarda benzer işlemlerin yapılması dolayısıyla bazı benzer durumlar da bu bölümün kapsamına dahil edilmiştir. Örnek olarak, mirasın 1/2, 1/3, 1/4, vs. gibi farklı oranlarda taksim edilmesi ve farklı miktarda sermayeleri olup farklı sürelerle ortaklık yapan kişilerin bir yıl sonundaki kârlarının bulunması anlatılarak konu genişletilmeye çalışılmıştır.

Yedinci fasılda, varsayımlardan sonuç üretmeye dayalı özel bir hesap tekniği olan ve dönemin hemen hemen tüm hesap kitaplarında ihmal edilmeksizin işlenen çift yanlış yöntemi irdelenmektedir. Bundan sonraki tüm fasıllarda kök alma işlemleri tam kök ve yaklaşık kök çıkarma teknikleriyle anlatılmıştır. Sekizinci fasılda, ikinci dereceden; dokuzuncu fasılda üçüncü dereceden ve onuncu fasılda dördüncü dereceden kök alma işlemi analiz edilmektedir. Hatime denilen sonuç bölümünde ise muhtelif konularla ilgili çözümlü problemler mevcuttur.

3. Sayısal Analiz Teknikleri Bakımından Edirnevî'nin Hesap Kitabı

3.1. Üçüncü Dereceden Kök Alma Bahislerinin[88] Matematiksel Çözümlemesi

$$N\ \textit{kökü alınacak sayı}, \qquad x_0\ \textit{tam kök}, \qquad n\ \textit{derece olmak üzere}$$

$$\sqrt[n]{N} = \sqrt[3]{68} \qquad N = 68\ \ n = 3$$

Önce tam kök yani x_0 için müellifin ifadesiyle 'kıyas' yapılır ve $x_0 = 4$ tahmin edilir.

Bu tahmin şu yönergelerle doğrulanır ki kökün yaklaşık kısmının hesabına hazırlık yapılmış olur:

Öncelikle, irrasyonel kökü bulunacak sayı yani asıl sayı 68'in 8'inin üstüne bir sıfır konulur ve ilk tahmin bu hizanın hem üstüne hem de altına yerleştirilir.

I. satırdaki ifade: Rasyonel kökün üstteki, müellifin ifadesiyle 'fevkanî' hali 4

II. satırdaki ifade: Asıl sayı 68

88 Bkz. Ek 1.

III. satırdaki ifade: Rasyonel kökün alttaki ve üstteki ifadelerinin çarpımı 16

IV. satırdaki ifade: Rasyonel kökün alttaki, müellifin deyimiyle ‘tahtanî’ hali 4

Son olarak III. satır ve I. satır çarpılarak asıl sayıya ulaşılmaya çalışılır.[89] Ancak 64 elde edildiği için tam bu esnada 64’ün ikinci satırdaki asıl sayıdan farkı alınarak işlemlerin devamı şöyle getirilir:

$$N = 68 \quad n = 3 \quad x_0 = 4 \; için \; yaklaşık \; kök:$$

$$4 + \frac{68 - 4^3}{(4+1)^3 - 4^3} = 4 + \frac{68 - 64}{[3 \times 4 \times (4+1)] + 1} = 4 + \frac{4}{(5 \times 4 \times 3) + 1}$$
$$= 4 + \frac{4}{61}$$

Çok basamaklı bir sayı olmadığı için uygulamaların cetvelle desteklenmesine gerek duyulmamıştır. Ayrıca, kökün tam kısmı için defalarca ‘kalan’ sayı aranmayacağından ötürü, binom açılımı katsayılarına dayanan işlemlere gerek olmayıp, $N - (x_0)^3$ işlemini bir kere yapmak yeterlidir. Ancak işlem sırasının önemine istinaden bu sıranın takibi, yönergelerle işaret edilen satırların sırasıyla irtibatlandırılmıştır. Kökün yaklaşık kısmında işlemler, bazı aşamalar atlanmak suretiyle kısaltılmıştır.[90] Önce genel kuralın sonra örneğin verildiği görülen bu uygulamada $(4 \times 4 \times 4) + 4 = 68$ şeklinde sağlama işlemi de yapılmıştır.

3.2. Dördüncü Dereceden Kök Alma Bahislerinin[91] Matematiksel Çözümlemesi

Burada da önce kural anlatılır. Kökü alınacak sayı, kök derecesi gereği dörder rakamlı gruplara ayrılmakta, ilk basamağının üstüne sıfır konularak, rasyonel ve irrasyonel köklerin geleceği basamakların ayrımına işaret edilmektedir. Ancak örnek olarak verilen sayı zaten dört basamaklı olduğu için bu işlem tekrar etmez. Kökün tam kısmı için bulunacak ve x_0 kuvvetlerinin konumları şöyle tarif edilir:

I. satırdaki ifade: Rasyonel kökün üstteki, müellifin ifadesiyle ‘fevkanî’ hali

II. satırdaki ifade: Asıl sayı (III. Satır ve kökün çarpımıyla arasındaki farka işaret edilir.)

89 Yönergelerdeki tüm bu terimlerin konumu sözel olarak açıklanmıştır.

90 İşlem aşamalarının tümü:

$$\sqrt[3]{68} \cong 4 + \frac{68 - 4^3}{(4+1)^3 - 4^3} = 4 + \frac{68 - 64}{[4^3 + (3 \times 4^2 \times 1) + (3 \times 4 \times 1) + 1^3] - 4^3}$$
$$= 4 + \frac{4}{(3 \times 4^2 \times 1) + (3 \times 4 \times 1) + 1^3} = 4 + \frac{4}{3 \times [(4^2 \times 1) + 4] + 1^3}$$
$$= 4 + \frac{4}{[3 \times 4 \times (4+1)] + 1} = 4 + \frac{4}{(5 \times 4 \times 3) + 1} = 4 + \frac{4}{61}$$

91 Bkz. Ek 1.

III. satırdaki ifade: Rasyonel kök ve IV. satırdaki ifadenin çarpımı

IV. satırdaki ifade: Rasyonel kökün alttaki ve üstteki ifadelerinin çarpımı

V. satırdaki ifade: Rasyonel kökün alttaki, müellifin deyimiyle 'tahtanî' hali

Bu aşamalar yaklaşık kökün kesirli kısmının payını bulmada isabetlidir. Ancak paydası için üçüncü satırdaki ifadenin seçilmesi, kuraldaki yanlışın kaynağı olup bu durum uygulamada da tekrar etmiştir.

Örneğe geçildiğinde ise

$$N \text{ kökü alınacak sayı}, \qquad n \text{ derece}, \qquad x_0 \text{ tam kök olmak üzere}$$

$$N = 6723 \quad n = 4 \quad x_0 = 9$$

kökün tam kısmı için bulunan $x_0 = 9$ itibariyle yaklaşık sonuç bulma şöyle anlatılır:

I. satırdaki ifade: 9

II. satırdaki ifade: 6723 ($729 \times 9 = 6561$ ile farkı, pay olarak seçilir.)

III. satırdaki ifade: $81 \times 9 = 729$ (6561 ile farkın oranlanacağı sayı olarak seçilir.)

IV. satırdaki ifade: $9 \times 9 = 81$

V. satırdaki ifade: 9

$$\sqrt[4]{N} = 9 + \frac{6723 - 6561}{729} = 9 + \frac{162}{729}$$

Böylece uygulama, kural ve bunun arkasından verilen bir örnekle yapılmıştır. Hatta diğerinden farklı olarak yönergelerde işaret edilen satırlar açıkça yazılmış ve bu satırlardaki terimler, ilgili yerlerde konumlandırılmıştır. Ancak burada sağlama işlemi mevcut değildir. Ayrıca kökün tam kısmı için takip edilecek aşamalar diğeriyle benzese de yaklaşık kökün tespitinde bazı sınırlılıklar vardır. İşlemlerden görüldüğü üzere, kesrin payı için dördüncü dereceden kuvvetin bağlayıcı olduğu açıktır. Ancak paydanın ifadesi, başka bir terime bağlandığından ve bu da üçüncü derece kuvvette sona erdiğinden dolayı bulunan değer, beklenen yaklaşık değerden[92] oldukça uzaktır. $\sqrt[4]{N} = \sqrt{\sqrt{N}}$ eşitliği onuncu asırdan beri bilinmesine,[93] hatta ikinci dereceden kök alma, bu eserde incelikleriyle işlenmesine rağmen,[94] Edirnevî varılan bu değerden itibaren yeni bir girişimde bulunmamıştır. Bu durumda

92 $9 + \frac{6723 - 9^4}{(9+1)^4 - 9^4} = 9 + \frac{162}{3439}$

93 Berggren, *a.g.e.*, s. 53.

94 Oğuz, "Osmanlıların Klasik Dönem Muhasebecileri ve Telif Ettikleri Muhasebe-Matematik Eserleri", s. 103-106.

Edirnevî, daha evvel kullandığı formülleri kökün yeni derecesine göre uyarlayamamış, Semew'el gibi 12. yüzyıl ve sonrası matematikçilerin ulaştıkları sonuçların avantajlarından faydalanamamıştır. Takip ettiği yöntemde, 12. yüzyıl öncesi konvansiyonel yaklaşma olarak bilinen formülün bileşenlerini devşirmeye çalışmaktadır. Bu da Edirnevî'nin kök almanın genel formülünü (n. derece olarak) uygulamadaki sınırlılığını gösterir.

Sonuç

Eskiçağdan bu yana, gerek tam gerek yaklaşık kök alma, dört işlem olarak bilinen hesaplara dahil edilmese de yaygın kullanımına istinaden temel aritmetiksel işlemlerden biri olmuştur. Özellikle sayının irrasyonel kökü, matematikçileri geçici olarak bocalamaya sürüklemekle beraber, farklı uygarlıklarda özgün ve hatta günümüzde kalkülüste veya nümerik analizde başvurulan teknikleri andıran ileri yöntemlerin ortaya çıkmasını sağlamıştır.

Algoritmaları hayranlık uyandıran bu yöntemlere nasıl ulaşıldığı ne matematik tarihinde kesinlik kazanmış ne de bunlara ilham veren ortak bir eksenden bahsetmek söz konusu olmuştur. Zira eskiçağda bazı uygarlıklar, yöntemlerini vücuda getiren geometrik tasarımlardan bütünüyle özgürleşmiş değildir. Ancak, ortaçağa gelindiğinde kök alma yöntemleri, sayısal çıkarımların içinde geçirdiği evrimler sayesinde sayısal analiz tekniklerinin bir parçası haline gelmiştir. Üstelik buna Hristiyan Avrupa, İslam, Çin ve Hint uygarlıklarının tümündeki gelişmeler dahil edilebilir. Yöntemlerin geneli ana hatlarıyla incelendiğinde, bunların 19. yüzyıl Avrupa'sında denklem çözümü için geliştirilen yeni yaklaşımlardan pek de farklı olmadığı anlaşılmaktadır. Ortaçağ İslam dünyası matematikçileri ise bu yöntemleri gerek on tabanlı gerek altmış tabanlı sayı sisteminde tam ve yaklaşık kökü tespit etmekle ve n. dereceden kök bulmayı sağlayacak genel kurallar önermekle ön plana çıkmaktadır. Binom formüllerine 11. yüzyıl itibariyle aşinalık kazanmak, elbette bu düzeye gelmek için bir avantaj olmuştur. Diğer yandan, yaklaşık kökün olabildiğince isabetli bulunmasında, astronomi gibi başka bir disiplindeki Yunanî veya Hindî mirasları da matematiğe uyarlayabilmek ciddi bir başarıdır. Bu başarının derecesi matematiği sayısal perspektife yöneltmekle orantılı, sonuçları ise matematiğin etkili ve işlevsel bir hesap aracı haline gelmesiyle irtibatlıdır. Çünkü bunlar, Batı Avrupa'da bilim devrimi sürecinde ortaya konulan başlıca kitapların da kaynağı ve yankısı olup farklı bilim alanları, nümerik dilin böyle inşa edilmesiyle modern statüsüne kavuşmuş olmaktadır.

İslam dünyasında ise devrimsel bu tecrübe birebir yaşanmış olmamasına rağmen, sayısal perspektifli bir matematik, aritmetik ve cebir anlayışlarının zenginleşmesini sağlamıştır. Bunlardan en önemlileri ondalık kesirlerle sistemli hesap ve yüksek dereceli denklemlerin analitik çözümleri olup kök alma yöntemleri her ikisi için merkezi bir konumda yer almaktadır. Bu durumda kök alma, sadece bilinen niceliklerle hesabın değil cebir gibi bilinmeyen niceliklerle hesabın sınırlarını da genişletmiş olmaktadır. Zaten, Semew'el bin Yahya veya

Cemşid Kaşî gibi, hem cebir tarihinde hem ondalık kesir tarihinde kırılma noktası teşkil eden ileri seviye hesap kitabı yazmış müellifler, rasyonel ve irrasyonel kök alma yöntemlerinde de özgün birer safhayı temsil etmektedirler.

Bu durumda, klasik matematiğe ortaçağ İslam dünyasının temel eserleri vasıtasıyla eklemlendiği bilinen Osmanlıların kök alma yöntemleri, sadece aritmetik tarihi için değil cebir tarihi açısından da anlam kazanmaktadır. Kurucu eserlerin 15. yüzyılda yazılmaya başlandığı düşünüldüğünde ve Edirnevî'nin Türkçe tercümesi (16. yüzyıl) bu telif zincirine Farsça aslı, yani Hayrettin Halil bin İbrahim'in metniyle (15. yüzyıl) bağlandığında, söz konusu eser bu asırlardan günümüze ulaşan genel hesap kitapları arasında öncü konumdadır. Hatta eser, Ali Kuşçu'nun hesap kitapları hariç tutulduğunda, kök alma bahislerine geniş yer vermesi itibariyle yüksek dereceden kök alma işlemlerine dair ilk teşebbüsün Türkçe örneği haline gelir. Eserde rasyonel kök bulma işlemleri yeterince detay ihtiva ettiği için, irrasyonel köklerle ilgili örneklerde büyük sayılardan kaçınılmıştır. Böylece kökün tam kısmı, tek bir denemeyle bulunduktan sonra yaklaşık kısmının hesabına dikkat çekilmiş olur. Bundan ötürü, Edirnevî'nin rasyonel köklerin elde edilme aşamalarını betimlediği cetvellere burada ihtiyacı olmamıştır. Ayrıca, üçüncü dereceden yaklaşık kök alma işlemlerinde İslam dünyası matematiğinde 'konvansiyonel yaklaşma' olarak adlandırılan kuralı takip ettiği anlaşılmaktadır. Fakat aynı şeyi dördüncü dereceden kök alma işlemleri için yaptığını söylemek mümkün değildir. Kökün tam kısmının tespitinde bir hata olmamasına rağmen, yaklaşık kısmında takip edilen yol, ortaçağ İslam dünyasında geliştirilen formüllerin oldukça dışındadır. Bulunan değerin ise yeterli yaklaşıkta olduğu söylenemez. Ortaçağ İslam dünyası matematiğinde lineer interpolasyon bilinciyle daha dakik ve daha yaklaşık değerlerin elde edildiği bilindiğinden ötürü, bu husus Edirnevî'nin tercümesinin ciddi bir sınırlılığıdır. Bununla beraber, eserin Osmanlı muhasebe bürosundaki katiplere hitap ettiği göz önüne alındığında, bu teşebbüsler muhasebe matematiği eserleri arasında öncü, hatta yegâne sayılabilir. Zira, üretimin zirve yaptığı ve en mütekamil eserlerin telif edildiği 16. yüzyılda dahi yüksek dereceli kök alma işlemlerine rastlamak nadir olup bu durumda bile yüksek dereceden yaklaşık kök alma işlemleri ihmal edilmiştir.

Neticede, yaklaşık çözümleriyle kök alma işlemleri, Osmanlı muhasebe matematiği eserlerinde en çabuk benimsenen konulardandır. Böylece, sayısal analiz metotları, Edirnevî'nin gayretiyle erken dönemde Türkçe'ye kazandırılarak, 16. yüzyılın hemen başında Türkçe matematik üretimine entegre edilmiş olmaktadır. Ayrıca, bayağı kesirlerin matematiksel işlemlerde ondalık kesirlere dönüştürülmesi, Edirnevî'nin sayısal anlamdaki diğer katkısı olarak bilindiğinden dolayı eser, tüm bu nümerik özellikleri olgun bir şekilde bir araya getirmektedir. Esasında Edirnevî'nin tercümesi aritmetik konularından ibaret olup cebire dair malumat veya çözümlü problem örneği içermemektedir. Ancak kök alma işlemleri denklemlerin analitik yoldan çözümünü de kolaylaştırdığı için Edirnevî'nin eseri, cebir öğretiminde bile dikkate alınmayı gerektirecek bir konumdadır. Böylece eser çok yönlü özelliğiyle, ortaçağ İslam dünyasındaki sayısal analiz birikimini aratmayacak mesabede olup, bu geleneğin izlerini kendine has bir şekilde yansıtmaktadır.

Hakem Değerlendirmesi: Dış bağımsız.
Çıkar Çatışması: Yazar çıkar çatışması bildirmemiştir.
Finansal Destek: Yazar bu çalışma için finansal destek almadığını beyan etmiştir.

Peer-review: Externally peer-reviewed.
Conflict of Interest: The author has no conflict of interest to declare.
Grant Support: The author declared that this study has received no financial support.

Kaynakça/References

Yazma Eserler

Hacı Atmaca, *Mecma'u'l-Kavâid*, Köprülü nr. 341, vr. 87a-100b; Halet Efendi, nr. 221/4, vr. 314b-317a; Süleymaniye Kütüphanesi, İstanbul.

Pir Mahmud Sıdkı Edirnevî, *Terceme-i Miftâh-ı Künûz (İlm-i Erkâm-ı Taksimât)*, Şehid Ali Paşa, nr. 1973; Süleymaniye Kütüphanesi, İstanbul.

Araştırma-İnceleme Eserleri

Abbasi, Ahmed, "Root Extraction by Nizam al-Din al-Nisaburi", *Kuwait Journal of Science*, 49/2 (2022), 1-17.

Baga, Elif, *Osmanlı Klasik Dönemde Cebir*, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Felsefe ve Din Bilimleri Anabilim Dalı, Yayımlanmamış Doktora Tezi, İstanbul 2012.

___________, *Hesap Biliminde Yeterlilik (Eminüddin Ebherî'nin Fusûlün Kâfîye fî Hisâbi't-Taht ve'l-Mîl Adlı Eseri)*, Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, İstanbul 2021.

Baloch, Nabi Bakhsh, "Al-Beruni's Ghurrat al-Zijat", *Erdem*, 6/18 (1990), 749-798.

Berggren, John Lennart, *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam*, Springer, Newyork 2003.

Boyer, Carl, *Matematiğin Tarihi*, çev. Saadet Bağcacı, Doruk Yayınları, İstanbul 2015.

Bülbül, Yaşar, "Klasik Dönem Osmanlı Muhasebe Sistemi", *Divan*, sayı 6 (1991), s. 151-182.

Cajori, Florian, *Matematik Tarihi*, çev. Deniz İlalan, ODTÜ Yayınları, Ankara 2014.

Dosay, Melek, *Kerecî'nin İle'l-Hesab el-Cebr ve'l-Mukabele Adlı Eseri*, Atatürk Kültür Merkezi, Ankara 1991.

Fazlıoğlu, İhsan, *Aded ile Mikdâr*, Ketebe Yayınları, İstanbul 2020.

___________, *Derin Yapı*, Papersense Yayınları, İstanbul 2018.

___________, "Osmanlılarda Hesâb-ı Hindî", *DİA*, XVII, 262-265.

___________, "Osmanlı Klasik Muhasebe Matematik Eserleri Üzerine Bir Değerlendirme", *Türkiye Araştırmaları Literatür Dergisi,* 1/1 (2003), 345-367.

___________, "Osmanlılarda Hesap", *DİA*, XVII, 244-257.

___________, "İbnü'l-Bennâ el-Merraküşî", *DİA*, XX, 530-534.

___________, "Devletin Hesabını Tutmak", *Kutadgubilig Felsefe-Bilim Araştırmaları*, sayı 17 (2010), s. 165-178.

___________, "Selçuklu Döneminde Anadolu'da Felsefe ve Bilim- Bir Giriş", *Cogito*, sayı 29 (2001), s. 152-167.

İhsanoğlu, Ekmeleddin-Ramazan Şeşen-Cevat İzgi, *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi*, I, IRCICA Yayınları, İstanbul 1999.

Johansson, Bo Göran, "Cube Root Extraction in Medieval Mathematics", *Historia Mathematica*, sayı 38 (2011), s. 338-367.

Katz, Victor Joseph, *A History of Mathematics: An Introduction*, Pearson/Adisson-Wesley, Boston, 2009.

Kennedy, Edward Stewert, "The Chinese-Uighur Calendar as Described in the Islamic Sources", *Isis*, sayı 55 (1964), s. 435-443.

___________, "Al-Biruni", *Dictionary of Scientific Biography,* II, ed. Charles Gillispie-Frederic Holmes, Scribner, New York 1970, 147-158.

Kline, Morris, *Mathematical Thought From Ancient to Modern Times,* I, Oxford University Press, Newyork 1990.

Oğuz, Tuba, "Klasik Dönem Osmanlı Muhasiplerinin Cebirsel Problemlere Yaklaşımı: Câmi'u'l-Hisâb Örneği", *Kutadgubilig: Felsefe Bilim Araştırmaları,* sayı 36 (2017), s. 529-569.

___________, "Klasik Dönem Osmanlı Matematiğinde Kök Çıkarma Teknikleri: Câmi'u'l-Hisâb Örneği", *Ankara Üniversitesi Osmanlı Tarihi Araştırma ve Uygulama Merkezi Dergisi (OTAM),* sayı 44 (2018), s. 133-187.

___________, "Osmanlıların Klasik Dönem Muhasebecileri ve Telif Ettikleri Muhasebe-Matematik Eserleri", *Muhasebe ve Finans Tarihi Araştırmaları Dergisi (MUFTAV*), sayı 15 (2018), s. 98-145.

___________, "Ondalık Kesirlerin Osmanlı Muhasebe Matematiği Eserlerindeki Yeri (15-17.Yüzyıl)", *Ankara Üniversitesi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Dergisi,* 57/1 (2017), 446-492.

Oğuz-Ceyhan, Tuba, "Klasik Dönem Osmanlı Matematiğinde Pîr Mahmud Sıdkı Edirnevî'nin 'Çift Yanlış' Metodu", *Erdem*, sayı 79 (2020), s. 149-174.

Polat, Atilla, "15-16. Yüzyıl Türkçe Matematik Eserlerinde Geçen Manzum Bir Matematik Problemi", *Osmanlı Bilimi Sempozyumu Bildiri Özetleri,* OSAMER, Sakarya 2019, s. 35.

Rashed, Roshdi, *Encyclopedia of the History of Arabic Science; Mathematics and the Physical Sciences,* II, Routledge, London 1996.

Ronan, Colin, *Bilim Tarihi: Dünya Kültürlerinde Bilimin Tarihi ve Gelişmesi*, çev. Ekmeleddin İhsanoğlu ve Feza Günergun, Tübitak Yayınları, Ankara 2005.

Sahillioğlu, Halil, "Türk Para Tarihi Bakımından Eski Hesap Kitaplarının Değeri", *Belgelerle Türk Tarihi Dergisi*, sayı 7 (1968), s. 71-74.

Sarton, George, "The First Explanation of Decimal Fractions and Measures (1585). Together with a History of the Decimal Idea and a Facsimile (No. XVII) of Stevin's Disme", *Isis,* sayı 23 (1935), s. 153-244.

Sen, Samarendra Nath, "Mathematics", *A Concise History of Science in India*, ed. Debendra Mohen Bose, Universities Press (India) Private Limited, Hyderabad 2009, s. 173-266.

Sidoli, Nathan, "Mathematical Tables in Ptolemy's Almagest", *Historia Mathematica*, sayı 41 (2014), s. 13-37.

Tekeli, Sevim-Esin Kahya-Melek Dosay-Remzi Demir-Hüseyin Gazi Topdemir-Yavuz Unat-Ayten Koç Aydın, *Bilim Tarihine Giriş*, Nobel Yayınları, Ankara 2007.

Van Brummelen, Glen, "Lunar and Planetary Interpolation Tables in Ptolemy's Almagest", *Journal for the History of Astronomy*, XXV/4 (1994), 297-311.

Yıldırım, Cemal, *Matematiksel Düşünme*, Remzi Kitabevi, İstanbul 2012.

EK. 1. Varak no: 62a-63a.

Nev'-i sânî, ya'nî ikinci nev'i, istihrâc-ı ka'b beyânındadır. Ve bu amelde girü hemân tarîk-i istihrâc ka'b-ı muntak üzere vâki' olur, tefâvütü hemân cümle-i a'dâddan dıl'-ı sahîhi ahz olunduğundan sonra bir mikdâr 'aded-i bâkî, küsûrdan vâki' olur. **Meselâ 68** 'adedin dıl'-ı sahîhi alınmak murâd olunsa, ibtidâ meblağ-ı mezbûrun mertebe-i âhâdı üzere sıfır konulub ândan ol sıfır üzerine 'aded-i müka''ab ve ka'b-ı asamm-ı mezbûrun dıl'-ı sahîhi kıyâs olunub sebt olunub ol aded-i dıl'-ı fevkânîye girü aded-i satr-ı evvel ve aded-i asl, ka'b-ı asamm-ı mezbûra satr-ı sânî dinilüb aded-i dıl'-i fevkânînin aynı girü ve ol dıl'ın tahtında ki makâm-ı satr-ı râbi' ola, sebt oluna. Ândan aded-i dıl'-ı fevkânî, aded-i aynı dıl'-ı tahtânîde ya'nî aded-i satr-ı evvel aded-i satr-ı râbi'de darb olunub hâsıl-ı darbı aded-i satr-ı râbi'in fevkinde sebt olunub aded-i satr-ı sâlis deyü add oluna. Ândan girü aded-i dıl'-ı fevkânî aded-i satr-ı sâlisde darb olunub hâsıl-ı darbı aded-i satr-ı sânîden ya'nî asl-ı mâldan ifrâz oluna. İmdi ol aded-i dıl' **4** vâki' olub **8** aded mertebe-i âhâdın hem fevkinde ve hem tahtında sebt olunub birbirinde darb oluna ya'nî **4** aded-i satr-ı evvel, aded-i satr-ı râbi'de ki aynı vâki' olmuş olur, darb olunub hâsıl-ı darbı ki **16** aded vâki' olur, aded-i satr-ı râbi' üzerine sebt olunub aded-i satr-ı sâlis deyü tekrâr **4** aded-i dıl'de darb olunub hâsıl-ı darbı ki **64** 'aded olur. Cümle-i mâldan ki **68** adeddir vaz' oluna ve mevzû'-ı minhden **4** aded, bâkî-i asam kalıb küsûr-ı ka'bdan olıserdir ya'nî **4** aded ka'b-ı sahîhin üzerine bir dahî ziyâde olunub girü ka'b-ı sahîhinde darb oluna. Ya'nî **5** aded-i mazmûm **4** aded-i dıl'de darb olunub hâsıl-ı darbı **20** aded vâki' olur. Aded-i hâsıl-ı darb-ı mezbûr hemîşe **3** adede darb oluna, hâsıl-ı darb-ı sânî-i mezbûr **60** aded olur. Aded-i mezbûrun üzerine bir dahi ziyâde olınıcak **61** aded hâsıl olur. İmdi **68** aded-i mâlın ka'b-ı sahîhi **4** aded akçe ve bir akçenin **61** cüz'ünden **4** cüz'ü vâki' olmuş olur. Bâkîleri dahî bu kıyâs üzere amel oluna deyü, amel-i küsûr tahkîki olmayub takrîbi vâki' olmuş olur. Ammâ mîzân-ı ka'b oldur ki aded-i ka'b-ı sahîh nefsinde darb olunub hâsıl-ı darbı girü tekrâr aded-i ka'bın nefsinde darb olunub hâsıl-ı darb-ı sânî aynı mâl-ı müka''ab vâki' olur. Ya'nî bunda dahî aded-i ka'b ki **4** vâki' olmuşdur, girü kendü nefsinde ya'ni girü **4** adede ki darb oluna, hâsıl-ı darb-ı mezbûr **16** aded olub aded-i hâsıl-ı mezbûr girü **4** aded dıl'-ı ka'bda ki darb oluna, hâsıl-ı darb-ı sânî-i mezbûr **64** aded vâki' olur ki aded-i müka''ab-ı sahîhdir ve aded-i müka''ab-ı mezbûr üzere **4** aded-i bâkî ki zam oluna girü **68** aded-i mâl, ka'b-ı asamm-ı mezbûrun aynı vâki' olmuş olur.

EK. 2. Varak no: 68b-69b.

Tarîk-i istihrâc-ı mâlü'l-mâl-ı asam oldur ki bir mikdâr aded-i mâlü'l-mâl-ı asam ki vâki' ola bir yerde rakam olunub ibtidâsından girü birine muntak ve her üçüne asam dinildikden sonra hâne-i muntak âyeti üzerine bir mikdâr aded bulunub sebt oluna ki makâmın aded-i dıl'ı olmuş ola, ândan ol 'aded-i dıl, hâne-i muntakın hem fevkinde ve hem tahtında sebt oluna, ya'nî hem satr-ı evvelde ve hem makâm-ı hâmisde sebt oluna. Ândan ol iki aded birbirinde ya'nî aded-i dıl'-ı aynîde darb olunub hâsıl-ı darbı ne mikdâr vâki' olursa aded-i satır-ı hâmisle fevkinde sebt olunub aded-i satır-ı râbi‘ dinile, ândan aded-i dıl‘-i fevkânî aded-i satr-ı râbi‘ tahtânîde darb olunub hâsıl-ı darbı aded-i satr-ı râbi‘in fevkinde sebt olunub, ânâ aded-i satr-ı sâlis [de]nile ândan girü aded-i dıl‘-i fevkânî aded-i satr-ı sâlisde darb olunub hâsıl-ı darbı, a‘dâd-ı satr-ı sânîden, ya‘nî a‘dâd-ı mâlü’l-mâldan ifrâz olunub mâ-bâkî ne mikdâr aded vâki‘ olursa, hânelü hâneleri? tahtında sebt olunalar, eğer cümle-i a‘dâd-ı mâlın hâne-i gayrî muntak vâki‘ olmayub hemân def‘a-i evvelde dıl‘ı ahz olunmağa temâm olursa, a‘dâd-ı bâkîsi küsûrdan add olunub a‘dâd-ı satr-ı sâlise nisbet oluna. **Meselâ** eğer **6723** aded, mâlü’l-mâl-ı asammın dıl‘-ı sahîhi ahz olunmak murâd olunsa, tarîk-i meşrûh üzere hâne-i evveli üzerine bir sıfır konulub muntak ve mâ-bâkî üç hâneleri üzerine konulmayub asam dinildikden sonra hâne-i muntakı üzerine bir mikdâr aded bulunub sebt oluna ki cümle-i a‘dâd-ı mezbûrenin tamâm-ı dıl‘-ı sahîhi olmuş ola. Ya‘nî ol aded kendü nefsinde darb olundukdan sonra hâsıl-ı darbı girü aded-i dıl‘ında darb olunub hâsıl-ı darb-ı sânî dahî girü aded-i dıl‘ında darb olunub hâsıl-ı darb-ı sâlis cümle-i mâldan ziyâde olmayub cümle-i karîb olmuş ola, tâ ki hâsıl-ı darb-ı sâlis cümle-i mâldan ifrâz olunub bâkîsi a‘dâd-ı satr-ı sâlise ya‘nî hâsıl-ı darb-ı sâlise nisbet oluna. İmdi ol aded-i dıl‘ **9** vâki‘ olmuşdur, eyle olsa aded-i dıl‘-ı mezbûr mertebe-i âhâd-ı mâlın fevkinde ve tahtında ya‘nî makâm-ı satr-ı evvel ile makâm-ı satr-ı hâmisde sebt olunub ândan birbirinde darb olunub hâsıl-ı darbı ki **81** aded olur. Pes aded-i hâsıl-ı mezbûr **9** aded, satr-ı hâmisin fevkinde sebt olunub aded-i satr-ı râbi‘ dinile, ândan girü **9** aded dıl‘-i fevkânî, aded-i satr-ı râbi‘-i mezbûrda darb olunub hâsıl-ı darbı ki **729** aded vâki‘ olur aded-i satr-ı râbi‘in fevkinde sebt olunub aded-i satr-ı sâlis dinile, ândan girü **9** aded dıl‘-ı mezbûr, aded-i satr-ı sâlisde darb olunub hâsıl-ı darbı ki [**6561**] [95] aded vâki‘ olur. Ândan aded-i hâsıl-ı mezbûr cümle-i mâl-ı satr-ı sânîden ki ıskât oluna bâkî **162** aded vâki‘ olur. İmdi ma‘lûm oldu ki cümle mâlü’l-mâl-ı asamm-ı mezbûrenin dıl‘-ı sahîhi **9** aded ve bir dıl‘-i sahîhin **729** cüz’ünden ki aded-i satr-ı sâlisdir, [**162**] [96] cüz’ü vâki‘ olmuş olur. Bu dahî takrîben olub tahkîken değil, bundan dahî bu kadar kifâyet ider. Bâkîleri dahî bu kıyâs üzere amel olunalar ve sûret-i amel, istihrâc-ı dıl‘-ı mâlü’l-mâl-ı asamm-ı mezbûr bulurdur? ki tahrîr ve tasvîr olunur.

9	satr-ı evvel
6 7 2 3	satr-ı sânî
7 2 9	satr-ı sâlis
8 1	satr-ı râbi‘
9	satr-ı hâmis

95 Özgün metinde 6521 olarak yazılmıştır.
96 Özgün metinde 192 olarak yazılmıştır.