

## ULUSLARARASI PİYASALARDA ÖZEL SEKTÖR TAHVİL FİYATLAMASI

*Sezin SÜER\**

### ÖZ

Global bazda büyük miktarlarla ifade edilen özel sektör tahvillerinin Türkiye’de derin bir piyasası bulunmamaktadır. Bunda genel ekonomik konjonktür ile özel ve kamu kesimi arasındaki kaynak paylaşımında kamu kağıtları lehine oluşmuş durumun etkisinden bahsedilebilir. Tahvil piyasasının gelişimi için geçmişteki en büyük engel, yüksek enflasyon ve faiz oranlarının varlığı olmuştur. Sermaye piyasaları derinlik kazandıkça ve yüksek faiz seviyeleri geriledikçe özel sektörün yurt içi piyasalarda tahvil ihraç ederek borçlanma alternatifini seçmesi muhtemeldir. Özel sektörün tahvil ihracı ile finansman sağlaması, sermaye piyasası aracı niteliğindeki farklı menkul kıymetlerin ikincil piyasada işlem görmesi piyasalardaki likiditeyi artıracak ve ekonomiye katkı sağlayacaktır. Türkiye’de 2006’da özel sektör tahvil ihraçlarının yeniden başlaması ve ilgili yasal düzenlemelerde yapılan iyileştirici değişiklikler ileride beklenen olumlu gelişmelerin habercisi niteliğindedir. Bu çalışmada derecelendirilmiş özel sektör tahvillerinin farklı karakteristik özelliklerinin fiyatlamaya etkisini incelenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Özel sektör tahvilleri, sermaye piyasaları, sabit getirili menkul kıymetler, tahvil ihracı, tahvil fiyatlama modeli

## CORPORATE BOND PRICING IN INTERNATIONAL MARKETS

### ABSTRACT

In comparison to the globally high volume of corporate bonds, this instrument does not have a developed market in Turkey. When compared to the more favorable returns of common stock and government bonds, corporate bond issues remain at an insignificant level. Macro-economic indicators can potentially affect this result and also government issues have an advantage against private sector in terms of resource sharing. The most noteworthy obstacle against the development of corporate bond market has been the existence of high inflation and interest rates. When the capital markets gain more depth, and as the interest rates are declining with more stable political and economic dynamics, private sector will likely to prefer bond issues as a financing alternative. Regulatory improvements to encourage corporate bond issues that started in 2006 are positive indicators for capital markets gaining depth. This paper analyzes the various characteristics of rated bonds over their pricing.

**Key Words:** Corporate bond, capital markets, fixed income securities, bond issues, bond pricing model

### GİRİŞ

Özel sektöre çıkarılan tahvil ve bonolar anonim şirketlerin kaynak bulmak amacıyla itibari kıymetleri eşit ve ibareleri aynı olmak üzere çıkardıkları borç senetidir. Üzerinde bulunan kupon ve/veya anapara vadesi geldiğinde borçlu olan şirketin borçlarını ödemesi esasına dayanan bu menkul değerler, şirketlere ucuz ve uzun vadeli kaynak sağlama amacını taşımaktadır (Bolak, 1998, 37). Devlet tahvillerinde bulunan vade ve faiz riskinin yanı sıra, özel şirketlerin çıkardıkları menkul kıymetler devlet tahvillerinde sembolik olan müşteri riskini daha geniş olarak bünyesinde barındırmaktadır.

Her tahvil ihracı, ihrac eden firma ile yatırımcı arasında yapılan bir anlaşmayı içerir. Tahvillerin ihrac koşulları genel olarak ihrac edildiği ülke ve pazarların özel koşullarına ve düzenlemelerine tabidir. Tahvillerin türleri, nasıl ihrac edileceği, borsalara kotasyon koşul ve yöntemleri, teminatlarının neler olacağı, geri çağırılma koşulları, faiz ve diğer kazançların sağlanma usulleri, tahvil sahiplerinin hakları ve ihrac eden şirketin yükümlülükleri, ticaret hukuku ve sermaye piyasasına göre ayrıntılı bir biçimde düzenlenmektedir.

Bu çalışmanın amacı belli bir derecelendirme sınıfındaki tahvillerin fiyatlamasını incelemek ve tahvil derecelendirmesine ek olarak, tahvillerin belli özelliklerinin, teorik fiyatların belirlenmesinde kullanılan modellerin performansını arttırmada ne derece etkili olduğunu araştırmaktır. İlk olarak homojen bir risk grubunu belirlemede tahvilleri belli bir derecelendirme grubunda sınıflamanın yeterli bir ölçü olacağı varsayılacaktır. Daha sonra belli bir gruptaki fiyatlama hatalarının tahvilin karakteristik özellikleriyle değişkenlik arz ettiği ispat edilecektir.

Derecelendirme dışındaki ek değişkenlerin fiyatlamaya etkisi ilk olarak Elton J., Gruber M, Agrawal D., ve Mann C.'nin 2002 yılındaki "Factors Affecting The Valuation of Corporate Bonds" adlı çalışmada test edilmiştir. Çalışmada, Nelson-Siegel (1987) vade yapısı modelinin Diebold ve Li (2003) tarafından adapte edilmiş üç faktörlü versiyonu (seviye, eğim ve eğrilik) kullanılarak tahvil fiyatını belirleyen şu değişkenler incelenecektir; geri ödeme riski, likidite, tahvilin vadesi ve tahvilin derecesi.

Alt Amaçlar (Tahvilin Karakteristik Özelliklerinin Fiyatlamaya Etkisi):

- i. Tahvilin likiditesi ile yaşı arasında belirgin bir ilişki olup olmadığını incelemek (Farklı Likidite)
- ii. Geri ödeme riski ve tahvil derecesi arasında belirgin bir ilişki olup olmadığını incelemek (Farklı temerrüt riski)
- iii. Fiyat ve getiri arasında belirgin bir ilişki olup olmadığını incelemek
- iv. Kupon oranı, beklenen getiri ve fiyat arasında belirgin bir ilişki olup olmadığını incelemek

Faktör analizi değişkenler arasındaki ilişkiyi açıklamakta en yaygın metot olup kullanımı ilk olarak Litterman ve Scheinkman'ın çalışmalarıyla başlamıştır (1991). Faktör analizi yeterli miktarda faktörün getiri eğrisini karakterize ettiğini varsaydığı için, getiri eğrileri faktörlerle beraber tahmin edilebilir (Diebold, Ji, Li, 2004, 1).

## 1. Çalışmanın Yöntemi

Çalışmada amaca uygun verilerin toplanması için veritabanları ile kaynak çalışması yapılmıştır. Ham veriler modellemeye uygun şekilde hesaplamadan geçirilmiş, sağlıklı veriler bu aşamada elenmiştir. Son olarak veriler faktör varsayımlarıyla getiri eğrisi modeline oturtulmuş ve e-views programı kullanılarak analiz sonuçları incelenmiştir. 2 aşama halinde detaylandırılmıştır:

### 1.1 Verinin Tanımı

ABD özel sektör tahvil piyasası dünyadaki en büyük işlem hacmine sahip ve en fazla verinin, uzun dönemler için temin edilebildiği en eski piyasadır. Türkiye piyasasında analize yönelik yeterli verinin oluşması, tahvil türlerinin daha fazla çeşitlenmesi ve ikinci el piyasanın oluşup özel sektör tahvilinin olgun bir sermaye piyasası aracı haline gelmesi uzun süre gerektirdiği için sektörün gelişmesi bakımından teorik çalışmaların önde gitmesi ve sektörün çeşitli ampirik çalışmalarla desteklenmeye ihtiyacı vardır. Bu bakımdan veri analizi ABD özel sektör tahvil piyasasının rassal şekilde seçilmiş 41 adet tahvili arasından yapılmıştır. Veriler, "National Bonds Association" resmi internet sitesinden temin edilmiştir. (<http://www.nasdbondinfo.com/17.5.2009>)

Öncül analiz olarak bu tahviller kullanılarak Nelson-Siegel faktörleri olan seviye, eğim ve eğrilik tahmini varsayımları yapılacaktır. L, S ve C olarak adlandıracağımız bu faktörler kısmi regresyonla tahmin edilecektir. 41 adet verinin analizi sonucunda 7 adet tahvil değerlendirme dışı bırakılmıştır.

**Tablo 1. Veri Seti**

	<b>FİRMA İSMİ</b>	<b>KUPON ORANI</b>	<b>VADE</b>
1	ABBOTT LABORATORIES	5.875	05/15/2016
2	HONEYWELL INTERNATIONAL INC.	6.125	11/01/2011
3	ALCOA INC.	6.00	01/15/2012
4	FORTUNE BRANDS INC	5.125	01/15/2011
5	AMERICAN EXPRESS COMPANY	4.875	07/15/2013
6	WYETH	5.50	01/02/2014
7	ANADARKO PETROLEUM CORP	5.95	09/15/2016
8	AUTOZONE, INC.	5.50	11/15/2015
9	VERIZON COMMUNICATIONS INC	5.55	02/15/2016
10	BRISTOL-MYERS SQUIBB COMPANY	5.75	01/10/2011
11	CAMPBELL SOUP COMPANY	5.00	03/12/2012
12	CENTURY TELEPHONE ENTERPRISES, INC.	6.875	01/15/28
13	CHRYSLER CORPORATION	7.45	01/03/2027
14	CNA FINANCIAL CORPORATION	6.60	12/15/2008
15	COUNTRYWIDE FINANCIAL CORP	6.25	05/15/2016
16	DUKE ENERGY CORPORATION	6.00	01/12/2028
17	GANNETT CO INC	4.125	06/15/2008
18	ELECTRONIC DATA SYSTEMS CORPORATION	6.5	01/08/2013
19	ENTERGY GULF STATES, INC	6,200	01/07/1933
20	HOME DEPOT INC	5.20	03/01/2011
21	JOHNSON CONTROLS INC	5.25	01/15/2011
22	KELLOGG COMPANY	6.60	04/01/2011
23	CVS CORP	5.75	08/15/2011
24	CONOCOPHILLIPS	4.75	10/15/2012
25	SARA LEE CORPORATION	6.25	09/15/2011
26	SBC COMMUNICATIONS INC.	5.875	08/15/2012
27	AT&T CORP	6.80	05/15/2036
28	TIME WARNER INC	9,125	01/15/13
29	UNITEDHEALTH GROUP INC	5.375	03/15/2016
30	UNITED TECHNOLOGIES CORPORATION	6.1	05/15/2012
31	CISCO SYSTEMS INC	5.25	02/22/2011
32	GULF POWER COMPANY	5.60	01/04/2033
33	DU PONT (E.I.) DE NEMOURS AND COMPANY	6.875	10/15/2009
34	R. R. DONNELLY & SONS COMPANY	6.625	04/15/2029

Tahvil verileri 2003-2007 yıllarına ait olup aylık ortalama tahvil fiyatları, getirileri, kupon oranları, kupon yapıları ve itfa tarihlerini içermektedir. Modeldeki hata oranlarını arttıracak olan değişken faizli tahviller, geri çağrılabilen tahviller ve orjinal itfa tarihinden sonra uzatılan tahviller çalışmanın dışında tutulmuştur. 1 ay ve 15 yıl arasındaki vadelerde tahviller seçilmiştir.

### 1.2 Getiri Eğrisinin Modellenmesi ve Faktör Varsayımları

Getiri eğrisinin modellenmesi tahvilin vade yapısının tanımlanması ile ilgili geniş bir literatürü beraberinde getirmiştir. Bu literatürün çoğunda ortak özellik olarak getiri eğrisinin seviye, eğim ve eğrilik faktörleri tarafından belirlendiği yönündedir (örn: Litterman and Scheinkman, 1991; Balduzzi, 1996; Dai and Singleton, 2000). Faktörleri açıklayabilmek tahvilin karakteristik özelliklerinin fiyatı ne kadar etkilediğini açıklayabilmek açısından önem taşımaktadır. Diebold ve Li (2006), Diebold, Rudebusch ve Aruoba (2006), Diebold Piazzesi ve Rudebusch (2005)'un yaptığı çalışmalar Nelson-Siegel modeli getiri eğrilerinin dinamiklerine en kesin yaklaşımı ve faktörler hakkında en iyi tahminleri sağlamaktadır (Alper, Akdemir, Kazımov, 2004, 1).

Faktörlerin zaman serisi özelliklerinden faydalanarak kısmi regresyon yöntemiyle model fiyatlarını belirleyecek iskonto oranları bulunacaktır. Modelde fiyat değişkeni aylara göre dağılmıştır.

### 1.3 Çalışmanın Kısıtları

Tahvil piyasasında bilgide şeffaflığı teşvik eden “Amerikan Ulusal Tahvil Derneği” tahvil verilerini erişime ücretsiz olarak açık veritabanında yayınlamıştır. Amerikan Ulusal Tahvil Derneği veritabanının getirdiği kısıtlar ise şunlardır:

- Tahvillerin, 2003 yılından önceki fiyat verilerine ulaşılabilmesi,
- Fiyat verilerinin Excel'e doğrudan indirilememesi sebebiyle örneklemin kısıtlı yapılabilmesi,
- Kotasyonu verilen bazı tahvil işlemleri iptal edildiğinde günlük fiyat ve adet verileri arasında ters işlemler oluşmuştur. Günlük ortalamanın bulunması için her bir ters işlemin manüel Excel ortamında ayıklanması gerekliliği daha fazla sayıda örnekleme alınabilmesini engellemiştir,
- Her güne ait ortalama fiyat verilerinin bulunmaması sebebiyle ortalamaların çok büyük veri yığınları içinden elle hesaplanması gerekliliği,
- Veri tabanının mevcut kısıtları çalışmada veri ölçüm hatalarına da sebep olup rassal olarak seçilen tahvil verilerinin elenmesine de neden olmaktadır. Bu veri ölçüm hatalarının kaynağı o tahville ilgili geriye dönük fazla döneme gidilememesi ve o tahvilin az işlem görmesidir. Bu tip hataların minimize edilmesi için ampirik model basitleştirilerek başka bir deyişle indirgenerek 3 parametrelili Nelson-Siegel ile tahmin edilmiştir. Böylece gözlemlenen verilerin getiri eğrisine oturtulması mümkün olmuştur.

## 2. Fiyatlama Modeline Ait Kavramsal Çerçeve

### 2.1 Tahvil Fiyatlaması Getiri Eğrisi İlişkisi

Getiri eğrisi çeşitli vadelerdeki tahvillerin faiz oranlarına eşlenmesi ile sabit getirili menkul kıymetlerin fiyatlanmasında başlangıç noktasını oluşturur. Getiri eğrisindeki hareketleri ve sonuçlarını açıklayan pek çok ampirik çalışma mevcuttur. Dai ve Singleton (2000)'in ortaya çıkarttığı ve literatürde kabul gören faktör bazlı modellemelerde üç ana faktör belirlenmiştir; Seviye, eğim ve eğiklik. Bu üç faktörden herhangi birisi üzerine stres testi ile bir şok uygulandığında getiri eğrisindeki hareketler bu faktörlerle açıklanır. Yapılan testler göstermiştir ki, seviye üzerinde uygulanan şok, faiz oranları ve vadeler üzerinde paralel bir değişime yol açar. Eğime uygulanan şok, kısa vadeli faiz oranlarını uzun vadeli faiz oranlarına göre daha fazla arttırmıştır. Böylelikle eğim azalır. Eğiklik faktörü üzerinde uygulanan şok, orta vadeli faiz oranlarını etkileyip, getiri eğrisinin eğikliğini arttırmıştır (Wu, 2003, 2).

### 2.2 Fiyat – Getiri İlişkisinde Dışbükeylik (Convexity) ve Eğiklik

Dışbükeylik, faiz oranlarındaki değişimin eğimi nasıl değiştirdiğini ölçer. Eğimdeki değişim fiyat getiri grafiğinde eğikliği (curvature) ölçer. Eşit süreye sahip tahviller için sıfır kuponlu tahviller en az dışbükeyliğe sahiptir. Aynı vadeye sahip tahviller ise, sıfır kupon ödemeli tahviller en fazla dışbükeyliğe sahiptir (Fisch, 1997, 17).

Eğiklik, fonksiyonun eğiminin ikinci türevinin alınmasıyla bulunur (Jones, 1998, 112). İkinci türev, getirideki bir birim değişime karşılık birinci türevdeki değişikliğe veya eğime eşittir. Fonksiyonun birinci türevi olan eğim:

$$\frac{df}{dx} \cong \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

İkinci türev ise eğimdeki değişikliğin ifadesidir (convexity):

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = \frac{\Delta(\frac{\Delta f}{\Delta x})}{\Delta x}$$

### 2.3 Tahvil Fiyatlamasının Temelleri

Tahvilin fiyatlaması için ilk adım beklenen nakit akımlarının ve beklenen getirinin tahmini değerleridir (Fabozzi, Diebold, 1995, 50). Nakit akımları vadeye kadar yapılan periyodik kupon ödemelerinden ve vade sonundaki yazılı değerinden çıkartılır. Modeldeki baz alınan tahviller 6 ayda bir sabit kupon ödemeli tahvillerdir. 6 aylık kupon ödemeleri ve vade sonundaki yazılı değer belli bir iskonto oranı alınarak bugünkü değeri bulunur (Fabozzi, Diebold, 1995, 19). Formülle ifade edildiğinde:

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{M}{(1+r)^n}$$

C: Tahvilin her dönemdeki kupon ödemesi, M: İtfa değeri

r: Faiz oranı, n: Vadeye kadar olan kupon ödemesi yapılacak dönem sayısı

t: ödemenin yapılacağı zaman periyodu

Faktör modellemesi ise tahvillerin gelecekteki fiyatı ile ilgili başarılı bir tahmin bazı oluşturur. Makro değişkenler ve getiri eğrisi faktörleri arasında ilişkiye bakıldığı zaman Nelson-Siegel getiri eğrisi faktörlerinden seviye, enflasyonla ve eğim ise büyüme oranı ile belirgin şekilde ilişkili olduğu görülmüştür. Eğiklik faktörünün herhangi bir makroekonomik değişkenle ilişkili olduğu bulunmamıştır (Le Grand, 2006, 4). Matematik fonksiyon seviye, eğim ve eğiklik cinsinden tanımlandığında, tahmin edilen getiri eğrisi verildiğinde parametrelerdeki değişim tahmin edilebilir. Getiri eğrisinin matematiksel tanımı şöyledir (Willner, 1996, 51):

$$Y = L + (S + C) \frac{(1 - e^{-M/H})}{M/H} - C(e^{-M/H})$$

Bu matematik fonksiyon Nelson-Siegel tarafından geliştirilmiş olup bu çalışmada Nelson-Siegel modeline bağlı kalınacaktır. Amaç, aylık getiri verilerini kullanarak regresyon denkleminin tahmin edilmesidir.

Y= Vadeye kadar getiri

H=Eğrinin tepe noktasına ilişkin sabit değer

M= Yıl cinsinden vade

e= 2.71828

L, S, C tahmin edilecek parametrelerdir. Getiri eğrisi fonksiyonunun özellikleri aşağıdaki gibidir:

1- Bütün faktörler sabit kalmak üzere vade arttıkça, vadeye kadar getiri seviyeye (L) yaklaşır. Seviye faktörü piyasa katılımcılarının Merkez Bankası'nın orta vadeli enflasyon hedefi hakkındaki beklentisini yansıtır (Rudebusch, Wu, 2003, 10). Rudebusch ve Wu (200)'nun çalışmasına göre seviyenin enflasyonla belirgin bir korelasyonu vardır.

2- Vade arttıkça, getiri, seviye ve eğimin toplam değerine yaklaşır. Dolayısıyla L+S kısa vadeli oranı temsil eder. Uzun vadeli ve kısa vadeli oran arasındaki fark -S spread'i temsil eder ve getiri eğrisinin eğimi herhangi bir sabit uzun vadeli tahvil için -S/M'dir. Para politikalarına dayalı ekonomide meydana gelen şoklar kısa vadeli faiz oranları üzerinde daha fazla etkili olduğundan eğimi değiştirecektir (Diebold, Rudebusch, Piazzesi, 2005, 3).

3- Çok uzun veya çok kısa vadeler için eğiklik parametresi dikkate alınmaz. Orta vadelerde ortaya çıkar.

### 3. Nelson Siegel Metodu ile İndirgenmiş Modelde Uygulama Örneği

Özel sektör tahvillerinin değerlendirilmesi hakkında indirgenmiş modellerde belli bir derecelendirme kategorisindeki tahvillerin riskinin homojen olduğu varsayılır. Model tahminindeki değişkenlerin eğim, eğiklik ve seviye faktörleri ile sınırlı olması ve spot oranlarının bu modeldeki varsayımlara göre tahmin edilmesi modelin 3 faktöre indirgenmesi anlamına gelmektedir. Her modeldeki risk grubunu tanımlamak için tahvilin spot getiri eğrisi, iflas olasılığı ve geri dönme oranı gibi çeşitli karakteristik özelliklerinin tahmin edilmesi gereklidir.

İndirgenmiş modele örnek olarak 1\$ kaydi değere sahip 2 dönemlik bir tahvil aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$TahvilinDeğeri_0 = \frac{C(1-\lambda_1) + a\lambda_1}{(1+r_1)} + \frac{(C+1)(1-\lambda_1)(1-\lambda_2) + a\lambda_2(1-\lambda_1)}{(1+r_2)^2}$$

C; kupon, a; geri dönme derecesi,  $r_i$ ; 0 ile  $t$  arasında risksiz faiz oranı;  $\lambda_j$ ; her dönemdeki risk-nötr batma olasılıklarının vade yapısı  $J=1\dots J$ .

Bu çalışmada risk-nötr olasılık homojen bir grup firma ele alınarak tahmin edilecektir. İlk olarak S&P derecelendirme sınıfının homojen bir grubu tanımlamada yeterli bir ölçü olduğu varsayılacaktır. Derecelendirme sınıfına göre homojen bir grup tanımlamak risk farklılıklarını en aza indirmeyi sağlayacaktır. Oluşan fiyatlama hataları ile tahvilin karakteristik özellikleri arasında ilişki kurularak bu özelliklerin fiyatlara etkisi tartışılacaktır. Bu modelle nakit akımlarını risk-nötr olasılıklar ve risksiz faiz oranı ile iskontolamanın, spot faiz oranı ile iskontolamaya eşit bir sonuç verdiği bulunacaktır.

### 3.1 Getiri Eğrilerinin Modellenmesi (Nelson-Siegel Metodu)

Nelson-Siegel modeli ile verilerin test edilmesindeki amaç kupon ödemeli tahvillerin fiyatından hesaplanan spot oranların, piyasadaki fiyatları ne derece iyi açıkladığını ortaya koymaktır. Kupon ve anapara ödemeleri tahmin edilen spot oranlarla iskontolanarak gerçek ve model fiyatlar arasında karşılaştırma yapılır. Model ve gerçek fiyat arasındaki fark hataları oluşturur. Çoklu regresyon modellerinde aşağıdaki varsayımlar mevcuttur (Şıklar, 2000, 51).

- i. Hata  $\varepsilon$  ortalaması 0 (sıfır) olan bir rassal değişkendir.  $\sigma_2$  ile tanımlanan varyans  $\varepsilon$  değişkeninin varyansıdır.
- ii.  $\varepsilon$ 'nin tüm değerleri birbirinden bağımsızdır.
- iii.  $\varepsilon$ 'nin dağılımı normaldir.
- iv. Bağımsız değişkenler arasında ilişki yoktur
- v. Her hata terimi eşit varyanslıdır.
- vi. Hata terimi ile bağımsız değişken arasında ilişki yoktur.
- vii. Modelde belirlenme hatası yoktur.

Tipik bir getiri eğrisinin yapısı, diferansiyel bir formülün çözümü olan fonksiyonlar kümesiyle gösterilebilir. Beklentiler teorisine göre eğer spot faiz oranları bir diferansiyel formülün çözümüyle açıklanabiliyorsa, bu fonksiyonlar kümesi belirlenebilmektedir. Nelson-Siegel'in belirttiği üzere gerçel ve birbirinden farklı ikinci dereceden bir diferansiyel formülün çözüm kümesi olan anlık forward faiz oranı  $f(t)$ , aşağıdaki gibi yazılabilmektedir (Nelson, Siegel, 475). Spot faiz oranları anlık forward faiz oranlarının ağırlıklı ortalaması olduğundan yalnızca Beta 0, 1, 2 ve Tau 1, 2 parametrelerinin doğru tahmini sonucunda getiri eğrisinin bütün yapısı hesaplanabilmektedir.

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 e^{(-t/\tau_1)} + \beta_2 e^{(-t/\tau_2)}$$

Ancak bu formül hazine bonoları üzerinde test edildiğinde formülün fazla parametre içerdiği kanıtlanmış ve Nelson-Siegel anlık forward faiz oranını yeniden düzenlemişlerdir.

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 e^{(-t/\tau)} + \beta_2 \left[ (t/\tau) e^{(-t/\tau)} \right]$$

Burada  $t$  değişken, betalar ve tau sembolleri is tahmin edilecek parametrelerdir. Yukarıdaki formül aşağıdaki formülde yerine konulup integral çözümü yapılsa,

$$r(t, T) = \frac{1}{T-t} \int_t^T f(t, s) ds$$

spot faiz oranları  $f(t)$ ;

$$r(t) = \beta + (\beta_1 + \beta_2) [1 - \exp(-t/\tau)] / (t/\tau) - \beta_2 \exp(t/\tau)$$

olarak bulunur (Nelson, Siegel, 476).

### 3.2 Parametre Tanımları

Parametrelerin getiri eğrisi üzerindeki etkileri ve anlamları şöyledir.

$\beta_0$  (level):  $r(t)$  fonksiyonunun asimptotik değeridir ve 0'dan büyük olmak zorundadır. Vade yaklaştıkça getiri eğrisi asimptota doğru bükülür. Bu parametre vade sonsuza doğru giderken spot oranının limitini temsil eder (Geyer, Mader, 1999, 12). Uzun dönem faiz oranı ve getiri eğrisinin seviyesidir. Modelde  $\beta_0 = 1$ 'dir.

$\beta_1$  (slope): Getiri eğrisinin asimptota olan sapmasını göstermektedir. Meydana gelen bu sapma  $\exp(-t/\tau)$  kadar olmakta ve getiri eğrisinin kısa dönem bileşenini temsil etmektedir. Parametre pozitif veya negatif olduğunda eğrinin eğimi bunun tersidir.

$\beta_2$  (curvature): Getiri eğrisinin eğiklik derecesinin ortaya koyar ve getiri eğrisinin orta dönem bileşenini temsil etmektedir.  $\beta_2$  ve üssel azalma oranı  $\tau$  eğrinin şeklini ortaya koyar.  $\beta_2$ 'nin modelde başlangıç değeri -0,01'dir (Geyer, Mader, 1999, 8). Bu değer yukarı doğru eğimli spot eğrisi olup çok az eğiklik içerir.

T: Vadeye kalan gün sayısıdır

$T/\tau$ : Üstel azalma oranını simgelemektedir.

Modelin doğru sonuçlar vermesi için  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau$  değerlerinin tahmini gerekmektedir. Bu tahminler sınırlı doğrusal olmayan en küçük kareler yöntemi ile yapılacaktır. En az kareler yöntemiyle gözlemlenen ve model fiyatların farklarının karelerinin toplamı en aza indirilecektir (Eren, 2004, 1).

$$\sum_{i=1}^N (y_i - y_m)^2 \rightarrow \min$$

$y_i$  = Bağımlı değişkenin i'inci gözlemsel değeri

$y_m$  = Bağımlı değişkenin m'inci gözlemsel değeri için tahmin değeri

Tahmin edilen parametrelerin uygunluğu bu parametrelerden üretilen tahmini getirilerin piyasada oluşan gerçek getirilerden ne oranda saptığına bağlıdır (Geyer, Mader, 1999, 5). Bu nedenle, t anında piyasada oluşan getirileriyle Nelson-Siegel metodu ile elde edilen getiriler arasındaki fark olan  $\varepsilon_{it}$ 'lara bakılarak parametrelerin uygunluğu hakkında yorum yapılabilir. Bu durum en uygun  $\phi_t$  ile tahmin edilebilmektedir (Eren, 2004, 6).

$$\phi_t = \arg \min_{\phi_t} \sum_{i=1}^{N_t} \varepsilon_{it}^2$$

Analiz ve modellemelerde aylık bazda alınan zaman serileri kullanılmıştır. Veri seti içinden işlem tarihi ile aynı gün valöre sahip bono ve tahvil bilgileri modele dâhil edilmiştir.

### 3.3 En Küçük Kareler Yöntemi ile Regresyon Modeli Oluşturma

Regresyon analizi, aralarında sebep-sonuç ilişkisi bulunan iki ya da daha fazla değişken arasındaki ilişkiyi o konuyla ilgili tahminler yapabilmek amacıyla matematiksel bir model ile inceleme tekniğidir. En küçük kareler yöntemi bir regresyon analizi tekniğidir. Bir veri seti bağımlı (başka değişkenlerle açıklanan) ve bağımsız (bağımlı değişkeni açıklayan) değişkenleri kapsayan gözlemler içerir. Bağımlı değişken etkilenen değişkendir. Modellerde eşitliğin solunda yer alır. Bağımsız değişken ise etkileyen değişkendir. Bu değişken bağımlı değişkendeki değişikliklerin nedeni durumundadır (Gürüş, Çağlayan, 2005, 353). N adet gözlem ve k adet bağımsız değişken olduğunu varsayarsak, bütün gözlemler için bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişki (Tuckman, 56):

$$y_n = \beta_1 X_{1n} + \beta_2 X_{2n} + \dots + \beta_k X_{kn}$$

$\beta$  değerleri tahmin edilecek katsayılar olarak tanımlanır.  $y_n$  bağımlı değişken üzerindeki n'inci gözlem, x bağımsız değişken üzerindeki n'inci gözlemdir. Eğer  $N=k$  olursa, bütün veriye uyacak özel bir katsayı seçimi olacaktır. Fakat genelde N, k'dan fazla olduğu için veriye tam olarak uyacak bir katsayı kümesi yoktur. Önemli olan veriyi en iyi tanımlayacak katsayıları tahmin etmektir. Bir modelin veriyi ne kadar iyi tanımladığını test etmek için "en az kareler" katsayı tahmininde bir yöntemdir (Tuckman, 57).

$e_n$ , bağımlı değişkenin  $n$ 'inci gözlemindeki modelin hata değeri olsun,

$$e_n = y_n - \beta_1 X_{1n} - \beta_2 X_{2n} - \dots - \beta_k X_{kn}$$

En az kareler toplamı

$$e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2$$

En az kareler kriteri yukarıdaki toplamı en aza indirgeyecek katsayıları seçmeye yöneliktir. Örnek olarak:  $6.91=153.87a+214.10b+300.67c$ . Bu gözleminde bağımlı değişken 6.91'dir. Diğer değerler bağımsız değişkenlerdir. Burada a,b ve c değerleri öyle tahmin edilmelidir ki modelin hatalarının karelerinin toplamı en aza indirgensin. Bu değerler a1, b2, c3 olursa iskonto fonksiyonunun en az kareler yöntemiyle tahmini;

$$d(t) = 1 + at + bt^2 + ct^3$$

Regresyon modeli tahmin edildikten sonra modelin yeterli olup olmadığı kontrol edilir. En küçük kareler regresyon analizi ile ilgili olarak özellikle kalıntıların (residual) bağımsız olması, varyansının sabit olması, normal dağılım göstermesi ve bağımsız değişkenler arasında birlikte değişimin olmaması varsayımları, sonuçlara ve yorumlara doğrudan etkili oldukları için önemlidirler (Şahinler, 2000, 1).

Genel olarak doğrusal bir regresyon modeli;

$Y = W\beta + \varepsilon$  olarak tahmin edilir. Nelson-Siegel de gelişmiş bir regresyon modelidir. Modelde bağımsız değişkenlerin (X) seçimi çalışmanın ilk adımındır. Burada dikkat edilecek önemli hususlar, bağımlı değişkenlerin doğru seçilmesi (Y), bağımlı ve bağımsız değişkenlerle doğrusal bir sebep-sonuç ilişkisinin bulunması, modele sadece ilgili bağımsız değişkenlerin dâhil edilmesidir. Model kullanılarak yapılacak tahminlerdeki isabetin yüksek olması, kullanılan veri grubu hangi modele uyuyorsa, modelin o şekilde seçilmesine bağlıdır. Seçilen model sonraki aşamalarda ek testlerden geçirilmiştir. Eğer aynı X değerleri için en az iki veya daha fazla y değeri varsa, modeldeki uyum eksikliği kontrol edilmiştir.

### 3.3.1 Regresyonda Sabit Değer Kısıtlaması

Katsayılarından birinin sabit olması, bu çalışmada olduğu gibi seviyeyi belirleyen katsayının 1'e eşit olması sebebiyle bu çalışmadaki regresyon modelinde sabit değer kısıtlaması vardır. Bu kısıtlama 0 olduğu vakit ön bilgi gereği modelde yer almayacağı ifade eder. Aynı kısıtlama sabit katsayı için söz konusu olduğunda regresyon doğrusu ön bilgi gereği orijinden geçecektir (Gürüş, Çağlayan, 2005, 353).

Bu çalışmada olduğu gibi sabit değer 0'dan farklı olarak 1 olduğu durumda

$Y = \beta_1 + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \varepsilon_i$  modelinde kısıtlama  $\beta_1 = 1$  şeklinde ise model,

$$Y = 1 + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \varepsilon_i$$

$Y-1 = 1 + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \varepsilon_i$  olarak beta parametreleri tahmin edilir.

$$Y_i^* = Y_i - X_{i1}$$

Parametre tahminleri sonrası elde edilecek model

$$Y_i^* = \beta_2^* X_{i2} + \beta_3^* X_{i3} + e_i$$

$Y_i^* = \beta_1^* + \beta_2^* X_{i2} + \beta_3^* X_{i3} + e_i$  şeklinde ifade edilecektir.

### 3.3.2 Spot Oranların Tahmin Edilmesi

Bu bölümde tahvil fiyatlarından, nakit akımlarından ve tahmin edilen parametrelerden spot oranları bulma metodu anlatılacak ve bu metod S&P derecelendirme sınıfları kullanılarak aynı risk gruplarına uygulama yapılacaktır.

Faktör analizi yapabilmek için piyasadaki fiyatların, model fiyatlarla karşılaştırması gerekir. Model fiyatlarının bulunması için beklenen nakit akımlarının spot oranlarla iskontolanması gerekir. Bunun için spot oranlar tahmin edilmelidir. Spot oranların tahmini için Nelson-Siegel prosedürü kullanılmıştır. Spot oranlar bir grup kupon ödemeli tahviller arasından tahmin edilmiştir.



$$P_{i0} = \sum_{t=1}^T D_t CF_{it}$$

$$D_t = e^{-r_{0,t}t}$$

$$r_{0,t} = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \left[ \frac{1 - e^{-\lambda t}}{\lambda t} \right] - \beta_2 e^{-\lambda t}$$

$P_{i0}$ ,  $i$  zamanında tahvilin fiyatı,  $CF_{it}$   $i$  zamanındaki tahvilin  $t$  dönem sonra gerçekleşecek nakit akımları,  $D_t$   $t$  dönem sonra gerçekleşecek ödemenin bugünkü değeri,  $r_{0,t}$   $t$  dönem sonraki ödemenin bugünkü spot oranı ve  $\lambda$  sembolü ise modelin parametrelerini oluşturur. Bağımlı değişkendir. Yukarıda anlatılan Beta parametreleriyle de bağımlı olarak  $\beta_0$  seviye (level),  $\beta_1$  eğim (slope) ve  $\beta_2$  eğiklik (curvature) faktörleri olarak yorumlanmaktadır. Bunlar regresyon katsayılarıdır. Nelson-Siegel getiri eğrisi 0'ıncı vadede 1'den başlayıp, vade sonsuza giderken 0'a yaklaşır. Yukarıda belirtilen denklem ise bir polinomun üssel azalma terimi ile çarpılıp sabit bir değerle toplanmasından oluşur (Hunt, Terry, 1998, 7). Nelson-Siegel'in çoklu regresyon modelinde bir bağımlı ve birden fazla bağımsız değişken yer almaktadır.

Faktör tanımlarında ise  $\beta_0=1$  olarak sabit bir değerdir (Le Grand, 4). Dolayısıyla bu parametre 0'a doğru azalmaz. İlk faktörün sabit olarak tutulması ile tüm vadeler aynı oranda etkilenecektir. Aynı zamanda diğer faktörlerin tahminini kolaylaştıracaktır. Böylelikle uzun vadeli faiz oranı modelde sabit tutulmuştur.  $\beta_0 = 1$  olan sabit terim eğer artarsa getiri eğrisinin başladığı seviye değişir zira bütün getiriler eşit şekilde artacaktır.

$\beta_1$  faktörünün bileşeni  $\left[ \frac{1 - e^{-\lambda t}}{\lambda t} \right]$ , vadeye doğru azalır ve bağımsız değişkeni temsil eder. 0 ve  $\infty$ 'daki limitleri

sırasıyla 1 ve 0'dır (Diebold, Ji, Li, 2004, 3). Hızla azalmasının temelinde  $\lambda$  üssel azalma parametresi vardır. Daha önce bu konuda yapılmış pek çok çalışmada olduğu gibi üssel azalma oranı 0.0609 değerinde sabit olacaktır. Eğimin bileşenini en çoklayan değer 30 ay olarak hesap edilmiştir. Üssel azalma oranının küçük olması getiri eğrisinin 0'a doğru yavaşça azalmasına sebep olur. Büyük değerler ise daha hızlı bir azalma sağlar. Büyük değer kısa vadeli tahviller için getiri eğrisine daha fazla uyum sağlar.

$\beta_2$ 'nin bileşeni olan fonksiyon 0'dan başlar, artar ve 0'a doğru azalır. Ve eğikliği temsil eder (Le Grand, 5). Denklem her dönem için en az kareler yöntemi ile tahmin edilir.  $\lambda$  parametresi 0.0609'da sabittir (Diebold, Ji, Li, 2004, 3).  $T$  zamanının regresyonu, tahmini parametrik değerleri verir. Bu tahminler zaman serilerini oluşturarak faizlerin vade yapısının dinamiğini ortaya koyar (Tsang, Startz, 2007, 4). Tahmin edilecek parametreler için başlangıç değerleri belli olmalıdır.

Farklı derecelendirme grupları için, Nelson-Siegel prosedüründeki eşitlik tahvillerin nakit akımlarına oturtulur böylelikle en az kareler yöntemiyle fiyatlamada gözlemlenen hatalar en aza indirgenmiş olur, parametrelerin tahmini yapılır (Elton, Gruber, Agrawal, Mann, 2001, 9). Parametre tahmininden yola çıkılan model için hesaplanan spot oranlarla beklenen nakit akımlarının her tahvil için iskonto edilmesi ile tahvilin model fiyatı bulunur. Nakit akımlarını iskontoleyen spot oranlar her ay ve her derecelendirme kategorisi için uygulanmıştır. Hatalar, tahvillerin aylık fiyat göstergesi ile modele göre düzeltilmiş fiyatların farkını oluşturur.

Ek'te bu teknik kullanılarak bulunan fiyatlama hataları gösterilmiştir. Gösterilen hatalar tahvilin etiket fiyatından (tahakkuk eden faiz+fiyat) model fiyatın çıkartılması ile bulunmuştur. Hatalar kupon değeri \$100 olan tahvillerin dolar cinsinden değeridir. Nakit akımlarını iskontoleyen oranlar her aya ve her derecelendirme kategorisine ayrı ayrı oturtulmuştur. Her derecelendirme sınıfı için ortalama fiyat hatası sıfıra yakındır.

Bu modelin getirdiği en önemli avantaj belli bir derecelendirme sınıfındaki bütün tahvilleri, tahmin modellemesinde kullanabilmesidir.

### 3.3.3 Model Tahvil Fiyatının Belirlenmesi

Tahvilin nakit akımı çıkarılırken vadeye kadar periyodik (6 ayda bir) kupon ödemeleri hesaba katılmıştır. Model fiyatın hesaplanmasında kullanılan tablonun kolonları sırasıyla aşağıda belirtilmiştir:

İşlem Valörü: Tahakkuk eden faiz hesabında kullanılan valör

Vade: Tahvilin vadesi

Kupon Oranı: Tahvilin künyesindeki kupon oranı

Kupon Günleri: Coupdaysb(işlem valörü;vade;2;4)

Tahakkuk Eden Faiz:  $\text{Kupon Oranı}/360 * (\text{Kupon Günleri}) * 100$

Model Fiyat:  $\text{Fiyat} (\text{İşlem Valörü}; \text{Vade}; \text{Kupon Oranı}; \text{Getiri}; 100; 2; 0)$

Getiri: Nelson-Siegel modeli ile tahmin edilen oran

Hata: Model Fiyat-Gerçek Fiyat

Nominal Miktar: 1,000

Birikmiş Faiz:  $\text{Nominal Miktar} * \text{Tahakkuk Eden Faiz} / 100$

Toplam Ödeme:  $(\text{Nominal Miktar} * \text{Getiri} / 100) + (\text{Nominal Miktar} * \text{Tahakkuk Eden Faiz} / 100)$

Süre:  $\text{Süre} (\text{İşlem Valörü}; \text{Vade}; \text{Kupon Oranı}; \text{Getiri}; 2; 0)$

Model fiyat Excel çalışma sayfasında PRICE fonksiyonu kullanılarak hesaplanmıştır; PRICE (işlem valörü, vade tarihi, kupon oranı, getiri, itfa değeri, kupon ödeme sıklığı, baz)

Model fiyatın hesaplanmasındaki bazı fonksiyon girdileri;

İşlem valörü menkul kıymetin ihraçtan sonraki işlem gördüğü tarihtir. İtfa değeri her 100 \$ yazılı değere karşılık menkul kıymetin itfa değeridir. Formüle 100 alınmıştır. Kupon ödeme sıklığı 6 ayda birdir. Baz ise gün sayısının hesabında 30/360 alınmıştır.

Kısmi regresyonla tahmin edilen getiri değeri formüle oturtulduğunda tahvilin künyesindeki diğer veriler hesaba katılınca tahvilin model fiyatı bulunmuştur. Buradan da ay ay esas fiyatından çıkartılarak her ayda model fiyat ve esas fiyat arasındaki farklar bulunmuştur.

### 3.3.4 Getiri Eğrisi Tahmin Hataları

Derecelendirme sınıfları ortalama tahvil fiyatının bulunmasında önemli bir ölçü teşkil ederken her bir tahvilin fiyatının bulunmasında büyük oranda hataya sebep olmuşlardır. Bu da göstermektedir ki tahvillerin fiyatını etkileyen derecelendirmenin dışında farklı etkiler mevcuttur. Bu hatalar belli bir risk sınıfındaki tahvillerin homojen olmadığını gösterir.

Tablo 2 her tahvil derecesi için ortalama fiyatlama hatalarını göstermektedir. Kupon ödemeleri modelde belirlenen oranlardan iskonto edilmiş ve her ay için hesaplanmıştır. Hatalar ABD doları cinsinden ortalama alınarak bulunmuştur:

**Tablo 2. Ortalama Fiyat Hataları**

	A	AA	BBB
<b>Ortalama Fiyatlama Hataları</b>			
(\$)	4,14	-7,45	6,79
<b>Ortalama Gözlem Sayısı</b>	25,5	12	28,8
<b>Tahvil Sayısı</b>	18	1	15

Tüm derecelendirme sınıfları için \$100 yazılı değer için ortalama fiyat hatası tahvil sayısının daha fazla alındığı A dereceli tahvillerde daha düşük çıkmıştır. AA dereceli tahvil rassal olarak yapılan seçim sonucu 1 tane olduğundan fiyat hatası açısından en yüksek orana sahiptir. Nelson Siegel prosedürü, bir eğri tahmin modeli olarak, her derecelendirme sınıfı için model spot oranlarla piyasa fiyatına en yakın model fiyatı ortaya çıkarmıştır. Daha fazla tahvil ve gözlem sayısı modeldeki hataların en aza indirgenmesine yardımcı olmaktadır.

## 4. Tahvillerin Karakteristik Özellikleri Arasındaki İlişki

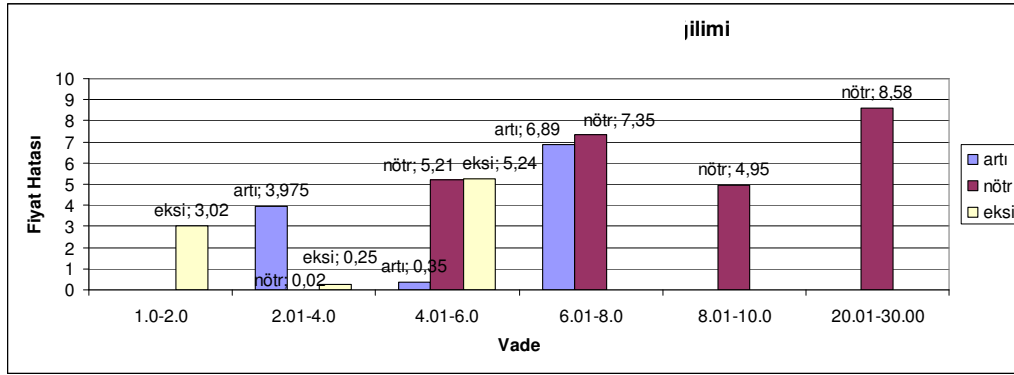
### 4.1 Tahvilin Derecesi ve Temerrüt Riski Arasındaki İlişki

Derecelendirmenin tahvil fiyatlarıyla anlamlı bir ilişki ifade edip etmediğini ortaya çıkarmak için Kliger-Sarıg yeni bir yaklaşım geliştirerek derece değişikliklerinin tahvil fiyatları üzerindeki reaksiyonunu incelemişlerdir. Bu inceleme için 1982 yılı Nisan verileri alınmıştır. Bu dönemin seçilmesindeki etken Moodys'in yeni derecelendirme metoduna geçmesidir. Bu tarihe kadar sadece harfle ifade edilen derecelendirme sınıfına sayıyla ifade edilen alt derecelendirme sınıfları eklenmiştir. Bunlardan "1" en iyi, "2" orta düzey, "3" en kötü alt derecelendirme olarak tanımlanmıştır. Bu metod değişikliği tahvil fiyatı ile başarıyla ilişkilendirilmiştir. Derecelendirmenin içindeki bilginin daha çok temerrüt riskini yansıttığı ortaya çıkmıştır.

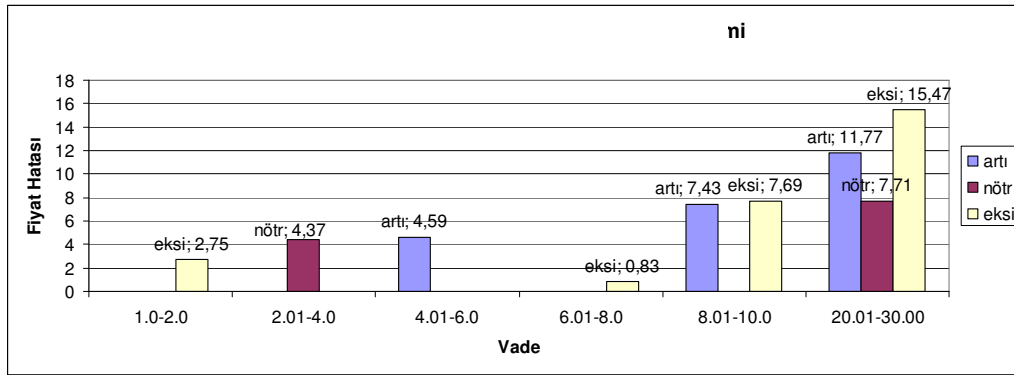
Moodys'den farklı olarak, Standart and Poors harfle temsil edilen her derecelendirme sınıfına artı ve eksi kategoriler getirerek derecelendirme sınıfına ait alt kategori oluşturmuştur. Bu durumda belli bir derecelendirme sınıfındaki her tahvil eşit seviyede riskli değildir. Artı ve eksi derecelendirme sınıflarının olduğu bir veri setinde, spot oranları hem artı hem de eksili derecelendirme sınıfları için ortak olarak tahminlemek fiyatlama hatalarını arttıracaktır. Bu çalışmada artı ve eksi dereceli 33 tahvil için aynı prosedür uygulanarak fiyatlama hatalarındaki artış gösterilecektir. Örnekte AA dereceli bir adet tahvil olduğu için burada gösterilmemiştir. Fiyatlama hatalarının incelenmesi doğrultusunda çıkarılan sonuçlar şunlardır:

i. Artı, düz ve eksi dereceli tahviller arasındaki fiyatlama hatalarının farkları vade arttıkça daha belirginleşmiştir. Aşağıdaki grafikte vade X ekseninde sağa doğru artarken A dereceli tahvilde hata değerinde artma eğilimi görülmektedir (Y- eksen). BBB dereceli tahvilde rassal olarak 20-30 yıllık periyoda denk gelen tahviller seçildiği için farklar daha belirgindir.

**Şekil 1. A Dereceli Tahvil Vade Fiyat Hatası Eğilimi**



**Şekil 2. BBB Dereceli Tahvil Vade Fiyat Hatası Eğilimi**



ii. Derecelendirme notu düştükçe fiyatlama hatası artmaktadır. A dereceli tahvillerin ortalama fiyatlama hatası +, nötr, - alt dereceli tahviller için sırasıyla 2,8, 2,4 ve 2,8'dir. BBB dereceli tahviller içinse 3,4, 4,0 ve 5,3'tür. Farkların artması iskonto oranının tahmininde tahvillerin alt derecelere ayrılarak Nelson-Siegel veya başka getiri eğrisi modelinde farklı parametrelerle spot oranlarının tahmin edilmesini gerektirir çünkü derecesi artı, nötr ve eksi olan tahviller için temerrüt riski farklıdır. Dolayısıyla sadece A veya BBB ile ifade edilen derecelendirme sınıflarına göre değil +, nötr, veya - ile ifade edilen alt derecelendirme sınıflarını da tahmin edilecek spot oranlar için hesaba katmak, ve analizlerde ayırtmak gereklidir.

#### 4.2 Tahvilin Likiditesi ve Yaşı Arasındaki İlişki

Likidite ölçüsü piyasanın alış-satış kotasyonu arasındaki fark olup değişken bir değerdir. Likidite ölçüsü ile ilgili olarak tahvilin ihraç edildiği tarih arasındaki ilişki ölçülmüştür. Yeni ihraç edilen tahvillerin daha uzun bir süredir piyasada olan tahvillere göre daha likit olup olmadığı test edilecektir.

Tablo 2, 1 yıl öncesine kadar ihraç edilen tahviller ve daha eski tahviller arasındaki fiyatlama hatalarını göstermektedir. Üst kısımda tahvillerin gözlemlenen ay sayısı ve alt kısımda ise piyasa fiyatı ile tahakkuk eden faizin toplamı ile model fiyat arasındaki ortalama farkı göstermektedir. Yeni ihraç edilen tahviller model fiyatlara göre belli bir primle satılmakta ve bütün sonuçlar yüksek derecede belirgin çıkmıştır. Başka bir deyişle 1 yıl öncesine kadar ihraç edilen tahvillerin model fiyatı ve piyasa fiyatı arasındaki fark 1 yıl üstü tahvillere göre mutlak değer olarak daha yüksek çıkmıştır. Bu sonuç da yeni ihraç edilen tahvillerin daha likit olduğunu göstermiştir. Örneklemede yaşı bir yıldan daha uzun tahvillerin sayısı 1 yıla kadar olan tahvillere göre daha çoktur dolayısıyla yaşı bir yıla kadar olan tahviller için gözlem sayısı artırılarak analiz tekrar edilebilir.

**Tablo 2. Tahvilin Likiditesi ile İlişkili Model Hataları**

Fiyatlama Hatalarının Gözlem Sayısı			
	<b>A</b>	<b>AA</b>	<b>BBB</b>
tahvilin yaşı <1 yıl	11	12	31
tahvilin yaşı >1 yıl	448	0	402
Ortalama Hata			
tahvilin yaşı <1 yıl	-3,02	-7,45	2,75
tahvilin yaşı >1 yıl	2,52	0	4,27

Tahvilin yaşı ve ait olduğu derecelendirme grubu arasında fiyatlama hatalarına bakılarak herhangi bir sonuç gözlemlenmemiştir.

#### 4.3 Fiyat ve Getiri Arasındaki İlişki

Örnek tüm tahviller için incelendiğinde, tahvilin fiyatındaki değişikliğin, getirisindeki değişikliğin tam tersi yönde hareket ettiği görülmektedir. Bunun

sebebi tahvilin fiyatının nakit akımlarının bugünkü değeri olmasından kaynaklanır. Beklenen getiri azaldıkça, fiyat artmaktadır.

#### 4.4 Kupon Oranı, Beklenen Getiri ve Fiyat Arasındaki İlişki

Örneklemin tamamında görülmüştür ki kupon oranı beklenen getiriden yüksektir ve bununla bağlantılı olarak model fiyat da 100 \$ olarak belirlenmiş yazılı değerden daha yüksek çıkmıştır. Bunun sebebi üzerindeki yazılı değerden tahvili satın alacak olan yatırımcıların piyasanın çok üzerinde bir kupon ödemesi almalarıdır. Sonuç olarak cazip getirili bir tahvil için yatırımcıların talebi artacak fiyat yükselecektir.

Piyasada getiriler değiştiğinde fiyat da değişecektir. Kupon oranı beklenen getiriye eşitse tahvilin fiyatı vadedeki değerine eşit olacaktır. Beklenen getiri kupon oranının üzerindeyse tahvil vadedeki değerinin üstünde bir fiyata yani primli olarak satılmalıdır çünkü yatırımcılar kupon oranının üstündeki bir getiriye sahip tahvile talep artacaktır. Beklenen getiri kupon oranının altındaysa bu durumda tahvilin fiyatı düşecektir çünkü talep azalacaktır (Fabozzi, 1996, 24).

## SONUÇ

Uygulamanın ana fikrinde farklı vadelerdeki tahviller için spot oranlarının tahmin edilmesi yatmaktadır. Tahvillerin belli karakteristik özelliklerinin (tahvil derecesi, likiditesi, yaşı, kupon oranı, beklenen getiri) piyasalarda farklı fiyatlanabildiği görülmüştür. Bu sayede her karakteristik özelliğin bir fiyat bilgisi içerdiği gözlemlenmiştir.

Nelson-Siegel metodu tahvillerin vadeye kalan günleri ile getirileri arasında ikinci dereceden bir model ortaya koyar. Nelson Siegel prosedürü ile her derecelendirme sınıfı için model spot oranlarla piyasa fiyatına en yakın

model fiyat ortaya çıkmıştır. Bu modelin varsayımları ile tahvillerin fiyatlamaları üzerine senaryo analizi yapmak ve ileriye yönelik tahminleme yapmak mümkündür. Model fiyat, gerçek piyasa fiyatı ile örtüşen, varyansların da seçilen örneklemin neviyatı ve veri tabanından kaynaklanan bazı kısıtlar ile açıklanabildiği basit ve esnek bir modeldir.

Bu sonuç derecelendirme kuruluşlarının tanımladığı alt kategorilerin tahvilin temerrüt riski hakkında farklı bilgiler taşıdığını ortaya koymaktadır. A ve BBB dereceli tahviller dışında farklı derecelendirme sınıflarındaki tahviller için de tahvil örnekleri artırılarak, tahvil sayısı ve vadeleri de her alt derecelendirme sınıfı için eşit tutularak aynı analiz tekrar edilebilir.

## KAYNAKÇA

- BOLAK M., “Menkul Kıymetler ve Portföy Analizi”, Beta , İstanbul,1998
- FABOZZI J., “Bond Markets, Analysis and Strategies”, Prentice Hall, Third Edition, New Jersey, 1996
- FABOZZI J. & D., “The Handbook of Fixed Income Securities”, Irwin Publications, 4. Basım, New York, 1995
- FISCH J., “Fixed Income Securities”, Euromoney Publications, London, 1997
- GÜRİŞ S.- ÇAĞLAYAN E., “Ekonometri- Temel Kavramlar”, Der Yayınları, İkinci Basım, İstanbul 2005.
- JONES, M. B., “Fixed Income and Interest Rate Derivative Analysis”, Butterworth-Heinemann, Oxford, 1998
- ŞIKLAR E., “Regresyon Analizine Giriş”, T.C. Anadolu Üniversitesi Yayınları, No. 1255, Eskişehir, 2000
- TUCKMAN B., “Fixed Income Securities”, John Wiley & Sons, Inc., New Jersey, 1995
- ALPER E. - AKDEMİR A. - KAZIMOV K., "Estimating Yield Curves In Turkey: Factor Analysis Approach" (14 Temmuz 2004). Boğaziçi Üniversitesi ISS/EC-2004-04. <http://ssrn.com/abstract=579501>
- DIEBOLD F.- JI L.- LI C., “A Three Factor Yield Curve Model: Non-Affine Structure, Systematic Risk Sources, and Generalized Duration” (9 Mart 2004), PIER Working Paper No. 06-017 <http://ssrn.com/abstract=910218>
- DIEBOLD F.-RUDEBUSCH G.-PIAZZESI M., “Modeling Bond Yields in Finance and Macroeconomics” (Ocak 2005). PIER Working Paper No. 05-008. <http://ssrn.com/abstract=651923>
- ELTON E.-GRUBER M.-AGRAWAL D.-MANN C., “Explaining The Rate Spread on Corporate Bonds” (Şubat 2001), The Journal of Finance, Vol. 56, No:1
- EREN K., “Üssel Polinom Yöntemiyle Getiri Eğrilerinin Modellenmesi” (Mart-Nisan 2004), Yayın No: 35, Active Dergisi
- GEYER A. - MADER R., “Estimation of the Term Structure of Interest Rates: A Parametric Approach” (21 Mayıs 1999), Österreichische Nationalbank, Working Paper 37
- KLIGER D. – SARIG O., “The Information Value of Bond Ratings” (Aralık 2000), The Journal of Finance, Vol. 55, No. 6
- LE GRAND F., “Nelson-Siegel, No Arbitrage and Risk Premium” (4 Temmuz 2006), Computing in Economics and Finance 2006, Society for Computational Economics, No: 270
- NELSON R.- SIEGEL F., “Parsimonious Modelling of Yield Curves” (Ekim 1987), The Journal of Business, Vol. 60, No. 4
- RUDEBUSCH G. - WU T., “A Macro-Finance Model of the Term Structure Monetary Policy and the Economy” (Ekim 2003), Working Paper, Federal Reserve Bank of San Francisco, 2004a <http://ssrn.com/abstract=511282>
- STARTZ R.-TSANG K., “The Yield Curve Through Time and Accross Maturities” (8 Mart 2007), Washington Üniversitesi [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=969828](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=969828)
- ŞAHİNLER S., “En Küçük Kareler Yöntemi ile Doğrusal Regresyon Modeli Oluşturmanın Temel Prensipleri” (2000), MKÜ Ziraat Fakültesi Dergisi, No. 5 (1-2)

WILLNER R., “**A New Tool for Portfolio Managers: Level, Slope and Curvature Durations**” (Haziran 1996), The Journal of Fixed Income

WU T., “**What Makes the Yield Curve Move**” (6 Haziran 2003), Federal Reserve Bank of San Francisco Economic Letter, Sayı: 2003-15