



## BİR KÖŞE AKIŞI ETRAFINDAKİ ZORLANMIŞ TAŞINIMLA ISI TRANSFERİNE ISIL IŞINIMIN ETKİSİ

Ahmet KAYA<sup>1</sup> ve Orhan AYDIN<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Aksaray Üniversitesi, Makina Mühendisliği Bölümü, 68100 Aksaray

<sup>2</sup>Karadeniz Teknik Üniversitesi, Makina Mühendisliği Bölümü, 61080 Trabzon

E-mail: [kaya38@ktu.edu.tr](mailto:kaya38@ktu.edu.tr)

[oaydin@ktu.edu.tr](mailto:oaydin@ktu.edu.tr)

(Geliş Tarihi: 01. 02. 2008, Kabul Tarihi: 11. 09. 2008)

**Özet:** Bu çalışmada, bir köşe akışı etrafında zorlanmış taşınım ile ısı transferine ısı ışınımının etkisi incelenmiştir. Problemi tanımlayan lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemler, benzerlik yöntemiyle sınır tabaka denklemlerine dönüştürülmüş ve Keller-box yöntemiyle çözülmüştür. Boyutsuz basınç  $m$ , emme/üfleme  $f_w$ , ısı ışınım  $R_d$  ve yüzey sıcaklık oranı  $\theta_w$  parametrelerinin hız ve sıcaklık profilleri ve ısı transferi üzerindeki etkileri belirlenmiştir. Bazı özel limit durumlar için elde edilen sonuçlar, literatürde verilen sonuçlarla karşılaştırılmış ve mükemmel bir uyum elde edilmiştir.

**Anahtar kelimeler:** Isıl ısı ışınım, ısı transferi, yüzey sıcaklık oranı, emme/üfleme etkisi, boyutsuz basınç parametresi, köşe etrafında akış

## THE EFFECT OF RADIATION ON FORCED CONVECTION FLOW AROUND A WEDGE

**Abstract:** In this study, effect of thermal radiation on forced convection heat transfer about a permeable isothermal wedge is investigated. The nonlinear partial differential equations governing the flow are transformed into the similar boundary layer equations, which are then solved numerically using the Keller box method. The effects of the dimensionless pressure parameter  $m$ , the suction/injection parameter  $f_w$ , the radiation-conduction parameter  $R_d$  and the surface temperature parameter  $\theta_w$  on the velocity and temperature profiles as well as on heat transfer parameters are presented and analyzed. The results are compared with those available in the existing literature and an excellent agreement is obtained.

**Keywords:** Thermal radiation, heat transfer, surface temperature ratio, suction/injection effect, dimensionless pressure effect, flow over a wedge

### SEMBOLLER

$c_p$	özgül ısı [kJ/(kg K)]
$f$	boyutsuz serbest akım fonksiyonu
$f_w$	emme/üfleme parametresi
$Pr$	Prandtl sayısı
$Re$	Reynolds sayısı
$R_d$	Planck sayısı (ısı ışınım parametresi)
$T$	sıcaklık [K]
$u, v$	x ve y yönündeki hızlar [m/s]
$x, y$	yatay ve dikey doğrultudaki koordinat sistemi [m]
$\theta$	denklem 5'te tanımlanan boyutsuz sıcaklık profili
$\theta_w$	yüzey sıcaklığının çevre sıcaklığına oranı $[T_w/T_\infty]$

### Yunan Alfabesi

$\nu$	kinematik viskozite [ $m^2/s$ ]
$\sigma$	Stefan-Boltzmann sabiti
$\alpha_R$	Rosseland yayılım katsayısı
$\eta$	benzerlik değişkeni $[y Re_x^{1/2} / x]$
$\rho$	akışkan yoğunluğu [ $kg/m^3$ ]
$\mu$	dinamik viskozite [ $Pa \cdot s$ ]

### Alt İndisler

$\infty$	çevre
$w$	duvar

## GİRİŞ

Isıl ışınlım, sıcaklığın çok yüksek olduğu nükleer reaktör, gaz türbinleri ve ısı enerji depolama gibi uygulamalarda son derece önemlidir. Zorlanmış, doğal ve birleşik ısı transferi türlerinde, hız ve sıcaklık profilleri ile ısı transferi ve sürtünme katsayılarına ısı ışınlımın etkisi, birçok araştırmacı tarafından incelenmiştir. Alam vd. (2008), gözenekli ortamda bulunan ve manyetik alan uygulanan bir plakada, manyetik alanın, ısı ışınlımını ve sınır tabakadan emme işleminin ısı ve kütle transfer parametrelerine etkisini incelemiştir. Problemi tanımlayan lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemleri Runge-Kutta yöntemiyle çözmüşlerdir. Manyetik alan parametresi ve emme parametresinin artmasıyla, hız, ısı ve konsantrasyon sınır tabaka kalınlıklarının azaldığı, sürtünme, ısı ve kütle transferi parametrelerinin arttığını tespit etmişlerdir. Yih (2001), bir köşe akışı etrafında birleşik taşınım ile ısı transferine ısı ışınlımın etkisini araştırmıştır. Problemi tanımlayan kısmi diferansiyel denklemler benzer olmayan (nonsimilar) sınır tabaka denklemlerine dönüştürmüş ve Keller-box yöntemiyle nümerik olarak çözmüştür. Köşe açısı parametresi ve ısı ışınlım parametresinin artmasıyla, yerel Nusselt sayısının arttığını tespit etmiştir. Al-Odat vd. (2005), gözenekli ortamda bulunan bir köşe etrafındaki akışta, ısı ışınlımın etkisini araştırmıştır. Problemi tanımlayan denklemleri Keller box yöntemiyle nümerik olarak çözmüş, ısı ışınlım parametresinin artmasıyla, yerel Nusselt sayısının arttığını belirlemiştir. Chamkha vd. (2003), bir köşe etrafında taşınım ile ısı transferine, manyetik alan, ısı ışınlım ve ısı üretimi/yutulma parametrelerinin etkisini incelemiştir. Zorlanmış taşınım koşullarında, problemi tanımlayan kısmi lineer olmayan denklemleri Keller box yöntemiyle çözmüşlerdir. Artan boyutsuz basınç ve manyetik alan parametreleri ve azalan ısı ışınlım parametresiyle ısı transferi miktarının arttığını tespit etmişlerdir. Hossain ve Takhar (1996), düşey konumda tutulan bir levhada, birleşik taşınım ve ısı ışınlımın parametrelerinin ısı transferine etkisini incelemiştir. Damseh vd. (2006) zorlanmış taşınım koşullarında soğutulan bir düşey plakada, ısı ışınlımın ve manyetik alan parametrelerinin ısı transferine etkisini incelemiştir. Problemi tanımlayan non lineer denklemler Keller box yöntemiyle çözmüşler, manyetik alan parametresinin artmasıyla hız ve ısı sınır tabaka kalınlıklarının azaldığını, ısı ışınlım parametresinin artmasıyla da ısı sınır tabaka kalınlığının arttığını belirlemiştir. Yih (2001), gözenekli ortamda tutulan bir koni etrafındaki akışta, ısı ışınlım etkisinin ısı transferine etkisini incelemiştir. Problemi karakterize eden kısmi lineer olmayan diferansiyel denklemleri Keller box yöntemini kullanarak çözmüştür. Isıl ışınlım parametresinin artmasıyla, ısı transferi miktarının arttığını belirlemiştir.

Literatürde yapılan çalışmaların çoğunda, köşe üzerinden olan zorlanmış, doğal ve karma akışlarda, ısı ışınlım, manyetik alan ve gözeneklilik parametrelerinin ısı ve kütle transferine etkisi araştırılmıştır. Bu çalışmada ise, bir köşe akışı etrafındaki zorlanmış

taşınım ile ısı transferine, hem ısı ışınlımının hem de yüzeyden emme ve üfleme parametrelerinin etkisi incelenmiştir.

## ANALİZ

Sabit  $T_w$  sıcaklığında tutulan,  $\pi\beta$  açısına sahip bir köşe,  $T_\infty$  sıcaklığındaki bir ortamda bulunsun. Akışkanın gri, yayma ve yutmanın olduğu ancak saçılmanın olmadığı, viskoz yayılımın ve x-doğrultusundaki ısı ışınlım etkisinin ihmal edildiği ve serbest akım hızının  $u_\infty=cx^m$  şeklinde değiştiği kabul edilsin. Burada seçilen koordinat sistemi ve akış alanı, Şekil 1'de gösterilmiştir. Bu kabuller altında ve Boussinesq yaklaşımıyla, iki boyutlu köşe etrafına akış için, laminer ve kararlı rejimdeki Navier-Stokes denklemleri aşağıdaki gibi yazılır:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - u_\infty \frac{du_\infty}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \quad (2)$$

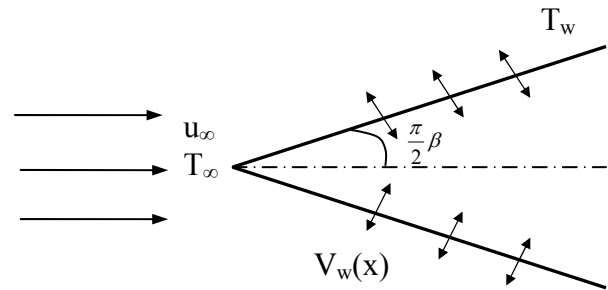
$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\nu}{Pr} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) - \frac{1}{\rho c_p} \frac{\partial}{\partial y} (q_R) \quad (3)$$

Burada,  $u$  ve  $v$ ,  $x$  ve  $y$  yönündeki hız bileşenleri,  $T$  akışkan sıcaklığı,  $\nu$  kinematik viskozite,  $\rho$  akışkanın yoğunluğu ve  $u_\infty$  serbest akım hızıdır.

(3) denkleminin sağ tarafında verilen  $q_R$ ,  $y$  yönündeki ısı ışınlım ısı akısını ifade etmektedir. Enerji denklemindeki ısı ışınlım ısı akısı terimi, Rosseland difüzyon yaklaşımıyla (Sparrow, 1961) aşağıdaki gibi yazılır:

$$q_R = -\frac{4\sigma}{3\alpha_R} \frac{\partial T^4}{\partial y} \quad \text{ve} \quad \frac{\partial q_R}{\partial y} = -\frac{16\sigma}{3\alpha_R} \frac{\partial}{\partial y} \left(T^3 \frac{\partial T}{\partial y}\right) \quad (4)$$

burada  $\sigma$ , Stefan-Boltzmann sabiti,  $\alpha_R$  Rosseland yutma katsayısıdır.



Şekil 1. Problemin tanımı

Sınır koşulları:

$$\begin{aligned} x=0 \text{ ve } y>0; & \quad T=T_\infty, u=u_\infty \\ x>0 \text{ ve } y=0; & \quad T=T_w, u=0, v=\pm V_w(x) \\ y\rightarrow\infty; & \quad T\rightarrow T_\infty, u\rightarrow u_\infty=cx^m \end{aligned} \quad (5)$$

Burada  $V_w(x)$ 'in (-) olması emme işleminin, (+) olması ise üfleme işleminin yapıldığını göstermektedir. Çözüm için, aşağıda verilen boyutsuz ifadeler tanımlanmıştır.

$$\psi(x, y) = (\nu u_\infty x)^{1/2} f(\eta), \quad \eta = y \left( \frac{u_\infty}{\nu x} \right)^{1/2},$$

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad (6)$$

Bu boyutsuz tanımlamalar kullanıldığında, hız bileşenleri;

$$u = u_\infty f' = cx^m f', \quad (7)$$

$$v = - \frac{(\nu u_\infty x)^{1/2}}{x} \left\{ \frac{m+1}{2} f + \frac{m-1}{2} \eta f' \right\} \quad (8)$$

Elde edilen hız bileşenleri, (2), (3) ve (5) denklemlerinde yerine yazılırsa;

$$f''' + \left( \frac{m+1}{2} \right) f f'' + m(1 - f'^2) = 0 \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{Pr} \theta'' + \left( \frac{m+1}{2} \right) f \theta' + \\ \frac{4}{3 Pr R_d} \left\{ [\theta(\theta_w - 1) + 1]^3 \theta' \right\}' = 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

sınır koşulları ise;

$$\begin{aligned} f(0) = f_w, \quad f'(0) = 0, \quad \theta(0) = 1, \\ f'(\infty) = 1, \quad \theta(\infty) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

olarak elde edilir. Burada  $f_w = -\frac{2V_w x}{m+1 \nu} Re_x^{-1/2}$ ,

$f_w > 0$  olması sınır tabakadan emme,  $f_w < 0$  olması ise sınır tabakadan üfleme yapıldığını gösterir. Bu denklemlerdeki boyutsuz sayılar ise:

$$m = \frac{x}{u_\infty} \frac{du_\infty}{dx}, \quad \beta = \frac{2m}{m+1}, \quad Pr = \frac{\mu c_p}{k} = \frac{\nu}{\alpha},$$

$$R_d = \frac{k \alpha_R}{4 \sigma T_\infty^3} \text{ ve } \theta_w = \frac{T_w}{T_\infty} \quad (12)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada m, boyutsuz basınç gradyanı;  $\beta$ , yarı-köşe açısı; Pr, Prandtl sayısı;  $R_d$ , Planck sayısı ve  $\theta_w$ , yüzey sıcaklığının çevre sıcaklığına oranıdır.

Boyutsuz tanımlamalar kullanılarak elde edilen (9) ve (10) denklemleri, ilgili sınır koşulları kullanılarak (11), bir sonlu farklar yöntemi olan Keller-box yöntemiyle çözülmüştür. Kısmi diferansiyel denklemlerin nümerik çözümünde yaygın olarak kullanılan bu yöntemle ilgili daha geniş bilgiye, Cebeci ve Bradshaw (1984) ve Cebeci (2002)'nin kaynaklarından erişilebilir.

## BULGULAR VE TARTIŞMA

İlk olarak, elde edilen sonuçların doğruluğu ve geliştirilen kodun güvenilirliği bazı limit durumlar için sorgulanmıştır.  $\theta_w=1.5$ ,  $R_d \rightarrow \infty$ ,  $f_w=0$  ve  $Pr=1$  şartlarında, ısı transferi parametresinin  $-\theta'(0)$ , boyutsuz basınç parametresi m ile değişimi, Cebeci (2002)'nin aynı şartlardaki çalışması ile karşılaştırılmış ve sonuçlar Tablo 1'de verilmiştir. Tablo 1'den de görüldüğü gibi, elde edilen sonuçlar literatürle çok iyi bir uyum içerisinde dir.

Tablo 1.  $\theta_w=1.5$ ,  $R_d \rightarrow \infty$ ,  $f_w=0$  ve  $Pr=1$  koşullarında, ısı transferi parametresi  $-\theta'(0)$ 'nin boyutsuz basınç parametresine göre değişimi.

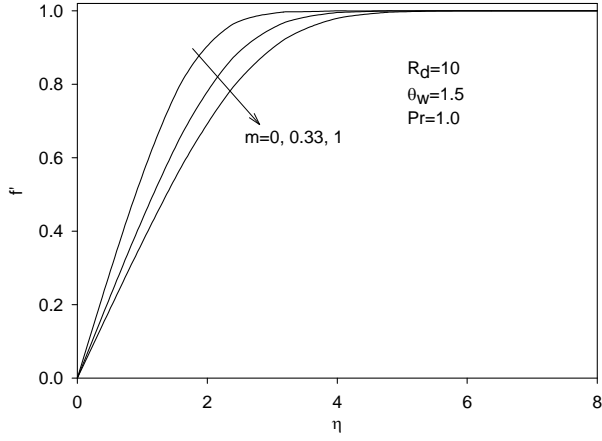
m	Bu çalışma	Cebeci (2002)
1	0.5701	0.5708
0.33	0.4403	0.4402
0.1	0.3741	0.3741
0.0	0.3320	0.3321

Bu çalışmada, bir köşe akışı etrafındaki zorlanmış taşınım ile ısı transferine, boyutsuz basınç m, üfleme/emme  $f_w$  ve ısı ışınım parametresinin  $R_d$  etkileri araştırılmıştır. Çalışmadaki temel parametreler: boyutsuz basınç parametresi,  $m=1, 0.33, 0.1$  ve  $0$ ; ısı ışınım parametresi  $R_d=1, 5$ , ve  $10$ ; yüzey sıcaklık parametresi  $\theta_w=1.5, 1.7$  ve  $2.0$ ; ve emme/üfleme parametresi,  $f_w=-0.1, 0.0$ , ve  $0.1$  olarak seçilmiştir.

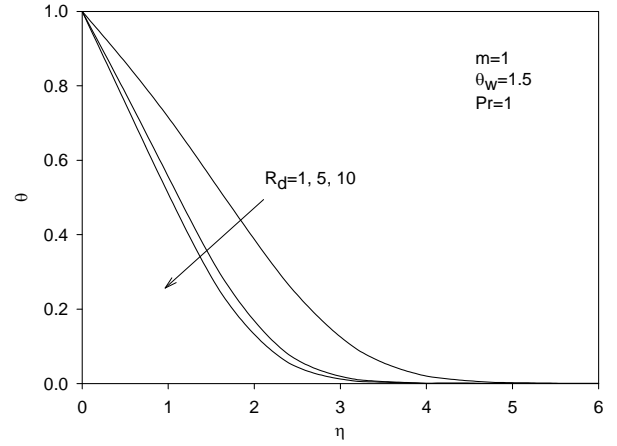
Şekil 2'de, boyutsuz basınç parametresinin farklı değerlerinde, sınır tabaka içindeki boyutsuz hız (a) ve sıcaklık (b) profilleri gösterilmiştir. Boyutsuz basınç parametresi m'in artmasıyla, momentum sınır tabaka kalınlığı artarken, ısı sınır tabaka kalınlığının azaldığı tespit edilmiştir.

Şekil 3'te, boyutsuz basınç parametresi m ve ısı ışınım parametresi  $R_d$ 'nin, ısı transferi parametresine  $-\theta(0)$  olan etkisi gösterilmiştir. Sabit basınç parametresinde; ısı ışınım parametresinin artmasıyla, ısı sınır tabaka kalınlığı azalmış ve ısı transferi parametresinin arttığı belirlenmiştir. Benzer şekilde, sabit ısı ışınım parametresinde; basınç parametresinin artmasıyla, momentum ve ısı sınır tabaka kalınlıkları azalmış ve ısı transferi parametresinin arttığı tespit edilmiştir (Şekil 3).

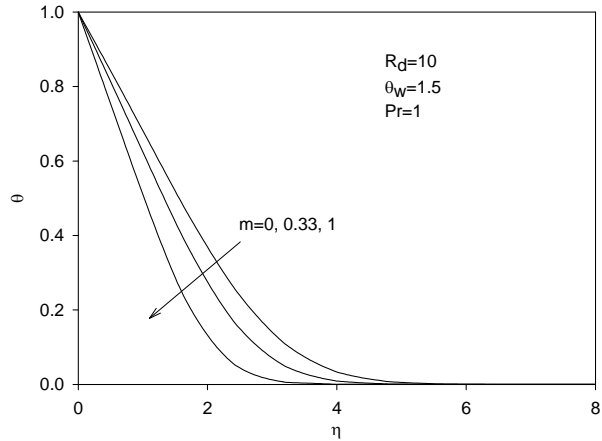
Zorlanmış taşınım ile ısı transferinde, momentum denkleminin enerji denkleminde bağımsız olması sebebiyle, enerji denklemindeki ana boyutsuz sayılar (Pr,  $R_d$  ve  $\theta_w$ ), hız profilini etkilememiştir. Şekil 4'te, ısı ışınım parametresi  $R_d$ 'nin boyutsuz sıcaklık profiline (a) ve ısı transferi parametresine (b) etkisi gösterilmiştir. ısı ışınım parametresinin artmasıyla, ısı sınır tabaka kalınlığının azaldığı (Şekil 4a) ve dolayısıyla ısı transferi parametresinin arttığı (Şekil 4b) tespit edilmiştir.



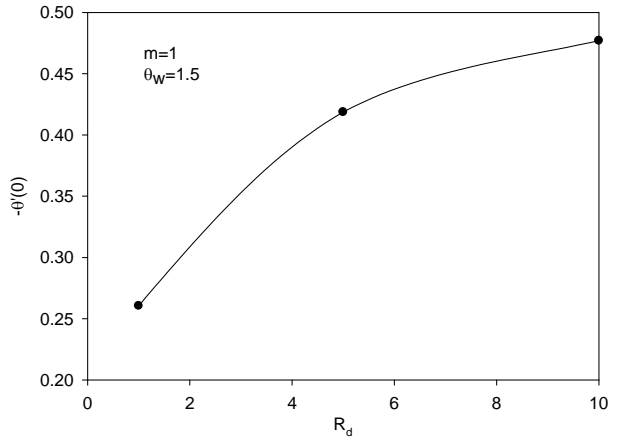
(a)



(a)



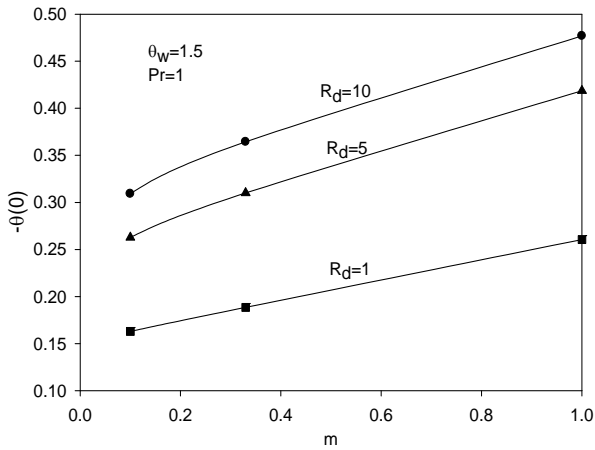
(b)



(b)

Şekil 2. Boyutsuz basınç parametresinin boyutsuz hız (a) ve sıcaklık (b) profiline etkisi

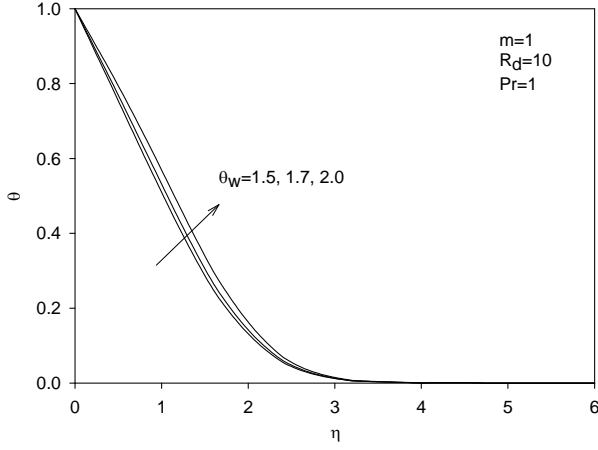
Şekil 4. Isıl ışınım parametresinin boyutsuz sıcaklık profili (a) ve ısı transferi parametresine (b) etkisi



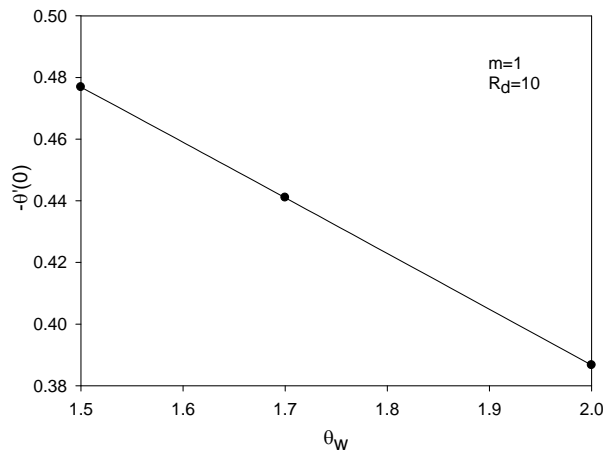
Şekil 3. Boyutsuz basınç parametresinin ısı transferine etkisi

Yüzey sıcaklık oranı  $\theta_w$ 'nin, boyutsuz sıcaklık profili ve ısı transfer parametresine etkisi Şekil 5a ve b'de gösterilmiştir. Yüzey sıcaklık oranının artmasıyla, sınır tabaka içindeki sıcaklık arttığından ısı sınır tabaka kalınlığının arttığı (Şekil 5a), ısı transfer parametresinin (Şekil 5b) ise azaldığı belirlenmiştir.

Emme/üfleme parametresinin farklı değerleri için elde edilen boyutsuz hız ve sıcaklık profilleri, Şekil 6a ve b'de gösterilmiştir. Burada,  $f_w > 0$  olması yüzeyden emme ve  $f_w < 0$  olması yüzeyden üfleminin yapıldığını,  $f_w=0$  olması ise yüzeyin geçirimsiz olduğunu belirtmektedir. Sınır tabaka içine akışkan üflendiğinde ( $f_w < 0$ ), momentum ve ısı sınır tabaka kalınlıkları artarken (hız ve sıcaklık gradyanı azalmakta), emme yapıldığında ( $f_w > 0$ ) momentum ve ısı sınır tabaka kalınlıklarının azaldığı (hız ve sıcaklık gradyanı artmakta) görülmüştür. Artan emme/üfleme parametresiyle, momentum ve ısı sınır tabaka kalınlıkları azaldığından, ısı transferi parametresinin arttığı belirlenmiştir (Şekil 7).



(a)



(b)

Şekil 5. Yüzey sıcaklık oranının boyutsuz sıcaklık profili (a) ve ısı transferi parametresine (b) etkisi

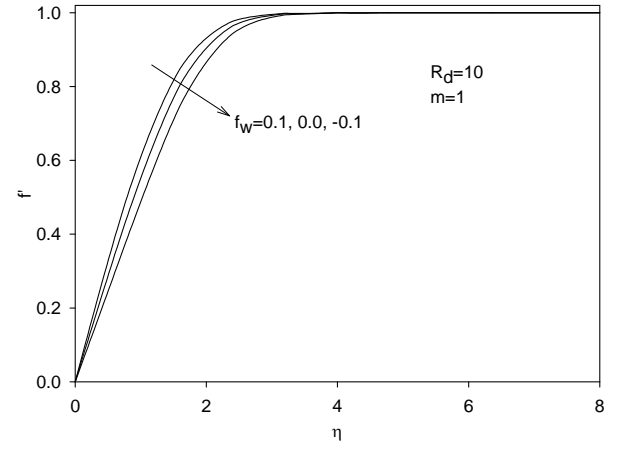
## SONUÇLAR

Çalışmadan şu sonuçlar elde edilmiştir:

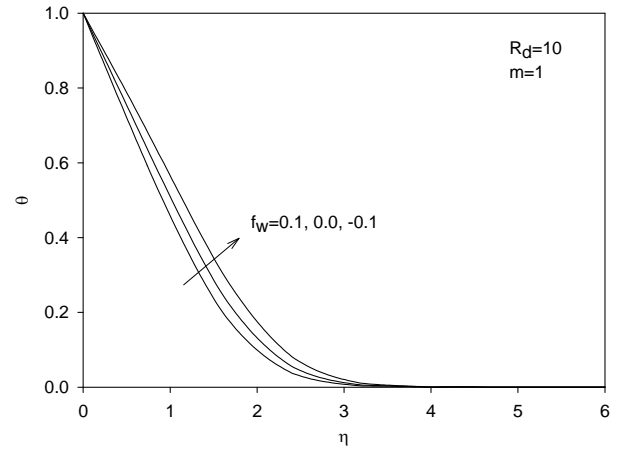
i.) Boyutsuz basınç ve emme/üfleme parametrelerinin artmasıyla, momentum ve ısı sınır tabaka kalınlıkları azalmakta ve buna bağlı olarak ısı transferi parametresi artmaktadır.

ii.) Zorlanmış taşınım ile ısı transferinde, ısı ışınım parametresinin momentum ve enerji denklemleri birbirinden bağımsız olduğundan momentum sınır tabaka üzerinde bir etkisi olmadığı, sadece sıcaklık profili üzerinde etkin olduğu ve artmasıyla ısı transferi parametresinin arttığı görülmüştür.

iii.) Yüzey sıcaklık oranının artmasıyla ısı sınır tabaka kalınlığının arttığı ve ısı transferi parametresinin azaldığı tespit edilmiştir.

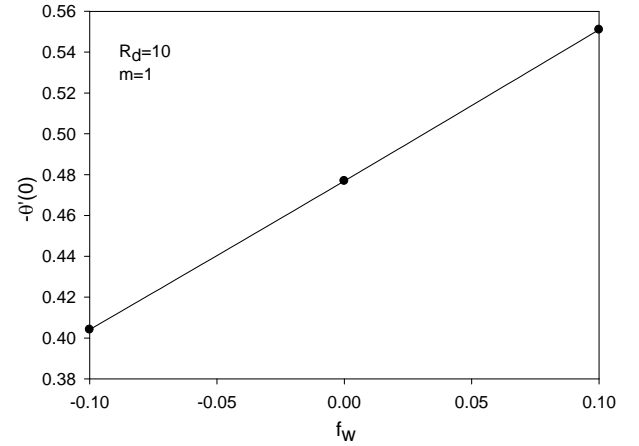


(a)



(b)

Şekil 6. Emme/üfleme parametresinin boyutsuz hız (a) ve sıcaklık (b) profiline etkisi



Şekil 7. Emme/üfleme parametresinin ısı transferine etkisi

## KAYNAKLAR

Alam, M.S., Rahman, M.M., Sattar, M.A., Effects of variable suction and thermophoresis on steady MHD combined free-forced convective heat and mass transfer flow over a semi-infinite permeable inclined plate in the presence of thermal radiation, *International Journal of Thermal Sciences*, 47, 758–765, 2008.

Al-Odat, M.Q., Al-Hussien, F.M.S., Damseh, R.A., Influence of radiation on mixed convection over a

wedge in non-Darcy porous medium, *Forsch Ingenieurwes* 69, 209–215, 2005.

Cebeci, T., Bradshaw, P., *Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer*, Springer, New York, 1984.

Cebeci, T., *Convective Heat Transfer* (2nd ed.), Springer, New York, 2002.

Chamkha, A.J., Mujtaba, M., Quadri, A., Issa, C., Thermal radiation effects on MHD forced convection flow adjacent to a non-isothermal wedge in the presence of heat source or sink, *Heat and Mass Transfer* 39, 305-312, 2003.

Damseh, R.A., Duwairi, H.M., Al-Odat, M., Similarity analysis of magnetic field and thermal radiation effects

on forced convection flow, *Turkish Journal of Engineering Environmental Sciences* 30, 83–89, 2006.

Hossain, M.A., Takhar, H.S., Radiation effects on mixed convection along a vertical plate with uniform surface temperature, *Heat and Mass Transfer* 31, 243–248, 1996.

Sparrow, E.M., Cess, R.D., Free convection with blowing or suction, *Journal of Heat Transfer* 83, 387-396, 1961.

Yih, K.A., Radiation Effect on Mixed Convection over an Isothermal Wedge in Porous Media: The Entire Regime, *Heat Transfer Engineering* 22, 26- 32, 2001.

Yih, K.A., Radiation effect on mixed convection over an isothermal cone in porous media, *Heat and Mass Transfer* 37, 53-57, 2001.



**Ahmet KAYA**, 1978 yılında Kayseri'nin Sarız ilçesinde doğdu. 1999 yılında Niğde Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü'nden mezun oldu. 2001 ve 2008 yıllarında sırasıyla yüksek lisans ve doktora derecelerini aldı. 2002-2008 yılları arasında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı'ndan araştırma görevlisi olarak çalıştı. 2008 yılının ikinci yarısından itibaren Aksaray Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümünde araştırma görevlisi doktor olarak görev yapmaktadır.



**Orhan AYDIN**, 1972 yılında Trabzon'da doğdu. 1991 yılında KTÜ Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü'nden mezun oldu. 1994 ve 1998 yıllarında sırasıyla yüksek lisans ve doktora derecelerini aldı. 1999-2001 ve 2003-2004 yılları arasında ABD University of Michigan'da doktora sonrası araştırmacı olarak çalıştı. 2002 yılında doçent ve 2007 yılında profesör oldu.