

# Mathematical Modeling of the Ships' Six-Degree-of-Freedom Motions

Ömer Sinan Şahin<sup>1</sup>

osinan.sahin@erdogan.edu.tr

<sup>1</sup> *Recep Tayyip Erdogan University, Department of Marine Engineering, Rize*

## Summary

A ship between waves is exposed to the effects of waves, currents, winds, etc., and dynamic forces resulting from the motions of the ship. For this reason, it is necessary to establish motion equations to examine the motion of vessels under environmental influences and to make dynamic analyzes. The purpose of this paper is to compile the equations used in the mathematical modeling of the ship motion with reference to work on nonlinear ship motions with six degrees of freedom and ship-acting forces. The components of the equations consist of inertial forces and moments, restoring forces and moments, and damping forces and moments. The equations compiled in this study can be used to obtain the mathematical model of the vessels by adapting them to various ship sizes and types.

**Keywords:** Ship motions, mathematical modeling, ship modeling

# Gemilerin Altı Serbestlik Dereceli Hareketlerinin Matematik Modellemesi

Ömer Sinan Şahin<sup>1</sup>

osinan.sahin@erdogan.edu.tr

<sup>1</sup> Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Gemi Makineleri İşletme Mühendisliği Bölümü, Rize

## Özet

Dalgalar arasındaki bir gemi, çevresinden gelen dalga, akıntı, rüzgâr gibi etkiler ile geminin kendi hareketlerinden kaynaklanan dinamik kuvvetlere maruz kalır. Bu nedenle çevresel etkiler altındaki gemilerin hareketlerini incelemek ve dinamik analizlerini yapmak için hareket denklemleri oluşturmaya ihtiyaç duyulur. Bu makalenin amacı altı serbestlik derecesine sahip doğrusal olmayan gemi hareketleri ve gemiye etkileyen kuvvetler konusunda yapılmış çalışmalarını referans alarak, gemi hareketlerinin matematik modellemesinde kullanılan denklemleri derleme çalışmasıyla sunmaktır. Denklemlerin bileşenleri atalet kuvvetleri ve momentleri, doğrultucu kuvvetler ve momentler ve sönümleme kuvvetleri ve momentlerinden oluşmaktadır. Bu çalışma kapsamında derlenen denklemler, çeşitli gemi boyutlarına ve tiplerine uyarlanarak söz konusu gemilerin matematiksel modelini elde etmek için kullanılabilir niteliktedir.

**Anahtar Kelimeler:** Gemi hareketleri, matematik modelleme, gemi modellemesi

## 1. Giriş

Gemiler gerek seyir halinde gerekse durağan haldeyken rüzgâr, dalga, su direnci, yolcu veya yüklerden kaynaklanan dengesizlik gibi etkilere maruz kalırlar. Bu anlamda gemi, maruz kaldığı etkilere rağmen kendisinden beklenen performansını kaybetmemeli, yolcu güvenliği sağlayarak ve rotasını koruyarak görevini yerine getirmelidir. Bu sebeplerden dolayı bir tekne dizayn aşamasında iyi modellenmeli ve gerekli denizcilik özellikleri analiz edilmelidir.

Gemi hareketlerinin matematiksel modellemesi geminin dinamik stabilitesini analiz etmek ve dinamik stabilitesini iyileştirmek amaçlı yalpa kanat, trim tab, interseptör, T foil vb. sistemler tasarlamak için yapılabilir. Böylece geminin operasyonel performansını en iyi şekilde sürdürmesi sağlanarak, yolcu ve personel emniyetli; gemideki yük ve donanımların ise hasarsız şekilde seyri sağlanır.

Gemilerden beklenen bir diğerk özellik de gemi kontrol edilebilirliği olarak da adlandırabileceğimiz manevra kabiliyetine sahip olmalarındır. Manevra kabiliyeti temel olarak geminin kontrollü bir şekilde dönme, rota tutuşu, hızlanma, yavaşlama ve geriye hareket etme performansı konularını oluşturmaktadır. Geminin manevra kabiliyetini simüle etmek ya da gemi için kontrolcü tasarımı yapmak için de matematik modelden yararlanılır. Elde edilen matematik model üzerinden yapılan kontrolcü tasarımı ile gemiye etkiyen bozucu unsurların etkileri azaltılarak sistem dinamiğinin daha kararlı hale gelmesi sağlanır.

Nomoto ve diğerkleri (1957) yılındaki çalışmalarında savrulma hareketi için Newton yasasından yararlanarak ikinci dereceden hareket modeli oluşturulmuş ve bu modelin altı serbestlik dereceli hareket modeline göre daha basit ve kullanışlı olduğunu göstermiştir.

Abkowitz (1964), boyuna öteleme, yan öteleme ve savrulma hareketlerinde bir gemi üzerinde etkili olan kuvvetlerin önemli bir gelişimini sunmuştur. Hidrodinamik kuvvetlerin Taylor serisi açılımını seyir hızı için test etmiştir ve kuvvetlerin rasgele bir doğruluk derecesinde modellenebileceği formül elde etmiştir. Böylece modeli doğrusal hareket denklemlerine indirgeyebilme imkânı tanımıştır.

Kaplan ve diğerkleri (1969) yaptıkları teorik ve deneysel çalışmalar ile bir hücum botun eğimli bir kumsala girişi ve geri çekilişi için altı serbestlik dereceli hareket modelini çıkarmışlardır. Bu çalışma ile hücum botun altı serbestlik derecesi hareketini etkileyen dalga ortamının değişken özelliklerini veren denklemler elde edilmiştir. Bu formüller, veriler ve fikirler dalgalarda iniş teknesi davranışının gerçek zamanlı bir bilgisayar simülasyonunun geliştirilmesinde kullanılabilir niteliktedir.

Son ve Nomoto (1982), yalpa hareketinin gemi üzerine etki ettiği kuvvetleri ve momentleri üretmek için Abkowitz modelini geliştirmiştir.

Browning (1990) doktora tezinde, çeşitli boyutta ve formda tekneler olduğu için büyük gemilere uygun olan modellerin bu teknelere uygun olmadığını göz önünde bulundurarak küçük tekne hareketleri için matematik model oluşturmuştur.

Fossen ve Fjellstad (1995), gerçeğe daha yakın matematik model elde edebilmek için geminin içinde bulunduğu ortamın hidrodinamik ek su kütle, Coriolis ve atalet kuvvetleri de hesaba katarak çalışmalar yapmıştır.

Ross doktora tezinde (2008), Kirchhoff'un eklenen kütlelerin konvolüsyon integral formülünü kullanarak dalgalar yoluyla bir gemi manevrasında doğrusal olmayan hareket denklemlerini geliştirmiştir. Kirchhoff denklemleri, sistem kinetik enerjisinin türevlerinden hareket denklemlerini elde etmek için kullanılan bir dizi ilişkidir. Euler-Lagrange denklemlerinin özel durumlarıdır. Elde edilen denklemler Coriolis ve merkezci kuvvetler de verir.

Peşman (2011) doktora tezinde düzenli dalgalar için, doğrusal olmayan sönüm ve doğrultma momenti terimlerinden oluşan 1 serbestlik dereceli "parametrik yalpa hareketi modeli" oluşturmuştur. Modelde, zaman ve anlık yalpa açısıyla değişen analitik doğrultma momenti kullanılarak, dalıp-çıkma ve baş-kıç vurma hareketlerinin yalpa hareketi üzerindeki etkisini modelin bünyesine katmıştır. Çalışmasında oluşturduğu bilgisayar koduyla sönüm katsayılarının, zamana bağlı olarak hesaplanabildiğini ifade etmiştir. Ayrıca bu çalışmada, başlangıç şartlarının yalpa hareketi üzerindeki

etkisi de incelenmiş olup, son olarak karışık deniz durumu için yalpa hareketi analizi yapıldığını, sonuçların düzgün deniz için yapılan analiz sonuçları ile karşılaştırıldığını, özellikle baş dalgalarında sonuçların birbiriyle uyum içerisinde olduğunu göstermiştir.

## 2. Matematiksel modelleme

Bir sistemin matematik kavramları ve dili kullanarak açıklanmasına matematiksel model denir. Bir matematiksel model geliştirme süreci de matematiksel modelleme olarak adlandırılır. Matematiksel modeller, doğa bilimleri ve mühendislik disiplinlerinde ve sosyal bilimler alanında kullanılmaktadır. Bir model, bir sistemi açıklamak ve farklı bileşenlerin etkilerini incelemek ve davranış hakkında öngörülerde bulunmak için yardımcı olabilir (Ford, 1999).

Bir problemin çözümünü bulmak için deneysel yöntemlere başvurmanın maliyetinin çok yüksek olduğu ya da deneysel yollara başvurmanın imkânsız olduğu durumlarda sistemlerin nasıl davranacağını ön görebilmek için matematiksel modelleme kullanılır. Elde edilen matematiksel model ile bilgisayar ortamında gerçeğe yakın bir simülasyon oluşturulabilir ve problemin fiziksel gerçeğini anlayarak çözüme yönelik çalışmalar yapılabilir.

Fiziksel bir problemin matematiksel modelinin oluşturulmasında izlenecek yol şu şekilde özetlenebilir (Koç, 2016):

- Problemden rol oynayan büyüklükler, parametreler ve değişkenler belirlenir,
- Gerçeğe en yakın şekilde gerekli kabuller yapılır ve belirlenen değişkenler arasındaki ilişki incelenir,
- Problem ile ilgili fiziksel yasalardan ve prensiplerden yola çıkılarak fiziksel problem matematiksel bir formül ile ifade edilir,
- Geliştirilen matematiksel model ile problem çözülür ve elde edilen sonuçlar analiz edilir.

## 3. Gemi hareketleri matematiksel modeli

Gemi hareketlerinin matematiksel modellerinin kullanımı, gemilerin denizlerdeki davranışlarını tahmin etmek için kullanılan bir tekniktir. Bu sayede gerçek ortamdaki gemi tepkilerinin bilgisayar ortamına gerçeğe yakın bir şekilde aktararak simülasyonlarının oluşturulmasına imkân tanınır.

Gemiler altı serbestlik derecesinde hareket eden sistemlerdir. Bu altı serbestlik derecesi doğrusal hareketler olan; boyuna öteleme, yan öteleme, dalıp çıkma ve açısız hareketler olan yalpa, baş kış vurma, savrulma hareketlerinden oluşur. Gemi hareketlerinin matematiksel modellemesi söz konusu altı serbestlik dereceli hareketlerin denklemlerinin oluşturulmasıyla elde edilecektir. Oluşturulacak olan matematiksel modelin gerçeğe olabildiğince yakın olması için bu hareketlerin birbirleriyle olan etkileşimlerinin ve dümen, pervane, yalpa kanatları gibi sistemlerin etkileri de hesaba katılması gerekmektedir. Hareketlerin modellemesinde kullanılacak semboller ve ifadeler Tablo 1'deki gibidir.

**Tablo 1.** Altı serbestlik derecesi hareketleri tanım ve gösterimleri

Hareket/Dönüş Yönü	Kuvvet ve Momentler	Doğrusal ve Açısal Hız	Konum ve Açı
x-ekseninde doğrusal hareket (Boyuna öteleme)	X	u	x
y-ekseninde doğrusal hareket (Yan öteleme)	Y	v	y
z-ekseninde doğrusal hareket (Dalıp-çıkma)	Z	w	z
x-ekseninde dönme hareketi (Yalpa)	K	p	$\varphi$
y-ekseninde dönme hareketi (Baş-kıç vurma)	M	q	$\theta$
z-ekseninde dönme hareketi (Savrulma)	N	r	$\psi$

### 3.1. Hareket denklemleri

Genel olarak hareket denklemleri oluşturulurken Lagrange yöntemi ya da Newton'un ikinci yasası kullanılır. Gemiye etki eden hidrodinamik kuvvetler ve momentleri türetmek için, literatürde iki yaklaşım kullanılmıştır. Birinci yaklaşım, kuvvet fonksiyonunun Taylor serisine dayanan matematiksel eşitlikleri kullanmaktadır. İkinci yaklaşım, dış kuvvetleri ve momentleri türetmek için geminin ıslak yüzeyine etki eden hidrodinamik basınçtan yararlanmaktadır (İbrahim ve Grace, 2009).

Newton hareket kanunları ile kütle merkezine göre elde edilen moment denklemlerinin genel hali aşağıdaki şekildedir (Fossen ve Fjellstad, 1995);

$$I_0 \dot{\omega} + \omega \times (I_0 \omega) + m r_G \times (\dot{v}_0 + \omega \times v_0) = m_0 \quad (1)$$

$\omega$  = Açısal hız vektörü

$\dot{\omega}$  = Gemiye bağlı referans ekseninde  $\omega$ 'nın zamana bağlı türevi

$I_0$  = Atalet momenti

$m$  = Gemi kütlesi

$r_G = [x_G, y_G, z_G]^T$  = Ağırlık merkezi

$v_0$  = Doğrusal hız vektörü

$\dot{v}_0$  = Gemiye bağlı referans ekseninde kütle merkezinin ivmesi yani doğrusal hızın zamana bağlı türevi

$m_0$  = Dış kuvvetlerden kaynaklanan moment

(1)'deki denklem altı serbestlik dereceli hareketlerin her birine uyguladığımızda hareket denklemleri,

$$\begin{aligned}
X &= m[\dot{u} + qw - rv + x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(rp + \dot{q})] \\
Y &= m[\dot{v} + ru - pw - y_G(p^2 + r^2) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(qp + \dot{r})] \\
Z &= m[\dot{w} + pv - qu - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - \dot{q}) + y_G(rp + \dot{p})] \\
K &= I_x \dot{p} + (I_z - I_y)qr + m[y_G(\dot{w} + pv - qu) - z_G(\dot{u} + ru - pw)] \\
M &= I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp + m[z_G(\dot{u} + qw - rv) - x_G(\dot{w} + pv - qu)] \\
N &= I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq + m[x_G(\dot{v} + ru - pw) - y_G(\dot{u} + qw - rv)]
\end{aligned} \tag{2}$$

şeklinde elde edilir (Fossen, 1994).

Eşitliklerdeki  $m$  gemi kütesini;  $u, v, w, \dot{u}, \dot{v}, \dot{w}$  doğrusal hız ve ivmeleri;  $p, q, r, \dot{p}, \dot{q}, \dot{r}$  açısal hız ve ivmeleri;  $I_x, I_y, I_z$  eksenler etrafındaki atalet momentlerini;  $X, Y, Z, K, M, N$  ise kuvvet ve momentleri temsil eder.

Hidrodinamik etkiler altında, zorlayıcı çevre faktörlerinden arındırılmış altı serbestlik dereceli doğrusal olmayan gemi hareket denklemlerinin vektörel olarak ifadesi aşağıdaki gibidir (Fossen ve Fjellstad, 1995).

$$M_{RB} \dot{v} + C_{RB}(v)v = \tau_{RB} \tag{3}$$

$M_{RB}$  = Rijid gövde atalet matrisi

$C_{RB}(v)$  = Coriolis matrisi

$\tau_{RB}$  = Kuvvetler ve momentler vektörü

Rijid gövde atalet matrisi aşağıda gösterildiği şekilde ifade edilir (Fossen, 1994).

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mx_G \\ 0 & 0 & m & my_G & -mx_G & 0 \\ 0 & -mz_G & my_G & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_G & 0 & -mx_G & -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -my_G & mx_G & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix}, v = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \tag{4}$$

Coriolis matrisi,

$$C_{RB}(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -m(y_G q + z_G r) & m(y_G p + w) & m(z_G p - v) \\ m(x_G q - w) & -m(z_G r + x_G p) & m(z_G q + u) \\ m(x_G r + v) & m(y_G r - u) & -m(x_G p + y_G q) \end{bmatrix}, \nu = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (5)$$

ile ifade edilir (Fossen, 1994).

Gemi su yüzeyinde hareket ederken hidrodinamik, doğrultucu ve ek kütle atalet kuvvet ve momentlerine maruz kalır. Herhangi bir anda gemi birim boyuna etkiyen kuvvet ve momentler şu şekilde ifade edilir (Fossen, 1994).

$$\tau_H = -M_A \dot{\nu} - C_A(\nu)\nu - D_p(\nu)\nu - G(\eta) \quad (6)$$

$\tau_H$  = Hidrodinamik kuvvetler

$M_A \dot{\nu}$  = Ek kütle matrisi

$C_A(\nu)\nu$  = Ek kütle Coriolis matrisi

$D_p(\nu)\nu$  = Sönüm matrisi

$G(\eta)$  = Doğrultucu kuvvetler

### 3.1.1. Ek kütle kuvvet ve momentleri

Ek kütle kuvvetleri, gemi etrafında gemi hareketleri sonucu yer değiştiren akışkanın meydana getirdiği etkidir. Bu etki eklenmiş kütle ve eklenmiş coriolis matrisleri olarak iki kısımda ifade edilir. Bu kuvvet ve moment eşitlikleri akışkan kinetik enerji ifadesinden elde edilir (Lamb, 1932).

$$T_A = \frac{1}{2} \dot{v}^T M_A \dot{v} \quad (7)$$

Burada  $M_A$  ek kütle matrisini ifade eder (Fossen ve Fjellstad, 1995).

$$M_A \cong \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix}, \dot{v} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Yukarıdaki matriste yer alan ek su kuvvetlerinin türevleri aşağıda örnek olarak verilmiştir.

$$X_{\dot{u}} \cong \frac{\partial X}{\partial \dot{u}}, X_{\dot{v}} \cong \frac{\partial X}{\partial \dot{v}}, X_{\dot{w}} \cong \frac{\partial X}{\partial \dot{w}} \quad (9)$$

Ek su kütle Coriolis matrisi ise aşağıdaki şekilde ifade edilir (Fossen ve Fjellstad, 1995).

$$C_v \cong \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix}, \dot{v} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (10)$$

Coriolis matrisindeki a ve b değişkenleri,

$$\begin{aligned} a_1 &= X_{\dot{u}}u + X_{\dot{v}}v + X_{\dot{w}}w + X_{\dot{p}}p + X_{\dot{q}}q + X_{\dot{r}}r \\ a_2 &= X_{\dot{v}}u + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{w}}w + Y_{\dot{p}}p + Y_{\dot{q}}q + Y_{\dot{r}}r \\ a_3 &= X_{\dot{w}}u + Y_{\dot{w}}v + Z_{\dot{w}}w + Z_{\dot{p}}p + Z_{\dot{q}}q + Z_{\dot{r}}r \\ b_1 &= X_{\dot{p}}u + Y_{\dot{p}}v + Z_{\dot{p}}w + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{q}}q + K_{\dot{r}}r \\ b_2 &= X_{\dot{q}}u + Y_{\dot{q}}v + Z_{\dot{q}}w + K_{\dot{q}}p + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{r}}r \\ b_3 &= X_{\dot{r}}u + Y_{\dot{r}}v + Z_{\dot{r}}w + K_{\dot{r}}p + M_{\dot{r}}q + N_{\dot{r}}r \end{aligned} \quad (11)$$

şeklinde gösterilir (Berge ve Fossen, 2000).



### 3.1.2. Sönüm kuvvet ve momentleri

Yüzten bir geminin hidrodinamik etki ile dengesi bozulması halinde sönüm kuvvet ve momentleri oluşur. Gemiye etkileyen potansiyel sönüm etkisi dikkate alındığında her bir eksenindeki sönüm kuvvet ve matrisi aşağıdaki gibidir (Berge ve Fossen, 2000).

$$D(v) = - \begin{bmatrix} X_u & X_v & X_w & X_p & X_q & X_r \\ Y_u & Y_v & Y_w & Y_p & Y_q & Y_r \\ Z_u & Z_v & Z_w & Z_p & Z_q & Z_r \\ K_u & K_v & K_w & K_p & K_q & K_r \\ M_u & M_v & M_w & M_p & M_q & M_r \\ N_u & N_v & N_w & N_p & N_q & N_r \end{bmatrix} , v = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (12)$$

### 3.1.3. Pervane kuvvet ve momentleri

Pervane ileri yönde itme kuvveti oluşturduğu için X doğrultusunda oluşan kuvvet,

$$X_{propeller} = C_{pu} \rho \eta^2 D_p^4 K_t \quad (13)$$

denklemleri ile hesaplanır (Browning, 1990).

Ayrıca pervanenin baş-kıç vurma hareketi ekseninde oluşturduğu moment,

$$M_{propeller} = C_{pq} \rho \eta^2 D_p^5 K_t \quad (14)$$

denklemlerinden elde edilir (Browning, 1990).

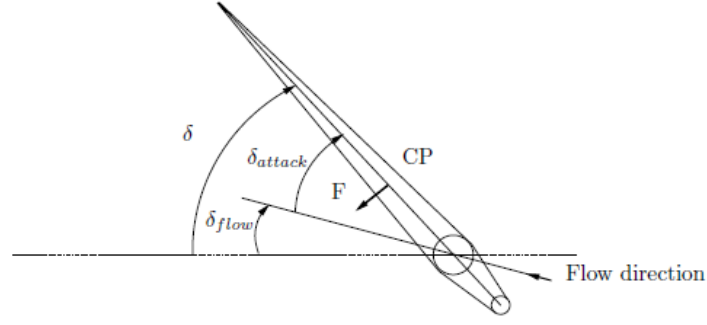
Gemi matematik modelindeki pervane etkisi,

$$\tau_t = \begin{bmatrix} C_{pu} \rho \eta^2 D_p^4 K_t \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_{pq} \rho \eta^2 D_p^5 K_t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

şeklinde ifade edilir (Browning, 1990). Denklemlerdeki  $\rho$  akışkanın öz kütlesini,  $\eta$  pervane çapını,  $D_p$  pervanenin çapını,  $K_t$  pervane sabitini,  $C_{pu}$  pervane azalım katsayısını ve  $C_{pq}$  pervane yalpa katsayısını temsil eder.

### 3.1.4. Dümen kuvvet ve momentleri

Hidrodinamik modeldeki bir diğer kuvvet dümenin kuvvetidir. Geminin dönüş hareketi yapmasını sağlayarak sapma yönünde hareketi oluşturur. Dümenin etkisini analiz edebilmek için Şekil 2'de verilen yapısını incelemelidir.



Şekil 1. Dümen açıları (SNAME, 1950).

CP basınç merkezini; F dümen kuvvetini;  $\delta$  dümen açısını;  $\delta_{attack}$  akış ile dümen arasındaki açıyı;  $\delta_{flow}$  akış açısını ifade eder.

Gerçek bir akış içerisindeki dümene etki eden toplam bileşke kuvvet dümenin orta düzlemine neredeyse diktir. Dümene dik olarak kabul edilen bileşke kuvvetin büyüklüğü aşağıdaki şekilde ifade edilir. Aşağıdaki ifadede dümen ile akış arasındaki açı ve dümen durma açısının birbirine göre durumları göz önünde bulundurularak iki farklı kuvvet denklemi verilmiştir (Lewis, 1988).

$$F = \begin{cases} \frac{1}{2} \rho C_F A_r V_{av}^2 \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{\delta_{attack}}{\delta_{stall}}\right) & \text{if } |\delta_{attack}| < \delta_{stall} \\ \frac{1}{2} \rho C_F A_r V_{av}^2 \operatorname{sgn}(\delta_{attack}) & \text{if } |\delta_{attack}| \geq \delta_{stall} \end{cases} \quad (16)$$

Dümen kuvvetleri;

$$X_{dümen} = -F(u, V_{av}, v, r, \delta) \sin(\delta)$$

$$Y_{dümen} = F(u, V_{av}, v, r, \delta) \cos(\delta) \quad (17)$$

$$Z_{dümen} = 0$$

ve momentleri;

$$[K_{dümen} \ M_{dümen} \ N_{dümen}]^T = (CP - CG) \times [X_{dümen} \ Y_{dümen} \ Z_{dümen}]^T \quad (18)$$

şeklinde ifade edilir.

Yukarıdaki denklemlerde  $C_F$  kaldırma katsayısı;  $A_r$  dümen yüzey alanı;  $V_{av}$  dümeden geçen ortalama akış hızı;  $\delta_{attack}$  dümen ile akış eksenini arasındaki açı;  $\delta_{stall}$  dümenin durma açısıdır.

### 3.1.5. Rüzgâr kuvvet ve momentleri

Gemilerin su üstünde kalan kısmı hava sürtünmesine maruz kaldığı için bu parametreyi de matematiksel modele ilave etmek faydalı olacaktır.

Gemi yüzeyine etkiyen rüzgâr kuvvet ve momenti, rüzgâr hızı ve açısı ile bağlantılı olarak tanımlanır (Fossen, 1994).

$$V_R = \sqrt{u_R^2 + v_R^2} \quad (19)$$

$V_R$  = Bağlı rüzgâr hızı

$u_R$  = x yönündeki rüzgâr hızı

$v_R$  = y yönündeki rüzgâr hızı

$$\gamma_R = \tan^{-1}(v_R / u_R) \quad (20)$$

$\gamma_R$  = Gemi pruvasına göre bağlı rüzgâr açısı

$$u_R = V_W \cos(\gamma_R) - u + u_c \quad (21)$$

$$v_R = V_W \sin(\gamma_R) - v + v_c \quad (22)$$

$V_W$  = Ortalama rüzgâr hızı

$u$  = x yönündeki gemi hızı

$v$  = y yönündeki gemi hızı

$u_c$  = x yönündeki akıntı hızı

$v_c$  = y yönündeki akıntı hızı

Rüzgâr kuvvet ve moment vektörü;

$$\tau_{wind} = [X_{wind}, Y_{wind}, N_{wind}]^T \quad (23)$$

şeklinde verilir (Fossen, 1994).

Rüzgâr boyuna öteleme, yan öteleme ve savrulma hareketlerini etkilediği için (21)'de sadece X ile Y kuvvetleri ve N momenti hesaba katılmıştır.

$$X_{wind} = \frac{1}{2} C_{X_w}(\gamma_R) \rho_\omega V_R^2 A_T \quad (24)$$

$$Y_{wind} = \frac{1}{2} C_{Y_w}(\gamma_R) \rho_\omega V_R^2 A_L \quad (25)$$

$$N_{wind} = \frac{1}{2} C_{N_w}(\gamma_R) \rho_\omega V_R^2 A_L L \quad (26)$$

$C_{X_w}, C_{Y_w}, C_{N_w}$  = Rüzgâr açısına bağlı rüzgâr yükleme katsayısı

$\rho_\omega$  = Hava yoğunluğu

$A_T$  = Enine tasarlanan alan

$A_L$  = Üstyapının tasarlanan yanal alanı

$L$  = Geminin tam boyu

(22), (23) ve (24)'de verilen denklemlerden rüzgâr etkisinin neden olduğu kuvvetler ve moment hesaplanabilir (Isherwood, 1972).

### 3.1.6. Akıntı kuvvet ve momentleri

Gemilerin su altında kalan alanı akıntı etkisine maruz kalır. Akıntı etkisi, bir önceki bölümde verilen rüzgâr etkisi ile benzer şekilde modellenir.

$$\tau_{current} = [X_{current}, Y_{current}, N_{current}]^T \quad (27)$$

vektörü ile ifade edilen akıntı etkisinin oluşturduğu kuvvet ve moment aşağıdaki şekilde hesaplanır (Remery ve Oortmerssen, 1973).

$$X_c = \frac{1}{2} \rho V_c^2 C_{X_c}(\alpha_c) A_{TS} \quad (28)$$

$$Y_c = \frac{1}{2} \rho V_c^2 C_{Y_c}(\alpha_c) A_{LS} \quad (29)$$

$$N_c = \frac{1}{2} \rho V_c^2 C_{N_c}(\alpha_c) A_{LS} L \quad (30)$$

$V_c$  = Akıntı hızı

$C_{X_c}, C_{Y_c}, C_{N_c}$  = Akıntı açısına bağlı akıntı yükleme katsayısı

$\alpha_c$  = Gemi pruvasına göre bağlı akıntı açısı

$A_{TS}$  = Su altında kalan tasarlanan enine alan

$A_{LS}$  = Su altında kalan tasarlanan yanıl alan

### 3.1.7. Dalga kuvvet ve momentleri

Bir diğer çevresel etki olan dalga etkisi,

$$\tau_{wave} = [X_{wave}, Y_{wave}, N_{wave}]^T \quad (31)$$

vektörü ile ifade edilir (Fossen, 1994).

Dalganın zaman bağlı X, Y kuvvetleri ve N momenti aşağıdaki eşitliklerden hesaplanır (Kallström, 1979).

$$X_{wave}(t) = \sum_{i=1}^N \rho g B L T \cos \beta s_i(t) \quad (32)$$

$$Y_{wave}(t) = \sum_{i=1}^N -\rho g B L T \sin \beta s_i(t) \quad (33)$$

$$N_{wave}(t) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{24} \rho g B L (L^2 - B^2) \sin 2\beta s_i^2(t) \quad (34)$$

$B$  = Geminin genişliği

$L$  = Geminin uzunluğu

$T$  = Geminin su çekimi

$\beta$  = Gemi eksenine dalganın geliş açısı

$s_i$  = Dalga eğimi

Dalga eğimi

$$s_i(t) = A_i k_i \sin(\omega_{ei} t + \phi_i) \quad (35)$$

denklemler ile hesaplanır (Fossen, 1994).

$i$  = Dalga bileşeni

$\omega_{ei}$  = Dalga bileşeni  $i$ 'ye karşılık gelen karşılaşma frekansı

#### 4. Sonuç ve değerlendirme

Bu çalışmada, altı serbestlik derecesinde geminin hareketlerini tanımlayan matematik modelleri gözden geçirilmiştir. Newton'un ikinci hareket yasası etrafında geliştirilen denklemler, çeşitli çalışmalardan derlenip gemi matematik modeli ortaya konulmuştur. Ortaya konulan matematik model, belirli bir gemi modeli ile sınırlı değildir; farklı boyuttaki ve tipteki gemilere uygulanabilecek özelliktedir.

Denklemlerde, her bir bileşen ayrı ayrı ele alınmıştır. Böylece yeni uygulamalara uyacak şekilde farklı parametreler, kuvvetler, sistem dinamikleri denkleme ilave edilebilir, çıkarılabilir veya değiştirilebilir. Örneğin bozucu etki olarak rüzgâr kuvveti; ek bir dinamik sistem olarak yalpa kanat sistemi, denklemleri oluşturulup gemi matematik modeline ilave edilerek etkileri incelenebilir.

Yeni çalışmalar ve bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler doğrultusunda, daha doğru matematiksel modelleri formüle etmek ve oluşturulan gemi modelinin simülasyonların daha ayrıntılı ve doğru olması imkânı elde edilecektir. Ayrıca matematik modelde kullanılan verileri üretmek için deneysel çalışmalara daha çok önem verilmesi gerekmektedir.

#### Kaynaklar

Abkowitz, M. A., (1964). "Lectures on ship hydrodynamics—steering and maneuverability," Tech. Rep. Hy-5, Hydro- and Aerodynamics Laboratory, Lyngby, Denmark.

Berge, S.P. and Fossen, T.I., (2000). "On the Properties of the Nonlinear Ship Equations of Motion", Mathematical and Computer Modeling of Dynamical Systems, 365-381.

Browning, A.W., (1990). "A Mathematical Model to Simulate Small Boat Behaviour", Ph.D. Thesis, Bournemouth Polytechnic.

Ford, A. (1999). "Modeling the environment: an introduction to system dynamics models of environmental systems", Island Press, Washington DC, ISBN: 1-55963-601-7.

Fossen, T.I., Fjellstad, O.E., (1995). "Nonlinear Modelling of Marine Vehicles in 6 Degrees of Freedom", *Journal of Mathematical Modelling of Systems*, 17-28.

Fossen, Thor I. (1994). "Guidance and Control of Ocean Marine Vehicles", ISBN 0-471-94113-1. John Wiley & Sons Ltd, UK.

Ibrahim, R. A., Grace, I. M., (2009). "Modeling of Ship Roll Dynamics and Its Coupling with Heave and Pitch", Department of Mechanical Engineering, Wayne State University, Detroit, MI 48202, USA.

Isherwood, R. M., (1972). "Wind Resistance of Merchant Ships", *RINA Trans.* Vol. 115, pp. 327-338.

Kallström, C. G., (1979). "Identification and Adaptive Control Applied to Ship Steering", PhD Thesis, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Sweden.

Kaplan, P., Ward, W. L. and Sargent, P. T., (1969). "A Mathematical Model for An Assault Boat Motion in Waves", Technical Report, Naval Training Device Center, Florida, USA.

Koç, S., (2016). "Bitki Örtüsü İçeren Açık Kanal Akımının ANSYS CFX Programı ile Sayısal Modellemesi", Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Lamb, H., (1932). "Hydrodynamics", Cambridge University Press, London.

Lewis, E.V., (1988). "Principles of Naval Architecture vol II: Resistance, Propulsion and Vibration", The Society of Naval Architecture and Marine Engineers, New York.

Nomoto, K., Taguchi, T., Honda, K. and Hirano, S., (1957). "On the Steering Qualities of Ships", Technical Report, International Shipbuilding Progress, 4.

Peşman, E., (2011). "Boyuna Dalgalarda Gemilerin Yalpa Hareketi Analizi", Doktora Tezi, İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Remery, G. F. M. and Van Oortmerssen, G., (1973). "The Mean Wave, Wind and Current Forces on Offshore Structures and Their Role in the Design of Mooring Systems", Offshore Technology Conference, pp. 169-184, Texas, USA.

Ross, A., (2008). "Nonlinear Manoeuvring Models for Ships: a Lagrangian Approach", Ph.D. thesis, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway.

SNAME (1950). "Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid", Technical Report Bulletin 1-5. Society of Naval Architects and Marine Engineers, New York, USA.

Son, K. H. and Nomoto, K., (1982). "On the coupled motion of steering and rolling of a high-speed container ship," *Naval Architecture and Ocean Engineering*, vol. 20, pp. 73–83.