

sıvı kolonu girişine etkiyen tonlam başınc

KONTROL HACMİ YAKLAŞIMIYLA SALINIMLI AKIŞTA ISI GEÇİŞİNİN DENEYSEL VE TEORİK OLARAK İNCELENMESİ

Ünal AKDAĞ*, A. Feridun ÖZGÜC** ve Mustafa ÖZDEMİR**

*Aksaray Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makina Bölümü, 68100, Aksaray Tel: 0(382)2150953 e-posta: uakdag@gmail.com **İstanbul Teknik Üniversitesi, Makina Fakültesi 34437 Gümüşsuyu, İstanbul

(Geliş Tarihi: 23. 01. 2008, Kabul Tarihi: 20. 03. 2008)

Özet: Bu çalışmada, düşey halkasal sıvı kolonunda atmosfere açık, hava-sıvı arayüzeyine sahip salınımlı bir akışta, sabit ısı akısıyla ısıtılan bir yüzeyden ısı geçişi, deneysel olarak incelenmekte ve kontrol hacmi yaklaşımıyla matematiksel olarak modellenmektedir. Deneysel çalışmada, halkasal kesit içinde bulunan akışkan bir piston-silindir düzeneği ile hareket ettirilmekte ve sistem üzerinde sıcaklık ölçümleri yapılmaktadır. Salınımlı akış için kontrol hacmi yaklaşımıyla kütle, momentum ve enerjinin korunumu denklikleri yazılarak uygun geçerli denklemler elde edilmekte, bu denklemler Runge-Kutta yöntemiyle çözülmektedir. Deneysel girdiler esas alınarak, kurulan matematik model ile belirli noktalardaki sıcaklıklar hesaplanmaktadır. Deneysel sonuçlarla matematiksel modelden elde edilen değerler karşılaştırılarak sonuçların uygunluğu gösterilmektedir. Sıvı kolonunda sıcaklıkların tahmin edilebilmesi için basit bir matematik model önerilmektedir.

Anahtar Kelimler: Salınımlı akış, Kontrol hacmi yaklaşımı, Halkasal kanal.

THE EXPERIMENTAL AND THEORETICAL INVESTIGATION OF HEAT TRANSFER IN OSCILLATING FLOW BY CONTROL VOLUME APPROACH

Abstract: In this study, the heat transfer from a surface heated with constant heat flux to an oscillating vertical annular liquid column having a liquid-air interface with the atmosphere is investigated experimentally and theoretically using control volume approach. In the experiment, the reciprocating motion of water column is created using a piston cylinder mechanism and the temperatures are measured on the setup. For oscillating flow, using the control volume approach, mass, momentum and energy conservation equations are written and simplified to obtain appropriate governing equations and solved by Runge-Kutta method. Temperatures at specified points are calculated by using the mathematical model developed based on experimental parameters. Comparison of theoretical results with experimental data is shown to be in good agreement. A simple mathematical model is developed to estimate the temperatures in liquid column.

D

Keywords: Oscillating flow, Control volume approach, Annular channel.

SEMBOLLER

SEMBOLLER		I X	[Do]
A	sıvı kolonu kesit alanı [m ²]	Q_k	[ra] bir çevrimde çevreye kaybolan ısı [J]
A_o	boyutsuz genlik (x_m/D)	Q_l	bir çevrimde ısıtıcıdan suya geçen ısı [J]
C, C_p, C_v	özgül 1sı [kJ/kg-K]	q''	kontrol hacmine olan ısı akısı $[W/m^2]$
D D:	hidrolik çap $[2(r_2-r_1)]$ [m] halkasal keşit iç çapı [m]	Re_{ω}	kinetik Reynolds sayısı ($Re_{\omega} = \omega D^2 / \upsilon$)
D_1	cam boru dis capi [m]	r_l	halkasal kesit iç yarıçapı [m]
F	sürtünme kuvveti [N]	r_2	halkasal kesit dış yarıçapı [m]
σ	vercekimi ivmesi [m/s ²]	x_m	genlik [m]
5 h	entalpi [kJ/kg]	t	zaman [s]
k	isi iletim katsayisi [W/m-K]	τ	boyutsuz zaman
L	kontrol hacmi toplam uzunluğu [m]	Т	sıcaklık [°C]
L	isitici uzunluğu [m]	T_a	sıvı kolonu üst ucu sıcaklığı
l_{α}	sivi kolonu girisinden isitici baslangicina	T_c	cam boru dış yüzey sıcaklığı
'g	kadar olan mesafe [m]	T_d	arayüzey sıcaklığı
l.	probdan isiticiya olan mesafe [m]	T_g	$V_{\rm B}$ kontrolhacmine giriş sıcaklığı
Pr	Prandtl savisi	T_p	prob2 sıcaklığı
P_{o}	atmosfer basinci [Pa]	$T_{\rm o}$	sıvı kolonuna giriş sıcaklığı

T_{∞}	ortam sıcaklığı	
θ	boyutsuz sıcaklık	
и	iç enerji [kJ/kg]	
U	boyutsuz hız	
V	hacim	
v	maksimum hız [m/s]	
V_s	arayüzeyin hızı	
v_{Ll}, v_l	ortalama sıvı hızı [m/s]	
Y	toplam uzunluk [m]	
у	düşey koordinat	
Z	arayüzeyin pozisyonu [m]	
Ζ	boyutsuz konum	
ż	sıvı kolonu hızı	
Z_o	titreşim ekseni yada doldurma yüksekliği	
[m]		
ρ	yoğunluk [kg/m³]	
ω	açısal frekans [rad/s]	
υ	kinematik viskozite [m/s ²]	
İndisler		
а	hava	
b	buhar	
g	giren	
Ç	çıkan	
1	SIVI	

GIRIS

Isı boruları, ısı değiştiricileri, içten yanmalı motorlarda yüzeylerin soğutulması, Stirling çevrimli makinalar, nükleer reaktörlerde soğutma vb. mühendislik problemlerinde yüzeyden ısı çekilmesi veya yüzeyden ısıtma önemli araştırma konuları arasındadır. Son yıllarda enerji maliyetlerinin artması araştırmacıları daha efektif 1s1 geçişi sağlayan kompakt cihazlar tasarlamaya yöneltmiştir. Halihazırda ısı geçişini yöntem ivilestirmek amacıyla pek çok yeni denenmektedir. Bunlardan bir taneside yüzeyin ya da akışkanın titreştirilmesiyle oluşturulan titreşimli akışta ısı geçişi olayıdır. Titreşimli akışta ısı geçişinde akış

titreşimleri salınımlı (reciprocating) veya pulsatif (pulsating) olmak üzere iki farklı şekilde sınıflandırılmaktadır. Her iki durumda da yüzeyden ısı geçişi temel olarak frekans ve genliğe bağlı olarak değişmektedir (Zhao ve Cheng, 1998a, Çarpınlıoğlu ve Gündoğdu, 2001).

Salınımlı akışla ilgili değişik geometrilerde yapılan çalışmalarda, yüzeyden ısı geçişinin temel boyutsuz parametresi olan Nusselt sayısının, kinetik Reynolds sayısı, boyutsuz genlik, Prandtl sayısı ve boyutsuz geometrik parametrelerin fonksivonu olduğu belirtilmektedir (Zhao ve Cheng 1995, 1996, 1998b, Kurzweg ve Zhang 1990, Thang ve Cheng 1993). Son yıllarda salınımlı akış kullanılarak özellikle elektronik donanımların efektif olarak soğutulması konusunda çok sayıda araştırma yapılmaktadır (Cooper vd. 1994, Li ve Yang, 2000). Salınımlı akış kullanılarak yapılan soğutma işlemlerinde diğer konvansiyonel sistemlere göre en az %40 oranında bir iyileştirme olduğu araştırmacılar tarafından belirtilmektedir (Walsh vd. 1993).

Ayrıca salınımlı akışta frekans ve genlik değiştirilerek kontrollü ısı çekmekte mümkün olmaktadır (Ozawa ve Kawamato, 1991). Bu özellik yeni tip ısı değiştiricilerinin tasarımında önemli bir avantaj sağlamaktadır.

Bu çalışmada, salınımlı akış çalışmalarına uygun olarak tasarlanan, düşey eksenli, bir ucu atmosfere açık halkasal kesitli bir boruda 1sı geçişi, deneysel ve kontrol hacmi yaklaşımıyla matematiksel olarak incelenmektedir. Bu çalışmada, literatürde bulunan çalışmalardan farklı olarak salınımlı akış için kontrol hacmi vaklasımıyla matematiksel basit hir model önerilmektedir.



Sekil 1. Deney düzeneği

DENEYSEL ÇALIŞMA

Salınımlı akış deney düzeneği şematik olarak Şekil 1'de görülmektedir. Düşey olarak yerleştirilmiş test düzeneği iç içe iki borudan meydana gelmektedir. Dıştaki boru dış çapı 42 mm, iç çapı 37,4 mm ve uzunluğu 2 m olan üst kısmı atmosfere açık cam borudur. Cam borunun merkezinde bulunan iç boru 18 mm dış çapında olup soğutucu, adyabatik bölge ve ısıtıcı kısımlardan meydana gelmektedir. 600 mm uzunluğundaki ısıtıcı ve 760 mm uzunluğundaki soğutucu bakır malzemeden olup aralarındaki adyabatik kısım ise 300 mm uzunluğunda teflon malzemeden yapılmıştır. Aynı çaplı bu üç kısım vidalı bir sistemle birbirine bağlanmış olup bağlantı yerleri mümkün olduğu kadar akışı bozmayacak şekilde yapılmıştır. Isıtıcı olan bakır boru içindeki elektrik direnci, ayarlanabilir bir güç kaynağı ile beslenmektedir. Soğutucu bakır boru ise iç içe iki boru şeklinde olup içteki borudan giren soğutma suyu dıştaki borudan dışarı çıkmaktadır. Böylece cam boru içindeki su ile soğutma suyu karışmamaktadır.

Sıcaklık ölçmeleri bir Veri Toplama Sistemi ve sıcaklık kartı (Keithley–2700) yardımıyla yapılmakta ve zamana bağlı elde edilen sonuçlar bilgisayara kaydedilmektedir. Belirli bir seviyeye kadar doldurulan su kolunu çift etkili bir piston silindir düzeneği vasıtasıyla, hızı ayarlanabilir 1 kW'lık DC bir motor ile tahrik edilmektedir. Motor devir sayısı foto tip dijital takometre cihazıyla ölçülmektedir. Arayüzeyin hareketi bir dijital kamera ile kaydedilmektedir.

Deneylerde salınımlı akışta ısı geçişini hesaplayabilmek için 32 ayrı noktadan sıcaklık ölçümü yapılmıştır. Bir kesitten geçen entalpinin bulunabilmesi için kontrol hacmi giriş ve çıkışına dörder termoelemanlı birer prob yerleştirilmiş ve bu problar vasıtasıyla radyal yöndeki anlık sıcaklıklar ölçülebilmiştir. Yapılan sıcaklık ölçümleri sonucu sıvı kolonunda en yüksek akışkan (su) sıcaklığının ara yüzeyde meydana geldiği sonucuna varılmıştır. Ancak atmosferik şartlarda su, buharlaşması için gerekli doyma sıcaklığına ulaşamadığı için bu çalışmada buharlaşma ihmal edilmektedir (Akdag, 2005).

Bir çevrimde suya geçen ısıyı hesaplamak için iki prob arasında kalan alan kontrol hacmi olarak seçilmiştir. Hesaplamalar bir çevrim boyunca kontrol hacmi için kütle momentum ve enerjinin korunumu denklikleri göz önüne alınarak yapılmıştır. Deney sonuçları ile ilgili yapılan hesaplamalar ve hata analizi Akdağ, vd., (2006, 2008) tarafından ayrıntılı bir şekilde verilmiştir.



Şekil 2. Matematiksel model için Hareketli Sıvı Kolonu geometrisi.

KONTROL HACMİ YAKLAŞIMI

Hareketli sınıra sahip bir kontrol hacmi için kütle, momentum ve enerjinin korunumu ifadeleri integral formda aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_A} \rho dV + \int_{S_A} \rho (\mathbf{v} - \mathbf{v}_s) \cdot \mathbf{n} dA = 0$$
(1)

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_A} \rho \mathbf{v} dV + \int_{S_A} \rho \mathbf{v} (\mathbf{v} - \mathbf{v}_s) \cdot \mathbf{n} dA = \sum \mathbf{F}$$
(2)

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_A} \rho \left(u + \frac{|\mathbf{v}|^2}{2} + gz \right) dV$$

$$+ \int_{S_A} \rho \left(h + \frac{|\mathbf{v}|^2}{2} + gz \right) (\mathbf{v} - \mathbf{v}_s) \cdot \mathbf{n} dA = \dot{Q} - \dot{W}$$
(3)

Ara yüzey korunum eşitlikleri için; arayüzeyde ve tüm cidarlarda yüzey gerilmeleri ve adhezyon kuvvetleri ihmal edilmektedir. Sıvı ve buhar Newtonien akışkanlardır (Carey, 1992). Bu kabuller altında arayüzey korunum eşitlikleri yeniden düzenlenebilir. Çözüm için Şekil 2'de görülen sıvının süpürdüğü alan kontrol hacmi olarak seçilmektedir. Bu kontrol hacmi için kütlenin korunumu eşitliği yazılabilinir.

$$\dot{m} + \dot{m}_g - \dot{m}_c = \rho_l A_l \dot{z}_1 + \rho_l A_l (v_{L1} - \dot{z}_1) - \rho_l A_l v_l = 0$$
(4)

Burada sıvı yoğunluğu sabit ve sıvı hızı ortalama alınarak, bu kabuller altında aşağıdaki eşitlik elde edilmektedir.

$$v_{Ll} = v_l \tag{5}$$

Bu eşitlikte v_{Ll} ortalama sıvı hızını ve v_l de arayüzeyin hızını göstermektedir. Eşitlikten anlaşıldığı gibi ara yüzey hızının sıvının hızına eşit olduğu görülür. Benzer şekilde kontrol hacmi için genel momentum ifadesi yazılır ve düzenlenirse momentum denklemi,

$$P_x - (P_o + \rho \dot{v} z + \rho g z + F/A) = 0$$
(6)

olarak elde edilir. Burada F sürtünme kuvvetlerini göstermektedir. Kontrol hacmi için toplam enerji dengesine bakılırsa, denklem (3) düzenlenerek, daha basit bir ifadeyle enerji denklemi, aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$\frac{d}{dt} \int_{v} \rho v \, dV + \dot{m}_{c} u_{c} - \dot{m}_{g} u_{g}$$

$$+ \rho_{l} \frac{d}{dt} \int_{0}^{z} \left(\frac{v^{2}}{2} + gz \right) A dz + \dot{m}_{c} \left(h + \frac{v^{2}}{2} + gz \right)_{c}$$
(7)
$$- \dot{m}_{g} \left(h + \frac{v^{2}}{2} + gz \right)_{g} = \dot{Q} - \dot{W}_{l} - \dot{W}_{f}$$

Bu denklemde, $W_I = P_o A\dot{z}$ atmosfere karşı yapılan işi, W_f de sürtünmelere karşı yapılan işi göstermektedir. Burada çözümü kolaylaştırmak için,

$$\dot{m}_{c}\left(\frac{P}{\rho} + \frac{v^{2}}{2} + gz\right)_{c} - \dot{m}_{g}\left(\frac{P}{\rho} + \frac{v^{2}}{2} + gz\right)_{g}$$

$$= \underbrace{\dot{m}_{c}\left(\frac{P_{o}}{\rho_{b}} + \frac{v_{b}^{2}}{2} + gz\right) - \dot{m}_{c}\left(\frac{P_{o}}{\rho_{l}} + \frac{v_{l}^{2}}{2} + gz\right)}_{\text{ISII Enerjii}}$$

$$+ \underbrace{\dot{m}_{c}\left(\frac{P_{o}}{\rho_{l}} + \frac{v_{l}^{2}}{2} + gz\right) - \dot{m}_{g}\left(\frac{P_{x}}{\rho_{l}} + \frac{v_{l}^{2}}{2} + 0\right)}_{\text{Mekanik Enerjii}}$$
(8)

dönüşümü yapılarak, denklem (7) de bulunan mekanik enerji terimleri,

$$\rho_{l} \frac{d}{dt} \int_{0}^{z} \left(\frac{v^{2}}{2} + gz \right) A dz + \rho_{l} A \left(v - \dot{z} \right) \left(\frac{P_{o}}{\rho_{l}} + \frac{v^{2}}{2} + gz \right)$$

$$- \rho_{l} A v \left(\frac{P_{x}}{\rho_{l}} + \frac{v^{2}}{2} \right) = -W_{l} - W_{f}$$
(9)

olarak yazılabilir. Bu ifade düzenlenerek denklem (6) da verilen momentum eşitliği elde edilir. Elde edilen momentum ifadesi (7) denkleminde yazılırsa mekanik enerji ile ilgili terimler enerji denkleminden düşer. Bu durumda geriye sadece ısıl enerji dengesi kalır ve denklem,

$$\frac{d}{dt} \int_{v} \rho v dV + \dot{m}_{c} u_{c} - \dot{m}_{g} u_{g}$$

$$+ \dot{m}_{c} \left(\frac{P_{o}}{\rho_{b}} + \frac{v_{b}^{2}}{2} + gz\right) - \dot{m}_{c} \left(\frac{P_{o}}{\rho_{l}} + \frac{v_{l}^{2}}{2} + gz\right) = \dot{Q}$$
(10)

halini alır. Burada $u_{\rm c}$ ve $u_{\rm g}$ terimleri iç enerjileri göstermektedir. Arayüzeyde momentum dengesinden, $v_I = v_b$, (sıvı fazının hızının, gaz fazının hızına eşit olduğu) elde edilir. Bu durumda denklem,

$$\frac{d}{dt} \int_{v} \rho v dV + \dot{m}_{c} h_{b} - \rho_{l} A v u_{g}$$

$$+ \rho_{l} A (v - \dot{z}) \frac{v_{b}^{2}}{2} - \rho_{l} A (v - \dot{z}) \left(\frac{P_{o}}{\rho_{l}} + \frac{v^{2}}{2} \right) = \dot{Q}$$
(11)

Şeklinde ifade edilebilir, bu denklem düzenlenirse, ısıl enerji dengesi için,

$$\frac{d}{dt} \int_{v} \rho v dV + \dot{m}_{c} h_{c} - \dot{m}_{g} h_{g} = \dot{Q} - P_{o} A \dot{z}$$
(12)

İfadesi elde edilir. Çözümü kolaylaştırmak için, V kontrol hacmi Şekil 2'de görüldüğü gibi üçe bölünür $V = V_A + V_B + V_C$ ve (12) ifadesi bu kontrol hacimlerine sırayla uygulanır. Bu hacimler,

$$\begin{split} V_A &= Al_g , \qquad V_B = A(z-l_g) , \qquad V_C = A(L-z) \quad \text{ve} \\ V &= V_A + V_B + V_C = AL \end{split}$$

dir. Isıtıcı yüzeyi çevrim esnasında hem hava hem de sıvı ile temas etmektedir. Bu durumda, İsıtıcıdan suya geçen ısı $\dot{Q}_l = \pi D_i (z - l_g) q_l''$ ve havaya geçen ısı da $\dot{Q}_a = \pi D_i (L-z) q_l''$ eşitlikleriyle hesaplanır. Cam cidar dış yüzeyinden kaybolan ısı ise $\dot{Q}_k = \overline{h}_i \pi D_d L (T_c - T_\infty)$ eşitliği ile ifade edilir.

Sıvı kolonu boyunca sıcaklık değişimi lineer olarak kabul edilirse, (Ozawa ve Kawamoto, 1991) V_A kontrol hacmi boyunca sıcaklık değişimi,

$$T(y) = ay + b \tag{13}$$

gibi lineer bir bağıntı ile belirlenebilir. Bu durumda A hacmi boyunca sıcaklık değişimi

$$T_{A}(y) = T(y) = \frac{T_{g} - T_{o}}{l_{g}} y + T_{o}$$
(14)

Bağıntısı ile ifade edilir. Bu ifade (12) denkleminde yerine yazılır ve entalpiler için, $h = c_p T$ dönüşümü yapılarak V_A hacmi için, ısıl enerji dengesi yazılırsa,

$$\rho c_{v} A l_{g} \frac{d}{dt} \left[\frac{T_{g} + T_{o}}{2} \right]$$

$$+ \rho_{l} A c_{pl} v (T_{g} - T_{o}) = -\dot{Q}_{kg}$$
(15)

denklemi bulunur.

Aynı şekilde V_B hacmi için, aynı yöntem uygulanarak, V_B kontrol hacmi boyunca sıcaklık değişimi,

$$\frac{l_{2}' \rho_{l} c_{v_{l}} A \frac{d}{dt} \left[(T_{d} + T_{g})(z - l_{g}) \right] + \underbrace{\rho_{l} A(v - \dot{z})}_{\dot{m}_{b}} \underbrace{c_{p_{b}} T_{d}}_{h_{c}} + \underbrace{\rho_{l} Avc}_{\dot{m}_{g}} \underbrace{c_{p_{l}} T_{g}}_{h_{g}}$$

$$= \dot{Q}_{l} - \dot{Q}_{kl} - P_{o} A \dot{z}$$
(16)

olur. Benzer şekilde V_C hacmi için, doğrusal sıcaklık değişimi kabulüyle enerji denklemi yazılırsa,

$$\frac{1}{2} \rho_a c_{v_a} A \frac{d}{dt} \left[(T_d + T_p) (L - z) \right]$$

$$+ \underbrace{\rho_a A v_c}_{\vec{m}_c} \underbrace{T_p}_{h_c} - \underbrace{\rho_b A (v - \dot{z})}_{\vec{m}_b} \underbrace{c_{p_b} T_d}_{h_g}$$

$$= \dot{Q}_a - \dot{Q}_{ka} - P_o A \dot{z}$$

$$(17)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadelerde Q_a , ısıtıcıdan havaya, Q_l , de ısıtıcıdan suya geçen ısıyı göstermektedir. Ayrıca bu ifadelerde yer alan \dot{Q}_{kg} , \dot{Q}_{kl} ve \dot{Q}_{ka} terimleri de aşağıda sırayla açıklanmaktadır.

$$\dot{Q}_{kg} = \bar{h}_g \pi D_d l_g \left[\left((T_o + T_g) / 2 \right) - T_\infty \right]$$
(18)
$$V_A \text{ hacminden cevreye kaybolan 1s1}$$

$$\dot{Q}_{kl} = \bar{h}_l \pi D_d (z_o - l_g) \left[\left((T_g + T_d) / 2 \right) - T_\infty \right]$$
(19)

 V_B hacminden çevreye kaybolan ısı

$$\dot{Q}_{ka} = \bar{h}_a \pi D_d \left(L - z_o \right) \left[\left((T_p + T_d) / 2 \right) - T_\infty \right]$$
(20)

V_C hacminden çevreye kaybolan ısıyı göstermektedir.

Denklemlerin Boyutsuzlaştırılması;

Elde edilen denklemler olavda kullanılan fiziksel parametrelerin hangisinin daha etkili olduğunu bulmak ve değişken sayısını azaltarak çözümü kolaylaştırmak için boyutsuzlaştırılmıştır. Bu çalışma için boyutsuzlaştırmada kullanılan fiziksel parametreler aşağıda verilmektedir.

$$(Z,H) = \left(\frac{z}{D}, \frac{L}{D}\right), U = \frac{v}{v_l}, P = \frac{p}{\rho v^2}, \tau = \omega t$$
$$\theta = (T - T_0) / (q''D/k),$$

bu büyüklükler kullanılarak yapılan boyutsuzlaştırmalar sonucu elde edilen denklemler,

Konum

$$\dot{z} = (1/2)x_m \omega \cos(\omega t)$$
 (21)

Hiz

$$\dot{U} = sin(\omega t)$$
 (22)

1

Momentum

$$P_{x} = \left[\frac{2}{A_{0}}\dot{U}Z - P_{o} + Z\left(\frac{gD}{U^{2}}\right) + \left(\frac{F}{\rho U^{2}A}\right)\right]$$
(23)

burada

 $Fr = gD/U^2$ Froude sayısı ve $We = F/\rho U^2 A$ de Weber sayısını göstermektedir. Enerji denklemi ise her bir kontrol hacmi için ayrı ayrı yazılırsa,

 V_A hacmi için,

$$L_g \dot{\theta}_g + A_o U \theta_g = -\frac{2}{Re_{\omega} Pr} \frac{Q_{kg}}{q''A}$$
(24)

 V_B hacmi için,

$$\frac{1}{2} \frac{d}{d\tau} \left[(\theta_d + \theta_g) (Z - L_g) \right]
+ \frac{1}{2} A_o U \theta_d - \theta_d \dot{Z} + \frac{1}{2} A_o \theta_g U$$

$$= \frac{1}{Re_{\omega} Pr} \left[\frac{\dot{Q}_l}{q''A} - \frac{\dot{Q}_{kl}}{q''A} - \frac{p_o \omega D}{q''} \dot{Z} \right]$$
(25)

 V_C hacmi için

$$\frac{1}{2} \frac{d}{d\tau} \left[\left(\theta_d + \theta_p \right) \left(H - Z \right) \right]
+ \frac{1}{2} A_o U \theta_p - \frac{1}{2} A_o U \theta_d + \dot{Z} \theta_d
= \frac{1}{R e_{\omega} Pr} \left[\frac{\dot{Q}_a}{q'' A} - \frac{\dot{Q}_{ka}}{q'' A} - \frac{p_o \omega D}{q''} \dot{Z} \right]$$
(26)

Eşitlikleri bulunur. Burada $Re_{\omega} = \omega D^2 / \upsilon$ kinetik Reynolds sayısı, $A_o = x_m/D$ boyutsuz genlik ve $Pr = \upsilon/\alpha_l$ de Prandtl sayısı olmak üzere ısı geçişini etkileyen boyutsuz sayıları göstermektedir. Bu denklemler sayısal çözüme uygun formda yazılarak aşağıda sırasıyla verilmektedir.

$$\dot{Z} = \sin \tau$$
 (27)

$$\dot{U} = \left[P_x - \left(P_o + Z \left(\frac{gD}{U_m^2} \right) + \left(\frac{F}{\rho U_m^2 A} \right) \right] / \left(\frac{2Z}{A_o} \right)$$
(28)

$$\dot{\theta}_g = -\frac{A_o}{L_g} U \theta_g - \frac{2}{Re_o} \frac{\dot{Q}_{kg}}{Pr} \frac{\dot{Q}_{kg}}{q'' A L_g}$$
(29)

$$\dot{\theta}_{d} = \begin{bmatrix} \frac{2}{Re_{\omega} Pr} \left[\frac{\dot{Q}_{l}}{q''A} - \frac{\dot{Q}_{kl}}{q''A} - \frac{p_{o}\omega D}{q''} \dot{Z} \right] \\ -\theta_{g} (Z - L_{g}) - (\dot{\theta}_{d} + \theta_{g}) Z - A_{o} U \theta_{g} \end{bmatrix} / (Z - L_{g})$$
(30)

$$\dot{\theta}_{p} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\operatorname{Re}_{\omega} \operatorname{Pr}} \left[\frac{\dot{Q}_{a}}{q''A} - \frac{\dot{Q}_{kl}}{q''A} - \frac{p_{o}\omega D}{q''} \dot{Z} \right] \\ -\theta_{d}(H-Z) - (\dot{\theta}_{d} + \theta_{p}) \dot{Z} \\ -(\dot{\theta}_{p} - \theta_{d}) A_{o} U - 2\theta_{d} \dot{Z} \end{bmatrix} / (Z - L_{g}) \quad (31)$$

Elde edilen denklemler dördüncü dereceden Runge-Kutta metoduyla birlikte çözülmüştür. Bu çözüm de Δt zaman adımı, 0.1s, 0.01s ve 0.001 olarak alınmış ve 0.001 adımında çözümün zaman aralığından bağımsız olduğu görülmüştür.

SONUÇLAR ve TARTIŞMA

Denklemlerin sayısal olarak çözümünden elde edilen değerlerle deneysel sonuçlar karşılaştırılarak matematik modelin doğruluğu araştırılmaktadır. Şekil.3 de deneylerde arayüzeyin hareketinin dijital kamera vasıtasıyla kaydedilen görüntülerinin çözülmesiyle elde edilen değerlerle denklemlerin çözümünden elde edilen konum-zaman değerleri karşılaştırılmaktadır. Şekilde de görüldüğü gibi aralarında çok iyi bir uyum olduğu görülmektedir.



Şekil 3. Konum-zaman değerlerinin karşılaştırılması

Diğer büyüklükler için denklemlerin çözümünden elde edilen değerler Şekil 4'de toplu olarak verilmektedir. Boyutsuz büyüklüklerin zamanla değişiminin sinüzoidal olduğu konum, hız ve sıcaklık değerleri için elde edilen eğrilerden anlaşılmaktadır. Kontrol hacmi yaklaşımıyla, bilinen büyüklüklerden yararlanarak, V_B hacmine giriş ve çıkış sıcaklıkları bulunmaktadır. Sıvı için en yüksek sıcaklık beklendiği gibi sayısal çözümde de ara yüzeyde bulunmaktadır. Arayüzey için bulunan sıcaklıklar sinüzoidal olarak değişmektedir, ancak genliği çok düşüktür ve giriş sıcaklığı ile karşılaştırıldığında zamanla değişimi ihmal edilebilecek düzeydedir.



Şekil 4. Denklemlerin çözümünden elde edilen boyutsuz konum, hız ve sıcaklıkların zamanla değişimi (Z: Konum, U: hız, θ_g kontrol hacmine giriş sıcaklığı, θ_d : arayüzey sıcaklığı, θ_p : prob2 sıcaklığı, $A_o=12.88$, $Re_o=1000$).

Deneylerde ara yüzeyin sıcaklığı ölçülemediği için sayısal çözümde bulunan değerler deneylerle karşılaştırılamamıştır. Bununla birlikte, sıcaklık değerlerinin beklenen aralıkta olduğu görülmektedir. Bu çözümde bulunan bir diğer sıcaklık ise V_B kontrol hacmine giriş sıcaklığı olarak aldığımız θ_g dir. Bu hesaplama için seçilen kesit deneysel olarak sıcaklık ölçtüğümüz probl'in bulunduğu kesite konum olarak çok yakın olduğundan bulunan değerlerin de bu sıcaklığa yakın olması beklenmektedir. Şekilden de anlaşılacağı gibi bu durumun beklendiği gibi olduğu görülmektedir. Şekil.5'de sayısal çözümden bulunan sıcaklıklar ile deneysel olarak prob1 den alınan anlık ortalama sıcaklıkların karşılaştırması verilmiştir. Bu sıcaklıkların mertebe olarak birbirine yakın olduğu ve yapılan karşılaştırmada beklenen uyumun sağlandığı görülmektedir. Ayrıca deneylerde hava tarafının



Şekil 5. Denklemlerin çözümünden elde edilen boyutsuz sıcaklıkların deneysel sonuçlarla karşılaştırılması $(A_o=12.88, Re_{\omega}=1000)$.



Şekil 6. Denklemlerin çözümünden elde edilen boyutsuz sıcaklıkların deneysel sonuçlarla karşılaştırılması $(A_o=12.88, Re_o\cong2000)$.

sıcaklığını ölçmek için yerleştirilen prob (prob2) ile sayısal çözümde aynı kesit için bulunan sıcaklıklar için yapılan karşılaştırımada da Şekil.5'de görüldüğü gibi iyi bir uyum sağlanmaktadır. Farklı bir frekans için yapılan ölçümlerle sayısal çözümden elde edilen değerlerin karşılaştırılması Şekil.6 da verilmektedir. Burada da sıcaklıkların beklendiği gibi deneylerle uyumlu olduğu görülmektedir. Frekans arttıkça sıcaklıkların genlikleri düşmektedir. Bu durum frekans arttıkça yığın sıcaklığın düşmesinden kaynaklanmaktadır. Şekil 5 ve Şekil 6 karşılaştırıldığında aynı zaman dilimi için yüksek frekansta (kinetik Reynolds sayılarında, $Re_{\omega} \cong 2000$) daha fazla çevrim olmakta, bu da ısı geçiş hızını artırmaktadır.

SONUÇ

Bu çalışmada, kontrol hacmi yaklaşımı kullanılarak matematiksel salınımlı akıs icin bir model geliştirilmiştir. Bu modelde seçilen kontrol hacmi için kütle, momentum ve enerjinin korunumu denklikleri vazılarak yapılan kabuller altında uygun basitlestirmeler yapılmakta ve geçerli denklemler bulunmaktadır. Bu denklemler boyutsuzlaştırılarak olayı etkileven boyutsuz parametreler bulunmakta ve denklemler sayısal çözüme uygun hale getirilmektedir. Bulunan bu denklemler Runge-Kutta metoduyla birlikte çözülüp elde edilen değerler deneysel sonuçlarla karşılaştırılarak modelin doğruluğu gösterilmektedir. Matematik modelin basit olmasına rağmen, deneysel sonuçlarla iyi bir uyum sağladığı görülmektedir. Hareketli sınıra sahip, zamanla sinüzoidal değişen harekete maruz bir sıvı kolonunda ısı geçişinin bu yaklaşımla başarılı bir sekilde modellenebileceği gösterilmektedir. Bu calışmanın, içerisinde periyodik salınımlar bulunan bir kanal akışında ısı geçişinin anlaşılmasına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

Akdağ, Ü., Hareketli Sıvı Kolonunda Isı Geçişinin İncelenmesi, Doktora Tezi, İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul. 2005.

Akdağ, Ü., and Özdemir, M., Heat transfer in an oscillating vertical annular liquid column open to atmosphere, *Heat Mass Trans* 42(7):617-624, 2006.

Akdağ, Ü., Özdemir, M., and Özgüç, A.F., Heat removal from oscillating flow in a vertical annular channel, *Heat and Mass Transfer*, Springer, 44(4): 393–400, 2008

Carey Van P., Liquid-vapour phase-change phenomena, Hemisphere Publishing Corp. Washington DC, 1992.

Cooper, W. L., Nee,V.W. and Yang, K.T., An experimental investigation of convective heat transfer from the heated floor of a rectangular duct to a low frequency, large tidal displacement oscillatory flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 37(4): 581–592. 1994.

Çarpınlıoğlu M. ve Gündoğdu, M.Y., A critical review on pulsatile pipe flow studies directing towards future research topics, *Flow Measurement and Instrumentation*, 12(3):163–174. 2001.

Kurzweg, U.H. and Zhang, J.G., Numerical Simulation of time-dependent Heat Transfer in Oscillating Pipe Flow, *Journal of Thermophysics*, 5:401-406. 1990.

Li, P., and Yang, K., T., Mechanisms for the heat transfer enhancement in zero-mean oscillatory flows in short channels, *Int. J. Heat Mass Transfer* 43(19): 3551–3566, 2000.

Ozawa, M. and Kawamoto, A., Lumped-Parameter Modelling of Heat Transfer Enhanced by Sinusoidal Motion of Fluid, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 34(12):3083–3095. 1991.

Thang, X. and Cheng, P., Correlations of the cycleaveraged nusselt number in a periodically reversing pipe flow, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 20: 161– 172, 1993.

T.E., Walsh, K.T. Yang and V.W. Nee and Q.D. Liao, Forced convection cooling in microelectronic cabinets via oscillatory flow techniques, *Proceedings of 3rd world conference on Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics* pp.641-648, Nov.1993.

Zhao, T.S. and Cheng, P., Heat Transfer in Oscillatory Flow, Annual Review of Heat Transfer, Volume IX, (Chpt.7), The Hong Kong University of Science&Technology, Clear Water Bay, Kowloon, Hong Kong, 1998a. Zhao, T.S. and Cheng, P., A numerical solution of laminar forced convection in a heated pipe subjected to a reciprocating flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 38 (16):3011–3022. 1995.

Zhao T.S. and Cheng, P., Oscillatory heat transfer in a pipe subjected a periodically reversing flow, *ASME J. Heat Transfer*, 118:592-598. 1996.

Zhao, T.S. and Cheng, P., A numerical study of laminer reciprocating flow in a pipe of finite length, *Applied Scientific Research*, 59:11-25, 1998b.