



Sonsuz Sayı Kümelerinin Karşılaştırılması Bağlamında Sonsuzluk Kavramına İlişkin Öğrenci Algılarının İncelenmesi

Investigation of Student Perceptions of the Concept of Infinity in the Context of Comparing the Number of Elements of Infinite Sets

Ümit DURAK , Doktora Öğrencisi, Sakarya Üniversitesi, umitdurak@hotmail.com

Handenur ŞAHİN , Doktora Öğrencisi, Sakarya Üniversitesi, handenurtombul7@gmail.com

Özkan ERGENE , Doç. Dr., Sakarya Üniversitesi, ozkanergene@sakarya.edu.tr

Geliş tarihi - Received: 30 Ağustos 2024
Kabul tarihi - Accepted: 30 Mart 2025
Yayın tarihi - Published: 28 Nisan 2025



Öz. Bu araştırmada matematik öğretmen adaylarının ve lise öğrencilerinin sonsuzluk kavramına ilişkin algıları sonsuz elemanlı kümelerinin eleman sayılarının karşılaştırılması bağlamında incelenmiştir. Araştırmanın çalışma grubunu 139'u matematik öğretmen adayı, 129'u ise lise öğrencileri olmak üzere toplam 268 kişi oluşturmaktadır. Bu araştırmanın katılımcıları amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Araştırmanın verileri sonsuz kümelerin sıralaması ile ilişkili üç problemde oluşan Sonsuz Sayı Kümeleri Karşılaştırma Testi yardımıyla toplanmıştır. Araştırmadan elde edilen veriler içerik analizi yardımıyla analiz edilmiştir. Verilerin analizi sonucunda katılımcıların çözümlerinin literatür ile uyumlu olacak şekilde "Parça-bütün, Tek Sonsuzluk, Birebir Eşleme, Sonsuzluk Karşılaştırılmaz ve Diğer" kategorilerinde toplandığı görülmüştür. Araştırmada problemlere verilen doğru cevapların genellikle %50'den aşağı olduğu ve öğretmen adaylarının lise öğrencilerine göre doğru cevap oranlarının daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. Tüm katılımcılar içerisinde en fazla doğru cevabın %70.9 ile doğal sayılar ile tek ve çift doğal sayılar kümesinin birleşiminin karşılaştırma probleminde olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının ve lise öğrencilerinin problem çözümlerinde sezgisel açıklamalarının olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Lise öğrencisi, Öğretmen adayı, Sonsuzluk, Sonsuzluk kümeleri.

Abstract. In this study, the perceptions of pre-service mathematics teachers and high school students about infinity were examined in the context of comparing the number of elements of infinite element sets. The study group consisted of 268 participants, 139 of whom were pre-service mathematics teachers and 129 of whom were high school students. The participants of this study were determined by the convenience sampling method, which is one of the purposeful sampling methods. The study data were collected with the help of the Infinite Number Sets Comparison Test consisting of three problems related to the ordering of infinite sets. The data obtained from the study were analyzed with the help of content analysis. As a result of the participants data analysis, it was seen that the participants' solutions were collected in the categories of 'Part-whole, Single Infinity. The study determined that the correct answers to the problems were generally less than 50% and the correct answer rates of pre-service teachers were higher than high school students. It was found that the highest percentage of correct answers among all participants was 70.9% in the problem of comparing the combination of natural numbers and the set of odd and even natural numbers. In addition, it was observed that pre-service teachers and high school students had intuitive explanations in problem solving.

Keywords: High school student, Pre-service teacher, Infinity, Infinity sets.



Extended Abstract

Introduction. The concept of infinity has been the focus of the attention of mathematicians and mathematics educators both because of the effort to eliminate the difficulty in conceptual understanding and because it plays a fundamental role in the teaching of advanced analysis topics (Dev Habacı and Çetin, 2023). While the concept of infinity was initially used only in the explanation of events related to physics, it was defined for the first time by Bolzano as an ‘infinite set’ without using the concept of number, and this situation is very important in terms of the development of the concept of infinity in mathematics (Akbulut and Akgün, 2005). Since students’ mental schemata are compatible with finite realities, infinity may conflict with students’ intuitions (Fischbein et al., 1979). Therefore, the concept of infinity is a concept that involves difficulties in the context of intuitive and conceptual understanding in learning and teaching processes (Bozkuş et al., 2015; Falk et al., 1986; Kolar and Cadez, 2012;). In comparing infinite number sets, it is important for individuals to understand conceptually and intuitively. In the comparison of infinity and infinite number sets, intuitive rule theory is frequently used by researchers (Barahmand, 2022; Fidan and Şengül, 2018; Tirosh and Tsamir, 2020; Tsamir, 2003; Van Dooren et al, 2004). Intuitive rule theory examines students’ exhibiting similar behaviours in conceptually unrelated situations and the effects of standard intuitive rules, and individuals’ reactions or responses to a topic depend on external features that are often not very relevant to the topic, rather than related concepts and ideas (Stavy and Tirosh, 2000; Tirosh and Stavy, 1999). When the literature is analyzed, based on the theory of intuitive rules, the criteria and methods of forming the perception of infinity in the studies on the concept of infinity were determined as ‘Part-Whole’, ‘Single Infinity’, ‘One-to-one Correspondence’ and ‘Incomparability’ (Barahmand, 2020). These criteria were also obtained from previous studies on comparing the concept of infinity (Levenson et al., 2007; Tsamir, 2001; Tsamir and Dreyfus, 2002). In this study, based on the work of Tirosh and Tsamir (1996), we start from the idea that ‘intuitive decisions concerning the equivalency of two given infinite sets are largely determined by the way these sets are represented’ (p.33). In this context, the perceptions of pre-service mathematics teachers and high school students about the concept of infinity were analyzed in terms of intuitive rule theory by using the sets of countably infinite natural numbers, odd natural numbers, even natural numbers, perfect square natural numbers and perfect cube natural numbers.

Method. This study was conducted in accordance with the case study (Yin, 1994) since it aimed to examine pre-service mathematics teachers and high school students’ perceptions about infinity in the context of comparing the number of elements of sets with infinite elements. The participants of this study were determined by the convenience sampling method (Patton, 1997), which is one of the purposeful sampling methods. The participants were students studying in 2 different high schools in 2023-2024 and pre-service elementary mathematics teachers at a state university in the Marmara region. The data were collected with the help of the Infinite Number Sets Comparison Test [SKT], which was developed by the researchers and consisted of three problems related to the comparison of sets with different countable infinite elements to determine the participants’ perceptions of infinity. The data obtained from the SDT were analyzed by descriptive analysis and content analysis methods. For the descriptive analysis of the data, frequency and percentage distributions of high



school students' and pre-service mathematics teachers' answers to each problem in the test were presented in tables.

Results. In this study, pre-service mathematics teachers and high school students' perceptions of infinity were analyzed in terms of intuitive rule theory. Considering the quantitative findings of the study, in the distribution of the answers given to the problem comparing the number of elements of the set of natural numbers with the number of elements of prime numbers, both pre-service teachers (n=53, 38.2%) and high school students (n=79, 61.2%) stated that the number of elements of the set of natural numbers is greater than the number of elements of prime numbers. Another problem posed to the participants was the problem of comparing the set of natural numbers, the set of odd numbers, the set of even numbers and the combination set of odd and even natural numbers. In the holistic analysis of the answers given to this problem, both pre-service teachers (n=53, 38.2%) and high school students (n=71, 55.04%) stated that the number of elements of the set of natural numbers, the number of elements of the set of odd natural numbers and the set of even natural numbers were larger, and the number of elements of the set of natural numbers and the set of combinations of odd and even natural numbers were equal. The last problem posed to the participants was the problem of comparing the set of natural numbers, the set of perfect square numbers, the set of perfect cube numbers and the combination set of perfect square and perfect cube natural numbers. In the holistic analysis of the answers given to this problem, pre-service teachers stated that the number of elements of all sets is equal at most (n=39, 28.6%), and high school students stated that the number of elements of the set of natural numbers is greater than the number of elements of other sets at most (n=57, 44.2%). Considering the explanations made by the participants in the study, 5 different categories emerged as 'part-whole, single infinity, one-to-one correspondence, incomparability, other'.

Discussion and Conclusion. In this study, the perceptions of pre-service mathematics teachers and high school students about the concept of infinity were examined. In this examination, the participants were analyzed by using the intuitive rule theory and the criteria of single infinity, part-whole, one-to-one correspondence and incomparability of infinities among the infinity perceptions existing in the literature. It was found that the participants' perceptions of infinity generally belonged to the part-whole category. The one-to-one correspondence category revealed by Cantor, which is accepted in the literature when comparing infinite sets, was the least detected category. It is thought that the findings of the intuitive rule theory, which draws a general and inclusive framework, are very important for the field of mathematics education.



Giriş

Sonsuzluk düşünce tarihinin en eski problemlerinden biridir. Sonsuz kavramı, insanların “var olan”ın ötesine geçip “var olabilecek olanı” düşünmeye başladıkları andan itibaren insan zihninde yerleşmiştir. Yüzyıllar boyunca felsefeciler sonsuzluk hakkında daha derinlemesine düşünme fırsatı bulmuşlardır, ancak kavramın matematiğin ve mantığın ilgi alanına girmesi daha geç olmuştur (Akbulut ve Akgün, 2005). Bolzano, Dedekind ve Cantor gibi ünlü matematikçiler sonsuzluk kavramını şekillendirse de, bu kavram günümüzde hala tartışılmaktadır (Tsamir ve Dreyfus, 2002). Sonsuzluk kavramı gerek kavramsal olarak anlaşılmasındaki zorluğu ortadan kaldırma çabası gerekse de ileri düzey analiz konularının öğretiminde temel rol oynaması sebebiyle matematikçilerin ve matematik eğitimcilerinin ilgi odağı olmuştur (Dev Habacı ve Çetin, 2023).

Sonsuzluk kavramı ilk defa Bolzano tarafından sayı kavramı kullanılmadan “sonsuz küme” olarak tanımlanmıştır ve bu durum matematiksel olarak kavramın gelişimi açısından oldukça önemlidir (Akbulut ve Akgün, 2005). Fischbein (1987), sonsuz kümelerle uğraşırken sezgisel olarak kabul edilemez görünen durumlarla karşı karşıya kaldığımızı, sezgisel olarak gerçek sonsuz kümelerle uğraşacak donanımına sahip olmadığımızı ifade etmektedir. Öğrencilerin zihinsel şemaları sonlu gerçekliklere uyumlu olduğundan sonsuzluk kavramı öğrencilerin sezgileri ile çelişmektedir (Fischbein vd., 1979). Bu nedenle sonsuzluk kavramı öğrenme ve öğretme süreçlerinde sezgisel ve kavramsal anlama bağlamında güçlükler içeren bir kavramdır (Bozkuş vd., 2015; Falk vd., 1986; Kolar ve Cadez, 2012). Sonsuzluk, matematik dersi öğretim programlarında (MEB, 2018) doğrudan özel bir başlıkla ele alınmamaktadır ki dolaylı olarak her sınıf düzeyinde karşılaşılan bir kavramdır (Ergene, 2021). Örneğin sonlu ve sonsuz kümelerde, doğal sayılar, tam kare doğal sayılar, tek ve çift doğal sayılar gibi sonsuz elemana sahip sayı kümelerinin eleman sayıları hakkında karşılaştırma yapılmasında, sonsuz geometrik dizilerde ve belirsizlik içeren limit gibi durumlarda sonsuzluk kavramı yer almaktadır (Özmantar, 2008). Bununla birlikte, öğrencilerin sonsuzluk kavramını bildikleri varsayılarak öğretim yapılmakta ve sınıf içerisinde yapılan öğretim etkinliklerinde sonsuzluk kavramı sezgisel olarak verilmektedir (Dev Habacı ve Çetin, 2023; Özmantar, 2008).

Amaçlı bir öğretim olmadan sonsuzluk kavramı üzerine geliştirilen düşünceler sezgisel düzeyde olmaktadır (Jirotkova ve Littler, 2004). Bu nedenle sezgisel olarak sonsuzun sürekli artan, sayılamaz ve çok büyük anlamları kavramla ilgili sorunlar yaşanmasına sebep olmaktadır (Fischbein, 2001; Fischbein vd., 1979; Tall, 2001). Örneğin; sonsuzluğun sürekli arttığı düşüncesi, eksi sonsuzun varlığı ya da sonsuz elemana sahip sayı kümelerinin eleman sayılarının karşılaştırılmasına yönelik problemlerde “sürekli artan bir şey karşılaştırılmaz”, “sonunu bilmediğimiz için yorum yapamayız” gibi düşüncelerden dolayı problemlerin doğru cevaplandırılması sürecinde sorunlara sebep olabilmektedir (Sbaragli, 2006; Singer ve Voica, 2003).

Sonsuzluk kavramı ile ilgili yapılan çalışmaların, ilköğretim, ortaöğretim, öğretmen adayları ve matematik öğretmenleri olmak üzere farklı yaş grupları üzerinde olduğu görülmektedir (Çelik ve Akşan, 2013; İşleyen, 2013; Pala ve Narlı, 2018; Krátká vd., 2022). İlköğretim ve ortaöğretim öğrencileri ile yapılan çalışmalarda öğrencilerin sonsuzluk ile ilgili düşüncelerinin ne olduğu ortaya koyulmaya çalışılmıştır (Aztekin, 2008; Habacı ve Çetin, 2023; Jirotkova ve Litter, 2004; Narlı ve Narlı, Durak, Ü., Şahin, H. ve Ergene, Ö. (2025). Sonsuz sayı kümelerinin karşılaştırılması bağlamında sonsuzluk kavramına ilişkin öğrenci algılarının incelenmesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 16(1), 1480-1513. DOI. 10.51460/baebd.1540973



2013; Singer ve Voica, 2007). Öğrencilerin, sonsuzluğu devam eden bir süreç, bitmeyen büyüklük, potansiyel/fiili sonsuzluk olarak (Bozkuş vd., 2015) ya da sınırsızlık olarak algıladıkları tespit edilmiştir. Öte yandan öğretmen adayları ve matematik öğretmenlerinin sonsuzluğa ilişkin öğrenim ve öğretim süreçlerinde güçlüklerin yaşandığı, eksik-hatalı öğrenmelerin ve kavram yanlışlarının olduğu tespit edilmiştir (Aztekin, 2008; Kolar ve Cadez, 2012; Monaghan, 2001).

Sayfa | 1485

Sonsuzluk kavramı ve sonsuz kümeler

Sonsuzluk kavramı, potansiyel (potential) ve fiili (actual) olmak üzere iki şekilde incelenmektedir (Fischbein vd., 1979; Fischbein, 2001; Luis vd., 1991). Potansiyel sonsuzluk, sürekli devam eden fakat herhangi bir anında sonlu bir değere işaret eden sonsuzluk olarak tanımlanmaktadır (Luis vd., 1991). Doğal sayılar kümesi, bir sayıya yeni bir sayı eklendiğinde bir önceki sayıdan farklı bir sayıya ulaşmakta ve ekleme süreci sürekli olarak devam ettiği için potansiyel sonsuzluk için bir örnektir (Dubinsky vd., 2005). Doğal sayılar kümesinde olduğu gibi sayıların sürekli eklenerek devam etmesi sonsuz bir süreci içerir. Bu süreç birey tarafından düşünülebilir fakat pratikte gerçekleştirilemez (Kolar ve Cadez, 2012). Fiili sonsuzluk ise bir bütün olarak sonsuzluğa işaret etmektedir (Kolar ve Cadez, 2012). Örneğin; bir doğru parçası da bir bütün olduğundan ve sonsuz noktayı içerdiğinden, bu doğru parçasındaki reel sayılara karşılık gelen noktaların sonsuzluğu fiili sonsuzluk olarak tanımlanmaktadır. Ayrıca potansiyel sonsuzluk kavramının sonlu bir değere işaret eden bir sonsuzluk olduğu fikri, doğal sayılar, çift ve tek doğal sayılar gibi sonsuz elemana sahip kümelerin eleman sayılarının karşılaştırılmasında öğrenciyi sonlu küme gibi düşünmeye yöneltmek sonsuzluklar arasında parça-bütün ilişkisinin kurulmasına yol açmaktadır.

Cantor, sonsuz sayıda eleman içeren iki küme arasında birebir eşleme yaparak, bu iki kümenin aynı kardinaliteye sahip olduğunu gösterebileceğini söylemiştir (Allen, 2000). Cantor'un öncesinde bu konuyla ilgilenen Galile, doğal sayılar ile doğal sayıların kareleri arasında birebir eşlemenin mümkün olduğunu fark etmesine rağmen, "Bütün her zaman parçaların her birinden daha büyüktür" kabulü ile çelişki yaşamışlardır (Özmentar, 2008). Karşılaşılan bu durumun sebebi, sonsuz kümelerde, sonlu olgular üzerinde geçerli olan kuralların uygulanmasıdır. Öte yandan, sonsuzluk sonlu olgulardan farklı bir şekilde muhakeme edilirse, çelişkili bir kavram olmayacaktır (Clegg, 2003). Galile'ye benzer olarak Cantor, 1800'lerin sonunda sonsuz bir kümeyi, kendi asal alt kümelerinden biriyle birebir eşlenebilen bir küme olarak tanımladığı bir sonsuz kümeler teorisi formüle etmiştir.. Cantor'un sonsuz küme tanımı, "bir kümeyle asal alt kümelerinden birinin denkliği" kavramını içinde barındırdığı için, sonsuzluk fikrinin bilgi, anlama ve algı bağlamında incelenmesine olanak sağlamaktadır (Tirosh, 1999). Ulaşılabilir literatürde, sonsuz sayı kümelerinin kullanıldığı çalışmalara alan yazında nadiren rastlamak mümkündür (Barahmand, 2022; Bozkuş vd., 2015; Jirotkova ve Littler; 2004; Kanbolat, 2010; Kolar ve Cadez, 2012; Monaghan, 2001; Narlı ve Başer, 2008; Pala, 2016; Tsamir, 2001). Alanyazında sonsuz kümelerin karşılaştırılması üzerine yer alan çalışmalar incelendiğinde, bireylerin karşılaştıkları zorlukların sezgisel yaklaşımlarından kaynaklı olduğu belirtilmiştir (Pala, 2016). Ayrıca bireylerin sonsuz kümeleri karşılaştırırken karar verme aşamasında konuya dair bilgileri olsa bile sezgilerinin baskın olduğu görülmüştür (Tsamir, 1999).



Teorik çerçeve

Sonsuz sayı kümelerinin eleman sayılarının karşılaştırılırken, kavramsal ve sezgisel anlama önemlidir. Sonsuzluğun ve sonsuz sayı kümelerinin karşılaştırılmasında sezgisel kural teorisi araştırmacılar tarafından sıklıkla kullanılmaktadır (Barahmand, 2022; Fidan ve Şengül, 2018; Tirosh ve Tsamir, 2020; Tsamir, 2003; Van Dooren vd, 2004). Sezgisel kural teorisi, öğrencilerin kavramsal bir ilişki bulunmayan durumlarda benzer davranışlar sergilemelerini ve ortak sezgisel kuralların etkilerini inceler. Bu teoriye göre, bireylerin bir konu hakkındaki tepkileri veya cevapları, genellikle konu ile doğrudan ilgili kavram ve fikirlerden ziyade, dışsal özelliklere bağlıdır (Stavy ve Tirosh, 2000; Tirosh ve Stavy, 1999). Bu dışsal özelliklere örnek olarak Tirosh ve Tsamir (1996), çalışmalarında öğrencilerin verilen iki sonsuz kümenin denkliliğine ilişkin sezgisel kararları büyük ölçüde bu kümelerin temsil edilme şekline göre olduğu tespiti gösterilebilir.

Sezgisel kural teorisinde, bireylerin “Daha fazla A – Daha fazla B”, “Aynı A - Aynı B” ve “Her şey sonsuz sayıda bölünebilir” şeklinde çeşitli sezgisel kurallar geliştirerek farklı durumlarla ilişkili kıyaslamalar yaptıkları belirlenmiştir (Tirosh ve Stavy, 1999). “Daha fazla A, Daha fazla B” sezgisel kuralı, birinci nesnenin belirli bir A niceliği açısından ikinci nesneden daha fazla olduğu durumda, aynı nesnelerin farklı bir B niceliği açısından da birinci nesnenin ikinci nesneden daha fazla olması gerektiği algısıdır. Örneğin, iki bölgenin alanlarını karşılaştırdığımızda, birinci bölgenin alanı ikinci bölgenin alanından büyükse, çoğu insan birinci bölgenin çevre uzunluğunun da ikinci bölgenin çevre uzunluğundan daha büyük olacağını düşünür. Bu algı, gerçekte her zaman doğru olmayabilir, ancak bu durum insanların genellikle yaptığı bir sezgisel varsayımdır (Fidan ve Şengül, 2018). “Aynı A - aynı B” sezgisel kuralı, belirli bir A nicelik açısından eşit olan iki nesnenin, farklı bir B niceliği açısından da eşit olması gerektiği şeklinde algılanmasıdır. Bir diğer örnek olarak, öğrencilerin eşit kenar uzunluklarına sahip düzgün beşgen ve düzgün altıgen gibi iki çokgenin, kenarlarının eşit uzunlukta olduğu için bu kenarlar arasındaki açıların da eşit olduğunu düşünme eğiliminde olması bu kurala örnek olarak verilebilir (Tsamir, 2007). “Her şey sonsuz sayıda bölünebilir” kuralına göre, öğrencilere verilen materyal veya geometrik nesneleri ikiye bölme işleminin devamlılığı hakkında sorular yöneltildiğinde, öğrencilerin bölme işleminin sonsuza kadar devam edeceğini düşünme eğiliminde oldukları görülmüştür (Tirosh ve Stavy, 1996).

Alanyazın incelendiğinden sezgisel kurallar teorisine dayandırılarak, sonsuzluk kavramı üzerine yapılan çalışmalarda sonsuzluk algısının oluşturulma kriterleri ve yöntemleri olarak “Tek sonsuzluk”, “Parça-Bütün”, “Karşılaştırılamazlık” ve “Birebir eşleme” şeklinde durumlar belirlenmiştir (Barahmand, 2020; Levenson vd., 2007; Tsamir ve Dreyfus, 2002; Tsamir, 2001). Tek sonsuzluk kriteri, “Sadece bir sonsuzluk vardır dolayısıyla tüm sonsuzluklar aynıdır.” sezgiyle ilişkilendirilebilir. “Parça-Bütün kriteri, bireylerin gerçek dünyada sonlu elemanlarla çalışma deneyimleriyle uyumludur. Karşılaştırılamazlık kriteri, sonsuzluğun var olduğu ama sonlu durumların aksine belirsiz doğaları nedeniyle karşılaştırılamayacakları durumu ile ilişkilendirilebilir. Son olarak birebir eşleme kriteri ise saymaya gerek kalmadan kümeleri birebir eşleyerek karşılaştırmayı sağlar (Barahmand, 2020). Örneğin, tiyatro seyircileri tüm koltukları işgal ediyorsa, koltukların ve seyircilerin sayısını bilmeden iki sayının eşit olduğu sonucuna varılabilir (Hrbacek ve Jech, 1999).



Bu araştırmada Tirosh ve Tsamir'in (1996) çalışmalarına dayanılarak, "iki sonsuz kümenin denkliliğine ilişkin sezgisel kararları büyük ölçüde bu kümelerin temsil edilme şekli belirler" (s.33) düşüncesinden yola çıkılmıştır. Bu bağlamda, sayılabilir sonsuzluktaki doğal sayılar, tek doğal sayılar, çift doğal sayılar, tam kare doğal sayılar ve tam küp doğal sayılar kümelerinden yararlanılarak matematik öğretmen adaylarının ve lise öğrencilerinin sonsuzluk kavramına ilişkin algıları sezgisel kural teorisi açısından incelenmiştir. Bu amaçla, aşağıdaki araştırma sorularına cevap aranmıştır:

- Matematik öğretmen adaylarını ve lise öğrencilerini sonsuz elemanlı farklı sayı kümelerinin eleman sayılarını nasıl karşılaştırmaktadırlar?
- Matematik öğretmen adaylarının ve lise öğrencilerinin sonsuz elemanlı farklı sayı kümelerinin eleman sayılarını karşılaştırma kriterleri ve gerekçeleri nelerdir?

İlköğretim öğrencilerinden öğretmenlere kadar farklı yaş gruplarıyla yapılan çalışmalarda, bireylerin sonsuzluk kavramına ilişkin sezgisel olarak oluşturdıkları bilgilerin bilimsel bilgi ile çoğu zaman aynı doğrultuda olmadığı görülmüştür (Aztekin, 2008; Fischbein, 1987; Narlı ve Narlı, 2013, Özmantar, 2016; Singer ve Voica, 2007; Tirosh, 1999). Ancak bu amaçla yapılan çalışmalarda genellikle ilköğretim, ortaöğretim, yükseköğretim ve matematik öğretmenleri gruplarından sadece biri ile çalışılmıştır. (Aztekin, 2008; Çelik ve Akşan, 2013; Güven ve Karataş, 2004; İşleyen, 2013; Narlı ve Narlı, 2013). Sezgisel olarak sonsuzluğu tanımlayan bireylerin düşünceleri kendilerine sunulan bağlama göre değişiklik gösterebilmektedir (Fischbein vd., 1979; Pehkonen vd., 2006; Jirotkova ve Littler, 2004; Narlı ve Narlı, 2013). Bu durum sonsuz sayı kümelerinin karşılaştırılması için de kullanılabilir (Barahmand, 2020). Dolayısıyla, bireylerde var olan sonsuzluk sezgisinin tanımlanması, onların bu kavramı daha iyi anlamalarını sağlamak ve deneyim kazanabilecekleri daha zengin ve çeşitli ortamlar oluşturmak açısından önemlidir. Bu araştırmanın ortaöğretim ve yükseköğretim düzeyinde farklı çalışma gruplarını birlikte barındırması, sayılabilir sonsuz kümeler bağlamında sonsuzluk algısının incelenmesi açısından sonsuzluk literatürüne katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Yöntem

Araştırmanın bu bölümünde, araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama süreci, veri analizi ve araştırmanın etik izinleri hakkında bilgi verilecektir.

Araştırmanın modeli

Bu çalışma, matematik öğretmen adaylarının ve lise öğrencilerinin sonsuzluk kavramına ilişkin algıları sonsuz elemanlı kümelerinin eleman sayılarının karşılaştırılması bağlamında incelenmesi amaçlandığından durum çalışmasına (Yin, 1994) uygun olarak yürütülmüştür. Durum çalışması araştırmacının zaman içerisinde sınırlandırılmış durumu veya durumları gözlem, görüşme, görsel doküman gibi çeşitli veri toplama araçları ile incelediği nitel araştırma yaklaşımlarından biridir (Creswell, 2007).



Çalışma grubu

Bu çalışmanın katılımcıları, amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan kolay erişilebilir örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir (Patton, 1997). Çalışma grubu Marmara bölgesinde 2023-2024 yılında 2 farklı lisede öğrenim gören 9,10 ve 11.sınıf öğrencileri ile bir devlet üniversitesindeki 1., 2. ve 3. sınıf ilköğretim matematik öğretmen adaylarından oluşmaktadır. Çalışmada lise 12. sınıf öğrencileri ile 4. sınıf ilköğretim matematik öğretmen adaylarının yer almama nedeni, bu katılımcıların ulusal düzeyde yapılan sınavlara (YKS ve KPSS) hazırlık yoğunluklarının ve bu sınavlardan dolayı okul devamsızlıklarının fazla olmasıdır. Çalışma grubunda yer alan katılımcıların cinsiyet ve sınıf seviyelerine göre dağılımı Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1.

Sınıf seviyesi ve cinsiyete göre katılımcıların dağılımı

Katılımcı		1.Sınıf	2.Sınıf	3.Sınıf	Toplam
Matematik Öğretmen Adayı	Kız	37	31	28	95
	Erkek	14	13	16	44
		139			
		9.Sınıf	10.Sınıf	11.Sınıf	
Lise Öğrencisi	Kız	0	41	24	65
	Erkek	18	21	25	64
		129			

Tablo 1 incelendiğinde, araştırmanın çalışma grubunu, 139 matematik öğretmen adayı ve 129 lise öğrencisi olmak üzere toplam 268 kişi oluşturmaktadır.

Veri toplama aracı ve uygulama

Araştırmanın verileri, araştırmacılar tarafından geliştirilen katılımcıların sonsuzluk algılarını belirlemeye yönelik farklı sayılabilir sonsuz elemanlı kümelerin karşılaştırılmasına ait üç problemten oluşan Sonsuz Sayı Kümeleri Karşılaştırma Testi [SKT] yardımıyla toplanmıştır. Alan yazın incelendiğinde sonsuzluk algılarının karşılaştırılması çalışmalarında farklı sayıda problem durumunun kullanıldığı (Barahmand, 2020; Bozkuş, uçar ve Çetin,2015; Fidan ve Şengül, 2018; Tirosh ve Stavy, 1999; Tsmair ve Dreyfus, 2002) bununla birlikte problemlerin sayısının farklı olmasına rağmen problemler sezgisel kurallar teorisi göz önünde bulundurularak hazırlandığı görülmektedir. Bu çalışmada da Tirosh ve Stavy (1999) tarafından “Aynı A-Aynı B”, “Daha Fazla A-Daha Fazla B” ve “Her şey sonsuz sayıda bölünebilir” şeklinde adlandırdıkları üç sezgisel kural dikkate alınarak en az üç problem ve seçenekleri oluşturulmuştur. SKT, alanyazın taraması, geçerlik-güvenirlik çalışmaları ve deneme uygulaması olmak üzere üç aşamada geliştirilmiştir. Öncelikle literatürde sonsuz kümelerin karşılaştırılması ile ilgili yer alan çalışmalardan yararlanılmıştır (Barahmand, 2020; Szydlık, 2000; Tsamir, 2001). Literatür desteği alınarak hazırlanan SKT için, alanında uzman ve farklı üniversitelerde görev yapan doçentliğini matematik eğitimi alanında almış, iki öğretim üyesinden uzman görüşü alınmıştır. SKT, görünüş geçerliği, cevaplanma süresi gibi durumların değerlendirilmesi amacıyla 5 lise



öğrencisi ve 4 öğretmen adayına deneme uygulaması amacıyla uygulanmıştır. Uzman görüşleri sonrasında SKT uygulamaya hazır hale getirilmiştir (EK 1).

SKT’de yer alan problemler iki kısımdan oluşmaktadır. Birinci kısımda katılımcıların sayı kümelerini karşılaştırabildikleri çoktan seçmeli bir problem yer almaktadır. İkinci kısımda ise katılımcıların çoktan seçmeli probleme verdiği cevabın gerekçelerini açıklamalarının istendiği kısım yer almaktadır. SKT’ nin uygulanması için katılımcılara bir saat süre verilmiştir. Katılımcıların bu sürede testi tamamladığı görülmüştür. Araştırmada etik kurallar gereği her katılımcının gönüllü katılımı ve bilinçli onayları esas alınmıştır. Uygulama öncesi katılımcılara araştırma hakkında kısaca bilgi verilmiştir.

Verilerin analizi

SKT’ den elde edilen veriler betimsel analiz ve içerik analizi yöntemleri ile analiz edilmiştir. Verilerin betimsel analizi için lise öğrencileri ve matematik öğretmen adaylarının testte yer alan her bir probleme yönelik cevaplarının frekans ve yüzde dağılımları ile tablolar ile aktarılmıştır. İçerik analizinde ise Tablo 2’de yer alan sonsuzluk algı çeşitlerine (Tsamir, 2001) uygun olarak kategoriler oluşturulmuştur.

Tablo 2.

Katılımcıların açıklamalarına ait veri analizi örneği

Kategori	Kod (Açıklama Örneği)
Parça- Bütün	Doğal sayılar kümesi, asal sayılar kümesini kapsar.
Tek Sonsuzluk	Doğal sayılar kümesi ile tek ve çift doğal sayılar kümesinin eleman sayısı eşittir çünkü iki küme de sonsuza kadar devam eder.
Birebir Eşleme	İki küme arasında birebir ve örten bir fonksiyon kurulsa eleman sayılarının eşit olduğu görülür.
Sonsuzluk Karşılaştırılmaz	Her üç küme de sonsuz sayıda elemana sahip olduğundan sonsuzluklar karşılaştırılmaz.
Diğer	Doğal sayılar kümesi tam kare ve tam küp doğal sayılar kümelerini kapsar fakat eleman sayılarını karşılaştırmak mümkün değildir.

Tablo 2 incelendiğinde, katılımcıların açıklamalarına ait yapılan analiz 5 farklı kategoride toplanmıştır. Veri analiz sürecinde katılımcılar için etik ilkeler gereği kısaltmalar kullanılmıştır; matematik öğretmen adayları [OA], lise öğrencileri ise [LO] ile ifade edilmiştir.

Geçerlik ve güvenirlik

Geçerlik ve güvenirlik, nitel olarak yürütülen araştırmalarda kuramsal çerçevelerin seçimi, veri toplama ve veri analizi süreçleri de dahil olmak üzere pek çok boyut ile ilişkilidir. Nitel araştırmalarda inandırıcılık; veri çeşitlemesi, betimleme ve uzman görüşü alınması gibi yollarla sağlanabilmektedir (Tutar, 2022). Ayrıca betimlemenin yanında kavram, kod, kategori ve temalara ulaşarak sonuçların güvenirliğinin artırılabilceği ifade edilmiştir (Creswell, 2013). Bu durumları sağlamak adına



araştırmada kullanılan veri toplama aracı için, kod ve kategorilerin değerlendirilmesi için uzman görüşüne başvurulmuştur. Nitel bir araştırmada aktarılabilirliği sağlamanın yollarından birkaçı ise çalışmanın katılımcılarının, çalışma ortamının ve koşullarının kapsamlı bir şekilde betimlenmesini gerçekleştirmektir (Braun ve Clarke, 2013). Bu sebeple aktarılabilirliği sağlamak adına çalışma grubu başlığı altında kapsamlı bir betimleme yapılmıştır. Veri toplama aşamasında lise öğrencilerinin ve öğretmen adaylarının gönüllü katılımı esas alınmıştır. Veri çeşitliliğinin ve zenginliğinin artırılması amacıyla araştırmanın hem üniversite hem de lise grubunda farklı sınıf seviyelerinde uygulanmıştır. Araştırmanın veri analizi kısmında öğretmen adaylarının sonsuzluk algısını belirlemeye çalışırken hangi kriterlere göre değerlendirildiği detaylı bir şekilde aktarılmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının ve lise öğrencilerinin açıklamalarına ait görseller bulgular kısmında verilmiştir.

Araştırmada veri analizi yapılırken açık kodlama kullanılmıştır. Çalışmada katılımcıların her bir probleme ait yaptıkları açıklamalar araştırmacılar tarafından ayrı ayrı kodlanmıştır. Sonrasında araştırmacılar yaptıkları kodlamaları karşılaştırmış ve anlaşmazlık olan kodlar üzerinde uzlaşma sağlanmıştır. Bu araştırmaya özgü olarak gerçekleştirilen güvenilirlik çalışmasında %95'lik bir uzlaşma (güvenirlik) sağlanmıştır. Araştırma sürecinde kullanılan veri toplama araçlarının ve değerlendirme süreçlerinin benzer bir çalışma grubunda kullanılması durumunda, bu çalışmanın bulgularıyla tutarlı sonuçlar elde edilebileceği düşünülmektedir.

Araştırmanın etik izinleri

Bu araştırma, “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi”nin ikinci bölümünde yer alan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemle” ilgili tüm kurallara uymuştur.

Etik kurul izin bilgileri:

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı: Sakarya Üniversitesi
Etik değerlendirme kararının tarihi: 05.06.2024
Etik değerlendirme belgesi sayı numarası: E—050.99-0

Bulgular ve Yorum

Araştırmada elde edilen bulgular için öncelikle katılımcıların her bir problem ve alt probleme ait doğru cevap sayısı ve yüzdeleri verilmiştir. Daha sonra elde edilen bulgular iki bölümde sunulmuştur. Birinci bölümde matematik öğretmen adayları ve lise öğrencilerine yöneltilen problemlerin her birine verdikleri cevapların dağılımlarına ait bulgulara, ikinci bölümde ise matematik öğretmen adayları ve lise öğrencilerine yöneltilen problemlerin her birine verdikleri cevapların gerekçelerine ait içerik analizinden elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Ardından bu bulgulardan yararlanarak bütüncül bir bakış açısıyla çalışma grupları arasında karşılaştırmalar yapılmıştır.



Tablo 3.

Katılımcıların problemlere ait doğru cevap frekans ve yüzdeleri

	Doğru Cevap İstatistikleri					
	OA		LO		Toplam	
	n	%	n	%	n	%
P1	42	30.22	18	13.95	60	22.39
P2	39	28.06	8	6.2	47	17.54
P 2.1.	43	30.94	9	6.98	52	19.4
P 2.2.	45	32.37	13	10.08	58	21.64
P 2.3.	105	75.54	85	65.89	190	70.9
P3	39	28.06	7	5.43	46	17.16
P3.1	60	43.17	22	17.05	82	30.6
P3.2	59	42.45	20	15.5	79	29.48
P3.3	40	28.78	13	10.08	53	19.78

Tablo 3 incelendiğinde, hem aday öğretmenler (n=105, %75,54) hem de lise öğrencileri (n=85, %65,89) doğal sayılar ile tek ve çift sayıların birleşim kümesinin eleman sayılarının karşılaştırması probleminde en fazla doğru cevap verdikleri belirlenmiştir. En az doğru cevap verilen durumlara bakıldığında ise bu durumun aday öğretmenler için doğal sayılar ile asal sayıların karşılaştırılması (n=39, %28.06) ve doğal sayılar ile tam kare ve tam küp sayıların birleşim kümesinin karşılaştırılması (n=39, %28.06) problemlerinde, lise öğrencilerinde ise doğal sayılar ile tam kare ve tam küp sayıların birleşim kümesinin eleman sayılarının karşılaştırılması (n=7, %5.43) probleminde olduğu görülmektedir.

SKT birinci probleme ait bulgular

Katılımcıların doğal sayılar kümesinin eleman sayısı ile asal sayılar kümesinin eleman sayılarının karşılaştırılması probleminde (P1) verdikleri cevapların frekans ve yüzde dağılımı Tablo 3' te verilmiştir.

Tablo 4.

P1'e ait betimsel bulgular

Katılımcı cevabı	OA		LO		Toplam	
	n	%	n	%	n	%
$s(A) > s(B)$	53	38.1	79	61.2	132	49.25
$s(A) < s(B)$	2	1.4	10	7.8	12	4.48
$s(A) = s(B)$	42	30.2	18	14.0	60	22.39
Karşılaştırılmaz	40	28.8	17	13.2	57	21.27
Cevap yok	0	0	3	2.3	3	1.12
Diğer	2	1.5	2	1.5	4	1.49

Tablo 4 incelendiğinde, öğretmen adayları en fazla doğal sayılar kümesinin eleman sayısının asal sayılar kümesinin eleman sayısından büyük olduğunu (n=53, %38.1) ifade etmiştir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının üçte birine yakını (n=42, %30.2) iki kümenin eleman sayının eşit



olduğunu belirtmiştir. Lise öğrencilerinin büyük bölümü ise doğal sayılar kümesinin eleman sayısının asal sayılar kümesinin eleman sayısından büyük olduğunu ($n=79$, %61.2) ifade etmiştir. Bu probleme verilen cevaplar bütüncül olarak incelendiğinde, katılımcıların yarısına yakınının ($n=132$; %49.25) doğal sayılar kümesinin eleman sayısının asal sayılar kümesinin eleman sayısından büyük olduğunu, yaklaşık dörtte birlik kısımlarının ise her iki kümenin eleman sayılarının eşit ($n=60$; %22.39) ya da karşılaştırılmaz ($n=57$; %21.27) olduğunu belirtmişlerdir. Katılımcıların doğal sayılar kümesi (A) ile asal sayılar kümesinin (B) eleman sayılarını karşılaştırmasına yönelik açıklamalarına yönelik elde edilen bulgular Tablo 5’te verilmiştir.

Tablo 5.
P1’e ait bulguların kategorilere dağılımı

Kategori	N	%	Açıklama
Parça-Bütün	120	48	- Doğal sayılar kümesi asal sayılar kümesini kapsar. - Asal sayılar kümesindeki her eleman doğal sayılar kümesinin de içindedir. - Asal sayılar kümesi doğal sayılar kümesinin içinde yer alır (Şema olarak gösterim). - İki kümenin farkı alındığında boş küme kalmaz, doğal sayılar daha fazla elemana sahiptir. - Asal sayılar sonludur ve doğal sayıların bir parçasıdır. - His olarak asal sayılar doğal sayıların bir parçasıdır. - İki kümede sonsuz olmasına rağmen sonsuzlukların büyükleri aynı değildir, doğal sayılar daha büyük sonsuzdur.
Tek Sonsuzluk	40	16	- Her iki kümede sonsuza kadar devam ediyor. - Sonsuzluklar arasında büyüklük karşılaştırması yapılamaz, tek sonsuzluk vardır. - İki küme de sayılamaz sonsuzluktadır.
Birebir Eşleme	11	4	- Cantor teoremine göre eleman sayıları eşittir. - İki küme arasında bağıntı ya da birebir örten bir fonksiyon kurularak elemanlarının eşit olduğu görülebilir. - İki kümenin elemanları arasında birebir eşleme yapılabilir. - İki küme sayılabilir sonsuzlukta olduğundan birebir eşleme yapılabilir. - Kümelerin elemanları arasında dikey eşleştirme yapılarak eleman sayılarının eşitliği gösterilebilir (Çizim olarak gösterilmiş.)
Sonsuzluk Karşılaştırılma	53	21	- Hem doğal sayılar hem asal sayılar kendi zatlarında mutlak olduğundan iki sonsuz karşılaştırılmaz. - Sonsuzluklar birbirine eşittir ve karşılaştırılmaz. - İki küme sonsuza kadar devam eder. - İki kişi bu kümeleri saymaya başlarsa sonsuza kadar devam ederler. - İki kümenin sınırlandığı sayı belli değildir. - Doğal sayılar sayılabilir sonsuzluk, asal sayılar sayılamayan sonsuzluktur.
Diğer (Çelişkili ve Alakasız Açıklamalar)	27	11	- Doğal sayılar kümesi asal sayılar kümesini kapsar ancak karşılaştırılmaz. - İki kümenin eleman sayıları eşittir ve karşılaştırılmaz. - İki küme de sayılabilir sonsuzluktadır fakat doğal sayılar kümesi asal sayılar kümesini kapsar. - Doğal sayılar 0’dan 9’a kadardır, asal sayılar sonsuza gider. - Zor bir soru.



Tablo 5 incelendiğinde doğal sayılar kümesi ile asal sayılar kümesinin eleman sayılarının karşılaştırılmasına ait verilen probleme yönelik katılımcıların %93'ünün (n=251) çözüm gerçekleştirdiği gözlemlenmiştir. Katılımcıların nerdeyse yarısı (n=120, %48) asal sayılar kümesinin doğal sayılar kümesinin bir parçası olduğunu belirterek parça-bütün kategorisine yönelik açıklamalarda bulunmuştur. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; “Doğal sayılar kümesinde olup asal sayılar kümesinde olmayan elemanlar vardır”, “Asal sayılar kümesi, doğal sayılar kümesinin alt kümesidir”, “Doğal sayılar kümesi çift sayıların tümünü içerirken asal sayılar kümesinde 2 hariç çift sayı yoktur” şeklinde açıklamalarda bulundukları tespit edilmiştir.

Parça-Bütün kategorisine ait OA105 tarafından yapılan açıklama Şekil 1’de verilmiştir

Cevabınızı açıklayınız.

A'nın eleman sayısı B'nin eleman sayısından daha fazladır. Çünkü doğal sayılar kümesi asal sayılar kümesini kapsamaktadır.

Şekil 1. Parça-Bütün kategorisine ait OA105 tarafından yapılan açıklama örneği

Katılımcıların beşte birine yakını (n=40, %16), doğal sayılar kümesi ile asal sayılar kümesinin elemanlarının eşit ve sonsuz sayıda olduğunu belirterek tek sonsuzluk kategorisine yönelik açıklamalarda bulunmuştur. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; “Her iki kümenin de eleman sayısı sonsuz olduğu için eleman sayılarını eşit kabul ederiz”, “Belirli bir aralık verilseydi doğal sayılar kümesi asal sayılardan fazla denilebilirdi ancak iki kümede sonsuza gittiğinden eleman sayıları eşittir”, “Doğal sayılar kümesi de asal sayılar kümesi de sonsuz elemanlı olduğundan eleman sayıları eşittir” şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir. Katılımcılar en az (n=11, %4) doğal sayılar kümesi ile asal sayılar kümesinin eleman sayılarının eşitliğini bijektif eşleme yöntemini kullanarak birebir eşleme kategorisini ait açıklamalarda bulundukları görülmektedir. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; “Doğal sayılar kümesi ile asal sayılar kümesi arasında birebir ve örten fonksiyon ilişkisi vardır”, “İki küme arasında birebir örten bir fonksiyon oluşturduğumuzda eleman sayılarının eşit olduğunu görürüz”, “İki kümenin de elemanları sayılabilir sonsuzlukta olduğundan n. adımda eşit sayıda elemanları bulunur” şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir. Birebir eşleme kategorisine ait OA115 tarafından yapılan açıklama Şekil 2’de verilmiştir.

Cevabınızı açıklayınız.

İki kümenin her elemanını birebir eşleme yaptığımızda her iki kümenin de sonsuz elemanlı olduğu görülür.

$$A = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$$

Şekil 2. Birebir eşleme kategorisine ait OA115 tarafından yapılan açıklama örneği



Katılımcıların beşte biri (n=53, %21), doğal sayılar kümesi ile asal sayılar kümesinin sonsuz elamana sahip olduğunu belirterek sonsuzluk karşılaştırılmaz kategorisine ait açıklamalarda bulundukları görülmektedir. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; “Sonsuz kümelerdir o sebeple karşılaştırılmaz”, “Verilen sayı kümelerinin eleman sayılarının karşılaştırılması mümkün değildir çünkü iki kümenin de sınırlandığı bir sayı bulunmamaktadır”, “İki kümenin de eleman sayısı sonsuzdur fakat bu sonsuzluk bir semboldür karşılaştırma yapamayız” şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir. Sonsuzluk karşılaştırılmaz kategorisine ait OA109 tarafından yapılan açıklama Şekil 3’te verilmiştir

Cevabınızı açıklayınız.

İki küme de sonsuz sayıda eleman içerdiğinden ve sonsuzluğu bir sayı olarak ifade edemediğinden karşılaştırmak mümkün değildir.

Şekil 3. Sonsuzluk karşılaştırılmaz kategorisine ait OA 109 tarafından yapılan açıklama örneği

Katılımcıların %11’i (n=27) ise çelişkili veya alakasız açıklamaları sebebiyle diğer kategorisine alınmıştır. Bu kategoriye ait katılımcıların; “İki kümede sonsuz sayıda eleman olduğundan birebir örten bir fonksiyon oluşturmak gerekir ancak iki küme arasında kurulabilecek birebir örten bir fonksiyon yoktur”, “İki kümenin de sonsuz tane elemanı vardır ancak doğal sayılar kümesinin asal sayılar kümesini kapsadığı görülmektedir”, “Bilmiyorum” şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir.

SKT ikinci probleme ait bulgular

Katılımcıların, doğal sayılar ile tek doğal sayıların karşılaştırılması (P 2.1), doğal sayılar ile çift doğal sayıların karşılaştırılması (P 2.2) ve doğal sayılar ile tek ve çift doğal sayılar kümelerinin birleşiminin karşılaştırılması (P 2.3) problemlerine verdikleri cevapların frekans ve yüzde dağılımı Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6.

P2’e Ait Betimsel Bulgular

Problem	Katılımcı cevabı	OA		LO		Toplam	
		n	%	n	%	n	%
P 2.1.	$s(A) > s(B)$	59	42.45	83	64.34	142	52.99
	$s(A) < s(B)$	0	0	8	6.20	8	2.99
	$s(A) = s(B)$	42	30.22	9	6.98	51	19.03
	Karşılaştırılmaz	30	21.58	20	15.50	50	18.66
	Cevap yok	6	4.32	9	6.98	15	5.60
	Diğer	2	1.44	0	0	2	0.75
Toplam		139	100	129	100	268	100
P 2.2.	$s(A) > s(C)$	57	41	77	59.7	134	50.00
	$s(A) < s(C)$	0	0	7	5.4	7	2.61
	$s(A) = s(C)$	44	31.7	13	10.1	57	21.27
	Karşılaştırılmaz	30	21.6	20	15.5	50	18.66

Durak, Ü., Şahin, H. ve Ergene, Ö. (2025). Sonsuz sayı kümelerinin karşılaştırılması bağlamında sonsuzluk kavramına ilişkin öğrenci algılarının incelenmesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 16(1), 1480-1513.

DOI. 10.51460/baed.1540973



	Cevap yok	6	4.3	12	9.3	18	6.72
	Diğer	2	1.4	0	0	2	0.75
	Toplam	139	100	129	100	268	100
P 2.3.	$s(A) > s(BUC)$	3	2.2	8	6.2	11	4.10
	$s(A) < s(BUC)$	0	0	4	3.1	4	1.49
	$s(A) = s(BUC)$	104	74.8	85	65.9	189	70.52
	Karşılaştırılmaz	26	18.7	20	15.5	46	17.16
	Cevap yok	4	2.9	12	9.3	16	5.97
	Diğer	2	1.4	0	0	2	0.75
	Toplam	139	100	129	100	268	100

Tablo 6 incelendiğinde, doğal sayılar ile tek doğal sayılar kümesinin elemanlarının sayısının karşılaştırılması probleminde öğretmen adaylarından en fazla doğal sayılar kümesinin eleman sayısının tek doğal sayılar kümesinin eleman sayısından büyük olduğunu ($n=59$, %42.45) ifade etmiştir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının üçte birine yakını ($n=42$, %30.22) iki kümenin eleman sayılarının eşit olduğunu belirtmiştir. Lise öğrencilerinin büyük bölümü ise doğal sayılar kümesinin eleman sayısının tek doğal sayılar kümesinin eleman sayısından büyük olduğunu ($n=83$, %64.34) ifade etmiştir. Bu probleme verilen cevaplar bütüncül olarak incelendiğinde katılımcıların yarısından biraz fazlası ($n=142$, %52.99) doğal sayılar kümesinin eleman sayısının tek doğal sayılar kümesinin eleman sayısından fazla olduğunu, yaklaşık beşte birlik kısımlarının ise her iki kümenin eleman sayılarının eşit ($n=51$, %19.03) ya da karşılaştırılmaz ($n=50$, %18.66) olduğunu belirtmiştir.

Doğal sayılar ile çift doğal sayıların eleman sayılarının karşılaştırılması probleminde ise öğretmen adayları en fazla doğal sayılar kümesinin eleman sayısının çift doğal sayılar kümesinin eleman sayısından büyük olduğunu ($n=57$, %41) ifade etmiştir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının üçte birine yakını ($n=44$, %31.7) iki kümenin eleman sayılarının eşit olduğunu belirtmiştir. Lise öğrencilerinin büyük bölümü ise doğal sayılar kümesinin eleman sayısının çift doğal sayılar kümesinin eleman sayısından fazla olduğunu ($n=77$, %59.7) ifade etmiştir. Bu probleme verilen cevaplar bütüncül olarak incelendiğinde katılımcıların yarısı ($n=134$, %50) doğal sayılar kümesinin eleman sayısının çift doğal sayılar kümesinin eleman sayısından fazla olduğunu, yaklaşık beşte birlik kısımlarının ise her iki kümenin eleman sayılarının eşit ($n=57$, %21.27) veya karşılaştırılmaz ($n=50$, %18.66) olduğunu belirtmiştir.

Son olarak doğal sayılar kümesinin eleman sayısı ile tek ve çift doğal sayıların birleşim kümesinin eleman sayılarının karşılaştırılması problemine baktığımızda ise öğretmen adaylarının yaklaşık dörtte üçünün ($n=104$, %74.8) doğal sayılar kümesinin eleman sayısı ile tek ve çift doğal sayıların birleşim kümesinin eleman sayılarının eşit olduğunu ifade etmiştir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının beşte birine yakını ($n=26$, %18.7) iki kümenin eleman sayılarının eşit olduğunu belirtmiştir. Lise öğrencilerinin büyük bölümü ise doğal sayılar kümesinin eleman sayısı ile tek ve çift doğal sayıların birleşim kümesinin eleman sayılarının eşit olduğunu ($n=85$, %65.9) ifade etmiştir. Bu probleme verilen cevaplar bütüncül olarak incelendiğinde katılımcıların dörtte üçe yakını ($n=189$, %70.52) doğal sayılar kümesinin eleman sayısı ile tek ve çift doğal sayıların birleşim kümesinin eleman sayılarının eşit, yaklaşık beşte birlik ($n=46$, %17.16) kısmı ise karşılaştırılmaz olduğunu ifade etmiştir.



Doğal sayılar kümesi (A), tek doğal sayılar kümesi (B) ve çift doğal sayılar kümesinin (C) eleman sayılarını karşılaştırmaya yönelik gerekçelerinden çıkan nitel analiz sonuçları Tablo 7a ve Tablo 7b'de verilmiştir.

Tablo 7a.

P2'e ait bulguların kategorilere dağılımı

Kategori / Açıklama	P 2.1. ve P 2.2. için kategorilere ait öğrenci açıklamaları	P 2.3. için kategorilere ait öğrenci açıklamaları
Parça Bütün	- Doğal sayılar kümesi tek ve çift doğal sayıların birleşimidir. - Doğal sayılar kümesi, tek ve çift doğal sayılardan daha büyüktür. - İki kümenin farkı alındığında boş küme kalmaz, doğal sayılar daha fazla elemana sahiptir. - Kümelerin eleman sayıları arasında büyüklük farkı vardır - Doğal sayılar kümesi, tek ve çift doğal sayılar kümesini kapsar. - Tek ve çift doğal sayılar kümesi, doğal sayılar kümesinin alt kümeleridir.	- Doğal sayılar kümesi bütün olup tek doğal sayılar ve çift doğal sayılar kümesi doğal sayılar kümesinin parçasıdır. - Doğal sayılar kümesi, tek ve çift doğal sayılar kümesini kapsar. - Doğal sayılar kümesi tek ve çift doğal sayıların birleşiminden oluşur. - Tek ve çift doğal sayılar kümesi, doğal sayılar kümesinin alt kümeleridir.
Tek Sonsuzluk	- Sonsuza ekleme, çıkarma yapmak sonsuzun değerini değiştirmez. - Tek bir sonsuz vardır. - Sonsuzlar eşittir.	- Sonsuzluklar üzerinde işlem yapmak sonsuzun değerini değiştirmez. - Sonsuzlar eşittir. - Sonsuzluk tektir.
Birebir Eşleme	- Kümeler sayılabilir sonsuzlukta olduğundan n. adımda üçünde de aynı sayıda eleman olur. - Fonksiyon tanımlanarak kümelere arasında birebir eşleme yapılabilir. - Kümelerin eleman sayıları eşit olduğundan birebir eşleme yapmak mümkündür.	- Genelleme yapılarak eleman sayılarının eşit olduğu gösterilebilir. - Sayılabilir sonsuzlukta olan kümelerin eleman sayıları eşittir.
Sonsuzluk Karşılaştırılmaz	- Sonsuz hiç bitmeyen bir şeydir. - Sınır yok yorum yapılamaz. - Sonunu bilmediğimiz şeyleri karşılaştıramayız. - Sonsuz sayılar karşılaştırılmaz. - Sonsuzluklar üzerinde yapılan işlemler belirsizdir. - Sonlu küme olmadığından açıklama yapılamaz.	- Sonsuz elemanlı kümelere kıyaslanamaz. - Sonsuzluklar üzerinde yapılan işlemler belirsizdir. - Sonlu küme olmadığından açıklama yapılamaz.
Diğer	- Doğal sayılar kümesi tek ve çift doğal sayıların birleşiminden oluşur ancak karşılaştırılmaz. - Hepsi sonsuz sayıda eleman içerdiğinden	- Doğal sayılar kümesi tek ve çift doğal sayıların birleşiminden oluşur ancak karşılaştırılmaz. - Hepsi sonsuz sayıda eleman içerdiğinden

Durak, Ü., Şahin, H. ve Ergene, Ö. (2025). Sonsuz sayı kümelerinin karşılaştırılması bağlamında sonsuzluk kavramına ilişkin öğrenci algılarının incelenmesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 16(1), 1480-1513.

DOI. 10.51460/baebd.1540973



eşittir ancak karşılaştırılmaz.

•Doğal sayılar kümesi tek ve çift doğal sayıları kapsar fakat bu kümelerin eleman sayıları karşılaştırılmaz.

eşittir ancak karşılaştırılmaz.

•Doğal sayılar kümesi tek ve çift doğal sayıları kapsar fakat bu kümelerin eleman sayıları karşılaştırılmaz.

*P 2.1., 2.2 ve 2.3 için kategorilere ait öğrenci açıklamalarında ortak olanlar Tablo 6a'da italik yazı tipi ile gösterilmiştir.

Sayfa | 1497

Tablo 7b.

P2'ye ait bulguların frekans ve yüzde dağılımları

P 2.1. ve P 2.2. için kategori, frekans ve yüzde dağılımları			P 2.3. için kategori, frekans ve yüzde dağılımları		
Kategori	n	%	Kategori	n	%
Parça Bütün	114	49	Parça Bütün	131	56
Tek Sonsuzluk	39	16	Tek Sonsuzluk	38	16
Birebir Eşleme	11	5	Birebir Eşleme	6	3
Sonsuzluk Karşılaştırılmaz	41	17	Sonsuzluk Karşılaştırılmaz	34	14
Diğer	30	13	Diğer	27	11
Toplam	235	100	Toplam	236	100

Tablo 7a ve Tablo 7b incelendiğinde doğal sayılar, tek doğal sayılar ve çift doğal sayılar kümelerinin eleman sayılarının karşılaştırılmasına yönelik verilen problemin ilk iki alt problemi için katılımcıların büyük bir bölümünün (n=235; %88) bir çözümde bulunup açıklama yazdığı tespit edilmiştir. P2'nin ilk iki alt probleminde katılımcıların neredeyse yarısı (n=114, %49) parça bütün kategorisini seçerken en az (n=11, %5) seçim yapılan kategorinin ise birebir eşleme kategorisi olduğu görülmüştür. P2'nin son alt problemi için katılımcıların %88'inin (n=236) bir çözümde bulunup açıklama yazdığı tespit edilmiştir. P2'nin son alt problemi için katılımcıların yarısından fazlası (n=131, %56) parça bütün kategorisini seçerken en az (n=6, %13) seçim yapılan kategorinin birebir eşleme kategorisi olduğu görülmüştür.

Tablo 7b'de katılımcıların P2'de yer alan her bir alt problem için seçim yaptıkları kategorilere ait açıklamaları verilmiştir. Bu tabloya göre katılımcıların neredeyse yarısı (n=114, %49) P2'nin ilk iki alt problemi için tek doğal sayıların ve çift doğal sayıların, doğal sayılar kümesinin bir parçası olduğunu belirterek parça-bütün kategorisinde yer almıştır. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; *"Doğal sayılar kümesi içinde hem tek doğal sayılar kümesini hem de çift doğal sayılar kümesini içerir"*, *"Tek doğal sayılar kümesi ile çift doğal sayılar kümesi, doğal sayılar kümesinin iki yarısıdır"*, *"Doğal sayılar, tek ve çift doğal sayıları kapsar"* şeklinde açıklamalar yaptıkları görülmektedir.

Katılımcıların beşte birine yakını (n=39, %16), doğal sayılar, tek doğal sayılar ve çift doğal sayılar kümelerinin eleman sayılarının sonsuz ve eşit olduğunu belirterek tek sonsuzluk kategorisinde yer almıştır. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; *"Verilen kümelerin hepsi sonsuzdur"*, *"Sonsuz kümelerdir bu yüzden hepsi birbirine eşittir"*, *"Bu kümelerin hepsi sonsuza kadar devam eder"* şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmüştür.



Katılımcıların en az (n=11, %5) birebir eşleme kategorisine ait açıklama yaptıkları tespit edilmiştir. Katılımcılar doğal sayılar, tek doğal sayılar ve asal sayılar kümelerinin eleman sayılarının eşit olduğunu belirtmişlerdir. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; *“Doğal sayılar kümesinden tek ve çift doğal sayılar kümelerine bir fonksiyon tanımladığımızda her eleman birebir eşlenir”, “Üç kümede sayılabilir sonsuz olup her birinin eleman sayısı eşittir”, “Verilen kümeler arasında birebir eşleme yapılabilir”* şeklinde açıklama yaptıkları görülmektedir. Aşağıda Şekil 5’da katılımcı kâğıdından doğrudan alınan görsel verilmiştir.

Katılımcıların %17’si (n=41), doğal sayılar, tek doğal sayılar ve çift doğal sayılar kümelerinin eleman sayılarının sonsuz olduğunu belirterek sonsuzluk karşılaştırılmaz kategorisini tercih etmişlerdir. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; *“Hepsi sonsuz sayıda olduğundan karşılaştırmamız mümkün değildir”, “Sonsuza kadar ilerliyor, ortada bir belirsizlik var”, “Verilen kümelerin eleman sayıları sonsuza kadar gitmektedir dolayısıyla sonunu bilmediğimiz bir şeyde karşılaştırma yapamayız”* şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir. Bununla birlikte katılımcıların %13’ü (n=30), çelişkili ya da alakasız açıklamaların bulunduğu diğer kategorisine dahil edilmiştir. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; *“Doğal sayılar, tek ve çift doğal sayılar kümelerinin eleman sayıları eşit ve sonsuz elemanlıdır sonsuz bir sayı değildir karşılaştıramayız”, “Verilen küme elemanları sonsuz sayıdadır lakin kesin bir yargıya varamayız”* şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmüştür. Katılımcıların yarıdan fazlası (n=131; %56), P2’nin son alt problemi için tek doğal sayılar ve çift doğal sayılar kümelerinin birleşiminin doğal sayılar kümesini vereceğini belirterek parça-bütün kategorisinde yer almıştır. Katılımcıların %16’sı (n=38), tek ve çift doğal sayılar kümesinin birleşiminin sonsuz elemanlı olacağını ve doğal sayılar kümesinin eleman sayısının da sonsuz olduğunu belirterek tek sonsuzluk kategorisinde yer almıştır. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; *“Hepsi sonsuz sayıda elemana sahip olduğundan eşittir”, “Verilen kümeler arasında belli bir oran olsa da hepsi sonsuza gidiyor bu yüzden hepsinin sonsuz elemana sahip olup eşit olduğunu söyleyebiliriz”* şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir. Bununla birlikte katılımcıların en az birebir eşleme kategorisinde yer aldıkları görülmektedir. Katılımcıların yalnızca %3’ü (n=6), tek ve çift doğal sayıların birleşiminin doğal sayılar kümesinin eleman sayısına eşit olacağını birebir eşleme yöntemini kullanarak göstermiştir. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; *“Her üç kümede sayılabilir sonsuz elemana sahiptir, saymaya başladığında aynı anda n. adımda kümelerde bulunan eleman sayısı aynı olur”, “Bütün kümelerin eleman sayısı sonsuz olduğu için birebir eşleme yapmak her durumda mümkündür”* şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir.

Katılımcıların %14’ü (n=34), üç kümenin de sonsuz elemana sahip olduğunu ve sonsuzluk üzerinde birleşim işlemi yapılamayacağını belirttiğinden sonsuzluk karşılaştırılmaz kategorisine dâhil edilmiştir. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; *“Her biri sonsuza gidiyor yorum yapamayız”, “Sonsuzlukların biri diğerinden daha büyük olsa da karşılaştırılması mümkün değildir”, “Sonsuz olan şeyler karşılaştırılmaz”* şeklinde açıklamada bulundukları görülmektedir. Katılımcıların %11’i (n=27), çelişkili veya alakasız açıklamalarda bulunarak diğer kategorisine dâhil edilmişlerdir. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; *“Sayılabilir sonsuzluktan oluşan bu kümelerin ortak özelliği her sayının bir ardılı olmasıdır bu yüzden kıyaslanması mümkün değildir”, “Kümeleri ilk 10 doğal sayıya göre incelediğimizde doğal sayılar kümesi 10 elemanlı tek doğal sayılar ve çift doğal sayılar kümesi 5 elemanlı olur”* şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir.



Katılımcıların, doğal sayılar ile tek doğal sayıların karşılaştırılması (P 2.1.), doğal sayılar ile çift doğal sayıların karşılaştırılması (P 2.2.) ve doğal sayılar ile tek ve çift doğal sayılar kümelerinin birleşiminin karşılaştırılması (P 2.3.) problemlerine verilen cevapların bütüncül incelenmesi sonucu frekans ve yüzde dağılımı Tablo 8’de verilmiştir.

Sayfa | 1499

Tablo 8.

P 2.1. / P 2.2. / P 2.3.’e ait bütüncül değerlendirilmelerine yönelik betimsel bulguları

Problem	Katılımcı cevabı	OA		LO		Toplam	
		n	%	N	%	N	%
P 2.1.	$s(A) > s(B)$						
P 2.2.	$s(A) > s(C)$	3	2.16	4	3.10	7	2.61
P 2.3.	$s(A) > s(BUC)$						
P 2.1.	$s(A) > s(B)$						
P 2.2.	$s(A) > s(C)$	53	38.13	71	55.04	124	46.27
P 2.3.	$s(A) = s(BUC)$						
P 2.1.	$s(A) > s(B)$						
P 2.2.	$s(A) = s(C)$	2	1.44	4	3.10	6	2.24
P 2.3.	$s(A) = s(BUC)$						
P 2.1.	$s(A) = s(B)$						
P 2.2.	$s(A) = s(C)$	39	28.06	5	3.88	44	16.42
P 2.3.	$s(A) = s(BUC)$						
P 2.1.	Karşılaştırılmaz						
P 2.2.	Karşılaştırılmaz	4	2.88	1	0.78	5	1.87
P 2.3.	$s(A) = s(BUC)$						
P 2.1.	Karşılaştırılmaz						
P 2.2.	Karşılaştırılmaz	26	18.71	19	14.73	45	16.79
P 2.3.	Karşılaştırılmaz						
P 2.1.	Cevap yok						
P 2.2.	Cevap yok	1	0.72	9	6.98	10	3.73
P 2.3.	Cevap yok						
P 2.1.							
P 2.2.	Diğer	11	7.91	16	12.40	27	10.07
P 2.3.							
Toplam		139	100	129	100	268	100

Tablo 8 incelendiğinde öğretmen adaylarının en fazla doğal sayıların kümesinin eleman sayısının hem tek doğal sayılar kümesinin eleman sayısından hem de çift doğal sayılar kümesinin eleman sayısından ayrı ayrı fazla ama tek ve çift doğal sayıların birleşim kümesinin eleman sayısına ise eşit olduğunu ($n=53$, %38.13) ifade etmiştir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının üçte birine yakını ($n=39$, %28.06) her üç durumda kümelerin eleman sayılarının eşit olduğunu belirtmiştir. Lise öğrencilerinin yarıdan fazlası ($n=71$, %55.04) doğal sayıların kümesinin eleman sayısının hem tek doğal sayılar kümesinin eleman sayısından hem de çift doğal sayılar kümesinin eleman sayısından ayrı ayrı fazla ama tek ve çift doğal sayıların birleşim kümesinin eleman sayısına ise eşit olduğunu ifade etmiştir.



Probleme verilen cevaplar bütüncül olarak incelendiğinde, katılımcıların yarısına yakının ($n=124$; %46.27) doğal sayıların kümesinin eleman sayısının hem tek doğal sayılar kümesinin eleman sayısından hem de çift doğal sayılar kümesinin eleman sayısından ayrı ayrı fazla ama tek ve çift doğal sayıların birleşim kümesinin eleman sayısına eşit olduğunu, yaklaşık altıda birlik kısımlarının ise her üç kümenin eleman sayılarının eşit ($n=44$; %16.42) ya da karşılaştırılmaz ($n=45$; %16.79) olduklarını belirtmişlerdir.

SKT üçüncü probleme ait bulgular

Katılımcıların, doğal sayılar ile tam kare doğal sayıların karşılaştırılması (P3.1), doğal sayılar ile tam küp doğal sayıların karşılaştırılması (P3.2) ve doğal sayılar ile tam kare ve tam küp doğal sayılar kümelerinin birleşiminin karşılaştırılması (P3.3) problemlerine verdikleri cevapların frekans ve yüzde dağılımı Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9.
P3'e ait betimsel bulgular

Problem	Katılımcı cevabı	OA		LO		Toplam	
		n	%	n	%	n	%
P3.1	$s(A) > s(B)$	40	28.8	67	51.9	107	39.93
	$s(A) < s(B)$	1	0.7	7	5.4	8	2.99
	$s(A) = s(B)$	60	43.2	22	17.1	82	30.60
	Karşılaştırılmaz	28	20.1	22	17.1	50	18.66
	Cevap yok	8	5.8	11	8.5	19	7.09
	Diğer	2	1.4	0	0	2	0.75
Toplam		139	100	129	100	268	100
P3.2	$s(A) > s(C)$	39	28.1	65	50.4	104	38.81
	$s(A) < s(C)$	0	0	10	7.7	10	3.73
	$s(A) = s(C)$	60	43.2	20	15.5	80	29.85
	Karşılaştırılmaz	28	20.1	22	17.1	50	18.66
	Cevap yok	10	7.2	12	9.3	22	8.21
	Diğer	2	1.4	0	0	2	0.75
Toplam		139	100	129	100	268	100
P3.3	$s(A) > s(BUC)$	40	28,8	60	46,5	100	37,31
	$s(A) < s(BUC)$	17	12,2	21	16,3	38	14,18
	$s(A) = s(BUC)$	40	28,8	13	10,1	53	19,78
	Karşılaştırılmaz	30	21,6	23	17,8	53	19,78
	Cevap yok	10	7,2	12	9,3	22	8,21
	Diğer	2	1,4	0	0	2	0,75
Toplam		139	100	129	100	268	100

Tablo 9 incelendiğinde doğal sayılar ile tam kare doğal sayılar kümesinin elemanlarının sayısının karşılaştırılması probleminde öğretmen adayları en fazla doğal sayılar kümesinin eleman sayısı ile tam kare doğal sayılar kümesinin eleman sayılarının eşit olduğunu ($n=60$, %43.2) ifade etmiştir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının üçte birine yakını ($n=40$, %28.8) doğal sayılar



kümesinin eleman sayısının tam kare doğal sayılar kümesinin eleman sayısından fazla olduğunu belirtmiştir. Lise öğrencilerinin yarıdan fazlası ($n=67$, %51.9) ise doğal sayılar kümesinin eleman sayısının tam kare doğal sayılar kümesinin eleman sayısından fazla olduğunu belirtmiştir. Probleme verilen cevaplar bütüncül olarak incelendiğinde ise katılımcılar en fazla ($n=107$, %39.93) doğal sayılar kümesinin eleman sayısının tam kare doğal sayılar kümesinin eleman sayısından fazla, ikinci sırada ise buna yakın bir değerle ($n=82$, %30.60) doğal sayılar kümesinin eleman sayısının tam kare doğal sayılar kümesinin eleman sayısına eşit olduğunu belirtmiştir.

Doğal sayılar ile tam küp doğal sayıların eleman sayılarının karşılaştırılması probleminde ise öğretmen adayları en fazla doğal sayılar kümesinin eleman sayısı ile tam küp doğal sayılar kümesinin eleman sayılarının eşit olduğunu ($n=60$, %43.2) ifade etmiştir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının üçte birine yakını ($n=39$, %28.1) doğal sayılar kümesinin eleman sayısının tam küp doğal sayılar kümesinin eleman sayısından fazla olduğunu belirtmiştir. Lise öğrencilerinin ise yarıdan fazlası ($n=65$, %50.4) doğal sayılar kümesinin eleman sayısının tam küp doğal sayılar kümesinin eleman sayısından fazla olduğunu belirtmiştir. Probleme verilen cevaplar bütüncül olarak incelendiğinde ise katılımcılar en fazla ($n=104$, %38.81) doğal sayılar kümesinin eleman sayısının tam küp doğal sayılar kümesinin eleman sayısından fazla, ikinci sırada ise buna yakın bir değerle ($n=80$, %29.85) doğal sayılar kümesinin eleman sayısının tam küp doğal sayılar kümesinin eleman sayısına eşit olduğunu belirtmiştir.

Doğal sayılar kümesi ile tam kare ve tam küp doğal sayıların birleşim kümesinin eleman sayılarının karşılaştırılması probleminde, öğretmen adayları en fazla doğal birinci kümenin eleman sayısının birleşim kümesinin eleman sayısından büyük ($n=40$, %28.8) ya da eşit ($n=40$, %28.8) olduklarını ifade etmişlerdir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının beşte birine yakını ($n=30$, %21.6) bu iki kümenin karşılaştırılmaz olduğunu belirtmiştir. Lise öğrencilerinin ise yarıya yakını ($n=60$, %46.5) doğal sayılar kümesinin eleman sayısının tam kare ve tam küp doğal sayıların birleşim kümesinin eleman sayısından fazla olduğunu belirtmiştir. Bu probleme verilen cevaplar bütüncül olarak incelendiğinde ise katılımcılar en fazla ($n=100$, %37.31) doğal sayılar kümesinin eleman sayısının tam kare ve küp doğal sayıların birleşim kümesinin eleman sayısından fazla, ikinci sırada ise doğal sayılar kümesinin eleman sayısının tam kare ve tam küp doğal sayıların birleşim kümesinin eleman sayısından fazla ($n=53$, %19.78) ya da eşit ($n=53$, %19.78) olduğunu belirtmiştir.

Doğal sayılar kümesi (A), tam kare doğal sayılar kümesi (B) ve tam küp doğal sayılar kümesinin (C) eleman sayılarını karşılaştırmaya yönelik gerekçelerinden çıkan nitel analiz sonuçları Tablo 10a ve Tablo 10b’de verilmiştir.



Tablo 10a.

P3'e yönelik açıklamalardan elde edilen bulguların kategorilere yönelik dağılımı

Kategori / Açıklama	P3.1 ve P3.2 için kategorilere ait öğrenci açıklamaları	P3.3 için kategorilere ait öğrenci açıklamaları
Parça Bütün	• Tam kare doğal sayılar kümesi ve tam küp doğal sayılar kümesi, doğal sayılar kümesinin alt kümeleridir.* • Doğal sayılar kümesinin içinde hem tam kare hem tam küp doğal sayılar vardır. • Doğal sayılar kümesi tam kare ve tam küp doğal sayılar kümesini kapsar.* • Doğal sayılar kümesi bütün iken tam kare ve tam küp doğal sayılar kümeleri parçadır. • Her sonsuz elemanlı küme aynı büyüklükte değildir.	• Tam kare ve tam küp doğal sayılar kümesi, doğal sayılar kümesinin alt kümeleridir.* • Doğal sayılar kümesinde tam kare ve tam küp doğal sayılar kümesinden daha fazla eleman vardır. • Doğal sayılar kümesinde tam kare ve tam küp doğal sayılar kümesinden daha az eleman vardır. • Doğal sayılar kümesi tam kare ve tam küp doğal sayılar kümesini kapsar.* • Doğal sayılar kümesi tam kare ve tam küp doğal sayılar kümelerinin toplamının yarısı kadardır.
Tek Sonsuzluk	• Tek bir sonsuz vardır.* • Sonsuzlar eşittir.*	• Tek bir sonsuz vardır.* • Sonsuzlar eşittir.*
Birebir Eşleme	• Kümeler arasında birebir örten fonksiyon tanımlanabilir.* • Kümeler sayılabilir sonsuz olduğundan n. adımda aynı sayıda eleman olur. • Kümelerin elemanları arasında birebir eşleme yapılabilir.	• Doğal sayılar kümesi ile tam kare ve tam küp doğal sayılar kümeleri arasında birebir örten fonksiyon tanımlanabilir.* • Kümeler sayılabilir sonsuzluktadır.
Sonsuzluk Karşılaştırılmaz	• Sonsuz bitmeyen bir şeydir.* • Üç kümenin de sınırlayıcı yok. • Sonsuzluk sadece bir semboldür.* • Kümeler sonsuz elemanlıdır.* • Sonsuzlarla yapılan işlemler belirsizdir.*	• Sonsuz bitmeyen bir şeydir.* • Sonsuzluk tam bilinmiyor • Kümeler sonsuz elemanlıdır.* • Sonsuzlarla yapılan işlemler belirsizdir.* • Sonsuzluk semboldür.*
Diğer	• Doğal sayılar kümesi, tam kare ve tam küp doğal sayıların birleşiminden oluşur ancak üç kümenin eleman sayısı sonsuzdur.* • Doğal sayılar kümesi, tam kare ve tam küp doğal sayılar kümelerinin eleman sayıları arasında yatay birebir eşleme yapılabilir ancak eleman sayıları karşılaştırılmaz.*	• Doğal sayılar kümesi, tam kare ve tam küp doğal sayıların birleşiminden oluşur ancak üç kümenin eleman sayısı sonsuzdur.* • Doğal sayılar kümesi, tam kare ve tam küp doğal sayılar kümelerinin eleman sayıları arasında yatay birebir eşleme yapılabilir ancak eleman sayıları karşılaştırılmaz.*

*P3.1, 3.2 ve 3.3 için kategorilere ait öğrenci açıklamalarında ortak olanlar Tablo 10a'da italik yazı tipi ile gösterilmiştir.



Tablo 10b.

P3'e yönelik açıklamalardan elde edilen bulguların kategorilere yönelik

P 3.1 ve P 3.2 için kategori, frekans ve yüzde dağılımları			P 3.3 için kategori, frekans ve yüzde dağılımları		
Kategori	n	%	Kategori	n	%
Parça Bütün	89	40	Parça Bütün	109	47
Tek Sonsuzluk	39	17	Tek Sonsuzluk	33	14
Birebir Eşleme	26	12	Birebir Eşleme	13	6
Sonsuzluk Karşılaştırılmaz	42	18	Sonsuzluk Karşılaştırılmaz	43	18
Diğer	29	13	Diğer	35	15
Toplam	225	100	Toplam	233	100

Tablo 10a incelendiğinde doğal sayılar, tam kare ve tam küp doğal sayılar kümelerinin eleman sayılarının karşılaştırılmasına yönelik problemin ilk iki alt problemi için, katılımcıların %83'ünün (n=225) çözümde bulunup açıklama yazdığı tespit edilmiştir. P3'ün ilk iki alt problemde katılımcıların yarıya yakını (n=89, %40) parça bütün kategorisini seçerken en az (n=26, %12) seçim yapılan kategorinin ise birebir eşleme kategorisi olduğu görülmüştür. P3'ün son alt problemi için katılımcıların %87'sinin (n=233) bir çözümde bulunup açıklama yazdığı tespit edilmiştir. P3'ün son alt problemi için katılımcıların neredeyse yarısı (n=109, %47) parça bütün kategorisini seçerken en az (n=13, %6) seçim yapılan kategorinin birebir eşleme kategorisi olduğu görülmüştür.

Tablo 10b'de katılımcıların Problem 3'de yer alan her bir alt problem için seçim yaptıkları kategorilere ait açıklamaları verilmiştir.

Katılımcıların %40'ı (n=89), P3'ün ilk iki alt problemi için doğal sayılar kümesinin eleman sayısının, tam kare ve tam küp doğal sayılar kümelerinin eleman sayısından daha fazla olduğunu belirttiğinden parça-bütün kategorisine dahil edilmiştir. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; "Doğal sayılar kümesi, tam kare ve tam küp doğal sayılar kümesini içerir", "Her doğal sayı, tam kare veya tam küp doğal sayı değildir", "Doğal sayılar kümesi, tam kare ve tam küp doğal sayılar kümesinde bulunmayan elemanları bulundurduğundan eleman sayısı en fazla olan doğal sayılar kümesidir" şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir.

Parça-Bütün kategorisine ait OA139 tarafından yapılan açıklama Şekil 4'de verilmiştir.

Cevabınızı açıklayınız.

B ve C kümeleri A kümesinde göre daha fazla sayıda elemanlar içerir. Ama A kümesinde bulunan eleman sayısından daha azdır.

Şekil 4. Parça-Bütün kategorisine ait OA139 tarafından yapılan açıklama örneği

Katılımcıların beşte biri (n=39, %17), doğal sayılar kümesi, tam kare ve tam küp doğal sayılar kümesinin eleman sayılarının sonsuz olduğunu belirterek tek sonsuzluk kategorisinde yer almıştır. Bu kategoriye ait katılımcıların; "Hepsi sonsuz sayıda eleman içerdiğinden eşit olur", "Verilen kümelerin



hepsi sonsuza kadar gideceğinden ve sınırlanmadığından hepsi birbirine eş kümelerdir”, “Her üç küme de sonsuz elemana sahip olduğundan ve sonsuzluğun büyüklüğü ölçülemeyeceğinden eşit sayılabilir” şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir. Ayrıca katılımcıların en az birebir eşleme kategorisine ait açıklamalarda bulundukları görülmesine rağmen testte yer alan problemler içerisinde en fazla bu problemde birebir eşleme kategorisine dahil edildikleri görülmektedir. Katılımcıların %12’si (n=26), doğal sayılar, tam kare ve tam küp doğal sayılar kümelerinin eleman sayılarının eşit olacağını belirttiğinden birebir eşleme kategorisinde yer almıştır. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; “Doğal sayılar kümesinde yer alan elemanların aynılarının karesi ve küpü diğer kümelerde var bu sebeple eleman sayıları eşittir”, “Kümeler arasında birebir örten bir fonksiyon kurulacağından eleman sayıları eşittir”, “Her üç küme de sayılabilir sonsuz olup kümelerin eleman sayıları birbirine eşittir” şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir.

Birebir eşleme kategorisine ait OA129 tarafından yapılan açıklama Şekil 5’de verilmiştir.

Cevabınızı açıklayınız.

$f: A \rightarrow B$: $f(x) = x^2$ olmak üzere ; $f(x)$ 1:1 ve örten mi? inceleyelim.

$x=1$ $f(1)=1$, $x=2$ $f(2)=4$, $x=3$, $f(3)=9$...

$\forall x_1$ ve $x_2 \in A$ için $f(x_1) = x_1^2$ ve $f(x_2) = x_2^2$ ve $x_1^2 \neq x_2^2$ olduğundan $f(x_1) \neq f(x_2)$ dir.

$f(x)$ 1:1 ve örten olduğundan $s(A)$ ve $s(B)$ eşittir. Benzer şekilde $s(C)$ ve $s(D)$ de gösterilebilir.

Şekil 5. Birebir eşleme kategorisine ait OA129 tarafından yapılan açıklama örneği

Katılımcıların beşte birinden fazlası (n=42, %18), doğal sayılar, tam kare ve tam küp doğal sayılar kümelerinin eleman sayılarının sonsuz olduğunu belirterek sonsuzluk karşılaştırılmaz kategorisine ait açıklamalarda bulunmuşlardır. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; “Karşılaştırılması mümkün değildir çünkü bu sayı kümeleri sonsuz elemanlıdır”, “Tam net bir aralık elimizde olmadığından bu sayı kümelerinin eleman sayılarını karşılaştırmak mümkün değildir”, “Kümelerin eleman sayılarının sonlu veya sonsuz olduğu belirtilmediği için eleman sayılarını karşılaştırmak mümkün değildir” şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir.

Katılımcıların %13’ü (n=29), probleme ait çelişkili ya da alakasız açıklamalarda bulunduğundan diğer kategorisine alınmıştır. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; “Kümelerin hepsi sonsuz olduğundan eşittir ama sonsuzluk karşılaştırılmaz da olabilir”, “Her üç kümede sonsuza kadar gitmektedir ama doğal sayılar kümesinde ilk 100’e kadar daha fazla eleman yer alırken tam kare ve tam küp doğal sayılar kümelerinde daha az eleman yer almaktadır” şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir. Katılımcıların nerdeyse yarısı (n=109, %47), P3’ün son alt problemi için, doğal sayılar kümesinin, tam kare ve tam küp doğal sayılar kümelerinin birleşiminden daha fazla elemana sahip olduğunu belirterek parça-bütün kategorisinde yer almıştır. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; “Tam kare ve tam küp doğal sayılar kümelerinde ortak eleman olsa bile bulundukları eleman sayıları doğal sayılar kümesinin eleman sayısını geçemez”, “Doğal sayılar kümesinin eleman



sayısı sonsuzdur fakat tam kare ve tam küp doğal sayılar kümesine kriter konulduğu için kümelerin kapsamı daraltılmıştır” şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir.

Katılımcıların %14’ü (n=33), doğal sayılar kümesinin, tam kare ve tam küp doğal sayılar kümelerinin eleman sayılarının sonsuz olduğundan tam kare ve tam küp doğal sayılar kümelerinin birleşiminin doğal sayılar kümesine eşit olacağını belirterek tek sonsuzluk kategorisine dahil edilmiştir. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; “Hepsinin eleman sayısı eşittir ve hepsi sonsuza uzar”, “İki sonsuz küme toplansa bile yine sonsuz olacağından eleman sayıları eşittir”, “Sonsuzluk üzerinde ne işlem yapılırsa yapılsın yine sonsuz olur” şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir.

Tek sonsuzluk kategorisine ait OA100 tarafından yapılan açıklama Şekil 6’da verilmiştir.

Cevabınızı açıklayınız.

$A = \{n \mid n \in \mathbb{N}^+\}$ doğal sayılar kümesi sonsuz elemanlıdır.
 $B = \{n^2 \mid n \in \mathbb{N}^+\}$ n'nin alabileceği sonsuz değer aldığını
 $C = \{n^3 \mid n \in \mathbb{N}^+\}$ bu 3 kümenin eleman sayıları da sonsuzdur.
 $\infty = \infty$ ve $\infty = \infty + \infty$ 'dur.

Şekil 6. Tek sonsuzluk kategorisine ait OA100 tarafından yapılan açıklama örneği

Katılımcıların en az dahil edildiği kategori birebir eşleşme kategorisi olmuştur. Katılımcıların %6’sı (n=13), doğal sayılar kümesinin elemanları ile tam kare ve tam küp doğal sayılar kümelerinin birleşiminden oluşan kümenin eleman sayısı ile eşit olacağını belirterek birebir eşleşme kategorisine dahil edilmiştir. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; “Her bir doğal sayıyı o doğal sayının karesi ya da küpüyle eşleştirilerek birebir ve örten bir fonksiyon oluşur, eleman sayıları eşittir”, “Doğal sayılar kümesi ile tam kare ve tam küp doğal sayılar kümelerinin birleşim kümesi arasında birebir örten bir fonksiyon oluşturduğumuzda eleman sayıları eşit olur”, “Ne kadar doğal sayı var ise onun adedi kadar tam kare ve tam küp doğal sayı vardır” şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir.

Katılımcıların yaklaşık beşte biri (n=43, %18), doğal sayılar kümesinin eleman sayısı ile tam kare ve tam küp doğal sayılar kümesinin birleşiminden oluşan kümenin eleman sayısının karşılaştırılamayacağını belirterek sonsuzluk karşılaştırılamaz kategorisinde yer almıştır. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; “Belirli bir aralık verilmediğinden kümeler sonsuza kadar ilerleyecek ve net bir sonuca varılamayacak”, “Sonsuzluk kavramı sabit bir sayı belirtmeyip bir kavram olduğu için kümelerin eleman sayıları ile ilgili eşit ya da eşit değil diyemeyiz”, “Sonsuzluklar karşılaştırılamaz” şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir.

Katılımcıların yaklaşık beşte biri (n=43, %18), doğal sayılar kümesinin eleman sayısı ile tam kare ve tam küp doğal sayılar kümesinin birleşiminden oluşan kümenin eleman sayısının karşılaştırılamayacağını belirterek sonsuzluk karşılaştırılamaz kategorisinde yer almıştır. Bu kategoriye yönelik katılımcıların; “Belirli bir aralık verilmediğinden kümeler sonsuza kadar ilerleyecek ve net bir



sonuca varılamayacak”, “Sonsuzluk kavramı sabit bir sayı belirtmeyip bir kavram olduğu için kümelerin eleman sayıları ile ilgili eşit ya da eşit değil diyemeyiz”, “Sonsuzluklar karşılaştırılmaz” şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir.

Sayfa | 1506

Katılımcıların %15’i (n=35), çelişkili veya alakasız açıklamalarda bulunduklarından diğer kategorisine dahil edilmiştir. Bu kategoriye ait katılımcıların; “Kümelerin eleman sayıları eşit ve sonsuzdur, birebir eşleme yapılarak eşitliği gösterilebilir”, “Kümelerin hepsi sonsuz sayıda elemana sahiptir ancak bazı sonsuzlar bazı sonsuzlardan büyüktür”, Tüm kümeler sonsuz elemanlıdır, sonsuzluk semboldür o yüzden karşılaştıramayız” şeklinde açıklamalarda bulundukları görülmektedir. Katılımcıların, doğal sayılar ile tam kare doğal sayıların karşılaştırılması (P3.1), doğal sayılar ile tam küp doğal sayıların karşılaştırılması (P3.2) ve doğal sayılar ile tam kare ve tam küp sayı kümelerinin birleşiminin karşılaştırılması (P3.3) problemlerine verilen cevapların bütüncül inceleme sonucu frekans ve yüzde dağılımı Tablo 11’ de verilmiştir.

Tablo 11.

P 3.1 / 3.2 / 3.3’e ait bütüncül değerlendirilmelerine yönelik betimsel bulguları

Problem	Katılımcı cevabı	OA		LO		Toplam	
		N	%	n	%	n	%
P 3.1	s(A) > s(B)	36	25.90	57	44.2	93	34.7
P 3.2	s(A) > s(C)						
P 3.3	s(A) > s(BUC)						
P 3.1	s(A) > s(B)	2	1.44	3	2.3	5	1.87
P 3.2	s(A) > s(C)						
P 3.3	s(A) < s(BUC)						
P 3.1	s(A) > s(B)	1	0.72	3	2.3	4	1.49
P 3.2	s(A) > s(C)						
P 3.3	s(A) = s(BUC)						
P 3.1	s(A) = s(B)	14	10.07	10	7.8	24	8.96
P 3.2	s(A) = s(C)						
P 3.3	s(A) < s(BUC)						
P 3.1	s(A) = s(B)	39	28.06	7	5.4	46	17.16
P 3.2	s(A) = s(C)						
P 3.3	s(A) = s(BUC)						
P 3.1	s(A) = s(B)	2	1.44	1	0.8	3	1.12
P 3.2	s(A) = s(C)						
P 3.3	Karşılaştırılmaz						
P 3.1	s(A) = s(B)	3	2.16	1	0.8	4	1.49
P 3.2	s(A) = s(C)						
P 3.3	Cevap yok						
P 3.1	Karşılaştırılmaz	28	20.14	22	17.1	50	18.66
P 3.2	Karşılaştırılmaz						
P 3.3	Karşılaştırılmaz						
P 3.1	Cevap yok	6	4.32	10	7.8	16	5.97
P 3.2	Cevap yok						
P 3.3	Cevap yok						



P 3.1							
P 3.2	Diğer	8	5.76	15	11.6	23	8.58
P 3.3							
	Toplam	139	100	129	100	268	100

Sayfa | 1507

Tablo 11 incelendiğinde öğretmen adaylarının en fazla doğal sayıların kümesinin eleman sayısı, kare doğal sayılar kümesinin eleman sayısı, tam küp doğal sayıların eleman sayısı ve tam kare doğal sayılar ile tam küp doğal sayılar kümesinin eleman sayılarının eşit olduğunu ($n=39$, %28.06) ifade etmiştir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının dörtte birine yakını ($n=36$, %25.9) doğal sayılar kümesinin eleman sayısının tam kare doğal sayılar kümesi, tam küp doğal sayılar kümesi ve bu iki kümenin birleşim kümesinin eleman sayısından daha büyük olduğunu belirtmiştir. Lise öğrencilerinin yarıya yakını ($n=57$, %44.2) doğal sayılar kümesinin eleman sayısının tam kare doğal sayılar kümesi, tam küp doğal sayılar kümesi ve bu iki kümenin birleşim kümesinin eleman sayısından daha büyük olduğunu belirtmiştir. Bu probleme verilen cevaplar bütüncül olarak incelendiğinde, katılımcıların üçte birine yakının ($n=93$; %34.7) doğal sayılar kümesinin eleman sayısının tam kare doğal sayılar kümesi, tam küp doğal sayılar kümesi ve bu iki kümenin birleşim kümesinin eleman sayısından daha büyük olduğunu, yaklaşık beşte birlik kısımlarının ise her üç durumda kümelerin eleman sayılarının eşit ($n=46$; %17.16) ya da karşılaştırılmaz ($n=50$; %18.66) olduklarını belirtmişlerdir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının ve lise öğrencilerinin sonsuzluk kavramına ilişkin algıları sezgisel kural teorisi açısından incelenmiştir.

SKT’de yer alan birinci problemde katılımcılardan doğal sayılar kümesinin eleman sayısı ile asal sayılar kümesinin eleman sayısının karşılaştırılması istenmiş ve probleme verilen cevapların dağılımında öğretmen adaylarının ($n=53$, %38.2) çoğunluğu doğal sayılar kümesinin eleman sayının asal sayıların eleman sayısından büyük olduğunu belirtmiştir. Lise öğrencilerine bakıldığında ise öğrencilerin yarıdan fazlası ($n=79$, %61.2) öğretmen adaylarına benzer olarak doğal sayılar kümesinin eleman sayının asal sayıların eleman sayısından büyük olduğunu belirtmiştir. Burada öğretmen adayları ve lise öğrencileri sonsuz elemana sahip kümeleri sonlu elemanlı gibi düşündüğünden yanlış karşılaştırmada bulunmuştur. Çalışma da karşılaşılan bu sonuca ilişkin bulguların literatürde yer alan diğer pek çok çalışmanın bulguları ile örtüştüğü de görülmektedir (Güven ve Karataş, 2004; Jirotková ve Littler, 2003; Kolar vd, 2012; Narlı ve Başer, 2008; Pala, 2016; Tsamir, 1999, 2001). Tsamir (2001)’in lise öğrencileri ile yapmış olduğu çalışmada ifade edilmiş olan bütünün parçaya denk olmasına dair çeşitli örnekler bu çalışma içinde de yer almaktadır.

Katılımcılara SKT’de yöneltilen ikinci problem doğal sayılar kümesi, tek sayılar kümesi, çift sayılar kümesi ve tek ile çift doğal sayılar birleşim kümesi karşılaştırması problemidir. Bu probleme verilen cevaplar incelendiğinde öğretmen adayları ($n=53$, %38.2) en fazla doğal sayılar kümesinin eleman sayısı, tek doğal sayılar ve çift doğal sayılar kümesi eleman sayısında büyük, doğal sayılar ile tek ve çift doğal sayıların birleşim kümesinin eleman sayısının eşit olduğunu belirtmiştir. Lise öğrencilerine bakıldığında katılımcıların yarıdan fazlası ($n=71$, %55.04) doğal sayılar kümesinin eleman



sayısı, tek doğal sayılar ve çift doğal sayılar kümesi eleman sayısında büyük, doğal sayılar ile tek ve çift doğal sayıların birleşim kümesinin eleman sayısının eşit olduğunu belirtmiştir. Araştırmancın bu sonucu lise öğrencileri için beklenen bir durum olurken öğretmen adaylarının da sonsuz elemana sahip kümeleri benzer şekilde karşılaştırması dikkat çekici olmuştur. Hem öğretmen adayı hem de lise öğrencileri ile çalışılan başka bir çalışmada da öğretmen adaylarının Soyut Matematik dersi almalarına rağmen lise öğrencileriyle benzer cevaplar vermeleri dikkat çekmiştir ve bu araştırmanın sonucuyla paralellik göstermektedir (Güven ve Karataş, 2004).

Katılımcılara SKT’de yöneltilen üçüncü problem de ise doğal sayılar kümesi, tam kare sayılar kümesi, tam küp sayılar kümesi ve tam kare ile tam küp doğal sayılar birleşim kümesi karşılaştırma problemidir. Bu probleme verilen cevapların incelendiğinde öğretmen adaylarının çoğunluğu (n=39, %28.6) tüm kümelerin eleman sayılarının eşit olduğunu belirtmiştir. Lise öğrencilerinin ise en fazla doğal sayılar kümesinin eleman sayısının diğer kümelerin eleman sayısında büyük olduğunu (n=57, %44.2) belirtmiştir. Buradaki tespitlerden yola çıkarak katılımcıların çoğunlukla sayılabilir sonsuz kümelerin karşılaştırılmasında hatalı oldukları belirlenmiştir. Bu durum sonsuzluk kavramı üzerine yapılan çalışmalardaki sonuçlarla benzerlik göstermektedir (Aztekin, 2008; Caylan Ergene ve Ergene, 2020; Kolar ve Cadez, 2012; Monaghan, 2001). Çalışmanın ikinci aşamasında verdikleri cevaplara ait açıklamanın sonsuzluk algısı kriterlerine göre incelemesi yapılmıştır.

Çalışmada öğretmen adayları ve lise öğrencilerinin problemlere ilişkin açıklamaları dikkate alındığında literatüre paralel olarak; “Parça-bütün, tek sonsuzluk, birebir eşleme, sonsuzluk karşılaştırılmaz” şeklinde 4 farklı kategori ortaya çıkmıştır (Barahmand, 2020; Homaeinejad vd., 2022, Tsamir, 2001; Singer ve Voica, 2003). Ayrıca literatürde olmayan katılımcıların çelişkili açıklama ve tercihlerinden oluşan “Diğer” kategorisi araştırmanın bulgularında ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının problem çözümlerinde en çok parça-bütün kategorisine yönelik açıklamalarda bulundukları sonucuna ulaşılmıştır. Benzer şekilde lise öğrencileri de problem çözümlerinde en çok parça-bütün kategorisini tercih etmiştir. Sonsuzluk algısına yönelik çalışmalarda parça-bütün düşüncesi genellikle sıklıkla kullanılmaktadır (Barahmand, 2020). Bu durumun nedenleri arasında parça-bütün kriterinin bireylerin gerçek dünyada sonlu elemanlarla çalışma deneyimlerine uyumlu olması, formal bilgiden yoksun olan bireylerin kümelerin temsil türlerine odaklanarak sezgisel olarak en çok tanıdıkları, deneyim yaşadıkları yöntemlere güvenmeleri (Barahmand, 2021; Duval, 1983) gösterilebilir. Bununla birlikte katılımcıların çözümlerinde en az rastlanılan düşünce ise birebir eşleme durumudur. Birebir eşleme ile sayı kümeleri arasında eşleştirmeler sağlanarak problemlerin doğru çözümleri için gereken anahtar yapı elde edilmektedir. Alan yazın incelendiğinde sonsuzluk ile ilgili birçok çalışmada, birebir eşleme yapısının çok az kullanıldığı görülmektedir (Barahmand, 2020; Pala ve Narlı, 2018; Tsamir, 2001). Bu durumun nedenleri arasında bireylerin birebir eşleme yöntemi ile ilgili gerekli bilgi yer almaktadır. Araştırmada hem öğretmen adaylarının hem de lise öğrencilerinin sonsuz kümeleri karşılaştırırken sonlu kümelerde kullandıkları yöntemleri uygulayarak aşırı genelleme yapmaları sonucuna ulaşılmıştır. Örneğin, katılımcılar doğal sayılar kümesinin eleman sayısı ile asal sayılar kümesinin eleman sayısını karşılaştırırken doğal sayılar kümesinin daha fazla elemana sahip olduğunu ve iki kümenin eleman sayılarının aynı olmasının mümkün olmadığını belirtmişlerdir. Araştırmancın bu bulgusu yine literatürde gerçekleştirilen araştırmalar ile benzerlik göstermektedir (Tirosch, 1999; Tsamir, 2001; Fischbein vd., 1979). Sonsuz kümelerin karşılaştırması yapılırken



öğrenciler ikincil sezgilerinin neden olduğu sonlu kümeler için öğrenilen bilgilerin sonsuz kümelerin karşılaştırılmasında da kullanmışlardır (Tsamir, 2001). Özmantar (2016), yaşanan bu durumun üzerinde bireylerin sonsuzluğa ilişkin birincil sezgilerinin rolü olabileceğini belirterek parçanın bütünden küçük olacağı düşüncesinin gerçek yaşamdan sezilebileceğini ifade etmektedir.

Sayfa | 1509

Öğretmen adayları ve lise öğrencileri kümelerin eleman sayılarını karşılaştırırken ortaya çıkan çelişkili tercih ve açıklamaları araştırmanın dikkat çeken bir diğer bulgularında biridir. Bu kategoride yer alan öğretmen adayının açıklamalarına ait bir örnek “İki kümede de sonsuz sayıda eleman vardır, eleman sayıları eşittir ancak yine de biri diğerini kapsar.” şeklindedir. Burada öğretmen adayının sonsuzluğu hem tek düşünmesi hem de devamında parça-bütün hissine sahip olması dikkat çekmektedir. Benzer şekilde, Fischbein (2001), öğrencilerden farklı uzunlukta iki doğru parçasında yer alan nokta sayılarını karşılaştırmasını istediği araştırmasında, öğrencilerden bazılarının başta emin olamaları da daha sonra her ikisinin de eşit sayıda noktaya sahip olduğunu ve her ikisinin de sonsuz olduğunu belirtmiştir ancak uzun olan doğru parçasının daha büyük olduğu sonucuna varılmıştır.

Bu çalışmada matematik öğretmen adayları ve lise öğrencilerinin sonsuzluk kavramına ilişkin algıları incelenmiştir. Bu incelemede sezgisel kural teorisi kullanılarak literatürde var olan sonsuzluk algılarından tek sonsuzluk, parça-bütün, birebir eşleme ve sonsuzluklar karşılaştırılmaz kriterleri kullanılarak katılımcılar incelenmiştir. Katılımcıların sonsuzluk algıları genel olarak parça-bütün kategorisine ait olduğu tespit edilmiştir. Sonsuz kümelerin karşılaştırılması yapılırken literatürde kabul edilen Cantor’un ortaya çıkardığı birebir eşleme kategorisi ise en az tespit edilen kategori olmuştur. Genel ve kapsayıcı bir çerçeve çizen sezgisel kural teorisinin matematik eğitimi alanına yönelik bulguları oldukça önem arz ettiği düşünülmektedir. Sezgisel kural teorisine yönelik uygulama ve araştırmaların artırılıp sonuçlarının paylaşarak matematik eğitime katkıda bulunacağı düşünülmektedir. Bu çalışmada öğretmen adayı ve lise öğrencileri ile görüşme yapılmamış yalnızca katılımcıların yaptıkları açıklamalar analiz edilmiştir. Bu sebeple gelecekte yapılacak benzer araştırmalarda katılımcılarla görüşmeler yapılabilir. Ayrıca bu çalışmada yalnızca öğretmen adaylarının açıklamalarına odaklanılmış olup benzer bir çalışmada lise öğrencilerinin açıklamalarının analizleri yapılabilir.



Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2025), 16 (1), 1480-1513.

Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2025), 16 (1), 1480-1513.

Araştırma Makalesi / Research Paper

Kaynakça

- Akbulut, K. ve Akgün, L. (2005). Matematik ve sonsuzluk. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11, 548–559.
- Allen, G. (2000). The history of infinity. Tamu Math – Texas AandM University. <http://www.math.tamu.edu/~dallen/history/infinity.pdf>
- Aztekin, S. (2008). *Farklı yaş gruplarındaki öğrencilerde yapılanmış sonsuzluk kavramlarının araştırılması*[Yayımlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi.
- Barahmand, A. (2020). Exploring students' consistency in their notions: the case of comparing infinite series. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(7), 1049-1062. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1736350>
- Barahmand, A. (2022). Different intuitive rules in mathematical thinking. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 55(7), 1619–1636. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2105269>
- Bozkuş, F., Toluk Uçar, Z., and Çetin, İ. (2015). Ortaokul Öğrencilerinin Sonsuzluğu Kavrayışları. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 6(3), 506-531. <https://doi.org/10.16949/turcomat.53890>
- Clarke, V., and Braun, V. (2013). Teaching thematic analysis: Overcoming challenges and developing strategies for effective learning. *The Psychologist*, 26(2), 120–123.
- Clegg, B. (2013). *A brief history of infinity: the quest to think the unthinkable*. Hachette UK.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (2nd ed.). Sage Publications, Inc.
- Creswell, J. W. (2013). *Steps in conducting a scholarly mixed methods study*.
- Çelik, D., ve Akşan, E. (2013). Matematik öğretmeni adaylarının sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarına ilişkin anlamaları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 7(1), 166–190. <https://doi.org/10.12973/nefmed158>
- Çaylan Ergene, B. and Ergene, Ö. (2020). Repeating decimals and irrational numbers on the number line: Through the lens of pre-service and in-service mathematics teachers. *Acta Didactica Napocensia*, 13(2), 215-232. <https://doi.org/10.24193/adn.13.2.15>
- Dev Habacı, Ş., ve Çetin, İ. (2023). Lise öğrencilerinin sonsuzluk kavramına ilişkin metaforları. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(2), 1108–1161. <https://doi.org/10.29299/kefad.1229109>
- Dubinsky, E., Weller, K., McDonald, M., and Brown, A. (2005). Some historical issues and paradoxes regarding the concept of infinity: An Apos-Based analysis: Part 1. *Educational Studies in Mathematics*, 58(3), 335–359. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-0473-0>
- Duval, R. (1983). L'obstacle du dedoublement des objets mathematiques. *Educational Studies in Mathematics*. <https://doi.org/10.1007/bf00368236>
- Ergene, Ö. (2021). Öğretmen adayları gözünden sonsuzluk kavramı ve matematik dersi öğretim programı. *YYÜ Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(2), 123–151. <https://doi.org/10.33711/yyuefd.998263>
- Falk, R., Gassner, D., Ben Zoor, F., and Ben Simon, K. (1986). How do children cope with the infinity of numbers. *In Proceedings of the 10th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 10, 13-18. London: England.
- Fidan, E. ve Şengül, S.(2018).Sekizinci sınıf öğrencilerinin karşılaştırma problemlerini çözme sezgisel kural kullanımlarını incelemesi. *The Journal of Academic Social Science Studies*, 67,9-28. <https://doi.org/10.9761/jasss7222>
- Fischbein, E., Tirosh, D. and Hess, P. (1979). The intuition of infinity. *Education Studies in Mathematics*, 10, 3–40. <https://doi.org/10.1007/BF00311173>
- Fischbein, E. (1987). Intuition in science and mathematics: *An educational approach*. Dordrecht, Holland: Reidel Pub.
- Fischbein, E. (2001). Tacit models and infinity. *Educational Studies in Mathematics*, 48(2), 309-329.

Durak, Ü., Şahin, H. ve Ergene, Ö. (2025). Sonsuz sayı kümelerinin karşılaştırılması bağlamında sonsuzluk kavramına ilişkin öğrenci algılarının incelenmesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 16(1), 1480-1513. DOI. 10.51460/baedb.1540973



Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2025), 16 (1), 1480-1513.

Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2025), 16 (1), 1480-1513.

Araştırma Makalesi / Research Paper

- Fischbein, E., Tirosh, D., and Hess, P. (1979). The intuition of infinity. *Educational Studies in Mathematics*, 10(1), 3-40. <https://doi.org/10.1007/BF00311173> ,
- Güven, B. ve Karataş, İ. (2004). Sonsuz kümelerin karşılaştırılması: Öğrencilerin kullandığı yöntemler. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15, 65-73.
- Homaeinejad, M., Barahmand, A., and Seif, A. (2022). The relationship between notions of infinity and strategies used to compare enumerable infinite sets. *International Journal Of Mathematical Education In Science And Technology*, 53(12), 3307-3325. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1941362>
- Hrbacek, K., and Jech, T. (1999). *Introduction to set theory, revised and expanded* (3rd ed.). CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781315274096>
- İşleyen, T. (2013). High school students' perceptions of infinity. *Kastamonu Education Journal*, 21(3), 1235-1252.
- Jirotková, D., and Littler, G. (2004). Insight into pupils' understanding of infinity in a geometrical context. *Paper session presented at the meeting of Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Bergen, Norway.
- Kanbolat, O. (2010). *Bazı matematiksel kavramlarla ilgili epistemolojik engeller*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- Karataş, İ. ve Güven, B. (2004). 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerinin belirlenmesi: bir özel durum çalışması. *Milli Eğitim Dergisi*, 16(3), 132-143.
- Kolar, V., and Cadez, T. (2012). Analysis of factors influencing the understanding of the concept of infinity. *Educational Studies in Mathematics*, 80(3), 389-412. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9357-7>
- Krátká, M., Eisenmann, P., and Cihlář, J. (2022). Four conceptions of infinity. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(10), 2661-2685. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1897894>
- Levenson, E., Tsamir, P., and Tirosh, D. (2007). Neither even nor odd: Sixth grade students' dilemmas regarding the parity of zero. *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(2), 83-95. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.05.004>
- Luis, E., Moreno, A., and Waldegg, G. (1991). The conceptual evolution of actual infinity. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 211-231. <https://doi.org/10.1007/BF00368339>
- MEB. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. MEB Yayınları.
- Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma, desen ve uygulama için bir rehber*. Nobel Yayınları.
- Miles, M. B., and Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.). Sage Publications.
- Monaghan, J. (2001). Young peoples' ideas of infinity. *Educational Studies in Mathematics*, 48(2), 239-257. <https://doi.org/10.1023/A:1016090925967>
- Narlı, S., ve Baser, N. E. (2008). "Küme, Bağlantı, Fonksiyon" Konularında Bir Başarı Testi Geliştirme ve Bu Test İle Üniversite Matematik Bölümü 1. Sınıf Öğrencilerinin Bu Konulardaki Hazırbulunmuşluklarını Betimleme Üzerine Nicel Bir Araştırma. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (24).
- Narlı, S., ve Narlı, P. (2013). Sonsuz sayı kümeleri ışığında ilköğretim öğrencilerinin sonsuzluk algı ve yanlışlıklarının belirlenmesi. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33, 122-133.
- Özmantar, M. F., Bingölbali, E., ve Akkoç, H. (2008). *Matematiksel kavram yanlışlıkları ve çözüm önerileri*, Pegem Akademi.
- Özmantar, M. (2016). Sonsuzluk kavramı: Tarihsel gelişimi, öğrenci zorlukları ve çözüm Önerileri. M. Özmantar, E. Bingölbali, and H. Akkoç içinde, *Matematiksel kavram yanlışlıkları ve çözüm önerileri*, 151-180. Pegem Akademi.
- Pala, O. (2016). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının sonsuz kümelerin denkliği konusundaki kanıt imajlarının incelenmesi*. [Yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.

Durak, Ü., Şahin, H. ve Ergene, Ö. (2025). Sonsuz sayı kümelerinin karşılaştırılması bağlamında sonsuzluk kavramına ilişkin öğrenci algılarının incelenmesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 16(1), 1480-1513.

DOI. 10.51460/baed.1540973



Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2025), 16 (1), 1480-1513.

Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2025), 16 (1), 1480-1513.

Araştırma Makalesi / Research Paper

- Pala, O., ve Narlı, S. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının sonsuz kümelerin denkliği ile ilgili ispatlama yaklaşımları ve yaşadıkları güçlükler. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 9(3), 449-475. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.414818>
- Patton, M. Q. (1997). Utilization-focused evaluation. In *International handbook of educational evaluation* (pp. 223-242). Dordrecht: Springer Netherlands.
- Pehkonen, E., Majjala, H., Soro, R., and Hannula, M. (2006). Levels of students' understanding on infinity. *Teaching Mathematics and Computer Science*, 4(2), 317-337.
- Sbaragli, S. (2006). Primary school teachers' beliefs and change of beliefs on mathematical infinity. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 5(2), 49-76.
- Singer, M., and Voica, C. (2003). Perception of infinity: Does it really help in problem solving? *The Mathematics Education into the 21st Century Project Proceedings of the International Conference*.
- Singer, M., and Voica, C. (2007). Children's perceptions on infinity: could they be structured? *Paper presented at the meeting of Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Larnaca, Cyprus.
- Stavy, R., and Tirosh, D. (2000). *How students (mis-) understand science and mathematics: Intuitive rules*. Teachers College Press.
- Szydlik, J. (2000). Mathematical beliefs and conceptual understanding of the limit of a function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(3), 258-276. <https://doi.org/10.2307/749807>
- Tall, D. (2001). Natural and formal infinities. *Educational Studies in Mathematics*, 48(2-3), 199-238. <https://doi.org/10.1023/A:1016000710038>
- Tirosh, D. (1999). Finite and infinite sets: definitions and intuitions. *International Journal of Mathematics Education Science and Technology*, 30(3), 341-349. <https://doi.org/10.1080/002073999287879>
- Tirosh, D., and Stavy, R. (1996). Intuitive rules in science and mathematics: the case of 'Everything can be divided by two.' *International Journal of Science Education*, 18(6), 669-683. <https://doi.org/10.1080/0950069960180603>
- Tirosh, D., and Stavy, R. (1999). Intuitive rules: A way to explain and predict students' reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 51-66. <https://doi.org/10.1023/A:1003436313032>
- Tirosh, D. and P, Tsamir. (1996). The role of representations in students' intuitive thinking about infinity. *Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 27(1), 33-40.
- Tirosh, D., Tsamir, P. (2020). Intuition in Mathematics Education. In: Lerman, S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_85
- Tsamir, P. (2001). When 'The Same' Is Not Perceived as Such: The Case of Infinite Sets. *Educational Studies in Mathematics*, 48, 289-307. <https://doi.org/10.1023/A:1016034917992>
- Tsamir, P., and Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets a process of abstraction The case of Ben. *Journal of Mathematical Behavior*, 21(1), 1-23. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(02\)00100-1](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00100-1)
- Tsamir, P. (2003). Using the intuitive rule more A-more B for predicting and analysing students' solutions in geometry. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 639-650. <https://doi.org/10.1080/0020739031000148840>
- Tsamir, P. (2007). Should more than one theoretical approach be used for analyzing students' errors? The case of areas, volumes and integration. *Learn Math*, 27(2), 28-33.
- Tutar, H. (2022). Nitel araştırmalarda geçerlilik ve güvenilirlik: Bir model önerisi. *Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 22(2), 117-140.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Weyers, D. and Verschaffel, L. (2004). The predictive power of intuitive rules: A critical analysis of the impact of 'More A – More B' and 'Same A – Same B', *Educational Studies in Mathematics*, 56, 179-207.
- Yin, R. K., (1994). *Case Study Research Design and Methods: Applied Social Research and Methods Series* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications Inc.

Durak, Ü., Şahin, H. ve Ergene, Ö. (2025). Sonsuz sayı kümelerinin karşılaştırılması bağlamında sonsuzluk kavramına ilişkin öğrenci algılarının incelenmesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 16(1), 1480-1513.

DOI. 10.51460/baebd.1540973



EK-1

Adı Soyadı: Sınıfı: Birinci Matematik Yazılı Notu:

Problem 1.Aşağıda A harfi doğal sayıların kümesini ve B harfi asal sayıların kümesini göstermektedir.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\} \quad B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$$

Sizce A ve B kümelerinin eleman sayıları arasında aşağıdaki ilişkilerden hangileri vardır?

- ☐ A'nın eleman sayısı B'nin eleman sayısından fazladır. $s(A) > s(B)$
☐ A'nın eleman sayısı B'nin eleman sayısından azdır. $s(A) < s(B)$
☐ A'nın eleman sayısı B'nin eleman sayısına eşittir. $s(A) = s(B)$
☐ Verilen sayı kümelerinin eleman sayılarının karşılaştırılması mümkün değildir.

Cevabınızı açıklayınız.

Problem 2.Aşağıda A harfi doğal sayıların kümesini, B harfi tek doğal sayıların kümesini ve C harfi ise çift doğal sayıların kümesini göstermektedir.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\} \quad B = \{1, 3, 5, \dots\} \quad C = \{2, 4, 6, \dots\}$$

Sizce A, B ve C kümelerinin eleman sayıları arasında aşağıdaki ilişkilerden hangileri vardır?

- ☐ A'nın eleman sayısı B'nin eleman sayısından fazladır. $s(A) > s(B)$
☐ A'nın eleman sayısı B'nin eleman sayısından azdır. $s(A) < s(B)$
☐ A'nın eleman sayısı B'nin eleman sayısına eşittir. $s(A) = s(B)$
☐ A'nın eleman sayısı C'nin eleman sayısından fazladır. $s(A) > s(C)$
☐ A'nın eleman sayısı C'nin eleman sayısından azdır. $s(A) < s(C)$
☐ A'nın eleman sayısı C'nin eleman sayısına eşittir. $s(A) = s(C)$
☐ A'nın eleman sayısı B ∪ C'nin eleman sayısından fazladır. $s(A) > s(B \cup C)$
☐ A'nın eleman sayısı B ∪ C'nin eleman sayısından azdır. $s(A) < s(B \cup C)$
☐ A'nın eleman sayısı B ∪ C'nin eleman sayısına eşittir. $s(A) = s(B \cup C)$
☐ Verilen sayı kümelerinin eleman sayılarının karşılaştırılması mümkün değildir.

Cevabınızı açıklayınız.

Problem 3.Aşağıda A harfi doğal sayıların kümesini, B harfi tam kare doğal sayıların kümesini ve C harfi tam küp doğal sayıların kümesini göstermektedir.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\} \quad B = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots\} \quad C = \{1, 8, 27, 64, 125, \dots\}$$

Sizce A, B ve C kümelerinin eleman sayıları arasında aşağıdaki ilişkilerden hangileri vardır?

- ☐ A'nın eleman sayısı B'nin eleman sayısından fazladır. $s(A) > s(B)$
☐ A'nın eleman sayısı B'nin eleman sayısından azdır. $s(A) < s(B)$
☐ A'nın eleman sayısı B'nin eleman sayısına eşittir. $s(A) = s(B)$
☐ A'nın eleman sayısı C'nin eleman sayısından fazladır. $s(A) > s(C)$
☐ A'nın eleman sayısı C'nin eleman sayısından azdır. $s(A) < s(C)$
☐ A'nın eleman sayısı C'nin eleman sayısına eşittir. $s(A) = s(C)$
☐ A'nın eleman sayısı B ∪ C'nin eleman sayısından fazladır. $s(A) > s(B \cup C)$
☐ A'nın eleman sayısı B ∪ C'nin eleman sayısından azdır. $s(A) < s(B \cup C)$
☐ A'nın eleman sayısı B ∪ C'nin eleman sayısına eşittir. $s(A) = s(B \cup C)$
☐ Verilen sayı kümelerinin eleman sayılarının karşılaştırılması mümkün değildir.

Cevabınızı açıklayınız.