

Fen, Matematik, Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Dergisi Journal of Science, Mathematics, Entrepreneurship and Technology Education

<https://dergipark.org.tr/tr/pub/fmgted>

© ISSN: 2667-5323

İlkokul 2. Sınıf Öğrencilerinin Bilişsel Çıracılık Yaklaşımı ile Toplama İşlemi Becerilerinin Geliştirilmesi: Eylem Araştırması

Hakan Ulum^{*1}, Fadime Ergün², Kübra Topdař³, Ömer Sađlam⁴

¹ Dr. Öğr. Üyesi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, hakanulum@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-1398-6935

² Yüksek Lisans Öğrencisi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, 1fadimeergun@gmail.com, ORCID ID: 0009-0001-8647-1297

³ Yüksek Lisans Öğrencisi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, topdaskubra3@gmail.com, ORCID ID: 0009-0006-0557-665X

⁴ Yüksek Lisans Öğrencisi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, omer_saglam42@hotmail.com, ORCID ID: 0000-0002-1398-6935

*Sorumlu yazar

ÖZ

Bu araştırma, ilkokul 2. sınıf öğrencilerinin toplama işlemi becerilerini geliştirmek için bilişsel çıracılık yönteminin etkisini incelemiştir. Çalışma, 2023-2024 öğretim yılında Konya ilinde bir devlet okulunda öğrenim gören iki öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrencilere 12 görevden oluşan bir eylem planı uygulanmış, bilişsel çıracılık adımları olan modelleme, koçluk, yapı iskelesi, ifade etme, yansıtma ve öğrenmenin transferi uygulanmıştır. Araştırma sonuçları, bilişsel çıracılık yönteminin öğrenci motivasyonunu artırdığını, toplama işlemi becerilerini geliştirdiğini ve özgüvenlerini pekiştirdiğini göstermiştir. Öğrenciler, uygulama sürecinde matematik dersine karşı olumlu tutum geliştirmiş, yanlış yapma korkusunu yenerek derslere daha aktif katılım sağlamıştır. Elde edilen verilere göre, bilişsel çıracılık yöntemi, ilkokul düzeyinde matematik öğrenimini destekleyen etkili bir strateji olarak öne çıkmaktadır.

MAKALE TÜRÜ

Araştırma

MAKALE BİLGİLERİ

Gönderilme Tarihi:

08.07.2024

Kabul Edilme Tarihi:

31.10.2024

ANAHTAR

KELİMELELER: Bilişsel çıracılık, Toplama işlemi, Matematik öğretilimi, İlkokul öğrencileri, Eylem araştırması.

Improving Addition Skills of 2nd Grade Primary School Students with Cognitive Apprenticeship Approach: An Action Research

ABSTRACT

This study investigates the effectiveness of the cognitive apprenticeship method in enhancing the addition skills of 2nd-grade primary school students. The study involved two students during the 2023-2024 academic year at a public school in Konya. A 12-task action plan was implemented, incorporating steps of cognitive apprenticeship: modeling, coaching, scaffolding, articulation, reflection, and transfer of learning. The findings indicate that the cognitive apprenticeship boosts student motivation, improves addition skills, and reinforces self-confidence. Throughout the process, students developed a positive attitude towards mathematics, overcame their fear of making mistakes, and became more active in lessons. The study concludes that cognitive apprenticeship is an effective strategy for supporting mathematics learning at the primary level, as evidenced by the improvements in student attitudes and performance during the research.

ARTICLE TYPE

Research

ARTICLE INFORMATION

Received:

08.07.2024

Accepted:

31.10.2024

KEYWORDS:

Cognitive

apprenticeship,

Addition,

Mathematics

teaching, Primary

school students, Action research.

Summary

Introduction, Purpose and Significance

This study investigates the impact of the cognitive apprenticeship method on improving the addition skills of 2nd-grade primary school students. Mathematics is a fundamental science with applications across various disciplines, forming a cornerstone of human civilization. Foundational mathematical skills like addition are critical for developing more advanced competencies. Many students, however, need help with these basic operations. Cognitive apprenticeship, rooted in Vygotsky's sociocultural theory, encourages active student participation in learning processes through modeling, coaching, scaffolding, articulation, reflection, and the transfer of learning (Collins ve Ark., 1991). This study was conducted in a public school in Konya during the 2023-2024 academic year with two participants to evaluate the effectiveness of this method.

Methods

The study employed an action research model, which involves systematic data collection and analysis by practitioners to identify and solve problems (Yıldırım & Şimşek, 2016). The primary objective was to offer immediate feedback and corrections, enhancing the effectiveness of the educational process. The research focused on teaching addition with and without carrying. Two 2nd-grade students were observed and selected based on their specific needs. A 12-task action plan was developed and implemented.

The research was conducted at a state primary school in Konya with students from low socio-economic backgrounds. The selected participants, however, had supportive families invested in their academic success. Data collection tools included observation forms, semi-structured interview forms, and an achievement test. The data were analyzed using content analysis and simple analytical methods.

Findings

The findings indicate that the cognitive apprenticeship method significantly changed the students' attitudes toward mathematics. Initially, both students displayed anxiety and reluctance towards math. However, following the implementation of the cognitive apprenticeship method, students began to participate in lessons actively, overcame their fear of making mistakes, and developed self-confidence. Their performance in additional tasks improved markedly.

Attitudes Toward Mathematics: Before the intervention, students were hesitant and anxious. Post-intervention, students expressed enjoyment and eagerness to engage in math lessons, showcasing a positive attitude shift.

Observations: Initially, students were passive and struggled with basic additions, especially involving carrying. Post-intervention, their mathematical reasoning and problem-solving skills improved significantly. They began to approach problems confidently and accurately.

Effectiveness of the Method: The cognitive apprenticeship method effectively addresses students' learning difficulties. Under teacher guidance, the students progressed through various stages, gradually reducing support as they became more competent in independent problem-solving.

Discussion and Conclusion

The study demonstrates that the cognitive apprenticeship is an effective strategy for teaching mathematics to primary school students facing learning difficulties. This method improved their addition skills and overall attitude toward the subject. The structured, phased approach allowed students to build confidence and competence progressively. Future research could expand this method to more extensive and diverse student groups to further validate its efficacy. The cognitive

apprenticeship method, focusing on active learning and gradual release of responsibility, offers a promising approach for educators aiming to foster deeper understanding and engagement in mathematical education.

Giriş

Bilişsel Çıraklık

Bilişsel çıraklık, öğrencilerin bilgi ve becerileri uzmanlar tarafından kullanılan yöntemler ve süreçler aracılığıyla edinmesi üzerine yoğunlaşan bir öğrenme teorisidir. Bu yaklaşım, öğrencilere teorik bilginin yanı sıra pratik beceriler kazandırarak öğrenmenin derinleşmesini sağlar (Smith & Brown, 2016). Bilişsel çıraklık, dört ana boyut üzerinde durur: içerik, yöntem, sıralama ve sosyoloji. Bu model, bilişsel becerilerin yanı sıra metabilşsel becerilerin de öğrenilmesini sağlar (Lyons et al., 2017). Bilişsel çıraklığın **içerik** boyutu, öğrencilerin öğrenecekleri bilgi ve becerilerin doğasını ve önemini vurgular. Bu boyut, öğrencilerin uzmanlık alanlarıyla ilgili temel kavramları anlamalarını sağlar (Collins et al., 1989). **Yöntem**, uzmanların bu bilgi ve becerileri nasıl uyguladıklarını gösterir. Öğrenciler, uzmanların problem çözme tekniklerini gözlemleyerek bu süreçleri öğrenirler (Brown et al., 1989). **Sıralama**, öğrenme sürecinin yapılandırılmasıyla ilgilidir ve karmaşık becerilerin zamanla kademeli olarak nasıl kazanılacağını belirler (Collins, 2006). **Sosyoloji** boyutu ise öğrenmenin sosyal bir bağlamda gerçekleştiğini vurgular ve öğrencilerin bir topluluk veya meslek grubunun normlarını ve değerlerini öğrenmelerine yardımcı olur (Lave & Wenger, 1991). Bu dört boyut, bilişsel çıraklık modelinin merkezinde yer alır ve öğrencilere sadece bilişsel değil, aynı zamanda metabilşsel beceriler kazandırmayı hedefler (Lyons et al., 2017).

Son yıllarda bilişsel çıraklık modeli, farklı alanlara ve eğitim ortamlarına uyarlanmıştır. Matsuo ve Tsukube (2020), bilişsel çıraklık modelinin yönetim eğitimi ve işyeri öğreniminde uygulanabilirliğini incelemişlerdir. Çalışmalarında, bilişsel çıraklık yöntemlerinin metabilşsel becerilerin geliştirilmesine odaklandığını ve bu bağlamda yönetim eğitimi için uygun bir model sunduğunu belirtmişlerdir (Matsuo & Tsukube, 2020). Bu modelin uygulanması, öğrencilere gerçek dünya problemleriyle başa çıkma konusunda önemli beceriler kazandırmayı hedefler (Kirschner & Hendrick, 2020). Ek olarak bilişsel çıraklık, dijital eğitim ortamlarına da uyarlanmış ve bu alanlarda da büyük bir etkinlik göstermiştir. Saadati ve diğerleri (2015), internet tabanlı bilişsel çıraklık modeli geliştirerek öğrencilere istatistiksel becerilerini geliştirme fırsatı sunmuşlardır. Bu model, öğrencilere daha fazla etkileşimli ve kişiselleştirilmiş öğrenme deneyimleri sağlamıştır. Genel olarak, bilişsel çıraklık modeli, geniş bir yelpazede eğitim ve öğretim süreçlerine derinlemesine katkılar sağlamaktadır. Eğitimin çeşitli alt alanlarında uygulanabilen bu model, öğrencilerin bilişsel ve metabilşsel becerilerini geliştirme konusunda önemli bir potansiyele sahiptir (Imiere, 2019).

Toplama İşlemi ve Bilişsel Çıraklık

Bilişsel çıraklık, öğrencilerin karmaşık bilişsel süreçleri ve uzmanların problem çözme yöntemlerini öğrenmelerini sağlayan bir yaklaşımdır (Collins ve ark., 2018). Bu yaklaşım, özellikle matematik gibi disiplinlerde oldukça etkilidir (Cakmakci ve ark.,2020). Matematik derslerinde bilişsel çıraklık yöntemini uygulayan araştırmalar, öğrencilerin derslere karşı olumlu tutum geliştirdiğini ve yanlış yapma korkusunu yenerek derslere daha aktif katılım sağladıklarını göstermiştir (Koç & Korkmaz, 2019). Bu modelin temel bileşenleri modelleme, koçluk, yansıtma, keşfetme ve pratik yapmaktır (Albert & Antos, 2000). Modelleme, öğretmenin bir problemi nasıl çözdüğünü öğrencilere göstererek başlar. Ardından, öğretmen, öğrencilerin aynı süreci takip etmelerini sağlamak amacıyla onlara koçluk yapar ve geri bildirimde bulunur. Yansıtma aşamasında, öğrenciler kendi performanslarını değerlendirir ve bu değerlendirmeleri üzerinden deneyim kazanır. Keşfetme aşamasında ise öğrenciler, öğrendikleri bilgileri farklı bağlamlarda uygulamaya çalışırlar (Lyons et al., 2017). Bu süreçlerin tümü, öğrencilere toplama işlemi gibi temel matematiksel becerileri kazandırmada etkilidir (Yusepa ve ark.,2018).

Toplama işlemi, matematik eğitiminin temel taşlarından biridir ve öğrencilerin daha karmaşık problemlere geçmeden önce bu beceriyi anlamaları ve ustalaşmaları gereklidir (Matsuo & Tsukube, 2020). Bilişsel çıraklık modeli, bu becerinin kazandırılmasında etkili olabilir (Lajoie, 2005). Örneğin, bir öğretmen toplama işlemini öğretirken, önce kendi toplama stratejilerini (örneğin, sayı doğrusu kullanma, gruptandırma yapma) öğrencilere gösterir (modelleme). Ardından, öğrencileri bu stratejileri kullanarak toplama problemlerini çözerken destekler (koçluk). Öğrenciler, bu süreçte nerede hata yaptıklarını ve bu hataları nasıl düzeltebileceklerini yansıtma aşamasında öğrenirler. Sonrasında, öğrenciler, toplama işlemini oyunlar veya interaktif etkinlikler aracılığıyla keşfederek pekiştirirler (Lyons et al., 2017).

Genel olarak, bilişsel çıraklık modeli toplama işlemi gibi temel matematiksel becerilerin kazandırılmasında etkili bir yöntemdir (Collins ve ark.,2018). Öğrencilerin aktif katılımını ve etkileşimini sağlayarak, kalıcı öğrenme sağlanabilir ve matematiksel düşünme becerileri geliştirilebilir (Cave, 2010). Bu yaklaşımla, öğrenciler sadece toplama işlemi öğrenmekle kalmaz, aynı zamanda problem çözme ve eleştirel düşünme yetilerini de geliştirirler (Yusepa ve ark.,2018).

Önceki çalışmalara baktığımızda, Alptekin (2015) ve Olkun ve Toluk Uçar (2007) matematik öğretiminin sistemli ve disiplinli bir süreç gerektirdiğini belirtmektedir. Bilişsel çıraklık yönteminin etkinliği, özellikle somut öğelerden soyut kavramlara geçişin önemiyle vurgulanmaktadır. Ayrıca, farklı araştırmalarda bu yöntemin öğrencilerin akademik başarılarını ve matematiğe olan ilgilerini belirgin şekilde artırdığı ifade edilmektedir (Collins ve ark., 1991; Van de Walle ve ark., 2012). Bu bağlamda bu çalışmada bilişsel çıraklık yöntemi esas alınarak hazırlanan eylem planları aracılığıyla matematikte öğrenme gücünü yaşayan ilkökul ikinci sınıf öğrencilerinin “Doğal Sayılarla Toplama İşlemi” öğrenme alanında toplamları 100’e kadar (100dahil) olan doğal sayılarla toplama işlemini öğrenmeleri amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

1. Gözlemcinin, bilişsel çıraklık yöntemi ile işlenen matematik dersine yönelik gözlemleri nasıldır?
2. Bilişsel çıraklık ile işlenen matematik dersinde katılımcılara yönelik gözlemler nasıldır?
3. Katılımcıların matematik dersinde toplama işlemi konusundaki başarısızlığı bilişsel çıraklık yöntemi ile giderilebilir mi?

Yöntem

Araştırma Modeli

Bu çalışmada Döngüsel Eylem Araştırması yaklaşımı benimsenmiştir (Mills, 2011). Eylem araştırması; uygulayıcıların, yani öğretmenlerin ve diğer araştırmacıların kendi ortamlarındaki sorunları tespit edip çözüm üretmelerini hedefleyen, döngüsel aşamalar içeren bir araştırma yöntemidir. Eylem araştırması, genellikle planlama, eyleme geçme, gözlem ve yansıtma aşamalarından oluşur (Yıldırım & Şimşek, 2016). Bu çalışmada, Mills’in (2011) Diyalektik Eylem Araştırması Döngüsü modeline dayalı olarak şu adımlar takip edilmiştir:

1. **Odak Alanının Belirlenmesi:** İlk aşamada, matematik dersinde öğrencilerin toplama işlemi konusundaki başarısızlığı üzerinde odaklanılmıştır.
2. **Planlama:** Sorunu çözmek amacıyla bilişsel çıraklık yönteminin uygulanmasına yönelik bir plan geliştirilmiştir.
3. **Eyleme Geçme:** Plan doğrultusunda bilişsel çıraklık yöntemi uygulanmış ve ders sırasında öğrencilerin etkin katılımı sağlanmıştır.
4. **Gözlem:** Öğretmenler ve araştırmacılar, uygulamanın etkilerini gözlemleyerek katılımcıların süreç boyunca sergiledikleri tutum ve performansı kayıt altına almışlardır.
5. **Yansıtma:** Elde edilen veriler ışığında, sürecin etkinliği değerlendirilmiş ve gelecekteki uygulamalar için yeni stratejiler geliştirilmiştir (Mills, 2011).

Bu döngüsel süreçte, araştırmanın konusu olarak öğrencilerin toplama işlemindeki başarısızlıkları belirlenmiştir. Çalışmada katılımcı seçiminde gönüllülük esas alınmış olup, matematik

dersine katılan 10 öğrenci ve 2 öğretmen araştırmanın katılımcıları olarak belirlenmiştir. Eylem araştırmasının bu yönü, sorunların belirlenip çözüm üretilmesini sağlayarak hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin sürece aktif katılımını teşvik eder (Köklü, 2001). Bu çalışmanın her aşaması, Mills'in döngüsel eylem araştırması modeline dayandırılmıştır.

Çalışmada bilişsel çıraklıkla harmanlanmış eldeli ve eldesiz toplama işlemi konusu tercih edilmiştir. Bilişsel çıraklık tercih edilmesindeki amaç katılımcıların kendi öğrenmelerinin sorumluluğunu kademeli olarak almalarıdır. Bu sebeple 12 görevden oluşan bir eylem planı hazırlanmış, her kademede öğrenciye veriler görev bir ölçüde arttırılmıştır. Zamanla öğretmen desteği ortadan kalkmış, katılımcılar kendi öğrenmelerini denetleyebiliyor olmuş, meta bilişsel olarak ilerleme kaydetmişlerdir.

Çalışma Grubu

Bu araştırmanın katılımcıları uygun örnekleme yöntemiyle belirlenmiştir. Uygun örnekleme, araştırma için oluşturulacak çalışma grubuna kolayca ulaşılabilir için kullanılan bir örnekleme yöntemidir (Patton, 2014). İş gücü, para ve zaman tasarrufu amaçlayan uygun örnekleme yöntemi, araştırma için gereken çalışma grubunun en ulaşılabilir ve maliyet açısından en avantajlı örneklemin seçilmesini içerir (Gürbüz & Şahin, 2015). Bu araştırma, 2023-2024 bahar döneminde bir devlet ilkokulunun 2. sınıfında öğrenim gören 2 öğrenci ile yürütülmüştür.

Katılımcılar, araştırmacılar tarafından uzun süreli sınıf içi gözlemler ve öğretmenlerle yapılan ön görüşmeler sonucunda belirlenmiştir. Öğrenciler, gözlemci tarafından haftada iki kez yapılan 40 dakikalık matematik dersleri sırasında bilişsel çıraklık yöntemiyle işlenen derslerde gözlemlenmiştir. Gözlemler, katılımcı gözlem tekniği ile yürütülmüş olup, öğrencilerin ders içi etkileşimleri, görevleri tamamlama süreçleri ve öğretmen rehberliğine tepkileri üzerine notlar alınmıştır. Ayrıca, gözlem süresince öğrenci performansları video kayıtları ile desteklenmiş ve bu veriler daha sonra analiz edilmiştir. Bu gözlemler, öğrencilerin matematik dersine katılım düzeyleri ve bilişsel becerilerinin gelişimi hakkında ayrıntılı bilgi sağlamıştır.

Katılımcıların Özellikleri

Araştırma kapsamında iki farklı sınıftan iki öğrenci belirlenmiştir. Öğrencilerin gerçek kimlikleri gizli tutulmuş, çalışmada kod adı yerine katılımcıların kendi isimleri kullanılmıştır. Katılımcılar Konya ilinin Karatay ilçesinde bulunan bir okulda 2. Sınıfta öğrenim görmektedir. Okul genelini sosyoekonomik durumu yetersiz öğrenciler oluşturmaktadır. Farklı yerlerden göç ederek gelmiş öğrencilerin çoğunlukta olduğu bu okulda aileler kalabalık, çocuk sayısı fazla ve dolayısı ile veli ilgisi düşüktür. Araştırmacılar tarafından gözlemlenerek seçilen katılımcılarda ise durum farklıdır. İki katılımcının velileri de eğitime son derece önem vermekte, öğrencilerinin akademik başarısını ilerletmek için her yolu denemektedir. Katılımcılarda aile içindeki bu ilginin farkı olmaları sebebi ile bir güven söz konusudur. Bu güven ise onların ders ilgisinin düşmesine sebebiyet vermektedir. Çalışma öncesi gözlem sürecinde ailelilerin katılımcıların ödevlerini yapması konusunda ısrarcı olmaları, işlenen konulardan geri kalmamaları için türlü yollara başvurdukları fark edilmiştir. Katılımcıların farklı uyarılardan çok fazla etkilenmeleri, oyunu bir kaçış yolu olarak görmeleri bir diğer ortak özelliktir.

Katılımcıların kazanımı edinmesinde bilişsel çıraklık tercih edilmiştir. Bunun sebepleri arasında katılımcıların hali hazırda bir yetişkin rehberliğinde öğretime daha yatkın olmalarıdır. Katılımcılar üzerindeki aile denetimi azaltılarak kademeli olarak denetimi kendilerine vermek hedeflenmiştir. Veliler araştırmacılar tarafından bilgilendirilerek rızaları alınmıştır. Süreçte veliler ve araştırmacılar sürekli iletişim içerisinde bulunmuş, öğretim tutarlı bir biçimde gerçekleştirilmiştir. Velilerle yapılan görüşmeler sonucunda öğrencilerin çok fazla öğretmen değiştirdikleri, bu sebeple okul ve ders ilgisi düştüğü bilgisi edinilmiştir. Diğer derslere karşı korkularını kademe kademe yenen katılımcıların matematik dersine karşı korku ve ön yargısı sabit kalmıştır. İşte bu sebeple öğrencilerin matematik

dersinden sıkılmış ve bunalmış halini bir nebze olsun azaltmak için eğlenceli görevler tercih edilmiş, öğretmenleri rehberliğinde bir şeyleri yapabiliyor olmak düşüncesi onları son derece memnun kılmıştır.

Öğrencilerin bir diğer benzer noktası da yazı yazma isteksizliğidir. Akranlarına oranla çok daha yavaş yazmakta, yazı yazarken çevredeki uyarılardan çok çabuk etkilenerek odaklanamamalarıdır. Öğrencilerin okuma hızlarının yavaş, gözle takip becerilerinin de kısıtlı olması dikkat çeken bir diğer husustur. Yapılan çalışmalarda öğrencilerin yazı yazmaları da sık sık teşvik edilmiş, böylece uyarandan yoksun bir ortamda son derece hızlı yazdıkları fark edilmiştir.

Katılımcıların seçilmesindeki bir önemli sebep de sosyal davranışlarındaki benzerliktir. Benzer aile yapılarına sahip olan katılımcıların arkadaşlık ilişkileri de bir o kadar benzerdir. Uyumlu iletişim kurabilen bu bireyler, arkadaşları tarafından sevilmekte, düzenli ve sağlam bir ilişkileri bulunmaktadır. İkisi de son derece uyumlu ve sevecen olan katılımcıların bazen kendilerini ifade etmekte zorlandığı ve bu sebeple utangaç tavırlar sergilediği gözlemlenmiştir. Bu durum matematik derslerinde sıklıkla baş göstermekte, diğer derslerde katılımları zamanla yükselen katılımcıların matematik derslerindeki sessizlikleri dikkat çekmektedir. Bu durumları gidermek amacıyla öğrenciler uzun süre gözlemlenmiş ve ihtiyaçları tespit edilmiştir.

Hazırbulunmuşluk düzeylerini ve eksikliklerini belirlemek amacıyla matematik dersine yönelik ayrıntılı bir ihtiyaç analizi yapılmıştır. Bu analiz, öğrencilerin toplama işlemi konusunda sahip oldukları bilgi ve becerileri değerlendiren ön test uygulaması, öğretmen görüşmeleri ve sınıf içi gözlemlerden oluşmuştur. Öğrencilere, toplama işlemi ile ilgili temel sorular yöneltilmiş ve problem çözme becerileri gözlemlenmiştir. Ayrıca, matematik dersine ilişkin tutum ve katılım düzeyleri de öğretmenle yapılan birebir görüşmeler aracılığıyla değerlendirilmiştir. İhtiyaç analizi sonucunda, öğrencilerin toplama işlemi konusunda kavramsal eksiklikleri ve uygulama hataları olduğu tespit edilmiştir. Buna ek olarak, öğrencilerin ders sırasında özgüven eksikliği yaşadığı ve öğretmen rehberliğine yoğun ihtiyaç duydukları belirlenmiştir.

Bu analizlerin sonucunda, toplama işlemi konusunda öğrencilerin eksiklerini gidermeye yönelik bilişsel çıraklık yöntemine dayalı öğretim stratejileri geliştirilmiş ve uygulanmıştır.

Katılımcıların toplama işlemi sembolü ile ilgili yanılgıları mevcuttur. Gözlemler sırasında, toplama işlemi yapıldığında sayıları yan yana ya da alt alta yazamadıkları ve gerekli işareti koyamadıkları belirlenmiştir. Katılımcılardan biri, toplama işlemi sırasında sayma işlemi birinci toplanan yerine 1'den başlatmaya eğilim göstermiştir. Bu durum, uygulanan gözlem formunda 4 ders boyunca 5 farklı gözlemlerde kaydedilmiştir. Aynı öğrencinin sayarken sayılara fiziksel temas etme ihtiyacı duyduğu ve parmaklarını kullanarak dokunmadan gereken sayıyı söyleyemediği tespit edilmiştir. Öğrencinin bu davranışı, gözlemlenen 5 dersin 4'ünde gözlenmiş ve kayıt altına alınmıştır.

Bir diğer önemli bulgu, toplama işleminin değişme özelliğini kavrayamamalarıdır. Örneğin, toplananların yerini değiştirip toplama işlemi tekrar yaptıklarında sonuçta bir değişiklik olmadığını fark edemedikleri 3 farklı ders oturumunda gözlemlenmiştir. Öğrencilerden biri, cevapları söylerken çekingen davranmış, yanlış yapmaktan korktuğu gözlemlenmiştir. Bu durum, gözlem formunda 3 farklı ders boyunca tekrarlanmıştır. Yanlış yapma korkusunu ve çekingenlik davranışını gösteren öğrenci, toplamda 6 kez bu durumu sergilemiştir.

Bu bulgular, gözlemler ve kayıtlar doğrultusunda elde edilmiştir ve katılımcıların matematiksel kavramlar konusunda belirli eksikliklere sahip olduğunu ortaya koymaktadır. Başlangıç bulgularından hareketle bu problemlerin çözümüne yönelik müdahaleler geliştirilmiştir. Cevapları söylerken çekimser olmaları, yanlış yapmaktan çekiniyor oluşlarını bir kez daha gözler önüne sermektedir. Başlangıç bulgularından hareketle problemler tespit edilmiş. Yapılan çalışmalarda bu hususlara özellikle dikkat edilmiştir.

Çalışma Çevresi ve Ortam

Katılımcıların toplama işlemi sembolü ile ilgili yanılgıları mevcuttur. Gözlemler sırasında, toplama işlemi yapıldığında sayıları yan yana ya da alt alta yazamadıkları ve gerekli işareti koyamadıkları belirlenmiştir. Katılımcılardan biri, toplama işlemi sırasında sayma işlemi birinci

toplanan yerine 1'den başlatmaya eğilim göstermiştir. Bu durum, uygulanan gözlem formunda 4 ders boyunca 5 farklı gözlemlerde kaydedilmiştir. Aynı öğrencinin sayarken sayılara fiziksel temas etme ihtiyacı duyduğu ve parmaklarını kullanarak dokunmadan gereken sayıyı söyleyemediği tespit edilmiştir. Öğrencinin bu davranışı, gözlemlenen 5 dersin 4'ünde gözlenmiş ve kayıt altına alınmıştır.

Bir diğer önemli bulgu, toplama işleminin değişme özelliğini kavrayamamalarıdır. Örneğin, toplananların yerini değiştirip toplama işlemini tekrar yaptıklarında sonuçta bir değişiklik olmadığını fark edemedikleri 3 farklı ders oturumunda gözlemlenmiştir. Öğrencilerden biri, cevapları söylerken çekingen davranmış, yanlış yapmaktan korktuğu gözlemlenmiştir. Bu durum, gözlem formunda 3 farklı ders boyunca tekrarlanmıştır. Yanlış yapma korkusunu ve çekingenlik davranışını gösteren öğrenci, toplamda 6 kez bu durumu sergilemiştir.

Bu bulgular, gözlemler ve kayıtlar doğrultusunda elde edilmiştir ve katılımcıların matematiksel kavramlar konusunda belirli eksikliklere sahip olduğunu ortaya koymaktadır. Başlangıç bulgularından hareketle bu problemlerin çözümüne yönelik müdahaleler geliştirilmiştir.

Veri Toplama Araçları

Gözlem Formu

Çalışmada kullanılan veri toplama araçlarından biri, araştırmacılar tarafından geliştirilen gözlem formudur. Katılımcıların başlangıç bulguları, sosyal açıdan durumları ve derslere katılım, görev tamamlama süresi, öğretmen rehberliğine ihtiyaç duyma sıklığı ve grup çalışmalarındaki iş birliği düzeyi gibi akademik tutumları araştırmacılar tarafından gözlemlenerek not edilmiştir.

Gözlem formunun geçerliliği ve güvenilirliği çeşitli yöntemlerle sağlanabilir (Yıldırım & Şimşek, 2016). Bu bağlamda araştırmacılar iç geçerliliği sağlamak amacıyla formda bulunan ölçütlerin birbirleri ve konu ile aralarındaki uyumu incelemiş, yapılan değerlendirme sonucunda uygunluğuna karar verilmiştir. Formun dış geçerliliğini sağlamak amacıyla iki araştırmacının birbirinden bağımsız gözlem yaparak, çıkan sonuçların karşılaştırılması ve bu şekilde doğrulanması yapılmıştır. Ayrıca, formun diğer ölçme araçları ve önceden geliştirilmiş standart gözlem kriterleri ile karşılaştırmaları da yapılmıştır.

Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu

Çalışmada kullanılan veri toplama araçlarından biri de araştırmacılar tarafından geliştirilen, ilgili literatür taranarak hazırlanan yarı yapılandırılmış görüşme formudur. Katılımcılar ile gerçekleştirilen matematik dersinde karşılaşılan zorluklar, ders sırasında kullanılan yöntemlere dair algılar ve bilişsel çıraklık yöntemi hakkındaki düşünceler gibi konular üzerine sohbet tarzındaki görüşmeler kayıt altına alınarak metne dökülmüştür.

Yarı yapılandırılmış gözlem formunun geçerliliğini ve güvenilirliğini sağlamak amacıyla çeşitli sınamalar yapılmıştır (Yıldırım & Şimşek, 2016). İç geçerliliği sağlamak amacıyla formda bulunan ölçütlerin birbirleri ve konu ile aralarındaki uyumu incelenerek uygun olduğu kararlaştırılmıştır. Dış geçerliliği sağlamak amacıyla form dünya ile uyumlu incelenmiştir. Ayrıca alan yazındaki diğer formlar ile karşılaştırmalar da yapılmıştır.

Kazanım Testi

Kazanım testi, 2 genel soru altında hazırlanan 80 alt sorudan oluşmaktadır. Testte yer alan soruların düştüğü kazanımlar şu şekildedir:

- 1- İki basamaklı sayılarla eldeli toplama işlemi yapar.
- 2- İki basamaklı sayılarla eldesiz toplama işlemi yapar.
- 3- Doğal sayılarla eldeli toplama işlemi yapar.
- 4- Doğal sayılarla eldesiz toplama işlemi yapar.

Araştırma kapsamında araştırmacılar tarafından hazırlanan eldeli ve eldesiz toplama işlemlerini içeren kazanım testi kullanılmıştır. Bu test iki araştırmacının ortak görüşleri ile hazırlanmıştır. Ayrıca kazanım çerçevesinin dışına çıkmamak ve müfredatla uyumlu kalmak için Millî Eğitim Bakanlığına ait olan kılavuz kitap ve Talim Terbiye Kurulu tarafından hazırlanan Matematik Öğretim Programı incelenmiştir. Soruların geçerliliği ve güvenilirliği iki araştırmacının eşgüdümlü çalışması, emsal testlerle kıyas yapılması ve testin araştırma dışında kalan uzman kişiler tarafından incelenmesi ile sağlanmıştır.

Verilerin Analizi

İlgili veri toplama araçları ile veriler toplanmıştır. Toplanan verilerin analizi, araştırmanın amacıyla ve hipotezlerine göre belirlenen analitik yöntemlerle gerçekleştirilmiştir. Araştırmada aşağıdaki hipotezler test edilmiştir:

Bilişsel çıraklık yöntemi ile işlenen matematik dersinde katılımcıların toplama işlemi başarıları artar. Bilişsel çıraklık yöntemi, katılımcıların toplama işlemine yönelik tutumlarını olumlu yönde etkiler. Toplanan verilerin nitel ve nicelikli göz önünde bulundurulmuş ve veri seti düzenlenmiştir. Gözlem formu ve yarı yapılandırılmış görüşme formundan elde edilen veriler içerik analizi yöntemi ile değerlendirilmiştir. Kazanım testindeki veriler ise basit analiz teknikleri kullanılarak sınanmıştır. Elde edilen tüm bulgular araştırma ile paralellik gösterip göstermemesi bakımından incelenmiş ve elde edilen sonuçlar raporlaştırılmıştır. Bu sayede bulguların analizi sistematik ve kapsamlı bir şekilde gerçekleştirilmiştir.

Eylem Planı ve Uygulama Aşamaları

Araştırma kapsamında Tablo 1’de yer alan eylem planı uygulanmıştır.

Tablo 1

Araştırma Kapsamında Uygulanan Eylem Planı

Tarih	Süre	Uygulama
26.03.2024	40 dk.	20’ye kadar olan sayılarla eldesiz toplama işlemi bilişsel çıraklık yönteminin model olma aşaması ile yapar.
29.03.2024	40 dk.	20’ye kadar olan sayılarla eldeli toplama işlemi bilişsel çıraklık yönteminin model olma aşaması ile yapar.
02.04.2024	40 dk.	20’ye kadar olan sayılarla toplama işlemi bilişsel çıraklık yönteminin çalıştırma aşaması ile yapar.
05.04.2024	40 dk.	20’ye kadar olan sayılarla toplama işlemi bilişsel çıraklık yönteminin çalıştırma aşaması ile yapar.
16.04.2024	40 dk.	20’ye kadar olan sayılarla toplama işlemi bilişsel çıraklık yönteminin destekleme aşaması ile yapar.
19.04.2024	40 dk.	20’nin üzerindeki sayılarla toplama işlemi bilişsel çıraklık yönteminin destekleme aşaması ile yapar.
22.04.2024	40 dk.	20’nin üzerindeki sayılarla eldesiz toplama işlemi bilişsel çıraklık yönteminin ifade etme aşaması ile yapar.
26.04.2024	40 dk.	20’nin üzerindeki sayılarla eldeli toplama işlemi bilişsel çıraklık yönteminin ifade etme aşaması ile yapar.
30.04.2024	40 dk.	100’e kadar iki basamaklı sayılarla toplama işlemi bilişsel çıraklık yönteminin yansıtma aşaması ile yapar.

03.05.2024	40 dk.	100'e kadar iki basamaklı sayılarla toplama işlemini bilişsel çıkrıklık yönteminin yansıtma aşaması ile yapar.
07.05.2024	40 dk.	100'e kadar iki basamaklı sayılarla toplama işlemini bilişsel çıkrıklık yönteminin genel değerlendirme aşaması ile yapar.
10.05.2024	40 dk.	

Araştırma Kapsamında 12 Haftalık Uygulama Planı

Aşama 1: Öğrenciler, sınıftaki kız ve erkek öğrenci sayılarını **iki basamaklı sayılarla** hesaplar ve bu sayıları toplayarak toplam öğrenci sayısına ulaşır. Bu aşamada öğretmen, öğrencilere model olma aşamasıyla rehberlik eder. **(Eldesiz toplama)**

Aşama 2: Öğrenciler, okulun iki farklı sınıfındaki öğrenci sayısını iki basamaklı sayılarla toplama yaparak hesaplar. Öğretmen rehberliği altında öğrenciler, iki sınıftaki toplam öğrenci sayısını bulur. **(Eldesiz toplama)**

Aşama 3: Öğrenciler, ailelerinin birey sayılarını belirleyerek toplam kişi sayısını bulur. Öğrenciler, anne, baba ve kardeşlerin sayılarını toplar. Bu aşamada öğretmen, öğrencilere rehberlik eder ve işlem sırasında hata yapmaları durumunda müdahalede bulunur. **(Eldesiz toplama)**

Aşama 4: Öğrenciler, çekirdek aile dışındaki diğer aile bireylerinin (büyükanne, büyükbaba vb.) sayısını belirleyip sülale içerisindeki toplam kişi sayısına ulaşır. Öğrenciler, bu toplama işlemlerini yaparken iki basamaklı sayılarla toplama işlemi yapar. **(Eldeli toplama)**

Aşama 5: Öğrenciler, okulun bahçesindeki araçların sayılarını gözlemleyip toplam araç sayısını bulur. Bu aşamada, öğrenciler basit toplama işlemleri yaparak bu sayılara ulaşır. Öğretmen gözlemci rolünü üstlenir, öğrencilerin hatalarını anında düzeltir. **(Eldeli toplama)**

Aşama 6: Öğrenciler, okulun bahçesinde bulunan araçların tekerlek sayılarını toplama işlemi ile hesaplar. Her araç için dört tekerlek olduğunu varsayarak bu sayıları toplar ve toplam tekerlek sayısına ulaşır. Bu aşamada, **eldeki sayılarla toplama** işlemi yapılır ve öğretmen, öğrencilerin işlem yaparken nasıl bir strateji geliştirdiğini gözlemler. **(Eldeli toplama)**

Aşama 7: Öğrenciler, 1. ve 2. sınıf öğretmenlerinin toplam sayısını bulur. Toplam öğretmen sayısına ulaşmak için sayıları toplar ve bulduğu sonucu öğretmenine açıklar. Öğretmen bu süreçte öğrencilere rehberlik eder ve işlem sırasında nasıl bir yol izlediklerini değerlendirir. **(Eldeli toplama)**

Aşama 8: Öğrenciler, okulun 1, 2, 3 ve 4. sınıflarında görev yapan öğretmenlerin toplam sayısını hesaplar. Bu toplama işlemi, **iki basamaklı sayılarla** yapılır ve öğrenciler sonucu öğretmenle paylaşır. **(Eldeli toplama)**

Aşama 9: Sınıf, iki gruba ayrılarak basit matematiksel problemler içeren bir **kroki** oyunu oynar. Gruplar, öğretmenin sakladığı kroki üzerindeki sayıları bulmaya çalışır ve toplama işlemi yaparak sonuca ulaşır. Daha hızlı olan grup oyunu kazanır. Bu aşamada, **eldesiz toplama işlemi** yapılır ve öğrencilerin hız ve doğruluğu gözlemlenir. **(Eldesiz toplama)**

Aşama 10: Aynı kroki oyunu tekrarlanır, ancak bu sefer toplama işlemi **eldeli** sayılarla yapılır. Gruplar, birbirlerine karşı rekabet ederken hızlı ve doğru işlem yapmaya çalışır. Bu aşamada **eldeli toplama** işlemleri üzerinde durulur ve öğretmen yansıtma aşamasında öğrencilerin stratejilerini değerlendirir. **(Eldeli toplama)**

Aşama 11: Sınıf ortamında bir **market simülasyonu** oluşturulur. Öğrenciler, markette alışveriş yapar ve toplamda ne kadar para harcamaları gerektiğini hesaplar. Kasiyer rolündeki öğrenciler, öğretmenlere doğru tutarı bildirir ve sonuçlar değerlendirilir. Bu aşamada **eldeli toplama** işlemleri yapılır.

Aşama 12: Öğrenciler, öğretmenin belirlediği bir ihtiyaç listesi ile markete gider. Aldıkları ürünlerin fiyatlarını toplar ve not eder. Daha sonra fiş alarak kendi hesapladıkları sonuçlarla karşılaştırır. Bu aşama, öğrencilerin kendi hesaplama becerilerini yansıtması ve fiş sonuçlarıyla karşılaştırma yapması açısından önemlidir. **(Eldeli toplama)**

Bulgular

Bilişsel çıraklık yöntemi kullanılarak işlenen matematik dersinde katılımcının matematiğe yönelik tutumu nasıldır?

Uygulama öncesi

Uygulama öncesinde yapılan gözlemler ve yarı yapılandırılmış görüşmeler sonucunda, her iki öğrencinin de matematik dersine karşı belirgin bir önyargı geliştirdiği tespit edilmiştir. Öğrenciler, görüşme sırasında matematik dersinde hata yapma korkusu yaşadıklarını ve yanlış yapmaları durumunda diğer arkadaşları tarafından eleştirilmekten çekindiklerini ifade etmişlerdir. Bu ifade, görüşme formunda yer alan "ders sırasında kendinizi nasıl hissediyorsunuz?" ve "yanlış yapmaktan çekinir misiniz?" gibi sorulara verdikleri yanıtlardan elde edilmiştir.

Ayrıca, öğrencilerin sınıf içi davranışları gözlemlenmiş ve derse aktif katılım göstermemeleri, ders boyunca sık sık dikkatsiz davranmaları ve öğretmenin yönlendirmelerine tepkisiz kalmaları kaydedilmiştir. Bu gözlemler, öğretmenlerin düzenlediği ders içi etkinliklerde öğrencilerin katılımını ölçen rubriklerle desteklenmiş olup, her iki öğrenci de rubrikte "düşük katılım" ve "dikkat eksikliği" kategorilerinde puan almıştır.

Özellikle, derse odaklanmama, matematik problemlerine yönelik ilgisizlik ve dikkat dağınıklığı gibi davranışlar, öğrencilerin derse olan olumsuz tutumlarını yansıtmaktadır. Bu davranışlar, sadece huzursuzluk ve isteksizlik değil, aynı zamanda matematiksel özgüven eksikliği ve derse yönelik olumsuz inançlar ile de ilişkilendirilmiştir. Örneğin, gözlemler sırasında öğretmenleri tarafından toplama işlemleri yapılırken zorlandıkları ve bu zorlukları açıkça dile getirmemeleri de öğrencilerin dersi sevmediklerine dair ek bir gösterge olarak kaydedilmiştir.

Uygulama sonrası

Bilişsel çıraklık yöntemi ile derslerin yapılmasından itibaren, öğrencilerin matematik dersine karşı tutumları olumlu yönde değiştiği tespit edilmiştir. Her dersten sonra öğrencilerin kendilerine olan güvenlerinin arttığı gözlemlenmiştir. Başarma duygusu, öğrencilerin derste daha aktif olmasını sağlamıştır. Yapılan derslerden sonra öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerde, öğrenciler matematik dersine yönelik önyargılarının azaldığını ve derse olan ilgilerinin arttığını ifade etmişlerdir. Örneğin, bir öğrenci görüşme sırasında "Artık matematik dersinden korkmuyorum, çünkü daha iyi anlıyorum" şeklinde bir ifade kullanmıştır. Bir diğer öğrenci ise, "Matematik dersinde hata yapsam bile düzeltip yeniden denemem gerektiğini öğrendim" demiştir. Bu ifadeler, öğrencilerin matematik dersine olan bakış açılarının olumlu yönde değiştiğini göstermektedir.

Yapılan derslerin ardından öğrencilerin sınıf içi davranışlarında da belirgin değişiklikler gözlemlenmiştir. Gözlem formlarına göre, öğrencilerin derse daha fazla katılım göstermeye başladıkları, önceki derslerde yaşanan dikkat dağınıklığının azaldığı ve matematik problemlerini çözmek için daha fazla çaba sarf ettikleri kaydedilmiştir. Özellikle, öğrencilerin yanlış yapma korkusunun azaldığı ve ders sırasında sorulara daha cesurca cevap verdikleri, ders sonrası alınan geri bildirimlerde açıkça görülmüştür.

Bu gözlemler ve görüşme sonuçları, öğrencilerin matematik dersine yönelik önyargılarını büyük ölçüde yıktığını ve yanlış yapmaktan korkmadan konuları öğrenmeye daha istekli olduklarını göstermektedir. Örneğin, sınıf ortamında bir öğrenci, "Eskiden matematikte hep hata yapardım diye korkuyordum, ama şimdi öğretmenimle birlikte çalıştığımda bunu düzeltebileceğimi biliyorum" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bilişsel çıraklık ile işlenen matematik dersinde katılımcılara yönelik gözlemler nasıldır?

Uygulama öncesi:

- Derslerde çok sessizler ve derslere aktif olarak katılmıyorlar.
- Arkadaşlarıyla sosyal iletişimleri iyi.

- Matematik dersine karşı bir ön yargıları var.
- Matematik derslerinde mutsuz ve ders işlemek istemiyor.
- Derste not almakta zorlanıyorlar.
- Derslerde yanlış yapmaktan korkuyorlar.
- Toplama işleminde hangi basamaktan başlaması gerektiğini bilemiyorlar.
- Ellerini kullanmadan toplama işlemini yapamıyorlar.

Uygulama sonrası:

- Hem matematik hem de diğer derslerde derse aktif olarak katılmaya başladılar.
- Matematik dersini sevmeye başladılar. Sürekli olarak öğretmenim ne zaman matematik işleyeceğiz diye soruyorlar.
- Matematik dersine karşı ön yargıları kayboldu.
- Yanlış yapmaktan korkmayıp yanlışlarını öğrenmeye ve onları düzeltmeye başladılar.
- Matematik dersindeki başarıları diğer derslerdeki başarılarını da etkiledi. Bu bulgu, velilerin geri bildirimleri ve öğrencilerin diğer derslerdeki sınav ve etkinlik sonuçlarının analiz edilmesi sonucunda tespit edilmiştir. Özellikle öğrencilerin fen, Türkçe ve sosyal bilgiler gibi derslerdeki katılımlarında ve sınav başarılarında belirgin bir artış olduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca, öğrencilere ait genel başarı durumu değerlendirme formlarındaki veriler incelenmiş ve matematik dersinde elde edilen başarının diğer derslerde de paralel bir gelişim sağladığı gözlemlenmiştir.

Katılımcının matematik dersinde toplama işlemi konusundaki başarısızlığı bilişsel çıraklık yöntemi ile giderilebilir mi?

Katılımcıların matematik dersindeki toplama işlemi kazanımlarını daha iyi kavramaları amacıyla bilişsel çıraklık yöntemi ile sürdürülen derslerdeki performansları aşamalı olarak aşağıda sunulmuştur:



Fotoğraf 1: Öğretmenin sayı çubuklarını ve fasulyelerini kullanarak sınıftaki kız ve erkek öğrenci sayılarını belirlemesi, ardından üzerine sayma yöntemini kullanarak sınıftaki toplam öğrenci sayısına ulaşması.

İlk olarak öğretmenler sınıftaki kız ve erkek öğrencilerin sayısını söylemişler ardından sayma çubukları ve sayı fasulyeleri yardımıyla kız ve erkek öğrenci sayılarını göstermişlerdir. Bu ikisinin toplanması gerektiğinde malzemeleri birleştirmişler ve toplama işleminin de bir birleştirme işlemi olduğunu söylemişlerdir. Öğrenciler bu süre zarfında öğretmenleri gözlemlemişlerdir.



Fotoğraf 2: Öğretmenin sayı çubuklarını ve sayı fasulyelerini kullanarak 2-A ve 2-D sınıfındaki öğrenci sayılarını belirledikten sonra üzerine sayma yöntemini kullanarak iki sınıftaki toplam öğrenci sayısına ulaşılması.

Öğretmenler ilk olarak şubelerdeki kız ve erkek öğrenci sayılarını göstermiş, daha sonra bir şubedeki öğrenci sayısını bulmuşlardır. Daha sonra 2-A ve 2-D sınıfındaki öğrenci sayıları, sayma çubukları ve sayı fasulyeleri kullanılarak gösterilmiş ve iki şubenin toplam öğrenci sayısı bulunmuştur. Öğrenciler bu süre zarfında öğretmenlerini gözlemlemişlerdir.

İki basamaklı sayıların toplanması sırasında öğrenciler, "üzerine sayma" yöntemini kullanarak tek tek saymaktan ziyade, sayıları basamak değerlerine ayırarak toplamayı öğrenmişlerdir. Örneğin, $45 + 37$ işleminde, öğrenciler önce onlar basamağındaki 40 ve 30'u toplayıp 70 bulmuş, ardından birler basamağındaki 5 ve 7'yi toplayıp 12 bulmuşlardır. Son olarak, iki sonucu birleştirerek 82 sayısına ulaşmışlardır. Bu süreçte öğretmen, bilişsel çıraklık modelinin "model olma" aşamasıyla öğrencilere toplama işlemini basamaklara ayırarak nasıl yapılacağını göstermiştir. Öğrenciler, bu adımları öğretmenin rehberliğinde tekrarlayarak doğru stratejileri öğrenmişlerdir.



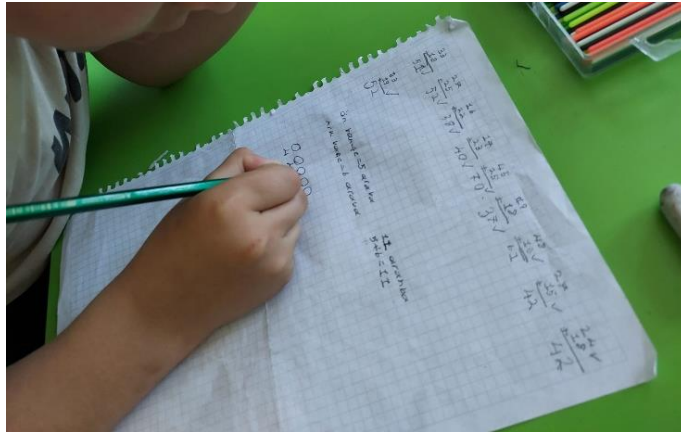
Fotoğraf 3: Öğrencinin iki basamaklı sayılarla toplama işlemi yaparken sayı fasulyeleri kullanarak toplama işlemini modellemesi.

İlk olarak birinci ve ikinci aşamanın tekrarı yapılmış, öğrencilere okudukları şubelerde bulunan kız ve erkek öğrenci sayıları söylenmiş sayı fasulyeleri ve sayma çubukları yardımıyla bu değerleri göstermeleri istenmiştir. Ardından anne ve babalarının kardeş sayılarını bulmaları ve bunları sayma çubukları yardımıyla göstermeleri söylenmiştir. Öğrenciler örneğin 3 hala ve 2 dayının toplam sayısını bulacağında 3 sayısının üstüne 2 ekleyelim dendiğinde toplama işlemine 3,4,5 şeklinde devam etmekteydi. Sayma çubuklarının yardımıyla 3 sayısından sonra gelen sayıyla toplama işlemine başlamamız gerektiğini, üzerine ekleme yaparak toplama işlemini yaptığımızı kavradılar. Tekrar $3+2$ sayısının toplanması istendiğinde üzerine sayma işlemine 4 sayısından başladılar ve doğru sonuca ulaştılar.



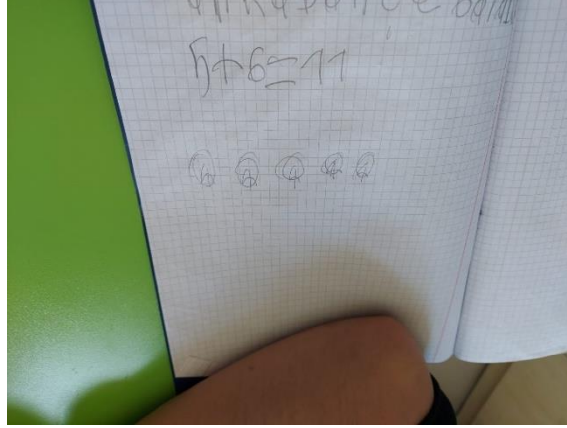
Fotoğraf 4: Öğrencinin sülalesindeki toplam kişi sayısına ulaşması (Çekirdek ailelerdeki kişi sayısı belirlenir ardından sülaledeki toplam kişi sayısı bulunur.)

Öğrencilerden çekirdek ailelerdeki kişi sayılarını yazmaları istenmiştir. Daha sonra bu ailelerdeki kişi sayıları amca+hala, dayı+teyze şeklinde ikiye bölünmüş ve bulmaları istenmiştir. Elde edilen sonuçlar tekrar birleştirilmiş ve sülaledeki toplam kişi sayısına ulaşılmıştır. Öğrenciler toplama işlemi yaparken önce elleriyle işlemleri bulmuşlar daha sonra kağıt üzerinde işlemi göstererek sonuca ulaşmışlardır.



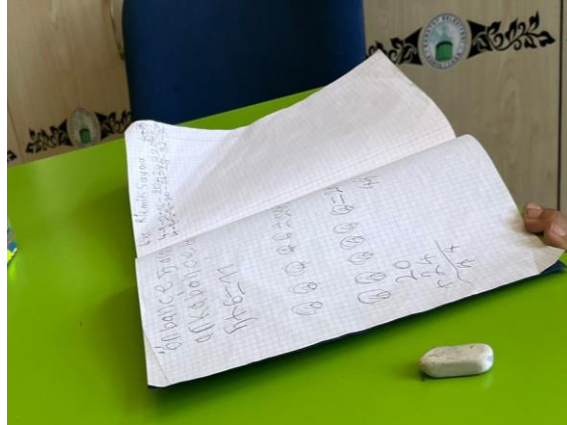
Fotoğraf 5: Öğrencinin öğretmen gözetiminde okulun ön ve arka bahçesindeki araçların toplam sayısını belirlemesi.

Uygulama yaparken okulun önce okulun bahçesine gidilmiş, öğrencilerden ön bahçede bulunan araba sayısını söylemeleri istenmiştir. Bulunan sayı kağıda not edilmiştir. Daha sonra arka bahçeye gidilmiş ve arka bahçedeki araba sayısı bulunmuş ve not edilmiştir. Ön ve arka bahçedeki araba sayılarının belirlenmesinin ardından önce somut materyallerle daha sonra işlem üzerinden toplam sayı bulunmuştur.



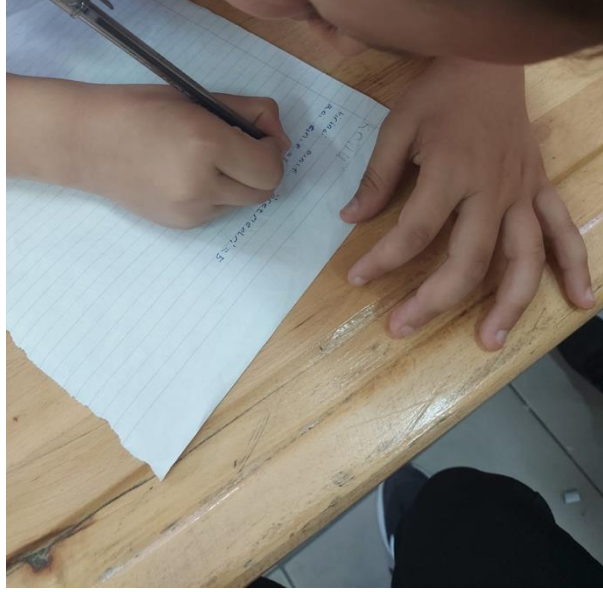
Fotoğraf 6: Öğrencinin öğretmen gözetiminde okulun ön ve arka bahçesinde bulunan araçların toplam teker sayısını belirlemesi.

Bir önceki aşamada bulunan araba sayısından yola çıkarak ön bahçede 5, arka bahçede 6 araba olduğu belirlenmiştir. Öğrenciler teker sayılarını bulurken modelleme yönteminden yararlanmışlardır. Ön bahçe için 5, arka bahçe için 6 tane çember çizilmiştir (her çember bir arabayı göstermektedir). Öğrencilere bir arabanın kaç tekeri vardır? Sorusu sorulmuş ve her ikisinden de 4 yanıt alınmıştır. Her çemberin içine 4 sayısını yazmaları istenmiş ve toplam teker sayısının bulunması sağlanmıştır. Öğrenciler $4+4+4\dots$ şeklinde sırayla işlemleri yapmış ve doğru sonuca ulaşmışlardır.



Fotoğraf 7: Öğrencinin okulumuz 1. ve 2.sınıf öğretmenlerinin toplam sayısını bularak, bunu nasıl bulduğunu anlatması

Öğrenciler tarafından 1. ve 2. sınıflar için öğretmenlerin sayıları belirlenmiştir. Öğrenciler ilk olarak birinci sınıf öğretmenlerinin sayısını 23 ve ikinci sınıf öğretmenlerinin sayısını 18 olarak bulmuşlardır. Ardından buldukları bu verileri toplama işlemiyle birleştirmeleri istenmiştir. Öğrenciler, toplama işlemini şu şekilde ifade etmişlerdir: "Birinci sınıf öğretmenlerinin sayısı 23, ikinci sınıf öğretmenlerinin sayısı 18. Bu iki sayıyı toplayacağız. Önce onlar basamağını topluyorum: $20 + 10 = 30$. Sonra birler basamağını topluyorum: $3 + 8 = 11$. 30 ile 11'i toplarsam 41 öğretmen eder." Bu şekilde öğrenciler, buldukları sonucu ifade etmişlerdir.



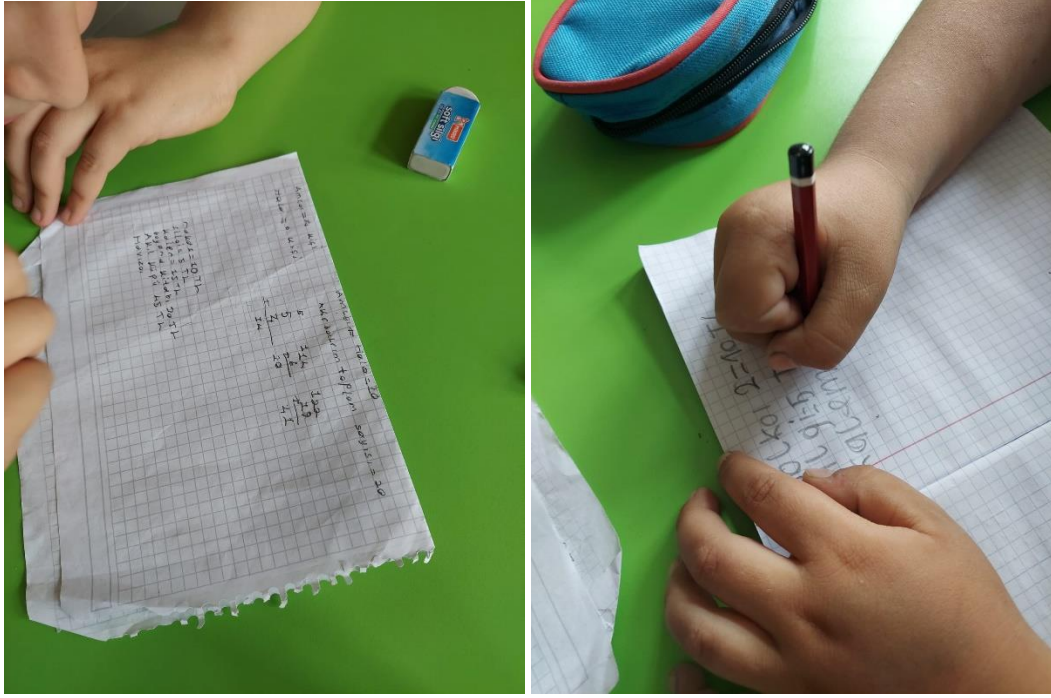
Fotoğraf 8: Öğrencinin okulumuz 1,2,3 ve 4.sınıf öğretmenlerinin toplam sayısını bularak nasıl bulduğunu anlatması.

Okuldaki sınıf düzeylerindeki öğretmen sayıları, öğretmenlerin yardımıyla öğrenciler tarafından belirlenmiştir. Her şube düzeyinde 23 öğretmen olduğu bilgisi not edilmiştir. Öğrencilerden diğer aşamada olduğu gibi okuldaki toplam öğretmen sayısını bulmaları ve bunu nasıl bulduklarını anlatmaları istenmiştir. Öğrenciler, "Her sınıf düzeyinde 23 öğretmen var. 4 tane 23'ü toplamam gerek. Önce 20'leri topluyorum: $20 + 20 + 20 + 20 = 80$. Sonra 3'leri topluyorum: $3 + 3 + 3 + 3 = 12$. Şimdi iki sonucu topluyorum: $80 + 12 = 92$ öğretmen var." şeklinde buldukları sonucu ifade etmişlerdir. Bu aşamada öğrencilerin, iki basamaklı sayılarla toplama işlemi yaparken basamak değerlerinden faydalandıkları gözlemlenmiştir.



Fotoğraf 9: Öğretmen ve öğrencisi diğer grubun sakladığı soruları kroki yardımıyla bularak çözmeye çalışır. Bu etkinlikte hızlı bulan grup oyunu kazanır. Ardından ulaşılan sonuçlar rakip takımın sonuçları ile karşılaştırılır. (Bu aşamada eldesiz toplama işlemi yapılır.)

Öğretmenler tarafından belirli noktalara sorular yazılarak saklanmıştır daha sonra basit bir kroki hazırlanmış ve bu krokiler öğrencilere verilmiştir. Öğrenciler ellerindeki kroki yardımıyla öğretmenlerin sakladıkları soruları bulmuş ve çözmeye çalışmışlardır. Öğretmenler bu aşamada sadece öğrencileri gözlemlemiş ve öğrencilerin cevaplarına doğru ya da yanlış şeklinde dönüt vermişlerdir.



Fotoğraf 10: Öğretmen ve öğrencisi diğer grubun sakladığı soruları kroki yardımıyla bularak çözmeye çalışır. Bu etkinlikte hızlı bulan grup oyunu kazanır. Ardından ulaşılan sonuçlar rakip takımın sonuçları ile karşılaştırılır. (Bu aşamada eldeli toplama işlemi yapılır.)

Öğretmenler tarafından yeni bir kroki hazırlanmış ve sorular farklı noktalara yerleştirilmiştir. Öğrenciler ellerindeki krokiler yardımıyla soruları bulmuş ve cevaplamışlardır. Öğrencilerin soruların cevaplarını bulmada diğer derslere göre daha hızlı oldukları gözlemlenmiştir.



Fotoğraf 11: Sınıf ortamında market simülasyonu oluşturulur. Öğrenciler kasiyer öğretmenler ise müşteri konumundadır. Öğretmenler alışverişi yapar, kasiyer öğrenci öğretmenin ödemesi gereken tutarı hesaplayarak söyler.

Öğrencilerle market ortamı oluşturulmuş ve öğretmen müşteri öğrenciler kasiyer olmuştur. Belirli eşyalar belirlenmiş ve bunların fiyatları yazılmıştır. Bu aşamada para görselleri çıkartılmış ve onlardan yararlanılmıştır.

Ardından öğretmenler müşteri olarak gelmiş ve eşyalardan satın almak istediklerini söylemişlerdir. Silgi ve kalem almak istiyorum ikisinin toplam fiyatı ne kadar diye sormuşlar ve öğrenciler ikisinin fiyatını toplayarak söylemişlerdir. Öğretmenler söylenen fiyatın ücretini öğrencilere vermişler ve bu verdiğim ücret söylediğin fiyat için yeterli mi diye sormuşlar, öğrenciler parayı saymışlar ve evet bu yeterli ya da hayır yeterli değil diyerek dönüt vermişlerdir.

Yeterli değil diye cevap verdiklerinde peki ne kadar daha vermem gerekiyor diye sorulmuş ve öğrenciler miktarı bularak 5 , 10 lira daha vermeniz gerekiyor öğretmenim şeklinde cevaplar vermişlerdir. Bu aşamada hem toplama işlemleri yapılmış hem de paralar konusu ve çıkarma işlemi konularına değinilmiştir.

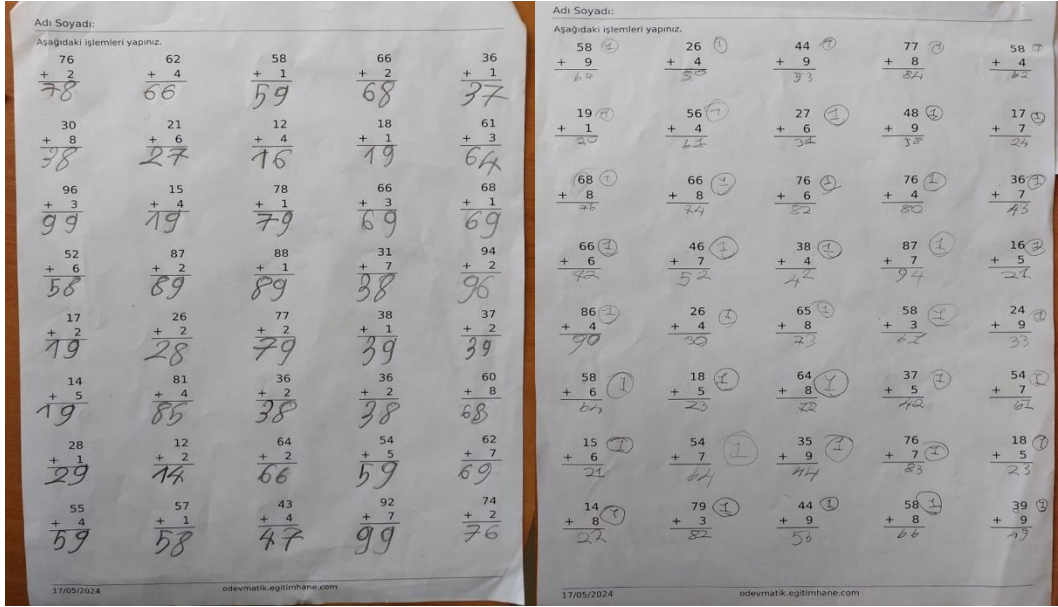


Fotoğraf 12: Öğrenci öğretmenin belirlediği ihtiyaç listesini alarak markete gider. Aldığı ürünlerin fiyatını toplayarak not eder. Daha sonra marketten fişi alır ve öğrenci sonuçlarıyla marketten alınan fişteki sonuç karşılaştırılır.

Son aşamada öğrencilerden, okulda yapılan simülasyondaki gibi markete gidip ürünler almaları ve bu ürünlerin fiyatlarını not etmeleri, sonrasında aldıkları ürünlerin toplam fiyatını bulup not ederek getirmeleri istenmiştir. Öğrencilerin aldıkları ürünler ve getirdikleri fiş karşılaştırılmış, yapılan toplama işlemleri kontrol edilmiştir. Fişlerdeki toplamla, öğrenci toplama işlemlerinin uyduğu gözlemlenmiştir.

Toplama işlemleri sırasında, öğrencilerin iki basamaklı sayılarla toplama işlemini basamak değerlerine ayırarak yaptıkları gözlemlenmiştir. Örneğin, $76 + 48$ işlemi yapılırken önce onlar basamağındaki sayılar ($70 + 40$) toplanmış ve ardından birler basamağındaki sayılar ($6 + 8$) toplanarak elde edilen sonuçlar birleştirilmiştir. Bu yöntem, öğrencilerin toplama işlemini anlamalarına ve daha karmaşık toplama işlemleri yapabilmelerine yardımcı olmuştur. Öğrencilere toplama işlemlerinde eldesiz ve eldeli toplama stratejileri öğretilmiş, bu stratejileri kullanarak doğru sonuçlara ulaştıkları gözlemlenmiştir.

Öğrencilere son olarak bir değerlendirme testi uygulanmıştır. Yapılan değerlendirme testinde öğrencilerin toplama işlemlerinin tümüne doğru cevap verdikleri belirlenmiştir.



Fotoğraf 13: Uygulanan testler.

Uygulanan yöntemde, öğrencilerin sadece basit "üzerine sayma" stratejisiyle değil, iki basamaklı sayılarla basamak değerlerine ayırarak toplama işlemi yaptıkları ve eldeli/eldesiz toplama işlemlerini doğru şekilde uyguladıkları gözlemlenmiştir. Öğrencilere toplama işlemlerini daha derinlemesine anlamalarını sağlayacak basamak değeri farkındalığı kazandırılmıştır. Bu süreçte, toplama işlemi sırasında sadece bir basamaklı sayılar değil, iki basamaklı sayıların toplanması ve bu işlemler sırasında öğrencilerin strateji geliştirmeleri sağlanmıştır.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu araştırmanın bulguları, bilişsel çıkrıklık yöntemine dayalı matematik öğretiminin, matematik dersinde güçlük yaşayan ilkökul öğrencilerinin toplama işlemi problemlerini çözmelerine önemli ölçüde katkı sağladığını göstermektedir. Çalışmaya katılan öğrencilerin matematik dersine dair başlangıçtaki olumsuz tutumları, korku ve çekimser yaklaşımları, uygulama sonrasında gözle görülür biçimde değişmiştir. Öğrenciler, matematik dersine yönelik özgüven eksikliği ve hatalı işlem yapma korkusundan kurtulmuş, dersin daha anlaşılır ve keyifli bir hale geldiğini fark etmiştir. Öğrencilerin matematiğe karşı olumlu bir tutum geliştirmesi, bilişsel çıkrıklık yönteminin bu dersin anlaşılabilirliği ve çekiciliğini artırmada etkili olduğunu ortaya koymaktadır (Koç & Korkmaz, 2019; Alptekin, 2015).

Bulgulara göre, bilişsel çıkrıklık yöntemi öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirirken, aynı zamanda ders sürecini zenginleştirip eğlenceli hale getirmiştir. Öğrenciler, somut materyallerle başladıkları toplama işlemi öğrenme sürecinde, adım adım soyut düşünceye yönlendirilmiş ve bu aşamalı öğretim stratejisi sayesinde temel matematiksel kavramları daha iyi anlamışlardır. Bu bulgu, bireyselleştirilmiş ve yapılandırılmış öğretim stratejilerinin öğrenme güçlüğü yaşayan öğrenciler üzerindeki olumlu etkisini vurgulayan önceki çalışmalarla uyumludur (Akyol & Özdemir, 2018; Saadati, Tarmizi, & Bayat, 2015).

Öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerde, matematik dersini zorlayıcı bulduklarını, işlemleri yaparken sürekli hata yapacakları korkusuna kapıldıklarını ve işlemlerin mantığını tam olarak kavrayamadıklarını ifade etmişlerdir. Bu ifadeler, yalnızca bilgi eksikliğinden değil, aynı zamanda özgüven eksikliği ve işlem becerilerindeki yetersizlikten kaynaklanan öğrenme güçlüklerini açığa çıkarmaktadır. Öğrencilerin başlangıçtaki yanlış yapma korkusu ve işlem sırasını takip edememe sorunları, bilişsel çıkrıklık yöntemiyle desteklenen öğretim sürecinde aşamalı olarak azalırken, öğrenciler kendilerini daha rahat ifade etmeye ve işlemleri daha doğru yapmaya

başlamışlardır. Bu durum, öğretim yönteminin yalnızca akademik başarıyı değil, aynı zamanda öğrencilerin psikolojik gelişimini de desteklediğini göstermektedir (Koç & Korkmaz, 2019).

Araştırma sürecinde kullanılan somuttan soyuta doğru ilerleyen öğretim stratejisi, öğrencilerin öğrenme güçlüklerini aşmalarına yardımcı olmuş ve öğrenmelerini kalıcı hale getirmiştir. Bu bulgu, Saadati ve diğerlerinin (2015) internet tabanlı bilişsel çıraklık modeli (i-CAM) kullanarak problem çözme performansını artırdığını gösteren çalışmalarıyla paralellik göstermektedir. Bu bağlamda, bilişsel çıraklık yönteminin yalnızca yüz yüze eğitimde değil, dijital ve farklı öğretim ortamlarında da etkili bir şekilde kullanılabilmesi ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla, bu yöntem yalnızca bireysel öğretim için değil, daha geniş çapta uygulanabilecek bir model olarak değerlendirilebilir.

Araştırma ayrıca öğrencilerin bireysel ihtiyaçlarına yönelik olarak ders sürecinin özelleştirilmesinin, matematiksel kavramları öğrenmede önemli bir rol oynadığını ortaya koymuştur. Zenginleştirilmiş öğretim materyalleri ve bireyselleştirilmiş geri bildirimler, öğrencilerin daha etkin öğrenmelerine olanak sağlamıştır. Bu bulgu, bireyselleştirilmiş öğretimin matematik dersinde başarıyı artırma potansiyelini ortaya koyan önceki çalışmalarla örtüşmektedir (Akyol & Özdemir, 2018). Aynı zamanda, bu yöntemin bireysel farklılıkları göz önüne alarak esnek bir şekilde uygulanabilir olması, öğrenme güçlüklerini azaltmada önemli bir avantaj sunmaktadır.

Bu araştırma, bilişsel çıraklık yönteminin matematikte öğrenme güçlüğü yaşayan öğrenciler için etkili bir strateji olduğunu göstermektedir; ancak yöntemin daha geniş kapsamda uygulanabilirliğini değerlendirmek için bazı öneriler sunulabilir. İlk olarak, yöntemin genellenebilirliğini artırmak amacıyla daha büyük ve çeşitli öğrenci gruplarıyla çalışılmalıdır. Ayrıca, farklı sosyo-ekonomik düzeylerde ve matematiksel konularda bu yöntemin etkisi incelenmelidir. Dijital eğitim ortamlarında uygulanabilirliği araştırılmalı ve öğretmenler için bu yöntemi tanıtan eğitim programları düzenlenmelidir. Son olarak, yöntemin uzun vadeli etkilerini değerlendiren çalışmalar yapılmalıdır. Bu adımlar, yöntemle elde edilen olumlu sonuçların sürdürülebilirliği ve geniş ölçekli faydası hakkında daha kapsamlı veriler sağlayacaktır.

Sınırlılıklar ve Gelecek Çalışmalar

Araştırmanın temel sınırlılığı, yalnızca iki öğrenciyle gerçekleştirilmiş olmasıdır. Katılımcı sayısının sınırlı olması, elde edilen bulguların genellenebilirliğini kısıtlamaktadır. Ayrıca, çalışma sosyo-ekonomik düzeyi düşük bir bölgede gerçekleştirilmiştir; bu durum, daha farklı sosyo-ekonomik koşullardaki öğrencilere uygulanacak benzer yöntemlerin sonuçlarının ne olacağı konusunda belirsizlik yaratmaktadır. Bu nedenle, bilişsel çıraklık yönteminin farklı sosyo-ekonomik gruplarda ve daha geniş örneklerle test edilmesi gerekmektedir. Böylelikle, bu yöntemin farklı öğrenci gruplarında ve koşullarda ne kadar etkili olduğu daha kapsamlı bir şekilde değerlendirilebilir (Koç & Korkmaz, 2019).

Sonuç olarak, bu çalışma bilişsel çıraklık yönteminin matematik dersinde öğrenme güçlüğü yaşayan öğrenciler için etkili bir öğretim stratejisi olduğunu ortaya koymuştur. Yöntemin öğrencilerin özgüvenini artırdığı, matematiğe olan ilgilerini pekiştirdiği ve problem çözme becerilerini geliştirdiği görülmüştür. Gelecekteki araştırmalar, bu yöntemin farklı sınıf seviyelerinde, daha büyük öğrenci gruplarında ve farklı sosyo-ekonomik düzeylerde uygulanabilirliğini inceleyerek, yöntemin genellenebilirliğini ve etkililiğini daha geniş bir çerçevede değerlendirmelidir.

Kaynakça

- Akyol, H., & Özdemir, E. (2018). İlkokulda yazma bozukluğunu düzeltmeye yönelik eylem araştırması. *Eğitim ve Bilim*, 43(193), 123-138. <https://doi.org/10.15390/EB.2018.7265>
- Albert, L. R., & Antos, J. (2000). Daily journals connect mathematics to real life. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 5(8), 526-531.
- Alptekin, S. (2015). Matematik öğretiminde sistematik ve disiplinin önemi. *Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(2), 89-101.

- Alptekin, S. (2015). Sayma becerilerinin öğretilimi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Özel Eğitim Dergisi*, 16(01), 63-72.
- Brown, J. S., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, 18(1), 32-42. <https://doi.org/10.3102/0013189X018001032>
- Çakmakçı, G., Aydeniz, M., Brown, A., & Makokha, J. M. (2020). Situated cognition and cognitive apprenticeship learning. In *Science education in theory and practice: An introductory guide to learning theory* (pp. 293-310).
- Cave, A. (2010). Learning math in second grade: An application of cognitive apprenticeship. *National Forum of Applied Educational Research Journal*, 23(3), 1-16.
- Collins, A. (2006). Cognitive apprenticeship. In R. K. Sawyer (Ed.), *The Cambridge handbook of the learning sciences* (pp. 47-60). Cambridge University Press.
- Collins, A., Brown, J. S., & Holum, A. (1991). Cognitive apprenticeship: Making thinking visible. *American Educator*, 15(3), 6-11.
- Collins, A., Brown, J. S., & Newman, S. E. (1989). Cognitive apprenticeship: Teaching the crafts of reading, writing, and mathematics. In L. B. Resnick (Ed.), *Knowing, learning, and instruction: Essays in honor of Robert Glaser* (pp. 453-494). Lawrence Erlbaum Associates.
- Collins, A., Brown, J. S., & Newman, S. E. (2018). Cognitive apprenticeship: Teaching the crafts of reading, writing, and mathematics. In *Knowing, learning, and instruction* (pp. 453-494). Routledge.
- Daley, G., & Valdés, R. (2006). Value-added analysis and classroom observation as measures of teacher performance (Doctoral dissertation).
- Gainsburg, J. (2008). Real-world connections in secondary mathematics teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11, 199-219. <https://doi.org/10.1007/s10857-008-9076-2>
- Imiere, E. (2019). An application of cognitive apprenticeship to philosophy instruction. *Online Submission*.
- Kirschner, P. A., & Hendrick, C. (2020). *How learning happens: Seminal works in educational psychology and what they mean in practice*. Routledge.
- Koç, B., & Korkmaz, İ. (2019). An action research on teaching addition and subtraction to an illiterate student with dyscalculia. *Journal of Qualitative Research in Education*, 7(2), 65-82.
- Köklü, N. (2001). Eğitim eylem araştırması-öğretmen araştırması. *Ankara University Journal of Faculty of Educational Sciences (JFES)*, 34(1), 35-43.
- Köklü, N. (2001). Eğitimde eylem araştırması ve uygulamaları. *Eğitim ve Bilim*, 26(119), 24-28.
- Lajoie, S. P. (2005). Extending the scaffolding metaphor. *Instructional Science*, 33(5), 541-557. <https://doi.org/10.1007/s11251-005-1279-2>
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge University Press.
- Lyons, K., McLaughlin, J. E., Khanova, J., & Roth, M. T. (2017). Cognitive apprenticeship in health sciences education: A qualitative review. *Advances in Health Sciences Education*, 22, 723-739. <https://doi.org/10.1007/s10459-016-9707-9>
- Lyons, R., Green, T., & Brown, C. (2017). Expanding cognitive apprenticeship models: New approaches to learning in higher education. *Journal of Educational Psychology*, 109(5), 731-742. <https://doi.org/10.1037/edu0000189>
- Matsuo, M., & Tsukube, T. (2020). A review on cognitive apprenticeship in educational research: Application for management education. *The International Journal of Management Education*, 18(3), 100417. <https://doi.org/10.1016/j.ijme.2020.100417>
- MEB. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1,2,3,4,5,6,7 ve 8.sınıflar)*. Ankara.
- Mills, G. E. (2011). *Action research: A guide for the teacher researcher* (4th ed.). Pearson.
- Olkun, S., & Toluk, U. Z. (2007). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretilimi*. Maya Akademi.
- Saadati, F., Ahmad Tarmizi, R., Mohd Ayub, A. F., & Abu Bakar, K. (2015). Effect of internet-based cognitive apprenticeship model (i-CAM) on statistics learning among postgraduate students. *PLoS ONE*, 10(7), e0129938. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0129938>

- Saadati, F., Tarmizi, R. A., & Bayat, S. (2015). Internet-based cognitive apprenticeship model in teaching mathematics problem solving. *Journal of Education and Learning*, 4(3), 118-125. <https://doi.org/10.5539/jel.v4n3p118>
- Smith, M., & Brown, N. (2016). The cognitive apprenticeship. In *Teaching Reference Today: New Directions, Novel Approaches* (pp. 71). Rowman & Littlefield.
- Smith, R., & Brown, K. (2016). Theoretical perspectives on cognitive apprenticeship in learning environments. *Journal of Learning Sciences*, 25(4), 563-590. <https://doi.org/10.1080/10508406.2016.1168473>
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim* (S. Durmuş, Ed.; Y. Dede, İ. Özgür, Zembat, B. Yanık, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, S. Özel, & Z. E. Y. Özel, Trans.; Gözden geçirilmiş yeni basım). Nobel Akademik Yayıncılık.
- Yenilmez, K. (2011). Matematik öğretmeni adaylarının matematik tarihi dersine ilişkin düşünceleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, Article 30.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (10th ed.). Seçkin.
- Yusepa, B. G. P., Kusumah, Y. S., & Kartasasmita, B. G. (2018). Promoting middle school students' abstract-thinking ability through cognitive apprenticeship instruction in mathematics learning. *Journal of Physics: Conference Series*, 948(1), 012051. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/948/1/012051>