

Farklı Uzamsal Akıl Yürütme Düzeyindeki İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Kovaryasyonel Akıl Yürütme Becerileri

Muhammet Doruk*, Fikret Cihan**

Makale Geliş Tarihi: 15/06/2024

Makale Kabul Tarihi: 13/09/2024

DOI: 10.35675/befdergi.1501689

Öz

Bu araştırmanın amacı ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının uzamsal akıl yürütme düzeylerini tespit etmek ve farklı uzamsal akıl yürütme düzeylerindeki öğretmen adaylarının kovaryasyonel akıl yürütme becerilerini incelemektir. Bir durum çalışması olan bu araştırmanın ilk kısmında öğretmen adaylarının uzamsal akıl yürütme düzeyleri tespit edilmeye çalışılmıştır. 13 öğretmen adayına Uzamsal Yetenek Testi uygulanmıştır. Elde edilen verilerin analizinde nicel betimsel istatistiklerden faydalanılmıştır. Analiz sonucunda farklı uzamsal akıl yürütme düzeyine sahip beş öğretmen adayı tespit edilmiştir ve araştırmanın ikinci kısmında bu öğretmen adaylarının kovaryasyonel akıl yürütme becerileri incelenmiştir. Kovaryasyonel Akıl Yürütme Formu ile yapılandırılmamış ve yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen veriler nitel betimsel analiz ile çözümlenmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre öğretmeni adaylarının uzamsal akıl yürütme düzeyleri arttıkça kovaryasyonel akıl yürütme becerileri de artmaktadır.

Anahtar Kelimeler: İlköğretim matematik öğretmeni adayı, kovaryasyonel akıl yürütme, uzamsal akıl yürütme

Covariational Reasoning Skills of Primary School Mathematics Teacher Candidates at Different Spatial Reasoning Levels

Abstract

The aim of this study is to determine the spatial reasoning levels of primary school mathematics teacher candidates and to examine the covariational reasoning skills of teacher candidates at different spatial reasoning levels. In the first part of this research, which is a case study, it was tried to determine the spatial reasoning levels of prospective teachers. Spatial Ability Test was applied to 13 teacher candidates. Quantitative descriptive statistics were used in the analysis of the data obtained. As a result of the analysis, five teacher candidates with different spatial reasoning levels were identified, and in the second part of the research, the covariational reasoning skills of these teacher candidates were examined. Data obtained from unstructured and semi-structured interviews with the Covariational Reasoning Form were

* Uşak Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Uşak,

Türkiye, mdoruk20@gmail.com, ORCID: [0000-0003-3085-1706](https://orcid.org/0000-0003-3085-1706)^{id}

** Kırklareli Üniversitesi, Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu, Bilgisayar Teknolojileri

Bölümü, Kırklareli, Türkiye, fikret.cihan@klu.edu.tr, ORCID: [0000-0001-8783-4136](https://orcid.org/0000-0001-8783-4136)^{id}

Kaynak Gösterme: Doruk, M., & Cihan, F. (2024). Farklı uzamsal akıl yürütme düzeyindeki ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının kovaryasyonel akıl yürütme becerileri. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(44), 2804-2834.

analyzed with qualitative descriptive analysis. According to the results, as prospective teachers' spatial reasoning levels increase, their covariational reasoning skills also increase.

Keywords: *Covariational reasoning, prospective primary school mathematics teacher, spatial reasoning*

Giriş

Rota planlama, varlıkların yerini belirleme ve nesnelere tasavvur etme gibi dünyayla günlük etkileşimlerin her alanında ihtiyaç duyulan (Byrne & Johnson-Laird, 1989) uzamsal akıl yürütme; “uzamsal nesnelere, ilişkilere ve dönüşümlere ilişkin zihinsel temsillerin oluşturulduğu ve manipüle edildiği bir dizi bilişsel süreçten oluşur” (Clements & Battista, 1992, s. 420). Uzamsal akıl yürütme ve uzamsal yapılar algı ve biliş için önemli bir yere sahip olmakla birlikte uzamsal temsiller de bilişsel görevlerin altında yatan geometrik sezgilerin çok güçlü bir kaynağıdır (Aiello, 2002). Uzamsal yetenek kavramı; literatürde uzayın kullanımına ilişkin yetenekler için kullanılmaktadır (Olkun, 2003). Lohman (1996, s. 98) üniter bir yapı olmayan uzamsal yeteneği “iyi yapılandırılmış görsel imgeleri oluşturma, saklama, geri getirme ve dönüştürme yeteneği” olarak tanımlamıştır. Uzamsal düşünme, uzamsal yetenek ve uzamsal beceri kavramları literatürde birbirlerinin yerine kullanılmaktadır (Cantürk-Günhan vd., 2009; Turğut & Yenilmez, 2012). Uzamsal yeteneğin alan yazında farklı tanımları olduğu gibi tanımlardaki bu farklılıklardan hareketle (Cantürk-Günhan vd., 2009) farklı çalışmalarda uzamsal yeteneğin farklı bileşenlerinin (Just & Carpenter, 1985; Linn & Petersen, 1985; McGee, 1979; Olkun, 2003) olduğu savunulmuştur. Örneğin McGee (1979) çalışmasında uzamsal yetenekle ilgili literatürü gözden geçirerek görselleştirme (visualization) ve oryantasyon (orientation) olmak üzere iki farklı kategoriden bahsetmiştir. Bu çalışmadaki ayırmda uzamsal görselleştirme kişilerin uzaydaki nesnelere dönüşlerini hayal edilebilme yeteneğini, uzamsal oryantasyon (yönelim) ise bir konfigürasyon ve onun parçaları ile kişinin kendi konumu arasındaki ilişkileri kavrayabilme yeteneğini ifade etmektedir (McGee, 1979). Linn ve Petersen (1985) tarafından yapılan çalışmada uzamsal yeteneğin “uzamsal algı” (spatial perception), “zihinsel döndürme” (mental rotation) ve uzamsal görselleştirme (spatial visualization) olmak üzere üç bileşeni incelenmiştir. Deneklerin bazı dikkat dağıtıcı uyaranlara rağmen uzamsal ilişkileri kendi bedenlerinin konum ve yönelimlerine göre belirlemelerini gerektiren “uzamsal algı” (spatial perception), iki boyutlu bir şekli veya üç boyutlu bir cisim döndürme yeteneğini ifade eden “zihinsel döndürme” (mental rotation) (Shepard & Cooper, 1982; Shepard & Metzler, 1971), blok tasarımı, kâğıt katlama ve gizli şekiller gibi görselleştirme görevleri (Binet & Simon, 1916) içerebilen ve uzamsal olarak sunulan bilgilerin karmaşık manipülasyonlarından oluşan uzamsal yetenek görevleriyle ilişkilendirilen uzamsal görselleştirme (spatial visualization) bileşenlerini tanımlamışlardır (Linn & Petersen, 1985).

Uzamsal düşünme, matematiksel düşünme bağlamında bireyin problem çözerken tablolar veya şekiller çizmesini ve zihninde bunları canlandırabilmesini, geometrik düşünme bağlamında da şekilleri zihinde tutmayı ve bunlar arasındaki ilişkiyi daha iyi kavramasını sağlar (Turut vd., 2009). Geometri ve uzamsal akıl yürütmenin birbirleri ile güçlü bir şekilde ilişkisinin olduğu söylenebilir ve çoğu matematik eğitimcisine göre uzamsal akıl yürütme geometri müfredatlarının önemli bir parçasıdır (Clements & Battista, 1992). Uzamsal akıl yürütme geometri dışında da pek çok matematik konusunun öğretiminde önemli bir yere sahiptir (Yolcu & Kurtuluş, 2010). Ayrıca uzamsal yeteneğin matematik başarısı ile güçlü pozitif bir ilişkisi olduğu söylenebilir (Battista, 1994; Clements & Battista, 1992). Bu yüzden matematik öğretmen adaylarının uzamsal yeteneklerinin ve alt bileşenlerine ait yeteneklerinin gelişmiş olması beklenmektedir. Ancak literatürdeki bazı çalışmalar öğretmen adaylarının uzamsal akıl yürütmelerinin ve uzamsal düşüncelerinin düşük ya da orta düzeyde olduğunu (Çakmak vd., 2014; Putri, 2018; Turğüt & Yenilmez, 2012; Turğüt vd., 2017; Yazgan & Kozaklı-Ülger, 2022) ortaya koymaktadır. Örneğin Putri'nin (2018) 35 matematik öğretmen adayıyla yürüttüğü çalışmasının sonuçları öğretmen adaylarının yarısından çoğunun orta düzeyde uzamsal yeteneğe sahip olduğunu ortaya çıkarmıştır. Turğüt ve Yenilmez (2012) çalışmalarında ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının uzamsal görselleştirme becerilerinin çok düşük düzeyde olduğunu ortaya koymuştur. Yazgan ve Kozaklı-Ülger'in (2022) matematik öğretmen adaylarının cebirsel, orantısal, olasılıksal ve uzamsal akıl yürütme başarı düzeylerini karşılaştırdığı çalışmalarının sonuçları öğretmen adaylarının en başarısız oldukları akıl yürütme türünün uzamsal akıl yürütme olduğunu ortaya koymuştur. Turğüt, Yenilmez ve Balbağ (2017) tarafından yürütülen çalışmanın sonuçları ise fen ve ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının mantıksal düşünme becerilerinin yüksek ancak bunun aksine uzamsal düşünme becerilerinin ise düşük düzeyde olduğunu ortaya koymuştur. Çakmak, Konyalıoğlu ve Işık'ın (2014) çalışmalarında öğretmen adaylarının uzamsal düşünme becerilerini ölçmek için adaylardan bazı üç boyutlu cisimlerin yüzey açınımlarını çizmeleri istenmiş ve sonuç olarak öğretmen adaylarının geometrik cisimleri uzamsal düşünmede güçlükler yaşadıkları ortaya çıkmıştır. Ünal, Jakubowski ve Corey (2009) farklı düzeyde uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmeni adaylarının geometri öğrenme farklılıklarına odaklanmışlar ve düşük uzamsal yeteneklere sahip öğretmen adaylarının geometri öğrenirken daha fazla güçlük yaşadıklarını saptamışlardır.

Uzamsal yeteneklerin veya alt bileşenlerinin farklı özelliklerle ilişkili olup olmadığını inceleyen çalışmalar (Dündar vd., 2019; Hacıömeroğlu & Hacıömeroğlu, 2017; Just & Carpenter, 1985; Kösa, 2016a; Karaman & Yontar-Toğrol, 2015; Lean & Clements, 1981; Linn & Petersen, 1985; Maeda & Yoon, 2013; Polat, Oflaz & Akgün, 2019; Sarı, 2016; Şen, 2021; Turğüt vd., 2017) da literatürde mevcuttur. Bu çalışmalarda uzamsal yetenekle ilişkili olan veya olmayan beceri ve özellikler ortaya konmuştur. Örneğin Just ve Carpenter'in (1985) çalışmasının sonuçlarına göre uzamsal yeteneği yüksek olan öğrenciler manipülasyon süreçlerinde daha hızlıdır. Fennema ve Tartre (1985) tarafından yapılan çalışmanın sonuçlarına göre farklı

uzamsal görselleştirme becerisine sahip öğrencilerin doğru problem çözümlerini bulma becerileri farklılık göstermese de uzamsal görselleştirme becerisi yüksek öğrenciler düşük olan öğrencilere göre problem çözerken uzamsal becerileri daha sık kullanmışlardır. Putri'nin (2018) çalışması ise geometrik problem çözmede uzamsal beceri ile matematik yeteneği arasındaki pozitif ilişkiyi ortaya çıkarmıştır.

Literatürdeki bazı çalışmaların sonuçları cinsiyet değişkeninin uzamsal yetenek türleri üzerine anlamlı bir etkisinin olmadığını ortaya koysa (Turğut ve Yenilmez, 2012; Şen, 2021) da literatürdeki pek çok çalışmanın sonuçları uzamsal yeteneklerin erkek öğrencilerin lehine farklılaştığını ortaya koymuştur (Dündar vd., 2019; Hacıömeroğlu & Hacıömeroğlu, 2017; Linn & Petersen, 1985; Maeda & Yoon, 2013; Sarı, 2016). Bu çalışmalardan farklı olarak literatürdeki bazı çalışmaların sonuçları cinsiyet farklılıklarının uzamsal yeteneklerin bazı alt bileşenleri üzerine anlamlı bir etkisinin olduğunu ortaya koymuştur (Linn & Petersen, 1985; Maeda & Yoon, 2013; Okagaki & Frensch, 1994). Örneğin Linn ve Petersen'e (1985) göre uzamsal yetenekteki cinsiyet farklılıkları eğitim camiasında yaygın olarak kabul edilen bir kanı olsa da bu farklılıkların büyüklüğü, doğası ve ilk ortaya çıkma yaşı tartışmalı bir konudur. Bu çalışmadaki meta-analiz sonuçları cinsiyet farklılıklarının bazı uzamsal yetenek türlerinde ortaya çıktığını bazılarında ise oluşmadığını (Linn & Petersen, 1985) ortaya koymuştur. Benzer şekilde Okagaki ve Frensch'in (1994) çalışması erkekler ve kadınlar arasında güvenilir ve tutarlı farklılıkların sadece karmaşık zihinsel döndürme görevlerinde ortaya çıktığını görselleştirme becerilerinde ise bu farkların oluşmadığını ortaya koymuştur.

Bu araştırmanın diğer bir odak noktası da ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kovaryasyonel akıl yürütme becerileridir. Kovaryasyonel akıl yürütme; temelinde niceliksel akıl yürütme fikrine (Thompson, 1990; Thompson, 1993) dayanmaktadır. Saldanha ve Thompson (1998) kovaryasyon kavramını, bir kişinin iki niceliğin büyüklüğünün eşzamanlı değişiminin görüntüsünü akılda tutması olarak tanımlamıştır. Carlson, Jacobs, Coe, Larsen ve Hsu (2002, s. 354) kovaryasyonel akıl yürütmeyi "birbirleriyle ilişkili olarak nasıl değiştiklerine dikkat ederken iki farklı niceliği koordine etmekle ilgili bilişsel faaliyetler" olarak tanımlamıştır. Kovaryasyonel akıl yürütme, öğrencilerin fonksiyon sınıflarını ve ilişkilerini, eğimi, ortalama veya anlık değişim oranını (veya hızını) ve oran-orantıya ilişkin niceliksel durumları kavramsallaştırmaları (Carlson vd., 2002; Johnson, 2012; Kertil, 2020; Paoletti & Moore, 2017; Thompson, 1994; Thompson & Carlson, 2017; Ulusoy, 2020; Yemen-Karpuzcu vd., 2017) ile genelleme, modelleme ve problem çözüme gibi zihinsel süreçleri canlandırmaları için oldukça önemli bir yere sahiptir (Paoletti & Moore, 2017). Literatürde kovaryasyonel akıl yürütme ile ilgili matematik öğretmeni adayları (Kertil, 2020; Kertil vd., 2019; Yemen-Karpuzcu vd., 2017) ve matematik öğretmenleri (Şen-Zeytun vd., 2010; Thompson vd., 2017) ile yapılan çalışmalara rastlanmaktadır. Bu çalışmalarda öğretmen adayları ve öğretmenlerin kovaryasyonel akıl yürütme becerilerine odaklanılmış ve bu becerilerdeki güçlükler tespit edilmiş ayrıca bu becerilerin geliştirilmesine katkı sağlayacak öğretim materyalleri ve

öğrenme ortamlarının etkileri tartışılmıştır. Ancak literatürdeki çalışmalardan ayrı olarak bu çalışmada farklı uzamsal akıl yürütme düzeylerine sahip ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kovaryasyonel akıl yürütme becerileri incelenmiş ve bu iki akıl yürütme arasındaki ilişkiye dair çıkarımlarda bulunulmuştur. Bu araştırmada öğretmen adaylarının kovaryasyonel akıl yürütme becerilerini belirlemede pek çok çalışmada kullanılan “şişe problemi” ve şişe-grafik etkinlikleri baz alınmıştır (Carlson, 1998; Carlson vd., 2002; Ulusoy, 2020; Yemen-Karpuzcu vd., 2017). Carlson ve diğerleri (2002) öğrencilerin kovaryasyonel niceliklerin büyüklüklerini veya sayısal değerlerini koordine ederken gerçekleştirdikleri zihinsel eylemleri iki değişkendeki değişimlerin koordine edilmesi, değişimin yönü, değişim miktarları ve değişim oranları olarak isimlendirmişler ve tanımlamışlardır. Bu araştırmada farklı olarak kovaryasyonel akıl yürütme süreci; çizimi yapılacak nesnelerin kritik bölgelerin belirlenmesi (doğru tayin edilmesi), kritik bölgelerde doğru çizimlerin yapılması (hacim-yükseklik grafiği ve yükseklik-hacim grafiği) ve bağımlı-bağımsız değişken arasındaki doğru ilişkilerin kurulması çerçevesinden değerlendirilmiştir. Öğretmen adaylarının üç boyutlu gösterimleri iki boyuta indirgeme becerileri araştırmanın odak konusu haline getirilmiştir. Buradan hareketle araştırmanın amacına paralel şekilde aşağıdaki üç alt araştırma problemine cevap aranmıştır.

- Öğretmen adaylarının uzamsal yönelim ve uzamsal görselleştirme alt boyutlarındaki uzamsal akıl yürütme düzeyleri nasıldır?
- Öğretmen adaylarının kovaryasyonel akıl yürütme becerileri nasıldır?
- Farklı uzamsal akıl yürütme düzeylerindeki öğretmen adaylarının kovaryasyonel akıl yürütme becerileri nasıldır?

Yöntem

Nitel araştırma desenleriyle desenlenmiş olan bu araştırma bir durum çalışmasıdır. Durum çalışmalarında spesifik bir örneğe, nesneye veya vakaya odaklanılır ve karmaşık bir bağlam içinde bir anlayışa ulaşılır (Stake, 2005). Bu araştırma küçük bir araştırma grubu ile, farklı uzamsal akıl yürütme düzeyindeki öğretmen adaylarının kovaryasyonel akıl yürütme becerilerini ortaya çıkarmayı amaçlandığından dolayı durum çalışması olarak yürütülmüştür.

Araştırma Grubu

İki kısımdan oluşan bu araştırmanın ilk kısmı Türkiye’deki bir devlet üniversitesinde öğrenim gören 13 ilköğretim matematik öğretmen adayıyla yürütülmüştür. Öğretmen adaylarının beşi kız, sekizi erkektir, yaş ortalamaları 22’dir. Öğretmen adayları, dört yıllık olan ilköğretim matematik öğretmenliği programının son sınıf öğrencileridir. Güz yarıyılı sonu itibari ile alt sınıflardan başarısız dersleri olmayan öğretmen adaylarının, bahar yarıyılı sonunda mezun olmalarına engel bir durumu yoktur. Bu çerçeveden bakıldığında, çalışmaya katılan öğretmen adaylarının bölümlerini başarı

ile sürdürdükleri söylenebilir. Bu öğretmen adayları Mantıksal Akıl Yürütme dersi kapsamında akıl yürütme ve akıl yürütme türleri hakkında bilgilendirilmiştir. Uygulamanın yapıldığı devlet üniversitesinde söz konusu derse devam eden 13 öğretmen adayı mevcuttur. Öğretmen adaylarına matematiksel muhakeme ve muhakeme türleri arasında uzamsal akıl yürütme ve kovaryasyonel akıl yürütme hakkında bilgi verilmiştir. Bu nedenle öğretmen adaylarının seçiminde Mantıksal Akıl Yürütme dersini alma ölçütü kullanılarak ölçüt örnekleme yöntemi dikkate alınmıştır. Araştırmaya katılan öğretmen adayları Ö1, Ö2, Ö3, ..., Ö13 kodlarıyla kodlanmış ve bu katılımcılara Uzamsal Yetenek Testi uygulanmıştır.

Araştırmanın ikinci bölümü için öğretmen adaylarının Uzamsal Yetenek Testinden aldıkları puanlar beş farklı başarı düzeyine ayrılmış ve her düzeyi temsilen bir matematik öğretmeni adayı seçilmiştir. Bu bağlamda araştırmanın ikinci bölümü için araştırma grubunun seçiminde maksimum çeşitlilik (heterojenite) örnekleme yönteminin dikkate alındığı söylenebilir. Maksimum çeşitleme yönteminde incelenen konu bakımından olabildiğince farklı katılımcılarla çalışılır (Patton, 2014). Çalışmanın amacı olabildiğince farklı uzamsal akıl yürütme düzeyindeki öğrencileri seçmek ve uzamsal akıl yürütme becerileri ile kovaryasyonel akıl yürütme becerileri arasındaki ilişkileri ve örüntüleri keşfetmektir. Bunun için uzamsal akıl yürütme düzeylerine göre her düzeyden bir öğrenci olarak maksimum çeşitlilik yakalanmaya çalışılmıştır. Farklı düzeyde uzamsal akıl yürütmeye sahip öğretmen adayları için düşük düzeyden yükseğe doğru M1, M2, M3, M4 ve M5 kodları kullanılmıştır. M1 ve M3 kız, M2, M4 ve M5 erkek öğretmen adaylarıdır.

Veri Toplama Araçları

Uzamsal yetenekler kâğıt-kalem testleri, performans testleri, sözel testler ya da film veya dinamik bilgisayar tabanlı testler ile ölçülebilirler (Lohman, 1996). Bu çalışmada öğretmen adaylarının uzamsal yetenekleri kâğıt-kalem testleri ile ölçülmüştür. Ayrıca bu çalışmada öğretmen adaylarının uzamsal yetenekleri McGee'nin (1979) uzamsal yönelim ve uzamsal görselleştirme alt bileşenlerinde incelenmiştir. Bunun için öğretmen adaylarının kart çevirme, küp karşılaştırma, kâğıt katlama ve yüzey oluşturma başarılarına odaklanılmıştır. Kart çevirme ve küp karşılaştırma uzamsal yeteneğin uzamsal yönelim alt boyutu ile ilgilidir. Kâğıt katlama ve yüzey oluşturma ise uzamsal yeteneğin uzamsal görselleştirme alt boyutu ile ilgilidir. Bu iki alt boyutta öğretmen adaylarının uzamsal akıl yürütme düzeylerinin incelenmesi amaçlanmıştır.

Araştırmanın ilk bölümünde öğretmen adaylarının uzamsal akıl yürütme düzeyleri belirlenmeye çalışıldığından ilk veri toplama aracı Uzamsal Yetenek Testidir (UYT). UYT Ekstrom, French, Harmon ve Derman (1976) tarafından geliştirilmiş, Delialioğlu (1996) tarafından Türkçe'ye uyarlanarak kullanılmıştır. Literatürdeki birçok çalışmada (Delialioğlu 1996; Delialioğlu & Aşkar, 1999; Eryaman, 2009; Kayhan, 2005; Olgun, 2016; Turğut, 2010) kullanılmış olan bu test lise öğrencileri üzerine uyarlanmış (Delialioğlu 1996; Delialioğlu & Aşkar, 1999; Ekstrom vd., 1976) ve de uygulanmış (Delialioğlu & Aşkar, 1999; Kayhan, 2005) olsa da matematik

öğretmeni adaylarına da uygulanmaktadır (Eryaman, 2009; Olgun, 2016; Turğut, 2010). UYT, uzamsal yönelim ve uzamsal görselleştirme olmak üzere iki boyuttan oluşmaktadır (Delialioğlu 1996; Delialioğlu & Aşkar, 1999). Uzamsal yönelim boyutunda Kart Çevirme Testi ve Küp Karşılaştırma Testi, uzamsal görselleştirme boyutunda Kâğıt Katlama Testi ve Yüzey Oluşturma Testi yer almaktadır (Delialioğlu 1996; Delialioğlu & Aşkar, 1999). UYT'deki kart çevirme, küp karşılaştırma, kâğıt katlama ve yüzey oluşturma testlerin iç tutarlık katsayıları sırasıyla .80, .84, .84 ve .82 olarak belirtilmiştir (Delialioğlu & Aşkar, 1996, s. 36-37).

Uzamsal Yönelim boyutundaki tüm sorularda soldaki şekiller sağdaki şekillerin aynısı ise sabit (S), farklı ise değişik (D) şıklarını işaretlemeleri istenmiştir. Kart Çevirme Testi onarlı iki bölümden oluşup her bölüm için üçer dakikalık süre verilmiştir. Yanıtlanması gereken 160 madde yer almaktadır. Küp Karşılaştırma Testinde de benzer olarak üçer dakika süre verilen yirmişer sorudan oluşan iki bölüm yer almıştır. Toplamda 42 maddeden oluşmaktadır. Testlerin yönergesinde bulunan uzamsal yönelim alt boyutuna yönelik cevaplı örnek sorular aşağıda sunulmuştur.

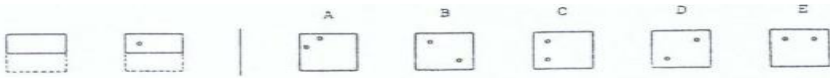


Şekil 1. Kart çevirme testi yönergesinden örnek bir cevaplı soru (s. Kart çevirme testinin ilk sayfası)

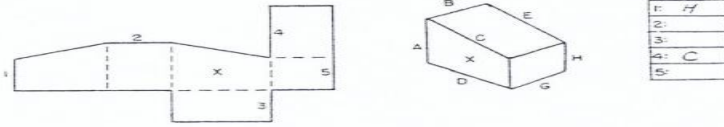


Şekil 2. Küp karşılaştırma testi yönergesinden örnek bir cevaplı soru (s. Küp karşılaştırma testinin ilk sayfası)

Uzamsal görselleştirme boyutundaki Kâğıt Katlama Testinde yine üçer dakika süre verilen yirmişer soru bulunmaktadır. Çeşitli şekillerde katlanan 20 kâğıt delindiğinde kâğıdın açık şeklinin nasıl bir görünüme sahip olacağı sorulmaktadır. Cevaplanması için 20 madde yer almaktadır. Cevaplar beş seçenek arasından seçilmektedir. Yüzey Oluşturma Testinde altışarlı iki test yer almakta olup altışar dakika süre verilmiştir. Yüzey açılımı verilen bir şeklin yüzeyinin kapanması sonucunda kenarlarının tahmin edilmesi istenmiştir. Her soruda beş madde mevcuttur.

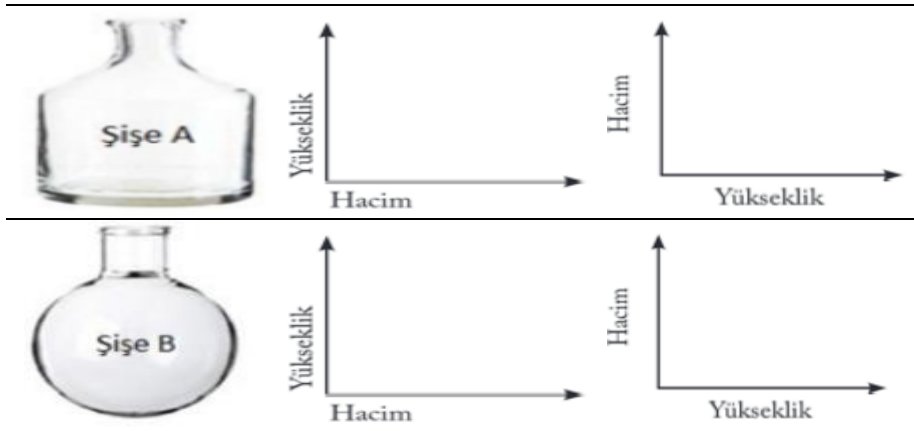


Şekil 3. Kâğıt katlama testi yönergesinden örnek bir cevaplı soru (s. Kâğıt katlama testinin ilk sayfası)



Şekil 4. Yüzey oluşturma testi yönergesinden örnek bir cevaplı soru (s. Yüzey oluşturma testinin ilk sayfası)

Araştırmanın ikinci bölümünde farklı uzamsal akıl yürütme düzeyindeki öğretmen adaylarının kovaryasyonel akıl yürütme becerileri ortaya çıkarılmak istenmiş ve veri toplama aracı olarak Kovaryasyonel Akıl Yürütme Formu (KAYF) kullanılmıştır. Bu amaçla literatür incelenmiş ve ilgili alanda çokça kullanılan şişe benzeri nesnelere ve şişe-grafik etkinlikleri incelenmiştir (Carlson, 1998; Carlson vd., 2002; Kertil, 2020; Stalvey & Vidakovic, 2015; Şen-Zeytun vd., 2010; Ulusoy, 2020; Yemen-Karpuzcu vd., 2017). Hem görselliğinin netliği hem de şişelerin farklı bölümlerinde çeşitli kıvrımlara sahip olduğu için Ulusoy (2020, s. 468) tarafından kullanılan şişelerin düzenlenerek kullanılması uygun görülmüştür. Ulusoy'dan (2020) farklı olarak, öğretmen adaylarının bağımlı-bağımsız değişken arasındaki ilişki ayrımını daha açık bir şekilde görmek için iki şişenin hem yükseklik-hacim hem de hacim-yükseklik grafiğinin çizilmesi istenmiştir. Ayrıca, her şişenin altına eksen isimleri belirtilen iki boş eksen verilmiştir. Yaptıkları çizimlere yönelik açıklama yapmaları talep edilmiştir. Kullanılan KAYF'ta "Aşağıdaki iki boş şişeye aynı miktar su akan muslukla su dolduruluyor. Şişeler doluncaya kadar şişelerin içindeki suyun hacim-yükseklik ve yükseklik-hacim grafiklerini çizin. Nasıl çizdiğinizizi açıklayınız." soru ifadesine Şekil 5'teki şişe ve eksenler eklenerek kovaryasyonel akıl yürütme problemleri oluşturulmuştur.



Şekil 5. KAYF'ta yer alan probleme ait şişeler (Ulusoy, 2020, s. 468) ve eksenler

Son olarak farklı uzamsal akıl yürütme düzeyine sahip M1, M2, M3, M4 ve M5 kodlu öğretmen adayları ile yapılandırılmamış görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde öğretmen adaylarının KAYF'ta yaptığı çizim ve açıklamaların teyidinde odaklanılmıştır. Bu nedenle öğretmen adaylarından çizimleri nasıl yaptıklarını tekrar açıklamaları istenmiştir. Farklı uzamsal akıl yürütme düzeyindeki öğretmen adaylarının, kovaryasyonel akıl yürütme süreçlerindeki farklılaşmaları keşfetmek için detaylı betimlemelere ihtiyaç duyulmuş, bu yüzden yapılandırılmamış görüşmeler yapılmıştır. Görüşmelerde farklı uzamsal akıl yürütme düzeyine sahip beş öğretmen adayından, M5'in tam olarak doğru çizim ve açıklamalar yapan tek öğretmen adayı olduğu teyit edilmiştir. M5'in yaptığı çizimler ve açıklamalar doğru olmasına rağmen çizdiği doğru parçalarının eğimleri ile bağımlı-bağımsız değişken ilişkisini kurmada şekiller üzerinden akıl yürütme dışında farklı akıl yürütme yapıp yapmadığı konusunda net bir açıklama ya da çizim yapmamıştır. Bu nedenle M5 kodlu öğretmen adayının kovaryasyonel akıl yürütme sürecini detaylandırabilmek için bir kez daha görüşme ihtiyacı hissedilmiştir. Yarı-yapılandırılmış görüşme formu kullanılarak yapılan görüşmede üç soru yer almıştır. Bu sorular; “*Şişeleri neden üç parçaya ayırdın?*”, “*A şişesinin grafiklerindeki birinci ve üçüncü bölgede yer alan doğru parçalarının eğimlerini neden farklı çizdin?*” ve “*A şişesinin iki grafiği arasında (varsa) farklar ya da benzerlikler nelerdir?*” sorularıdır. Bu sorularla tüm çizimleri doğru olan ve dolayısıyla üst düzey kovaryasyonel akıl yürütme becerisine sahip olan öğretmen adayının yaptığı çizimlerde kritik bölgeleri nasıl tespit ettiği, çizimlerini ne ölçüde hassas çizdiği ve bağımlı-bağımsız değişken ilişkisini nasıl kurduğu ortaya çıkarılmak istenmiştir. Ayrıca bu öğretmen adayı bağımlı-bağımsız değişken ilişkisini tüm çizimlerde doğru kuran tek öğretmen adaydır. Bu nedenle öğretmen adayının çizimlerinde sadece şişelerin görünümünü dikkate alarak mı yoksa farklı bir akıl yürütme sonucunda mı karar verdiği merak konusu olmuştur.

Veri Toplama Süreci

Araştırmanın verileri iki aşamada toplanmıştır. İlk aşamada 13 öğretmen adayına UYT uygulanmıştır. UYT'de yer alan yönergelerde belirtilen süreler dikkate alınarak veriler toplanmıştır (Delialioğlu 1996). Bu doğrultuda Kart Çevirme Testi, Küp Karşılaştırma Testi ve Kâğıt Katlama Testinin uygulama süresi üçer dakikalık iki bölüm halinde toplamda altışar dakika, Yüzey Oluşturma Testi ise altı dakikadan oluşan iki bölüm halinde 12 dakika uygulanmıştır. Öğretmen adaylarına sırasıyla; Kâğıt Çevirme Testi, Küp Karşılaştırma Testi, Kâğıt Katlama Testi ve Yüzey Oluşturma Testi uygulanmıştır. Öğretmen adaylarına her testin başında testlerin yönergesi dağıtılmıştır. Öğretmen adaylarının yönergedeki açıklamaları incelemelerinin ve anladıklarını onaylamalarının ardından testlere geçilmiştir. Süreler kronometre ile tutulmuş, her öğretmen adayının testlere birlikte başlaması sağlanmış ve süre bitimlerinde öğretmen adaylarının devam etmesine izin verilmemiştir. Uygulama sınıf ortamında yapılmış olup 80 dakika (40 dakika uygulama süresi, ortalama 20 dakika yönergeleri inceleme süresi, ortalama 20 dakika testlerin dağıtım-toplama ve açıklama yapma süresi) içinde tamamlanmıştır. UYT zaman sınırı olan bir

ölçme aracı olduğundan yönergedeki süreler göz önüne alınmıştır. Öğretmen adaylarının çoğu testte yer alan maddelerin tamamını süresi içerisinde değerlendirememişlerdir, birçok madde yanıtız kalmıştır.

Verilerin elde edilmesinin ardından, verilerin analizi yapılmıştır. Yapılan analizler sonucunda öğretmen adaylarının elde ettikleri uzamsal akıl yürütme puanları küçükten büyüğe doğru sıralanmıştır. Elde edilen puanlar beş aralığa bölünmüş ve her aralıktan birer öğrenci seçilerek araştırmanın ikinci kısmına geçilmiştir. İkinci uygulama birinci uygulamadan bir hafta sonra gerçekleşmiştir. Farklı uzamsal akıl yürütme düzeyindeki beş öğrenciye KAYF uygulanmıştır. Uygulama sınıf ortamında yapılmış ve uygulama öncesinde birinci yazar tarafından gerekli açıklamalar yapılmıştır. Öğretmen adaylarının uygulamanın nasıl yapılacağına yönelik soruları cevaplanmıştır. KAYF uygulama sürecinde herhangi bir süre kısıtlaması yapılmamıştır. Öğretmen adaylarının 40 dakika içerisinde uygulamayı tamamladıkları gözlemlenmiştir.

Yapılandırılmamış ve yarı yapılandırılmış tüm görüşmeler birinci yazar ile öğretmen adaylarının birebir görüşebilecekleri, dışsal faktörlerin görüşmeyi olumsuz yönde etkilemeyeceğine inanılan bir ortamda gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmıştır.

Veri Analizi

UYT'den elde edilen verilerin analizinde nicel betimsel istatistikten yararlanılmıştır. Bu testin amacı hem öğretmen adaylarının uzamsal akıl yürütme düzeylerini ortaya çıkarmak hem de ikinci aşamaya farklı düzeylerden öğretmen adaylarını seçmektir. Bu nedenle öğretmen adaylarının her testten ve testlerin tamamından elde ettikleri toplam puanlar belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının puanları, UYT'nin yönergesinde (Delialioğlu 1996) belirtildiği üzere, doğru cevapların yanlış cevaplardan çıkarılması ile hesaplanmıştır. Bu yüzden bazı öğretmen adayları negatif puan almıştır. Öğretmen adaylarının uzamsal akıl yürütmelerinin beş düzeyde incelenmesi uygun görülmüştür. Bu nedenle elde edilen puanlar için düzey aralıkları "(en yüksek puan – en düşük puan) ÷ 5 = 39" formülü ile hesaplanmıştır. Buna göre düzeylerin puan aralıkları; [-17, 22), [22, 61), [61, 100), [100, 139) ve [139, 178] olarak belirlenmiştir. Olabildiğince farklı öğretmen adayı ile çalışabilmek için birinci ve beşinci düzeyden en düşük ve en yüksek akıl yürütme puanı alan öğretmen adayı seçilmiştir. Diğer düzeylerde ise seçim rastgele yapılmıştır. Bu yöntemle araştırmanın ikinci aşaması için M1, M2, M3, M4 ve M5 kodlu ve sırasıyla -17, 40, 69, 128 ve 178 akıl yürütme puanlı beş öğretmen adayı seçilmiştir.

KAYF'ın uygulanmasıyla elde edilen veriler için nitel betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının çizimleri; *şişelerin kritik bölgelerin belirlenmesi, kritik bölgelerde doğru çizimin yapılması ve bağımlı-bağımsız değişken ilişkisinin doğru kurulması* çerçevesinden değerlendirilmiştir. Her şişenin grafiğinin farklılaştığı üç bölge yer almaktadır. Toplamda altı kritik bölge için bölgelerin doğru

tespit edilmesi, doğru çizim için ön şarttır. Bu nedenle bölgelerin doğru tayin edilip edilmediği dikkate alınmıştır. İkinci olarak altı bölgede yapılan toplam 12 çizimin doğru olup olmadığı sorgulanmıştır. Son bölümde öğretmen adaylarının yaptıkları çizimlerde bağımlı-bağımsız değişken ayırımına ne kadar dikkat ettikleri sorgulanmıştır. Bilindiği üzere bir fonksiyonda bağımlı-bağımsız değişken arasındaki bir yer değiştirme ters fonksiyon kavramını gündeme getirir. Bir fonksiyonun grafiği ile ters fonksiyonun grafiği birinci açıortay doğrusuna göre simetrik olmalıdır. Bu nedenle şişelerin belirlenen altı bölgesindeki hacim-yükseklik ve yükseklik-hacim grafikleri birbirine simetrik olarak çizilmelidir. Bu bağlamda yapılan çizimlerin doğruluğu da dikkate alınmıştır. Yapılan bu üç aşamalı analizin uzamsal akıl yürütme ile ilişkili olduğu söylenebilir. Birinci ve ikinci bölümdeki değerlendirmeler bir cisim üç boyutlu düşünme, üç boyutlu olarak cisim dolduran suyun hacmine ve cismin şekline bağlı olarak yükseklikteki değişimi tahmin edebilmenin; uzamsal akıl yürütmenin uzamsal görselleştirme boyutu ile ilişkili olduğu söylenebilir. Benzer şekilde üçüncü bölümde yapılan değerlendirmede eksenlerin değişimi sonucunda zihinsel olarak değişkenler arasında bir döndürme ve yer değiştirme yapılmaktadır. Bu aktivite aynı zamanda uzamsal akıl yürütmenin uzamsal yönelim boyutu ile yakından ilişkili olduğu söylenebilir. Betimsel analiz çerçevesinde elde edilen bulguların sunulmasında hem durumlar arası karşılaştırmalardan hem de durum içi betimlemelerden yararlanılmıştır.

Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları

Literatür incelendiğinde uzamsal akıl yürütme düzeylerini ortaya çıkarmak için birçok farklı testin olduğu tespit edilmiştir. Bu testlerden biri olan UYT literatürde her yaş grubundan öğrencinin uzamsal akıl yürütme düzeyini ortaya çıkarmak için kullanılmaktadır (Delialioğlu 1996; Delialioğlu & Aşkar, 1999; Eryaman, 2009; Kayhan, 2005; Olgun, 2016; Turğut, 2010). UYT'nin iç tutarlık katsayıları hesaplanmış ve .80 ile .84 arasında olduğu belirtilmiştir (Delialioğlu & Aşkar, 1996, s. 36-37). UYT'nin uygulama sürecinde test her iki yazar tarafından çözülmüş ve öğretmen adaylarına uygunlukları ve doğru yanıtlar bağlamında incelenmiştir. Testin uygulaması sınıf ortamında, öğrenciyi etkileyebilecek dışsal etkenlerden minimum seviyede etkilenebilecekleri bir ortamda, birinci yazar gözetiminde yapılmıştır. Uygulama sürecinde UYT'nin yönergesine bağlı kalmıştır. Öğretmen adaylarının testten aldıkları puanlar hazırlanan cevap anahtarı ile iki yazar tarafından ayrı ayrı hesaplanmış ve herhangi bir uyumsuzluğa rastlanmamıştır.

Farklı uzamsal akıl yürütme düzeyindeki öğretmen adaylarının kovaryasyonel akıl yürütme becerilerini ortaya çıkarmak için KAYF kullanılmıştır. KAYF'ta kullanılan problemde yer alan şişelere dayalı ölçme yöntemi, literatürde öğretmen adaylarının kovaryasyonel akıl yürütme becerilerini ortaya çıkarmak için sıklıkla kullanılan problem türüdür (Carlson, 1998; Carlson vd., 2002; Kertil, 2020; Stalvey & Vidakovic, 2015; Şen-Zeytin vd., 2010; Ulusoy, 2020; Yemen-Karpuzcu vd., 2017). Öğrencilerin çizdikleri grafiklerin doğrulukları her iki yazar tarafından ayrı ayrı

değerlendirilmiş ve tam bir uyum sağlanmıştır. Öğretmen adaylarının çizimleri ve ifadeleri üzerinde hiçbir değişiklik yapılmadan sunulmuştur. KAYF'tan elde edilen verilerin doğrulanması için beş öğretmen adayı ile yapılandırılmamış görüşmeler yapılmıştır. Öğretmen adayları yaptığı çizim ve açıklamaları teyit etmiştir. Bu anlamda katılımcı teyidi, geçerliği artıran bir eylem olarak da düşünülebilir. Yapılan görüşmeler birinci yazar ile öğretmen adaylarının dışsal faktörlerden minimum düzeyde etkilenmeyeceğine inanılan bir ortamda gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı ile öğretmen adayları arasındaki görüşmeler birebir ofis ortamında yapılmıştır. Araştırmanın gönüllülük esasına göre yürütüleceği ve elde edilen veri sahibinin bilgileri gizli tutularak sadece bilimsel bir araştırma için kullanılacağı belirtilmiştir. Görüşmelerden elde edilen verileri iki yazar birlikte değerlendirmiş ve yorumlamıştır.

Bulgular

Bu bölümde ilk olarak öğretmen adaylarının uzamsal yönelim ve uzamsal görselleştirme alt boyutlarındaki uzamsal akıl yürütme düzeyleri ile ilgili bulgulara yer verilmiştir.

Öğretmen Adaylarının Uzamsal Yönelim ve Uzamsal Görselleştirme Alt Boyutlarındaki Uzamsal Akıl Yürütme Düzeyleri

Tablo 1'de öğretmen adaylarının Uzamsal Yetenek Testinden elde ettikleri sonuçlara ait nicel betimsel istatistik bulgulara yer verilmiştir.

Tablo 1.

Öğretmen Adaylarının Uzamsal Akıl Yürütme Düzeyleri

Öğretmen Adayları	Uzamsal Yönelim		Uzamsal Görselleştirme		
	Kart Çevirme Testi	Küp Karşılaştırma Testi	Kâğıt Katlama Testi	Yüzey Oluşturma Testi	Toplam Puan
Ö10-M1	5	1	-6	-17	-17
Ö13	21	8	0	-32	-3
Ö12	17	16	9	-24	18
Ö9-M2	16	11	9	4	40
Ö1	43	14	4	-18	43
Ö4	40	22	2	-4	60
Ö11	43	9	7	5	64
Ö3-M3	48	9	8	4	69
Ö2	75	8	5	15	103
Ö5	82	18	14	8	122
Ö6-M4	73	6	14	35	128
Ö8	86	26	13	15	140
Ö7-M5	93	27	14	44	178
Ortalama	49	13	7	3	73

Tablo 1 incelendiğinde ortalama puanlardan; araştırmanın en temel bulgusu olarak öğretmen adaylarının uzamsal akıl yürütme düzeylerinin düşük düzeyde olduğunu söylemek mümkündür. Öğretmen adayları testleri verilen süre içerisinde tamamlayamamışlardır. Öğretmen adayları Kart Çevirme Testinde diğerlerine oranla

daha çok boş madde bırakmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının bu tarz sorulara alışık olmadıkları için zorlandıkları da gözlenmiştir. Öğretmen adaylarının testin tamamından aldıkları ortalama puan 73'tür. Testin tamamında 282 madde olduğu düşünülürse, öğretmen adaylarının başarı oranının yaklaşık %26 civarında olduğu ortaya çıkmıştır. Bu değer öğretmen adaylarının uzamsal akıl yürütmelerinin oldukça düşük bir seviyede olduğunu göstermiştir.

Öğretmen adaylarının alt boyutlardaki performansları dikkate alındığında, uzamsal görselleştirme boyutunda daha başarısız oldukları ortaya çıkmıştır. Buna göre öğretmen adaylarının cisimlerin açık ve kapalı hallerini görselleştirmede, dönen cisimlerin durumlarını tahmin etmeden daha fazla güçlük yaşadıkları söylenebilir. Uzamsal yönelim boyutunda, öğretmen adaylarının Kart Çevirme Testinden aldıkları ortalama puan 49 olmuştur. Bu testten alınabilecek en yüksek puan 160'tır. Bu açıdan bakıldığında öğretmen adaylarının bu testte yaklaşık %30'luk bir performans gösterdikleri söylenebilir. Öğretmen adaylarının Küp Karşılaştırma Testinden aldıkları ortalama puan 13'tür. Bu testten alınabilecek en yüksek puan 42'dir. Bu çerçevede öğretmen adaylarının yaklaşık %30'luk performans sergiledikleri söylenebilir. Uzamsal görselleştirme boyutunda, Kağıt Katlama Testinden ortalama 7 puan alındığı tespit edilmiştir. Bu bölümden alınabilecek en yüksek puan 20'dir. Buna göre öğretmen adaylarının yaklaşık %35'lik bir performans sergiledikleri söylenebilir. Yüzeysel Oluşturma Testinin ortalama puanının 3 olduğu belirlenmiştir. Bu testten alınabilecek en yüksek puan 60'tır. Buna göre öğrencilerin bu testten %5 başarı sergiledikleri söylenebilir. Hem net ortalamaları hem de başarı yüzdelerine bakıldığında öğretmen adaylarının uzamsal görselleştirme boyutunda en çok yüzeysel oluşturma noktasında başarısız oldukları ifade edilebilir. Buna göre öğretmen adaylarının iki boyutlu bir nesneyi hayal etmede üç boyutlu bir nesneye göre daha başarılı olduklarını söylemek mümkündür.

Bu bölümde ikinci olarak öğretmen adaylarının kovaryasyonel akıl yürütme becerileri ile ilgili bulgulara yer verilmiştir.

Öğretmen Adaylarının Kovaryasyonel Akıl Yürütme Becerileri

Öğretmen adaylarının bireysel performansları değerlendirildiğinde elde edilen toplam puanların -17 ile 178 arasında geniş bir aralıkta olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının elde ettikleri puanlar beş düzeye ayrılmıştır. Her düzeyden bir öğretmen adayı seçilerek kovaryasyonel akıl yürütme becerisi ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Tablo 2'de öğretmen adaylarının kovaryasyonel akıl yürütme becerisine yönelik genel bilgiler yer almaktadır.

Tablo 2.

Öğretmen Adaylarının Kovaryasyonel Akıl Yürütme Becerileri

Göstergeler	M1	M2	M3	M4	M5
Kritik Bölgelerin Doğru Tayin Edilmesi (Bütün-Parça)	0-3	2-6	1-4	2-6	2-6
Kritik Bölgelerde Hacim-Yükseklik Grafiğinin Doğru Çizilmesi	3	2	5	6	6

Kritik Bölge	Bölge	Yükseklik-Hacim	Grafiğinin	Doğru					
Çizilmesi					2	5	3	5	6
Bağımlı-Bağımsız	Değişken	Arası	İlişkinin	Doğru	0	2	3	5	6
Kurulması									

Kritik Bölgelerin Doğru Tayin Edilmesi: Tablo 2 incelendiğinde M2, M4 ve M5'in iki şişenin de kritik bölgelerini doğru belirleyebildikleri görülmüştür. Uzamsal akıl yürütme düzeyi en düşük seviyede olan M1 bütüncül olarak hiçbir şişenin kritik bölgelerini tespit edemezken, M3 sadece bir şişenin kritik bölgelerini tam olarak belirleyebilmiştir. Toplamda altı kritik bölgenin parça parça doğru tespit edilmesi incelendiğinde M1'in üç bölgeyi, M3'ün ise dört bölgeyi doğru belirleyebildiği görülmüştür. Doğru belirlenen parçalar şişelerin uç bölgeleri olmuştur. Diğer öğretmen adayları altı bölgeyi de doğru belirleyebilmişlerdir.

Kritik Bölgelerde Hacim-Yükseklik Grafiğinin Doğru Çizilmesi: Şişelerin hacim-yükseklik grafiğini çizme noktasında M5 ve M4 tüm bölgelerde doğru çizim yapabilmıştır. M3 beş bölgede doğru çizim yapabilmişken, M1 üç, M2 iki bölgede doğru hacim-yükseklik grafiği çizebilmiştir. Uzamsal akıl yürütme düzeyleri göz önüne alındığında M3, M4 ve M5'in hacim-yükseklik grafiğini çizme becerileri dikkat çekicidir.

Kritik Bölgelerde Yükseklik-Hacim Grafiğinin Doğru Çizilmesi: Öğrencilerin alışık olduğu düşünülen eksenler yer değiştirildiğinde, yani yüksekliğe bağlı olarak hacim grafiğini çizme becerileri değerlendirildiğinde onların eksenleri döndürme becerileri aynı zamanda bir değişkene bağlı olarak diğer değişkenin nasıl değişeceğini muhakeme edebilme becerileri de değerlendirilmiş olur. Bu etkinlikte de uzamsal akıl yürütme düzeyi en yüksek olan M5 tüm bölgelerde doğru bir çizim yapabilmıştır. M4 beş bölgede doğru çizim yapabilirken, M3 üç, M2 beş ve M1 ise 2 bölgede doğru çizim yapabilmıştır.

Bağımlı-Bağımsız Değişken Arası İlişkinin Doğru Kurulması: Son olarak öğretmen adaylarının doğru çizim yaptığı bölgelerin muadili olan bölgelerde bağımlı-bağımsız değişken uyumuna bakılmıştır. Yani öğretmen adaylarının doğru olarak çizdiği bir bölgenin karşılığı olan bölgede eksenleri yer değiştirerek çizim yapabilme becerisi incelenmiştir. Bu beceri aynı zamanda anlamsal olarak uzamsal yönelim becerisi ile ilişkilidir. Yine uzamsal akıl yürütme düzeyi en yüksek olan M5'in çizimlerinde bağımlı-bağımsız değişken ilişkisine dikkat ederek çizim yaptığı ortaya çıkmıştır. M4 de sadece bir çiziminde bu uyumu yakalayamamıştır. M2 iki, M3 üç çiziminde bağımlı-bağımsız değişken değişimine uygun çizimler yapmıştır. M1'in ise çizimlerinde eksenlerin değişimine bağlı olarak çizim yapmadığı ortaya çıkmıştır. Buradan M1'in çizimlerinde bağımlı-bağımsız değişken ilişkisine dikkat etmediği söylenebilir.

Bu bölümde son olarak farklı uzamsal akıl yürütme düzeylerindeki öğretmen adaylarının kovaryasyonel akıl yürütme becerileri ile ilgili bulgulara yer verilmiştir.

Farklı Uzamsal Akıl Yürütme Düzeylerindeki Öğretmen Adaylarının Kovaryasyonel Akıl Yürütme Becerileri

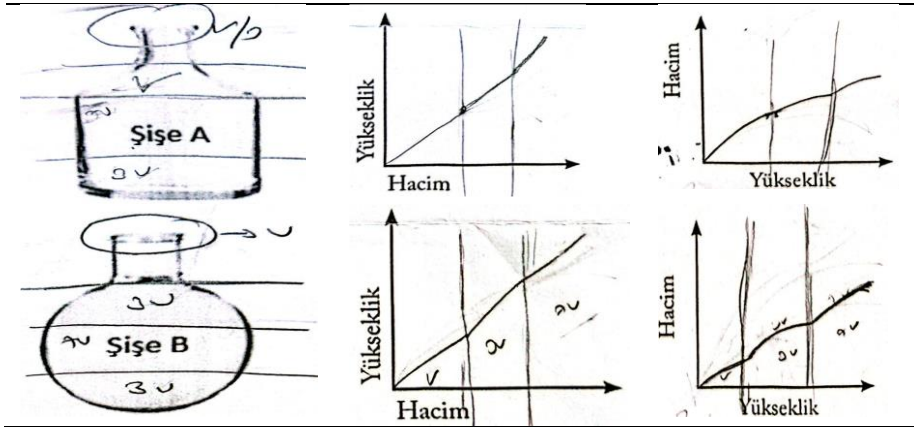
Tablo 1 ve Tablo 2 birlikte değerlendirildiğinde uzamsal akıl yürütme düzeyleri yüksek olan öğretmen adaylarının diğerlerine oranla şişelerin kritik bölgelerini doğru tayin etmede daha başarılı olduklarını söylemek mümkündür.

Yine bu iki tablodan uzamsal akıl yürütme düzeyleri yüksek olan öğretmen adaylarının kritik bölgelerde hem hacme bağlı yükseklik grafiğini çizme hem de yüksekliğe bağlı hacim grafiğini çizme becerilerinin yüksek seviyede olduğu söylenebilir.

Son olarak uzamsal akıl yürütme düzeyi yüksek olan öğretmen adaylarının bağımlı-bağımsız değişken ilişkisinin farkında olarak çizim yaptıkları söylenebilir. Aşağıdaki bölümlerde farklı uzamsal akıl yürütme düzeylerindeki öğretmen adaylarının (düşük düzeyden yükseğe doğru M1, M2, M3, M4 ve M5) kovaryasyonel akıl yürütme becerileri ayrıntılı olarak betimlenmiştir.

M1'in durumu

Uzamsal Yetenek Testinde en düşük puana sahip M1'dir. Uzamsal Yetenek Testinin tüm testlerinde en düşük puan M1'e aittir. M1'in özellikle uzamsal görselleştirme boyutunda negatif puan aldığı görülmüştür. Verdiği yanıtların doğru sayısı yanlış sayısından az olduğu için negatif puan almıştır. Özellikle açılımı verilen bir nesnenin kapalı halini tahmin etmede en başarısız öğretmen adaydır. Şekil 6'da M1'in yaptığı çizim sunulmuştur.



Şekil 6. M1'in çizimi

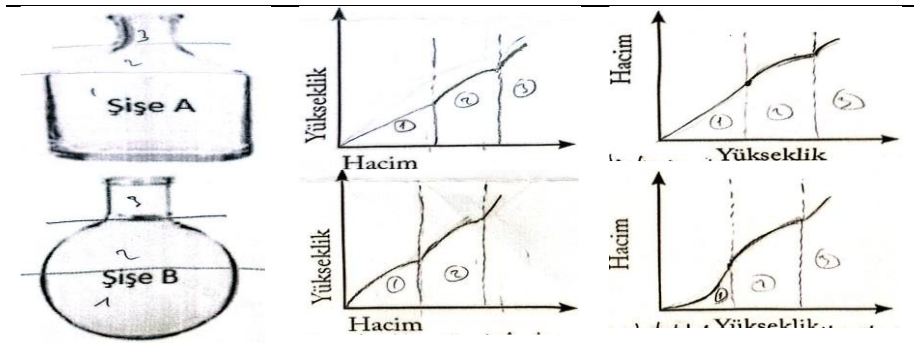
M1'in grafikleri nasıl çizdiğine yönelik açıklamaları aşağıda sunulmuştur. Öğretmen adayı hacme göre grafik çizdiğini ifade etmesi üzerine, yüksekliğe göre grafiği nasıl çizdiğini sorulmuştur. Benzer şekilde çizdiğini ifade ederek açıklama yapmamıştır.

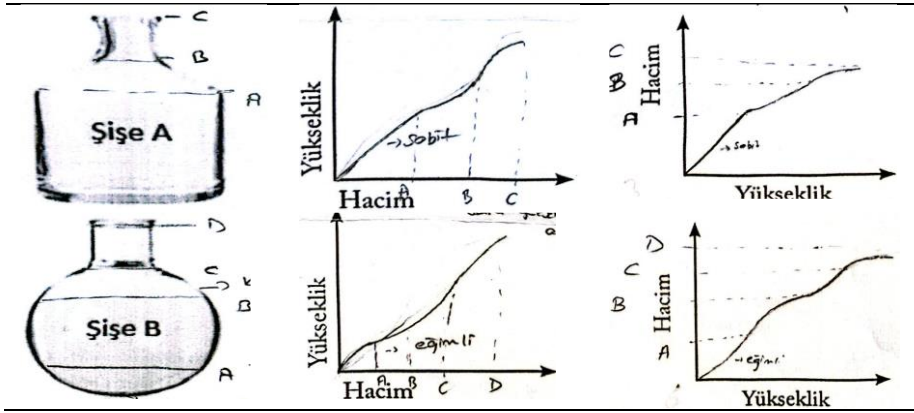
M1: Birinci şişe için (A), şişeyi üç parçaya ayırdım. Şişenin ağız kısmına $v/3$ dedim. Şişenin görüntüsünden dolayı $3v-7v-v$ diye ayırdım...İkinci şişeyi (B) üç parçaya ayırdım. Şişenin baş kısmına v dedim. Alt kısmı iki katından daha fazla olması lazım diye düşündüm. Oraya $3v$ dedim. Orta kısmı iki katından biraz daha fazla olsun diye $7v$ dedim. Hacme göre grafiği çizdim.

Öğretmen adayının açıklamalarına ve şişe üzerinde yaptığı çizimlere bakıldığında, normalde şişeyi dörder parçaya ayırdığı fakat çizimlerinde üç parçaya ayırmış gibi hareket ettiği görülmüştür. Yaptığı çözümlerde şişenin bölgelerinin ne kadar su alacağı üzerine odaklanmıştır. Buradan ikinci şişenin daha fazla hacimde su alacağı çıkarımı yaptığı söylenebilir. Şişe şekline bağlı olarak hacim-yükseklik ya da yükseklik-hacim ilişkisine yönelik herhangi bir akıl yürütme ya da argüman üretme eğilimi göstermemiştir. Bu düşüncelerle bağlantılı olarak çizilen dört grafiğin de yanlış çizilen grafikler olduğu söylenebilir. Grafikler şişenin kritik bölgelerine ayrılarak düşünüldüğünde ve bu şekilde bir doğruluk tahmini yapıldığında şişenin üçe ayrıldığı bölüm net olarak sunulmadığı için bir yorum yapmak güçtür. Yine de öğretmen adayının kritik bölgelerde yaptığı çizimler dikkate alındığında toplam 12 bölgenin sadece beşinde doğru çizime rastlanmıştır. Bu çizimlerin çoğu da doğru parçası şeklinde çizilen grafiklerdir. Ayrıca grafiklerde öğretmen adayının hacim olarak belirttiği büyüklüklerin eksende yer alması yerine grafiğin altında kalan alanı ifade ettiği görülmüştür. Bu anlamda öğretmen adayının grafik çizimi ve bu çizimdeki bağımlı-bağımsız değişken kavramlarının da kusurlu olduğunu söylemek mümkündür.

M2 ve M3'ün durumu

M2 ve M3'ün Uzamsal Yetenek Testindeki puanları birbirine yakın olduğu için birlikte değerlendirilmiştir. Küp Karşılaştırma ve Kâğıt Katlama Testinden M2 daha yüksek puan almış, Yüzey Oluşturma Testinde aynı puan alınmış fakat M3 Kâğıt Çevirme Testinden M2'nin üç katı puan almıştır. Şekil 7'de M2 ve M3'in çizimlerine yer verilmiştir.





Şekil 7. M2 ve M3'ün çizimi

Öncelikle M2'nin şişelerin grafiklerini nasıl çizdiğine yönelik açıklamaları sunulmuştur. M2 grafikleri nasıl çizdiğini detaylı açıklamıştır.

M2: A şişesinde birinci kısımdaki kenarlar dik olduğundan h doğrusal bir şekilde yükselir. İkinci kısımda kenarlar içe dönük olduğundan h daha hızlı bir şekilde yükselir. Üçüncü kısımda da şeklin kenarları dar olduğundan ikinci kısımdan daha fazla yükselir... A şişesinin diğer grafiğinde ise birinci bölümde hacim doğrusal artar. İkinci kısımda hacim hızlı bir şekilde artmaya başlar. Üçüncü bölgede ise hacim ikiye göre daha da hızlı artar.

M2: B şişesinde birinci kısım dışarı doğru bombeli iken h artışı olurken ikinci kısımda ise bombeli kısım içeri doğru olduğundan h artışı daha da yüksektir. Üçüncü kısımda h dik olduğundan hızı ikinci kısımdan biraz daha yüksek olur. B şişesinin diğer grafiğinde birinci kısımda bombeli kısım dışarıya doğru olduğundan az ama artarak artar. İkinci kısımda bombeli yer içeri doğru olduğundan hızlı bir şekilde artarak artan olur. Üçüncü kısımda düz olduğundan doğrusal bir şekilde artar.

Öğretmen adayının şişenin kritik noktalarını doğru şekilde belirleyebildiği, şişenin şekli ile hacim-yükseklik ilişkilerini yorumlamaya çalıştığı ortaya çıkmıştır. A şişesinin hacim-yükseklik grafiğinin ikinci ve üçüncü bölgesinde hata olup ikinci bölge için yorum doğru fakat çizim yanlıştır. A şişesinin yükseklik-hacim grafiğinde üçüncü bölgedeki yorum ve çizim yanlıştır. B şişesinin hacim-yükseklik grafiğinde sadece üçüncü bölgedeki çizim doğru gibi görünse de açıklamaya göre oradaki eğrinin doğrusal değil eğrisel çizilmeye çalışıldığı anlaşılmıştır. B şişesinin yükseklik-hacim grafiğindeki çizim doğrudur. Her ne kadar belirli bölgelerin çizimi doğru olsa da yapılan akıl yürütmelerde doğrudan hacme bağlı yüksekliğin değişimi veya yüksekliğe bağlı hacim değişimine yönelik doğrudan çıkarımların yapılmadığı göze çarpmıştır. M2'nin, toplamda çizim yapılan 12 bölgenin yedisinde doğru çizimler yaptığı tespit edilmiştir. Ayrıca altı bölge çiftinin ikisinde bağımlı-bağımsız değişken arasındaki ilişkiye uygun olarak çizim yapıldığı ortaya çıkmıştır.

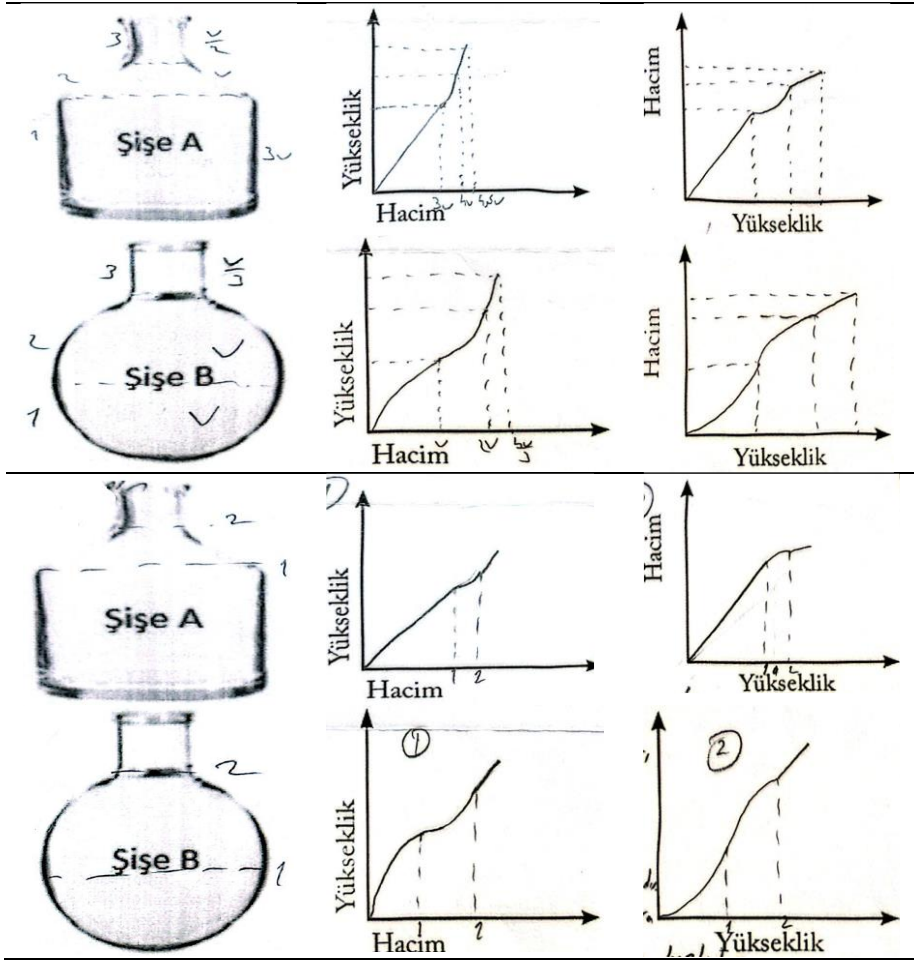
M3 çizimlerini nasıl yaptığını açıklarken A ve B şişesinin hacim-yükseklik grafikleri için açıklama yapmıştır. Yükseklik-hacim grafikleri için benzer çizimler yaptığını belirtmiştir. Aşağıda M3'ün açıklamalarına yer verilmiştir.

M3: *A şişesinde A noktasına kadar yükseklik sabit bir şekilde artar. B noktasına kadar azar azar artar. C noktasına kadar eğilimli bir şekilde artar. B şişesinde kap daralmaya başladıktan sonra yükseklik hızlı artar. Kap genişlemeye başladıktan sonra yükseklik az artacaktır. A noktasında hafif eğimli artar, B noktasına kadar az artar. B-C arasında biraz artarak ilerler. C-D arasında ise hızlı artar.*

Öğretmen adayının A şişesinin kritik noktalarını doğru bir şekilde belirleyebildiği, B şişesinin kritik noktalarını doğru tayin edemediği ortaya çıkmıştır. Öğretmen adayı A şişesinin hacim-yükseklik grafiğinde birinci bölgeyi doğru yorumlayıp çizebilirken, ikinci bölgede yorum yanlış fakat çizim doğru olmuştur. Üçüncü bölgede yapılan yorum ile çizim birbiri ile örtüşmemiştir. Yanlış yorum ve çizim içermiştir. A şişesinin yükseklik-hacim grafiği incelendiğinde hacim üç bölgeye ayrılarak çizim yapılmaya çalışıldığı ortaya çıkmıştır. İlk bölgede artışın sabit olduğu ifade edilerek doğru bir çizim yapılmıştır. İkinci ve üçüncü bölgede ise yanlış çizimler yapılmıştır. B şişesi incelendiğinde şişenin kritik noktalarının belirlenmesinde güçlük yaşandığı ortaya çıkmıştır. Şişe dört bölgeye ayrılarak çizim yapılmaya çalışılmıştır. Yapılan açıklamalar ile yapılan çizimler karşılaştırıldığında, açıklamalar ile yapılan çizim birbiriyle örtüşmemiştir. Şekil olarak doğru çizim yapılmış gibi görünse de şişenin kritik bölgeleri yanlış belirlendiği için konkavlıktan konveksliğe geçiş noktaları yanlış belirlenmiştir. Ayrıca son bölümde grafik sabit eğimli olması gerekirken aşağı bükey olarak çizilmiştir. Yapılan yorum ise hızlı artış yani yukarı bükey şeklindedir. Benzer şekilde B şişesinin yükseklik-hacim grafiği için şişe yanlış kritik noktalara bölündüğü için uygun olmayan bir çizim yapılmıştır. Her ne kadar tam doğru bir grafik elde edilmese de kritik bölgelerde çizilen grafik yapıları detaylı incelendiğinde M3'ün 12 bölge için yapılan çizimlerden sekiz tanesinin doğru çizimlerle örtüştüğü belirlenmiştir. Ayrıca altı bölge çiftinin üçündeki çizimlerin bağımlı-bağımsız değişken ilişkisine uygun olduğu görülmüştür.

M4 ve M5'in durumu

Uzamsal Yetenek Testi'nden arkadaşlarından yüksek puan alan son iki öğretmen adayı M4 ve M5'tir. Bu öğretmen adaylarından ilki M4'tür. M4 sadece Küp Karşılaştırma Testinde zorlanmıştır fakat diğer testlerde başarılı olan öğretmen adaylarından biridir. Şekil 8'de M4 ve M5'in yaptığı çizimler sunulmuştur.



Şekil 8. M4 ve M5'in çizimi

M4'ün çizimleri nasıl yaptığına yönelik açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

M4: A şişesini üç kısma ayırdım. Birinci kısım düzgün olduğundan yükseklik ve hacim doğrusal hareket etti. 2. kısım ise daraldığından dolayı hacim aynı hızla devam ederken yükseklik artma hızı artacaktır. Üçüncü kısım çok dar olduğundan az miktar sıvı ile fazla yükseklik kazanacaktır... B şişesini üç kısma ayırdım. Birinci kısım genişleyen bir cisim olduğundan yükselme hızı giderek azalacaktır. İkinci kısım daralan bir halde olduğundan hacim artma hızı değişmezken sıvının yükselme hızı artacaktır. Üçüncü kısım çok dar olduğundan az miktar sıvı ile fazla yükseklik kazanacaktır.

Öğretmen adayı şişeleri doğru kritik noktalara bölmüştür. Bu bölüntülerin hacimlerine değerler vermiştir. A ve B şişelerinin şekilleri ile hacim-yükseklik ve yükseklik-hacim grafiklerini doğru şekilde yorumlamış ve çizmiştir. Sadece A şişesinin ikinci bölgesinin yükseklik-hacim grafiği aşağı bükey olması gerekirken yukarı bükey çizilmiştir. Öğretmen adayının çizimlerinde kullandığı sayısal değerlerden, M4'ün grafiklerde bulunan doğru parçalarının eğim farklılıklarını dikkate aldığı söylenebilir. Genel olarak bakıldığında, öğretmen adayı toplamda 12 bölge için yapılan çizimlerin 11'ini doğru yapmıştır. Ayrıca altı bölge çiftinin beşinde bağımlı-bağımsız değişken ilişkisine uygun olarak grafik çizmiştir.

Son olarak Uzamsal Yetenek Testinde en yüksek puana sahip M5'in kovaryasyonel akıl yürütme becerileri incelenmiştir. Diğer öğretmen adayları uzamsal akıl yürütme becerisi bakımından ortalamanın altında iken M5 ortalamasının üzerindedir. Yaklaşık %63'lük bir başarı göstermiştir. M5 yaptığı çizimle ilgili detaylı ve uygun açıklamalar yapmıştır. Açıklamalarında bağımlı-bağımsız değişken vurgusunu net bir şekilde yapmıştır. Aşağıda öğretmen adayının açıklamaları yer almıştır.

M5: *A şişesinin birinci grafiğinde, bağımsız değişkenimiz hacim, bağımlı değişkenimiz ise yüksekliktir. Şekilde belirttiğim birinci çizgiye kadar eşit oranda artarlar. Birinci çizgi ile ikinci çizgi arasında şişe giderek daraldığı için yükseklik hacme oranla gittikçe hızlanır. İkinci çizgiden sonra ise ikisinin de artışı hızlı ve eşittir... A şişesinin ikinci grafiği için bağımsız değişkenimiz yükseklik, bağımlı değişkenimiz hacimdir. Birinci çizgiye kadar eşit oranda artarlar. Birinci çizgi ile ikinci çizgi arasında şişe giderek daraldığı için hacim yüksekliğe göre daha yavaş bir artış göstermektedir. İkinci çizgiden sonra ise ikisinde de eşit ve hızlı bir artış olur.*

M5: *B şişesi birinci çizgiye kadar gittikçe genişlediği için yükseklik hacme oranla daha düşüktür. Birinci çizgi ile ikinci çizgi arasında olay tam tersidir. İkinci çizgiden sonra ise eşit ve hızlı bir artma vardır... B şişesinde yükseklik arttıkça şişe genişlediği için birinci çizgiye kadar hacim yüksekliğe oranla daha hızlı atar. Birinci çizgi ile ikinci çizgi arasında şişe giderek daraldığı için yükseklik hacme göre giderek daha hızlı artmaktadır. İkinci çizgiden sonra ise eşit ve hızlıdır.*

Uzamsal akıl yürütme düzeyi en yüksek olan öğretmen adayı, şişeleri kritik noktalarında bölmüş ve değerlendirmiştir. Yapılan yorumlardan öğretmen adayının bağımlı-bağımsız değişkenlerdeki değişimin grafikteki etkilerini doğru bir şekilde belirleyebildiği ortaya çıkmıştır. Grafiklerde dikkati çeken bir özellik de sabit eğimli artışların eğim büyüklükleri dikkate alınarak hassas çizilmesidir. Örneğin, A şişesinin grafiklerinde birinci ve üçüncü bölgedeki sabit eğimli artışların eğim farklılığı da dikkate alınarak çizilmiştir. Tam doğru bir açıklama ve çizim yapılmıştır. Buradan öğretmen adayının şişelerin şeklini doğru yorumlayıp değişkenler arası ilişkileri doğru tahlil edebildiği söylenebilir. Ayrıca öğretmen adayının eğim, artış, artış hızı kavramlarını grafiklerle doğru bir şekilde ilişkilendirebildiği ortaya çıkmıştır. M5 ile yapılan görüşmede de öğretmen adayının bilinçli bir şekilde şişelerin kritik bölgelerini

tain ettiği, kritik bölgelerde şişelerin şeklini düşünerek doğru çizim yaptığı, bağımlı-bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiye dikkat ettiği tespit edilmiştir. Yani öğretmen adayı uzamsal becerileri kovaryasyonel akıl yürütme süreçlerine yansıtmıştır. Görüşmede öğretmen adayı uzamsal ve kovaryasyonel becerilerini kullanarak soruları yanıtlamıştır. Farklı bir akıl yürütme türüne hitap ettiği için şişelerin iki farklı grafiği arasındaki ters fonksiyon ilişkisini fark edememiştir. İlgili soruyu yine uzamsal ve kovaryasyonel argümanlarla açıklamaya çalışmıştır. Aşağıda M5 ile birinci yazar arasında geçen görüşmeden bölümler sunulmuştur.

Araştırmacı: *Şişeleri neden üç parçaya ayırdın?*

M5: *Çünkü her bölgenin zamana göre yüksekliğinin ivme yönü değişkenlik göstermektedir. Örneğin A şişesinin alt tarafında kalan bölgede yükseklik sabit bir ivme ile yükselmekteyken orta kısımda kalan bölgede yükseklik giderek artan bir ivme ile yükselmiştir.*

Araştırmacı: *A şişesinin grafiklerindeki birinci ve üçüncü bölgede doğru parçaların eğimlerini neden farklı çizdin?*

M5: *Saniyede şişeye giren su miktarı aynıdır. Birinci bölgenin hacmi üçüncü bölgeye göre daha fazladır. Haliyle üçüncü bölge birinci bölgeye göre daha çabuk dolacağı için üçüncü bölgedeki eğim daha fazladır.*

Araştırmacı: *A şişesinin iki grafiği arasında faklar ya da benzerlikler (varsa) nelerdir?*

M5: *Birinci bölgedeki şekil daha doğrusal ve düzgün bir şekil olduğu için iki grafikte de birinci bölge için eğimler aynı açığa eşit olup hacim ve yükseklik doğru orantılıdır. İkinci bölgede hacim gittikçe daraldığı için yükseklik bölge doldukça hacme göre daha fazla artmaktadır. Bu olay gerçekleştikçe yükseklik hacme oranla gittikçe arttığı için yay şeklini almaktadır. Üçüncü bölgede ise bölge düzgün bir bölgedir. Buna rağmen şişenin geneline bakılınca birinci bölge de düzgün bir bölgeydi. Üçüncü bölge birinci bölgeye göre hacim olarak daha da küçük olduğu için buradaki yüksekliğin hacme göre eğimi daha fazla olmalıdır.*

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Araştırmanın en temel sonucu ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının uzamsal akıl yürütme düzeylerinin düşük seviyede olduğudur. Bu sonuç literatürdeki bazı çalışmaların sonuçlarıyla (Çakmak vd., 2014; Turğut & Yenilmez, 2012; Turğut vd., 2017; Yazgan & Kozaklı-Ülger, 2022) uyumludur. Literatürdeki araştırmaların çoğu uzamsal yeteneği tek bir yetenek olarak ele almış ve uzamsal yeteneğin alt bileşenleri arasında ayırım yapmadan çalışmalarını yürütmüşlerdir (Karaman & Yontar-Toğrol, 2015). Bu çalışmada öğretmen adaylarının uzamsal yetenekleri McGee'nin (1979) uzamsal yönelim ve uzamsal görselleştirme alt bileşenlerinde incelenmiştir ve araştırmanın daha derinlemesine sonucu olarak öğretmen adaylarının hem uzamsal

yönelim hem de uzamsal görselleştirme yeteneklerinin düşük düzeyde olduğu saptanmıştır. Öğretmen adayları uzamsal yeteneklerin bu alt bileşenlerinin incelenmesine yönelik verilen kart çevirme, küp karşılaştırma, kâğıt katlama ve yüzey oluşturma görevlerinde başarısız olmuşlardır. Ancak öğretmen adaylarının uzamsal görselleştirme becerilerinin uzamsal yönelim becerilerinden daha düşük düzeyde olduğu araştırmanın farklı bir sonucudur. Yani öğretmen adaylarının cisimlerin açık ve kapalı hallerini görselleştirmede, dönen cisimlerin durumlarını tahmin etmeden daha fazla güçlük yaşadıkları söylenebilir. Benzer şekilde Şen (2021) öğretmen adaylarının uzamsal görselleştirme düzeylerini; zihinsel döndürme ve zihinsel katlama becerilerine göre incelemiş ve öğretmen adaylarının zihinsel döndürme sorularına verdikleri yanıtlarda zihinsel katlama sorularına verdikleri yanıtlara göre daha başarılı olduklarını saptamıştır. Turğut ve Yenilmez (2012) öğretmen adaylarının uzamsal görselleştirme becerilerini kâğıt katlama ve şekil oluşturma becerilerine göre incelemiş öğretmen adaylarının bu iki becerilerinin de düşük düzeyde olduğunu ve bu beceriler arasında anlamlı bir ilişki olmadığını ortaya koymuştur. Carpenter ve Just'a (1978) göre üç boyutlu bir nesnenin tamamının görüntüsünü döndürmede deneyimli denekler bile güçlükler yaşamaktadırlar. Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018, s. 6) matematik dersi öğretim programında (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar) "Matematiksel yetkinlik, düşünme (mantıksal ve uzamsal düşünme) ve sunmanın (formüller, modeller, kurgular, grafikler ve tablolar) matematiksel modlarını farklı derecelerde kullanma beceri ve isteğini içermektedir" ifadesine yer verilerek uzamsal düşünmenin önemi vurgulanmıştır. Bu yüzden bu programın uygulayıcısı ve geleceğin öğretmenleri olan ilköğretim matematik öğretmen adaylarının uzamsal yeteneklerinin ve alt bileşenlerine ait yeteneklerinin gelişmiş olması beklenmektedir ki onlar yetiştireceği öğrencilerine de bu yeteneklerini aktarabilsinler. Turgut, Cantürk-Günhan ve Yılmaz'ın (2009) çalışmalarının sonuçları ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının uzamsal yetenekle ilgili düşük düzeyde bilgiye sahip olduklarını, ayrıca öğretim yöntem ve teknikleri ile etkinlikler hazırlamaya yönelik yeterli bilgiye sahip olduklarını ancak bu bilgileri uzamsal yeteneği geliştirecek şekilde nasıl kullanacaklarına ilişkin bilgi düzeylerinin yeterli olmadığını ortaya çıkarmıştır.

Bu araştırmanın sonuçları doğrultusunda matematik öğretmen adaylarının düşük düzeyde olan uzamsal yeteneklerinin ve alt bileşenlerine ait yeteneklerinin hem alan bilgisi hem de pedagojik alan bilgisi (Shulman, 1986) bağlamında geliştirilmesi gerekliliği ortaya çıkmıştır. Ünal ve diğerleri (2009, s. 997) "geleceğin öğretmenlerinin geometriyi öğretecekleri matematiksel temele sahip olmaları için hizmet öncesi programlarda uzamsal yetenekleri geliştirmeye yönelik fırsatlar sunan öğretim etkinliklerine yer verilmesi" gerektiğini vurgulamıştır. Uzamsal yetenekleri geliştirmek için literatürde pek çok farklı öğretim materyali ve alternatif öğretim yöntemleri önerilmiştir. Derslerde origami tabanlı öğretimin (Arıcı, 2012), dinamik geometri yazılımları kullanmanın (Kösa, 2016a, 2016b), farklı bilgisayar uygulamaları kullanmanın (Putri, 2018), web tabanlı bir öğretim materyali

kullanmanın (Yavuz-Mumcu & Yıldız, 2015), üç boyutlu sanal ortam ve somut materyaller kullanmanın (Yıldız & Tüzün, 2011), video oyunu, 3 boyutlu oyun, dijital oyun ve mobil oyun oynama deneyimlerinin (Martin-Dorta vd., 2014; Martin-Gutiérrez vd., 2009; Okagaki & Frensch, 1994; Özcan vd., 2016) ve uygun geometrik materyaller kullanmanın (Cantürk-Günhan vd., 2009) zihinsel döndürme becerilerine, uzamsal görselleştirme becerilerine ve uzamsal yeteneklerine olumlu etkilerini raporlayan çalışmalar mevcuttur. Battista, Wheatley ve Talsma (1982) kâğıt katlama ve simetri gibi etkinlik türlerinin öğrencilerin uzamsal yeteneklerini geliştirebileceği sonucuna varmıştır. Olkun (2003) ise çalışmasında geometri sınıflarında uzamsal yeteneği geliştirmek adına mühendislik çizimi bağlamında etkinlik örneklerine yer vermiştir.

Bu araştırmanın başka bir sonucu da ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kovaryasyonel akıl yürütmede çeşitli güçlükler yaşadıklarıdır. Bu sonuçla uyumlu olacak şekilde literatürdeki çalışmalar matematik öğretmeni adaylarının (Kertil, 2020; Kertil vd., 2019; Ulusoy, 2020; Yemen-Karpuzcu vd., 2017) ve matematik öğretmenlerinin (Şen-Zeytun vd., 2010; Thompson vd., 2017) kovaryasyonel akıl yürütmelerinin zayıf ve derinlikten yoksun olduğunu ve kovaryasyonel akıl yürütmedeki eksikliklerini ortaya koymuştur. Bu çalışmada öğretmen adaylarının kovaryasyonel akıl yürütme süreçlerinde yeterli uzamsal akıl yürütme düzeyine sahip olma, kritik bölgeleri tayin etme, kritik bölgelerde eğim kavramına dikkat ederek doğru çizim yapabilme ve bağımlı-bağımsız değişken ilişkisini doğru kurabilme noktasında güçlük yaşadıkları tespit edilmiştir. Elde edilen bu güçlükler literatürde tespit edilen güçlüklerdendir (Kertil, 2020; Kertil vd., 2019; Şen-Zeytun vd., 2010; Thompson vd., 2017; Ulusoy, 2020; Yemen-Karpuzcu vd., 2017). Örneğin Ulusoy (2020) kovaryasyonel akıl yürütme sürecinde yapılan çizimlerde; ilgili bölgelerde doğru çizimin yapılmasına ve bağımlı-bağımsız değişken ilişkisine yönelik hatalar yapıldığını belirtmiştir. Bu çalışmada farklı olarak kritik bölgelerin belirlenmesi ve uzamsal akıl yürütmede konusunda beceri eksikliğinin süreci olumsuz etkilediği ortaya çıkmıştır.

Bu araştırma ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının uzamsal akıl yürütme düzeylerinin arttıkça kovaryasyonel akıl yürütme becerilerinin de arttığını ortaya koymuştur. Bu iki beceriye yönelik literatürde doğrudan bir çalışma olmasa da bazı araştırmacıların yaptıkları çalışmaların (Fennema ve Tartre, 1985; Hacıömeroğlu ve Hacıömeroğlu, 2017; Putri, 2018) bu sonucu desteklediği söylenebilir. Örneğin, Fennema ve Tartre (1985) uzamsal görselleştirme becerisi yüksek öğrencilerin düşük olan öğrencilere göre problem çözerken uzamsal becerileri daha sık kullandığını belirtmiştir. Matematik eğitimi araştırmacılarına göre kovaryasyonel akıl yürütme çeşitli matematik konularını öğrenmek için temel konumdur (Paoletti & Moore, 2017). Bu yüzden uzamsal akıl yürütme düzeyleri gibi matematik öğretmeni adaylarının kovaryasyonel akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi de öğretmen yetiştirmede elzem bir konu olarak düşünülebilir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının kovaryasyonel akıl yürütme becerilerini geliştirmeleri adına çalışmalar yapılabilir.

Öğretmen adaylarının bu tür aktivitelerle daha sık karşılaşmaları sağlanmalıdır. Bu konuda literatürde artan sayıda ancak yine de sınırlı sayıda çalışma (Ferrari-Escolá vd., 2016; Kertil vd., 2019; Kertil, 2020) mevcuttur. Örneğin Kertil'in (2020) çalışması dinamik geometri yazılımları ile elde edilen animasyonların matematik öğretmen adaylarının kovaryasyonel düşünme becerilerine katkı sağlayabileceğini göstermiştir.

Bu araştırmanın bir sınırlılığı olarak öğretmen adaylarının uzamsal yetenekleri sadece kâğıt-kalem testleri ile ölçülmüştür. Uzamsal düşünmenin farklı yönlerini ölçebilen örneğin film veya dinamik bilgisayar tabanlı testler tasarlanıp uzamsal yeteneğin ayırt edici farklı yönleri ölçülebilir (Lohman, 1996). Sadece öğretmen yetiştirme bağlamında değil eğitimin her kademesindeki öğrencilerin uzamsal düşünme becerilerini geliştirmek için standart olmayan görevleri kullanarak öğrencilere alternatif öğrenme ortamları sunmanın çok önemli olduğu düşünülebilir (Pavlovičová vd., 2022). Bu çalışmada uzamsal akıl yürütme düzeyleri ile kovaryasyonel akıl yürütme becerileri arasındaki ilişkiye dair çıkarımlarda bulunulmuştur. Gelecekteki çalışmalarda kovaryasyonel akıl yürütmenin farklı becerilerle ilişkisi incelenebilir. Ayrıca bu çalışmada ortaya çıkan uzamsal akıl yürütme düzeyi ile kovaryasyonel akıl yürütme becerisi arasındaki ilişkiler farklı araştırma yaklaşımları ve veri toplama araçları kullanılarak detaylandırılabilir.

Araştırma-Yayın Etiği ve Çıkar Çatışması Beyanı

Uşak Üniversitesi Bilimsel Araştırmalar ve Yayın Etiği Kurulu'nun 22.05.2024 tarih ve E-54749836-050.99-209371 sayılı kararında bu araştırma ve bu araştırma kapsamında uygulanacak yöntemler etik açıdan uygun görülmüştür. Yazarlar araştırma kapsamında araştırma ve yayın etiği kurallarına uyulduğunu ve herhangi bir kurum ya da kişi ile çıkar çatışmasında bulunulmadığını beyan etmektedirler. Yazarlar makaleye eşit oranda katkı sağlamış olup, son halini okuyup onaylamışlardır.

Kaynakça

- Aiello, M. (2002). *Spatial reasoning: Theory and practice*. [Doctoral Thesis, Universiteit van Amsterdam-Amsterdam]. UvA-DARE Digital Academic Repository.
- Arıcı, S. (2012). *The effect of origami-based instruction on spatial visualization, geometry achievement and geometric reasoning of tenth-grade students* (Tez No: 301704) [Yüksek lisans tezi, Boğaziçi Üniversitesi-İstanbul]. Yükseköğretim Kurulu Başkanlığı Tez Merkezi.
- Battista, M. T. (1994). On Greeno's environmental/model view of conceptual domains: A spatial/geometric perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(1), 86-99. <https://doi.org/10.2307/749293>
- Battista, M. T., Wheatley, G. H., & Talsma, G. (1982). The importance of spatial visualization and cognitive development for geometry learning in preservice elementary teachers.

- Journal for Research in Mathematics Education*, 13(5), 332-340. <https://doi.org/10.2307/749007>
- Binet, A., & Simon, T. (1916). *The development of intelligence in children*. Baltimore, Williams & Wilkins. (Reprinted 1973, New York: Arno Press; 1983, Salem, NH: Ayer Company).
- Byrne, R. M. J., & Johnson-Laird, P. N. (1989). Spatial reasoning. *Journal of memory and language*, 28(5), 564-575. [https://doi.org/10.1016/0749-596X\(89\)90013-2](https://doi.org/10.1016/0749-596X(89)90013-2)
- Cantürk-Günhan, B., Turgut, M., & Yılmaz, S. (2009). Spatial ability of a mathematics teacher: The case of Oya. *IBSU Scientific Journal*, 3(1), 151-158.
- Carlson, M. P. (1998). A cross-sectional investigation of the development of the function concept. *Research in Collegiate Mathematics Education III, Conference Board of the Mathematical Sciences, Issues in Mathematics Education*, 7, 114-163.
- Carlson, M. P., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A Framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 352-378. <https://doi.org/10.2307/4149958>
- Carpenter, P. A., & Just, M. A. (1978). Eye fixations during mental rotation. In J. W. Senders, D. F. Fisher, & R. A. Monty (Eds.). *Eye movements and the higher psychological functions* (pp. 115-133). Erlbaum Associates, Inc.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 420-464). Macmillan Publishing Co, Inc.
- Çakmak, Z., Konyalıoğlu, A. C., & Işık, A. (2014). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının üç boyutlu cisimlere ilişkin konu alan bilgilerinin incelenmesi. *Middle Eastern and African Journal of Educational Research*, 8, 28-44.
- Delialioğlu, Ö. (1996). *Contribution of students' logical thinking ability, mathematical skills and spatial ability on achievement in secondary school physics* (Tez No: 56582) [Yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi-Ankara]. Yükseköğretim Kurulu Başkanlığı Tez Merkezi.
- Delialioğlu, Ö., & Aşkar, P. (1999). Contribution of students' mathematical skills and spatial ability to achievement in secondary school physics. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16-17, 34-39.
- Dündar, M., Yılmaz, R., & Terzi, Y. (2019). Matematik ve sınıf öğretmen adaylarının uzamsal yeteneklerinin incelenmesi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 38(1), 113-130.
- Ekstrom, R. B., French, J. W., Harman, H. H., & Dermen, D. (1976). *Manual for kit of factor-referenced cognitive tests*. Educational Testing Service.
- Eryaman, Z. (2009). *A study on sixth grade students' spatial reasoning regarding 2D representations of 3D objects* (Tez No: 250710) [Yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi-Ankara]. Yükseköğretim Kurulu Başkanlığı Tez Merkezi.

- Fennema, E., & Tartre, L. A. (1985). The use of spatial visualization in mathematics by girls and boys. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(3), 184-206. <https://doi.org/10.2307/748393>
- Ferrari-Escolá, M., Martínez-Sierra, G., & Méndez-Guevara, M. E. M. (2016). "Multiply by adding": Development of logarithmic-exponential covariational reasoning in high school students. *The Journal of Mathematical Behavior*, 42, 92-108. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2016.03.003>
- Hacıömeroğlu, G., & Hacıömeroğlu, E. S. (2017). Cinsiyet, uzamsal beceri, mantıksal düşünme becerisi ve çözüm tercihleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 7(1), 116-131. <https://doi.org/10.17984/adyuebd.310833>
- Johnson, H. L. (2012). Reasoning about variation in the intensity of change in covarying quantities involved in rate of change. *Journal of Mathematical Behavior*, 31(3), 313-330. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2012.01.001>
- Just, M. A., & Carpenter, P. A. (1985). Cognitive coordinate systems: accounts of mental rotation and individual differences in spatial ability. *Psychological Review*, 92(2), 137-172. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.92.2.137>
- Karaman, T., & Yontar-Toğrol, A. (2015). Relationship between gender, spatial visualization, spatial orientation, flexibility of closure abilities and performance related to plane geometry subject among sixth grade students. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 26(1), 1-26.
- Kayhan, E. B. (2005). *Investigation of high school students' spatial ability* (Tez No: 167317) [Yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi-Ankara]. Yükseköğretim Kurulu Başkanlığı Tez Merkezi.
- Kertil, M. (2020). Covariational reasoning of prospective mathematics teachers: How do dynamic animations affect? *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 11(2), 312-342. <https://doi.org/10.16949/turkbilm.652481>
- Kertil, M., Erbaş, A. K., & Çetinkaya, B. (2019). Developing prospective teachers' covariational reasoning through a model development sequence. *Mathematical Thinking and Learning*, 21(3), 207-233. <https://doi.org/10.1080/10986065.2019.1576001>
- Kösa, T. (2016a). Effects of using dynamic mathematics software on pre-service mathematics teachers' spatial visualization skills: The case of spatial analytic geometry. *Educational Research and Reviews*, 11(7), 449-458.
- Kösa, T. (2016b). The effect of using dynamic mathematics software: Cross section and visualization. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 23(4), 121-128.
- Lean, G., & Clements, M. A. K. (1981). Spatial ability, visual imagery, and mathematical performance. *Educational Studies in Mathematics*, 12(3), 267-299. <https://doi.org/10.1007/BF00311060>
- Linn, M. C., & Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of gender differences in spatial abilities: A meta-analysis. *Child Development*, 56(6), 1479-1498. <https://doi.org/10.2307/1130467>

- Lohman, D. F. (1996). Spatial ability and G. In I. Dennis & P. Tapsfield (Eds.), *Human abilities: Their nature and measurement*. (pp. 97–116). Erlbaum Associates, Inc.
- Maeda, Y., & Yoon, S. Y. (2013). A meta-analysis on gender differences in mental rotation ability measured by the Purdue spatial visualization tests: Visualization of rotations (PSVT:R). *Educational Psychology Review*, 25(1), 69-94. <https://doi.org/10.1007/s10648-012-9215-x>
- Martin-Dorta, N., Sanchez-Berriel, I., Bravo, M., Hernandez, J., Saorin, J. S., & Contero, M. (2014). Virtual Blocks: A serious game for spatial ability improvement on mobile devices. *Multimedia Tools and Applications*, 73(3), 1575-1595. <https://doi.org/10.1007/s11042-013-1652-0>
- Martin-Gutiérrez, J., Saorín, J., Martin-Dorta, N., & Contero, M. (2009). Do video games improve spatial abilities of engineering students? *International Journal of Engineering Education*, 25(6), 1194-1204.
- McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal and neurological influences. *Psychological Bulletin*, 86(5), 889-918. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.86.5.889>
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar). Ankara: MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı Yayınları. <https://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329>
- Okagaki, L. R., & Frensch, P. A. (1994). Effects of video game playing on measures of spatial performance: Gender effects in late adolescents. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 15(1), 33-58. [https://doi.org/10.1016/0193-3973\(94\)90005-1](https://doi.org/10.1016/0193-3973(94)90005-1)
- Olgun, B. (2016). *Preservice mathematics teachers solving word problems: Visual-spatial abilities, use of representations, and types of mathematical thinking* (Tez No: 435137) [Yüksek lisans tezi, Boğaziçi Üniversitesi-İstanbul]. Yükseköğretim Kurulu Başkanlığı Tez Merkezi.
- Olkun, S. (2003). Making connections: Improving spatial abilities with engineering drawing activities. *International Journal of Mathematics Teaching and Learning*, 3(1), 1-10. <https://doi.org/10.1501/0003624>
- Özcan, K. V., Akbay, M., & Karakuş, T. (2016). Üniversite öğrencilerinin oyun oynama alışkanlıklarının uzamsal becerilerine etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 24(1), 37-52.
- Paoletti, T., & Moore, K. C. (2017). The parametric nature of two students' covariational reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, 48, 137-151. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.08.003>
- Patton, M. Q. (2014). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri* (3. Baskıdan çeviri) (M. Bütün ve S. B. Demir, Çev. Haz.) Pegem Akademi.
- Pavlovičová, G., Bočková, V., & Laššová, K. (2022). Spatial ability and geometric thinking of the students of teacher training for primary education. *TEM Journal*, 11(1), 388-395. <https://doi.org/10.18421/tem111-49>

- Polat, K., Oflaz, G., & Akgün, L. (2019). Görsel ispat becerisinin, van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ve uzamsal yetenek ile ilişkisi. *Erciyes Eğitim Dergisi*, 3(2), 105-122. <https://doi.org/10.32433/eje.604126>
- Putri, R. O. E. (2018). Spatial skill profile of mathematics pre-service teachers. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 947, No. 1, p. 012065). IOP Publishing.
- Saldanha, L. A., & Thompson, P. W. (1998). Re-thinking co-variation from a quantitative perspective: Simultaneous continuous variation. In S. B. Berenson, & W. N. Coulombe (Vol. Eds.), *Proceedings of the annual meeting of the psychology of mathematics education – North America*. (Vol. 1, pp. 298–304). North Carolina State University.
- Sarı, M. H. (2016). Uzamsal beceri ve uzamsal kaygı arasındaki ilişki: Sınıf öğretmenleri adayları üzerine bir araştırma. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 7(3), 646-658. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.277877>
- Shepard, R. N., & Cooper, L. A. (1982). *Mental images and their transformations*. Cambridge Univ. Press.
- Shepard, R. N., & Metzler, J. (1971). Mental rotation of three-dimensional objects. *Science*, 171(3972), 701-703. <https://doi.org/10.1126/science.171.3972.701>
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://dx.doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Stake, R. E. (2005). Qualitative case studies. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *The SAGE handbook of qualitative research* (3rd ed., pp. 443–466). Sage Publications, Inc.
- Stalvey, H. E., & Vidakovic, D. (2015). Students' reasoning about relationships between variables in a real-world problem. *The Journal of Mathematical Behavior*, 40, 192-210. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.08.002>
- Şen, E. Ö. (2021). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının uzamsal görselleştirme ve zihnin uzamsal alışkanlıkları arasındaki ilişki. *Anadolu Journal of Educational Sciences International*, 11(1), 268-286. <https://doi.org/10.18039/ajesi.756498>
- Şen-Zeytun, A., Çetinkaya, B., & Erbaş, A. K. (2010). Mathematics teachers' covariational reasoning levels and predictions about students' covariational reasoning abilities. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 10(3), 1601-1612.
- Thompson, P. W. (1990). *A theoretical model of quantity-based reasoning in arithmetic and algebraic*. [Yayımlanmamış taslak], Center for Research in Mathematics & Science Education, San Diego State University.
- Thompson, P. W. (1993). Quantitative reasoning, complexity, and additive structures. *Educational Studies in Mathematics*, 25(3), 165-208. <https://doi.org/10.1007/BF01273861>
- Thompson, P. W. (1994). Images of rate and operational understanding of the fundamental theorem of calculus. *Educational Studies in Mathematics*, 26(2-3), 229-274. <https://doi.org/10.1007/BF01273664>
- Thompson, P. W., & Carlson, M. P. (2017). Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. In J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 421-456). National Council of Teachers of Mathematics.

- Thompson, P. W., Hatfield, N. J., Yoon, H., Joshua, S., & Byerley, C. (2017). Covariational reasoning among US and South Korean secondary mathematics teachers. *The Journal of Mathematical Behavior*, 48(1), 95-111. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.08.001>
- Turgut, M., Cantürk-Günhan, B., & Yılmaz, S. (2009). Uzamsal yetenek hakkında bir bilgi seviyesi incelenmesi. *e-Journal of New World Sciences Academy*, 4(2), 317-326.
- Turğüt, M. (2010). *Teknoloji destekli lineer cebir öğretiminin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının uzamsal yeteneklerine etkisi* (Tez No: 265541) [Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi-İzmir]. Yükseköğretim Kurulu Başkanlığı Tez Merkezi.
- Turğüt, M., & Yenilmez, K. (2012). Matematik öğretmeni adaylarının uzamsal görselleştirme becerileri. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 1(2), 243-252.
- Turğüt, M., Yenilmez, K., & Balbağ, M. Z. (2017). Öğretmen adaylarının mantıksal ve uzamsal düşünme becerileri: Bölüm, cinsiyet ve akademik performansın etkisi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(41), 265-283. <https://doi.org/10.21764/efd.13098>
- Ulusoy, F. (2020). Öğretmen adaylarının iki niceliğin eş zamanlı değişimini içeren dinamik fonksiyonel durumlar için oluşturdukları grafik temsilleri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi – Journal of Qualitative Research in Education*, 8(2), 462-488. <https://doi.org/10.14689/issn.2148-624.1.8c.2s.3m>
- Ünal, H., Jakubowski, E., & Corey, D. (2009). Differences in learning geometry among high and low spatial ability pre-service mathematics teachers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(8), 997-1012. <https://doi.org/10.1080/00207390902912852>
- Yavuz-Mumcu, H., & Yıldız, S. (2015). Uzamsal düşünmeyi destekleyici web-tabanlı öğretim materyali geliştirme, uygulama ve değerlendirilmesi. *İlköğretim Online*, 14(4), 1290-1306. <https://doi.org/10.17051/io.2015.48587>
- Yazgan, Y., & Kozaklı-Ülger, T. (2022). Matematik öğretmeni adaylarının cebirsel, uzamsal, olasılıksal ve orantısal muhakemedeki başarı düzeylerinin karşılaştırılması. *Turkish Studies-Educational Sciences*, 17(3), 485-499. <http://dx.doi.org/10.7827/TurkishStudies.-62371>
- Yemen-Karpuzcu, S., Ulusoy, F., & Işıksal-Bostan, M. (2017). Prospective middle school mathematics teachers' covariational reasoning for interpreting dynamic events during peer interactions. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15, 89-108. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9668-8>
- Yıldız, B., & Tüzün, H. (2011). Üç-boyutlu sanal ortam ve somut materyal kullanımının uzamsal yeteneğe etkileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41(41), 498-508.
- Yolcu, B., & Kurtuluş, A. (2010). 6. sınıf öğrencilerinin uzamsal görselleştirme yeteneklerini geliştirme üzerine bir çalışma. *İlköğretim Online*, 9(1), 256-274.

Extended Abstract

The level of spatial reasoning skills and covariational reasoning skills of prospective mathematics teachers and whether there is a relationship between these skills can be

considered an important issue in mathematics education. The aim of this study is to determine the spatial reasoning levels of primary school mathematics teacher candidates and to examine the covariational reasoning skills of teacher candidates at different spatial reasoning levels. Based on this, answers were sought to the following three research questions in parallel with the purpose of the study.

- How are the spatial reasoning levels of prospective teachers in the sub-dimensions of spatial orientation and spatial visualization?
- How are the covariational reasoning processes of prospective teachers?
- How are the covariational reasoning skills of prospective teachers at different spatial reasoning levels?

This study, designed with qualitative research patterns, is a case study. The first part of this two-part research was conducted with 13 fourth-grade primary mathematics teacher candidates, five girls, and eight boys, studying at a state university in Türkiye. In the first part of the study, Spatial Ability Test was used as a data collection tool. Quantitative descriptive statistics were used in the analysis of the data obtained from this test. For the second part of the study, the scores received by teacher candidates from the Spatial Ability Test were divided into five different success levels and a mathematics teacher candidate was selected to represent each level. In part, data obtained from unstructured and semi-structured interviews with the Covariational Reasoning Form were analyzed with qualitative descriptive analysis.

The most basic result of the research is that the spatial reasoning skills of primary school mathematics teacher candidates are at a low level. This result is compatible with the results of some studies in the literature (Çakmak et al., 2014; Turğut & Yenilmez, 2012; Turğut et al., 2017; Yazgan & Kozaklı-Ülger, 2022). Most of the studies in the literature have considered spatial ability as a single ability and conducted their studies without distinguishing between the subcomponents of spatial ability (Karaman & Yontar-Toğrol, 2015). In this study, the spatial abilities of primary school mathematics teacher candidates were examined in McGee's (1979) spatial orientation and spatial visualization subcomponents, and as a more in-depth result of the research, it was determined that both the spatial orientation and spatial visualization abilities of the prospective teachers were low level. Another result of this research is that prospective teachers' covariational reasoning skills are at a low level. Pre-service teachers experienced various difficulties in covariational reasoning. Consistent with this result, studies in the literature have revealed that the covariational reasoning of pre-service mathematics teachers (Kertil, 2020; Kertil et al., 2019; Ulusoy, 2020; Yemen-Karpuzcu et al., 2017) and mathematics teachers (Şen-Zeytun et al., 2010; Thompson et al., 2017) is weak and lacking in depth and that they have deficiencies in covariational reasoning. The factors that negatively affected the spatial reasoning processes were the difficulties encountered in determining the critical regions of the object to be drawn, making the correct drawing by making acceleration-dependent

evaluation in critical regions, and determining the correct relationship between the dependent and independent variables. These difficulties are among the difficulties identified in the literature (Kertil, 2020; Kertil et al, 2019; Şen-Zeytun et al., 2010; Thompson et al., 2017; Ulusoy, 2020; Yemen-Karpuzcu et al., 2017). In this study, it was revealed that lack of skills in determining critical regions and spatial reasoning negatively affected the process. Most importantly, this research revealed that as the spatial reasoning levels of primary school mathematics teacher candidates increase, their covariational reasoning skills also increase. Since the results of the research clearly demonstrate the need to develop prospective teachers' spatial and covariational reasoning skills, instructional implications that can improve these skills are discussed and suggestions are made in the context of teacher training in this regard. In this context, studies can be carried out to improve the covariational reasoning skills of teacher candidates. Teacher candidates should be exposed to such activities more frequently. There are an increasing number of but still limited studies in the literature on this subject (Ferrari-Escolá et al., 2016; Kertil et al., 2019; Kertil, 2020). For example, Kertil's (2020) study showed that animations obtained with dynamic geometry software can contribute to the covariational thinking skills of prospective mathematics teachers.

In this study, inferences were made regarding the relationship between spatial reasoning levels and covariational reasoning skills. In future research, the relationship between covariational reasoning and different skills can be examined. In addition, the relationships between spatial reasoning skills and covariational reasoning skills revealed in this study can be detailed using different research approaches and data collection tools.