

Toplam Lagrange Yöntemi ile Kabukların Burkulma Ötesi Analizi

Cengiz POLAT¹, Yusuf CALAYIR²

ÖZET: Bu çalışmada, 9-düğümlü izoparametrik kabuk eleman kullanılarak kabukların burkulma ötesi davranışı incelenmektedir. Formülasyonda toplam Lagrange yaklaşımı esas alınmakta ve malzeme lineer elastik kabul edilmektedir. Lineer olmayan denge denklemleri yay-boyu metodu (arc-length method) ile çözülmektedir. Değişik nümerik örnekler çözümlenerek kabukların burkulma ötesi davranışı elde edilmiştir.

Anahtar kelimeler: Kabuk eleman, burkulma ötesi davranış

Post Buckling Behavior of Shells Using Total Lagrangian Method

ABSTRACT: In this study, the post-buckling behavior of shells is investigated using 9-noded isoparametric shell elements. Total Lagrangian approach is used in the formulation and shell material is assumed to be linearly elastic. Non-linear equilibrium equations are solved by arc-length method. Various examples were analyzed to obtain post-buckling behavior of shells.

Keywords: Shell element, post-buckling behavior

¹ Fırat Üniversitesi, İnşaat Bölümü, TBMYO İnşaat Bölümü, Elazığ, Türkiye

² Fırat Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elazığ, Türkiye

Sorumlu yazar/Corresponding Author: Cengiz POLAT, cpolat@firat.edu.tr

GİRİŞ

Lineer analizlerde, yapıda medyana gelen yer değiştirmelerin ve şekil değiştirmelerin küçük olduğu kabul edilmektedir. Yani, yükleme esnasında yapının geometrisinin değişmediği ve lineer şekil değiştirme yaklaşımlarının kullanılabilceği varsayılmaktadır. Bununla birlikte, yükleme esnasında yapının geometrisi sürekli değişir ve bu değişim geometrik bakımdan lineer olmayan analizlerin dikkate alınmasını gerekli kılmaktadır. Lineer analizler ile yapının yük taşıma kapasitesi genellikle doğru olarak tahmin edilememektedir. Bu nedenle yapı davranışını tam olarak tanımlamak için lineer olmayan denge denklemleri kullanılmalıdır (Zienkiewicz and Taylor, 2000; Parente, 2003). Geometrik bakımdan lineer olmayan sistemlerin analizinde kullanılan üç esas Lagrange kinematik yaklaşımı mevcuttur. Bunlar; Toplam Lagrange (Total Lagrangian), Güncelleştirilmiş Lagrange (Updated Lagrangian) ve Ko-rotasyonel (Co-Rotational) formülasyondur (Felippa and Haugen, 2005).

Bu çalışmada, Mindlin-Reissner yaklaşımını temel alan 9-düğümlü izoparametrik kabuk elemanın formülasyonu verilmektedir. Kayma deformasyon etkileri “kabuğun orta yüzey normal, deformasyon

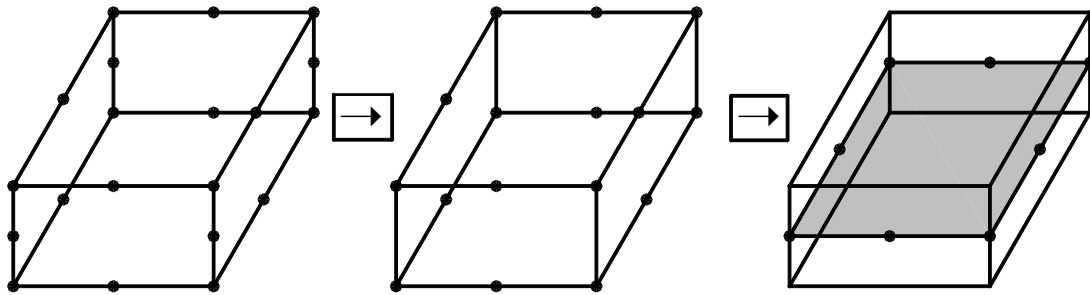
sırasında orta yüzeye dik kalmayabilir” varsayımı ile dikkate alınmaktadır. Bu teori ile bir noktadaki yer değiştirmeler ile orta yüzey normallerinin dönmeleri bağımsız olmaktadır (Bathe, 1996).

Formülasyonda toplam Lagrange yaklaşımı esas alınmakta ve malzeme lineer elastik kabul edilmektedir. Denge denklemleri Yay-boyu (Arc-length) metodu ile çözülmektedir. Kabukların burkulma ötesi davranışını elde etmek için MATLAB programlama dilinde bir kod yazılımı gerçekleştirilmiştir.

FORMÜLASYON

Elemanın Geometrisi ve Kinematığı

Şekil 1’de 20 düğümlü bir katı elemandan 8 düğümlü bir kabuk elemanın elde edilişi gösterilmiştir. Bu işlemin birinci aşamasında kalınlık doğrultusundaki şekil değiştirmeler sabit kabul edilerek orta düzlemdeki düğümler kaldırılır; ikinci aşamasında ise, karşılıklı iki düğüm, iki dönme serbestliği ilave edilmiş bir düğümlerle bağlanarak düğüm sayısı yarıya indirilir. Katı elemandaki toplam serbestlik 60 olmasına karşılık, elde edilen kabuk elemandaki serbestlik ise 40 olmaktadır (McNeal,1998).



Şekil 1. 20 düğümlü katı elemandan 8 düğümlü kabuk elemanın elde edilmesi

Şekil 2’de 9 düğüme sahip bir kabuk eleman görülmektedir. Bu elemanın orta yüzeyindeki eğrisel koordinatlar ξ ile η ve kalınlık doğrultusundaki koordinatı ise ζ olsun. Bu koordinatlar -1 ve +1

arasında değişmektedir. Kabuk elemanın herhangi bir k düğüm noktasında tanımlanan doğrultman vektörü \mathbf{V}_n^k , üst ve alt yüzey koordinatları kullanılarak

$$V_n^k = \left\{ \begin{matrix} V_{nx}^k \\ V_{ny}^k \\ V_{nz}^k \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \end{matrix} \right\} - \left\{ \begin{matrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \end{matrix} \right\}_{alt} \Big/ t_k \quad (1)$$

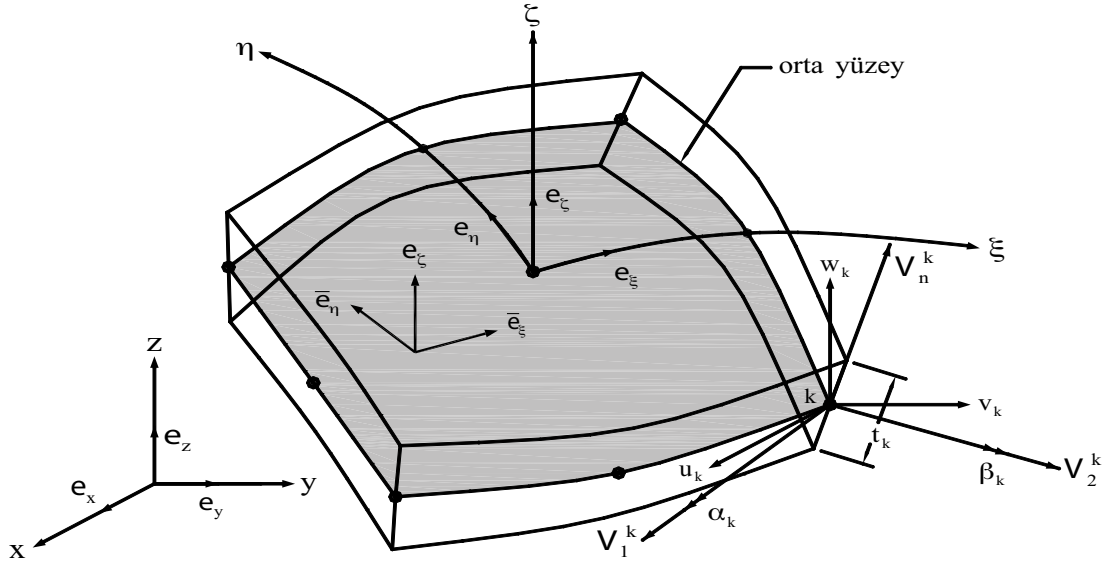
bağıntısı ile ifade edilebilir. Burada V_{nx}^k , V_{ny}^k ve V_{nz}^k sırasıyla, k düğüm noktasına ait V_n^k doğrultman

vektörünün x, y ve z bileşenlerini; t_k ise k düğüm noktasındaki eleman kalınlığını göstermektedir. Kabuk eleman içindeki herhangi bir noktanın konumu

$$x = \sum_{k=1}^n N_k x_k + \frac{\zeta}{2} \sum_{k=1}^n N_k t_k V_{nx}^k \quad (2a)$$

$$y = \sum_{k=1}^n N_k y_k + \frac{\zeta}{2} \sum_{k=1}^n N_k t_k V_{ny}^k \quad (2b)$$

$$z = \sum_{k=1}^n N_k z_k + \frac{\zeta}{2} \sum_{k=1}^n N_k t_k V_{nz}^k \quad (2c)$$



Şekil 2. Dokuz düğümlü kabuk eleman

şeklinde verilebilir. Burada n eleman düğüm noktası sayısını, N_k ise k düğümü ile ilgili şekil fonksiyonunu göstermektedir (Reddy, 1997; Crisfield, 1991).

Kabuk eleman içindeki herhangi bir noktanın yer değiştirmesi, orta yüzey üzerindeki her k düğüm noktasına ait yer değiştirmeler ile bu düğüm

noktasındaki V_n^k doğrultman vektörüne dik olan iki vektör etrafındaki dönmeler dikkate alınarak ifade edilebilir. Şekil 3'de deformasyon sırasında düğüm noktası doğrultman vektörü V_n^k 'nin dönmesi sonucu, bu vektörün uç noktasında meydana gelen yer değiştirmeler gösterilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi V_n^k vektörü V_1^k etrafında α_k açısı kadar döndüğünde vektörün uç noktası, V_2^k vektörü doğrultusunda $-\|V_n^k\| \sin \alpha_k$ kadar ötelenme yapar. Eğer α_k açısı çok küçük kabul edilirse $\sin \alpha_k \cong \alpha_k$ olarak alınabilir; dolayısıyla, bu dönme sırasında V_n^k vektörünün uç noktası $\|V_n^k\| = 1$

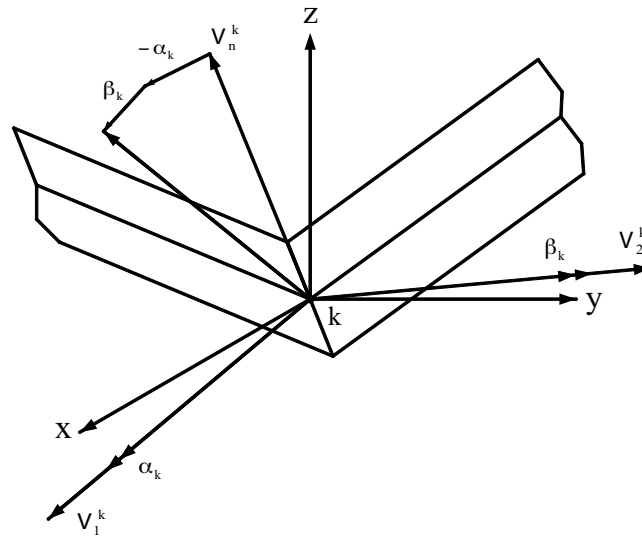
olduğundan) V_2^k vektörü doğrultusunda $-\alpha_k$ kadar doğrusal ötelenme yapar. Benzer şekilde, V_n^k vektörü V_2^k etrafında β_k açısı kadar döndüğünde vektörün uç noktası, V_1^k vektörü doğrultusunda β_k kadar pozitif ötelenme yapar. Doğrultman vektörü V_n^k 'nin kendi etrafındaki dönmesi kendisinde yer değiştirme meydana getirmemektedir. Yukarıdaki kabullerden V_n^k doğrultman vektörünün deformasyondan sonra da doğru kaldığı ve referans yüzeye göre rölatif dönme yaptığı görülebilir. Dolayısıyla kabuk eleman içindeki herhangi bir noktanın yer değiştirmesi

$$u = \sum_{k=1}^n N_k u_k + \frac{\zeta}{2} \sum_{k=1}^n N_k t_k (-V_{2x}^k \alpha_k + V_{1x}^k \beta_k) \quad (3a)$$

$$v = \sum_{k=1}^n N_k v_k + \frac{\zeta}{2} \sum_{k=1}^n N_k t_k (-V_{2y}^k \alpha_k + V_{1y}^k \beta_k) \quad (3b)$$

$$w = \sum_{k=1}^n N_k w_k + \frac{\zeta}{2} \sum_{k=1}^n N_k t_k (-V_{2z}^k \alpha_k + V_{1z}^k \beta_k) \quad (3c)$$

bağıntıları ile verilebilir.



Şekil 3. Deformasyon sırasında k düğümüne ait V_n^k doğrultman vektörünün dönmesi sonucu, bu vektörün uç noktasının yer değiştirmeleri

Şekil 2’de verilen e_ξ , e_η ve e_ζ birim vektörleri genellikle birbirlerine dik değildir. Bununla beraber \bar{e}_ξ , \bar{e}_η ve e_ζ birbirlerine dik vektörlerdir. Bu vektörler

$$\bar{e}_\xi = \frac{e_\eta \cdot e_\zeta}{\|e_\eta \cdot e_\zeta\|} ; \quad \bar{e}_\eta = e_\zeta \cdot \bar{e}_\xi \tag{4}$$

eşitlikleri ile bulunabilir. Kabuk elemanın V_n^k , V_1^k ve V_2^k orta yüzey normal vektörleri arasındaki bağıntılar ise

$$V_1^k = \frac{e_y \cdot V_n^k}{\|e_y \cdot V_n^k\|} ; \quad V_2^k = V_n^k \cdot V_1^k \tag{5}$$

denklemleri ile verilebilir. Burada e_y global y eksenini doğrultusundaki birim vektördür (Polat, 2006).

Gerilme ve Şekil Değişirmeler

Kabuk yüzeyine normal doğrultudaki gerilme ve şekil değiştirme sıfır kabul edilerek, gerekli gerilme ve şekil değiştirme bağıntıları elde edilebilir. Kabuk elemanın kartezyen koordinat sistemindeki ikinci Piola-Kirchhoff gerilmeleri σ ve Green-Lagrange şekil değiştirmeleri ϵ sırasıyla,

$$\sigma = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{xz}]^T ; \quad \epsilon = [\epsilon_x \quad \epsilon_y \quad \epsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{xz}]^T \tag{6}$$

bağıntıları ile ifade edilebilir. Denklem (7)’deki şekil değiştirme vektörü

$$\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_L = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \\ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \\ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] \\ \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z} \end{array} \right\} \tag{7}$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada ϵ_0 ve ϵ_L sırasıyla, lineer ve lineer olmayan şekil değiştirme vektörlerini göstermektedir. Eğer

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

şeklinde tanımlanır,

$$\theta_x = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial x} \end{bmatrix}^T ; \theta_y = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix}^T ; \theta_z = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}^T \quad (9a)$$

ve

$$\theta = [\theta_x \quad \theta_y \quad \theta_z^T] \quad (9b)$$

olduğu göz önünde bulundurulursa, lineer şekil değiştirmeler

$$\varepsilon_0 = H \theta \quad (10)$$

bağıntısı ile verilebilir. Benzer şekilde lineer olmayan şekil değiştirmeler ise,

$$A = \begin{pmatrix} \theta_x^T & \theta & \theta \\ \theta & \theta_y^T & \theta \\ \theta & \theta & \theta_z^T \\ \theta_y^T & \theta_x^T & \theta \\ \theta & \theta_z^T & \theta_y^T \\ \theta_z^T & \theta & \theta_x^T \end{pmatrix} ; \quad 0 = \{0 \quad 0 \quad 0\} \quad (11)$$

olarak ifade edilerek

$$\varepsilon_L = \frac{1}{2} A \theta \quad (12)$$

şeklinde yazılabilir. Burada A matrisi 6x9 boyutundadır. Herhangi bir elemanın lokal koordinatlarda düğüm

noktası deplasman vektörü, her düğümde beş serbestlik derecesi olmak üzere,

$$u = [u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad \alpha_1 \quad \beta_1 \quad \dots \quad u_n \quad v_n \quad w_n \quad \alpha_n \quad \beta_n]^T \quad (13)$$

şeklinde verilebilir. Burada n elemandaki toplam düğüm noktası sayısını göstermektedir.

Lineer şekil değiştirmelerin varyasyonu

$$d\varepsilon_0 = H d\theta \quad ; \quad d\theta = G du \quad (14)$$

biçiminde yazılabilir.

$$d\varepsilon_0 = H G du = B_0 du \quad ; \quad B_0 = H G \quad (15)$$

olarak elde edilir. Burada B_0 lineer şekil değiştirme-yer değiştirme matrisidir. Lineer olmayan şekil değiştirmelerin varyasyonu ise

$$d\varepsilon_L = A d\theta \quad (16)$$

olarak verilebilir. Denklem (14) ve (16) kullanılarak

$$d\varepsilon_L = A G du = B_L du \quad ; \quad B_L = A G \quad (17)$$

bağıntısı elde edilir. Burada B_L lineer olmayan şekil değiştirme-yer değiştirme matrisini temsil etmektedir. Toplam şekil değiştirmelerin varyasyonu

$$d\varepsilon = d\varepsilon_0 + d\varepsilon_L \quad (18)$$

şeklinde ifade edilebilir. (15) ve (17) bağıntıları (18) eşitliğinde kullanılırsa, şekil değiştirme ve yer değiştirmeleri birbirine bağlayan B matrisi,

$$d\varepsilon = [H + A]G du = [B_0 + B_L] du = B du \quad ; \quad B = B_0 + B_L \quad (19)$$

olarak elde edilir. Bu denklemde B_0 ve B_L matrisleri sırasıyla, geometrik bakımdan lineer ve lineer olmayan şekil değiştirme-yer değiştirme matrislerini temsil etmektedir. B_0 matrisinin varyasyonu küçük deformasyonlarda sıfır terimleri vermesine karşılık, büyük deformasyonlar dikkate alındığında bu matrisin varyasyonu sıfırdan farklı terimler içerebilir.

B_L matrisi ise her zaman yer değiştirmelere bağlı olmaktadır (Polat, 2006).

Statik Denge ve Teğet Rijitlik Matrisi

Geometrik bakımdan lineer olmayan sistemlerde, yük-deplasman ilişkisi de lineer değildir (Nuhoğlu, 2005). Sistemdeki yer değiştirmeler ve dönmeler sonucunda oluşan iç kuvvetler ve dış kuvvetler arasındaki fark, artımsal-iteratif yöntemler kullanılarak belirlenen tolerans düzeyine düşürülebilir. Sistem düğüm noktası yer değiştirme ve dönmelerini içeren \mathbf{u} deplasman vektörü kullanılarak, gerekli denge denklemleri virtüel iş metoduyla bulunabilir. Lineer olmayan bir yapı sisteminin statik haldeki dengelenmemiş artık kuvvetleri

$$R(u) = F - P = \int_V B^T \sigma dV - P \quad (20)$$

şeklinde yazılabilir. Burada R dengelenmemiş kuvvet vektörünü, F iç kuvvet vektörünü ve P ise dış yük vektörünü temsil etmektedir.

Teğet rijitlik matrisi K_T 'yi elde etmek için (20) denkleminin varyasyonu alınarak

$$dR = dF = \int_V dB^T s dV + \int_V B^T ds dV = \int_V dB^T s dV + \bar{K} du = K_T du \quad (21)$$

eşitliği elde edilebilir. Burada \bar{K} rijitlik matrisi

$$\bar{K} = \int_V B^T D B dV = K_0 + K_L \quad (22)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Bu denklemde, D kabuk elemanın malzeme matrisini, K_0 küçük değiştirme rijitlik matrisini ve K_L ise büyük yer değiştirme rijitlik matrisini temsil etmektedir. K_0 ve K_L matrislerinin açık şekilleri sırasıyla,

$$K_0 = \int_V B_0^T D B_0 dV \quad ; \quad K_L = \int_V B^T D B dV \quad (23)$$

bağıntıları ile verilebilir (Polat ve Ulucan, 2007).

K_σ rijitlik matrisi ise

$$K_\sigma = \int_V G^T S G dV \quad ; \quad S = \begin{Bmatrix} \sigma_x I_3 & y_{xy} I_3 & y_{xz} I_3 \\ y_{xy} I_3 & \sigma_y I_3 & y_{yz} I_3 \\ y_{xz} I_3 & y_{yz} I_3 & \sigma_z I_3 \end{Bmatrix} \quad ; \quad I_3 = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \quad (24)$$

olarak verilebilir. Burada S büyüklüğü altı gerilme bileşenini içeren bir matristir. Böylece (21) artımsal denge denklemindeki teğet rijitlik matrisi K_T

$$K_T = \bar{K} + K_\sigma \quad (25)$$

biçiminde verilebilir (Polat ve Calayır, 2010).

Denge Denklemlerinin Çözümü

Yapıların lineer olmayan davranışını inceleyebilmek için yük-deformasyon eğrisi tam olarak elde edilmelidir. Yük kontrollü bir metot olan Newton-Raphson metodu sınır noktası civarlarında

çözüm vermez ve ilaveten yük kontrollü metotlarda bir adımdaki yük seviyesi parametresi sabit tutulur. Dolayısıyla yük-deformasyon eğrisini tam olarak elde edebilmek için yay-boyu (arc-length) metotları kullanılmaktadır. Bu metotta yük seviyesi parametresi

her iterasyonda yeniden elde edilerek yakınsama noktasına ulaşılır. Böylece sınır noktalarını (maksimum ve minimum yükler) geçen çözüm algoritmaları elde edilebilir (Polat ve Calayır, 2007).

SAYISAL UYGULAMA

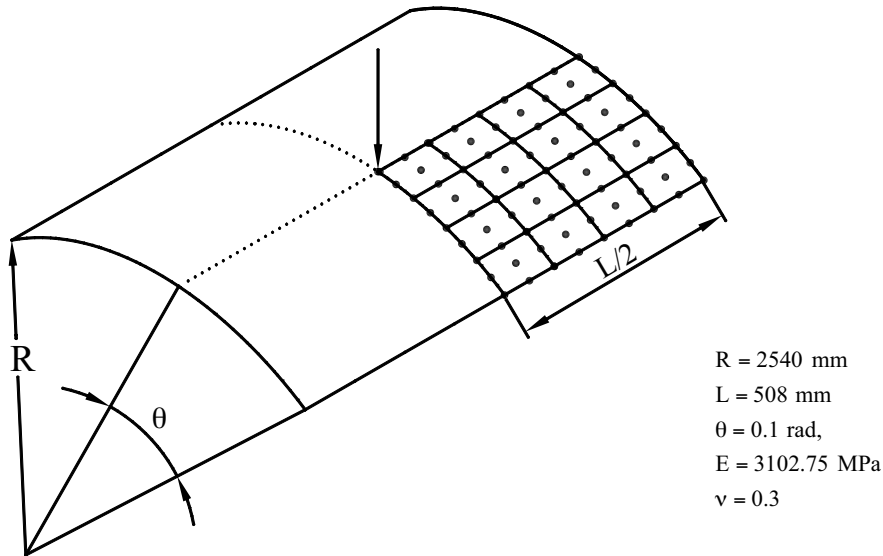
Bu bölümde incelenen sayısal örneklerin çözümleri, kabukların burkulma ötesi davranışını elde etmek için yazarlar tarafından MATLAB programlama dilinde geliştirilen bir bilgisayar yazılımı ile gerçekleştirilmiştir.

Tekil Yüke Maruz Silindirik Kabuk

Şekil 4’de malzeme ve geometrik özellikleri verilen silindirik kabuk, eğri kenarları serbest, düz kenarları ise sabit mafsallı olarak tasarlanmıştır. Orta noktasında tekil yüke maruz kabuğun burkulma

ötesi (post-buckling) analizi farklı kabuk kalınlıkları için yapılmıştır. Simetriden dolayı sadece kabuğun çeyrek kısmı dikkate alınmış ve çözümlerde 4x4 ağ yapısına sahip dokuz düğümlü dörtgen kabuk elemanlar kullanılmış ve bu elemanların rijitlik matrisi hesabında 2x2x2 indirgenmiş integrasyon (Q9R) işlemi uygulanmıştır. Yakınsama kriterinde tolerans değeri 10^{-4} olarak alınmıştır. Kabuk tepe noktası için elde edilen sonuçlar, ANSYS paket programının 10x10 ağ yapısına sahip SHELL63 elemanın çözümleri ile birlikte Şekil 5-7’de verilmiştir.

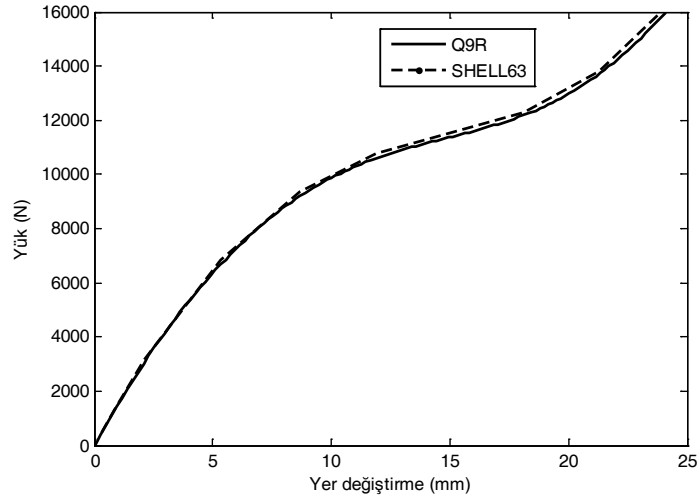
ANSYS ile problem çözümünde geometrik bakımdan lineer olmayan etkileri göz önüne almak için Nlgeom, Nsubst, Arclen ve Lnsrch komutlarından yararlanılmıştır. Nsubst için 30 ve Arclen için ise 4 başlangıç değerleri seçilmiştir. Her iki analiz sonuçlarının birbirine çok yakın olduğu görülmektedir.



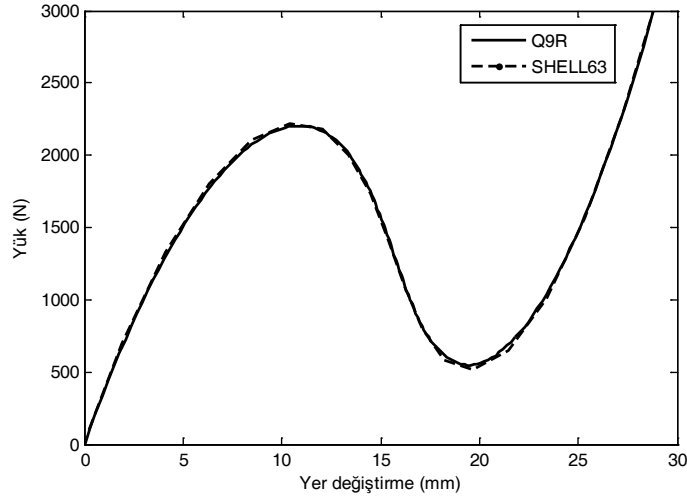
Şekil 4. Tekil yüke maruz silindirik kabuk

Kabuk kalınlığı $t=25.4$ mm alınarak elde edilen çözüm Şekil 5’de verilmiştir. Bu grafikte kabukta herhangi bir burkulma durumu görülmemektedir. Kabuk kalınlığı 12.7 mm alındığında denge eğrisinde

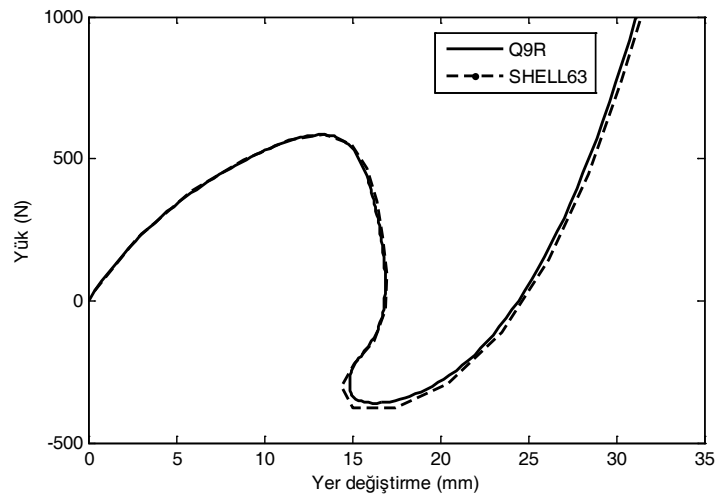
virgü burkulması (snap-through), kabuk kalınlığı 6.35 mm alındığında ise denge eğrisinde ilaveten geri virgü burkulması (snap-back) davranışı oluşmaktadır ve bu eğriler sırasıyla Şekil 6 ve Şekil 7’de verilmiştir.



şekil 5. $t=25.4$ mm ($R/t=100$) için tepe noktasının düşey yer değiştirmesi



şekil 6. $t=12.7$ mm ($R/t=200$) için tepe noktasının düşey yer değiştirmesi

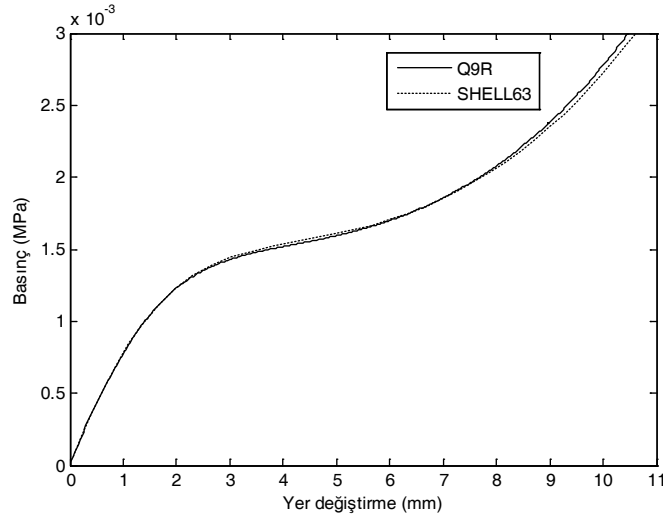


şekil 7. $t=6.35$ mm ($R/t=400$) için tepe noktasının düşey yer değiştirmesi

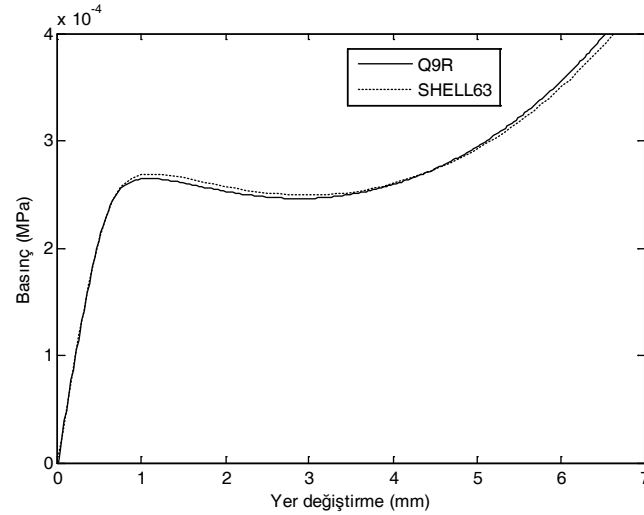
Dış Basınca Maruz Ankastre Mesnetli Silindirik Kabuk

Analiz için Şekil 4’de verilen kabuk kullanılmıştır. Fakat, kabuğun tüm kenarları ankastre mesnetli olarak seçilmiştir. Dış basınç etkisindeki kabuğun elastik ötesi analizi farklı kabuk kalınlıkları kullanılarak

incelenmiştir. $t=3.175$ mm için yapılan analizde kabuğun tepe noktasının denge eğrisinde herhangi bir vurgu burkulması davranışı görülmemektedir (Şekil 8). Kabuk kalınlığı $t=1.5875$ mm’ye düşürüldüğünde denge eğrisinde vurgu burkulması davranışı oluşmaktadır (Şekil 9).



Şekil 8. $t=3.175$ mm ($R/t=800$) için tepe noktasının yük-yer değiştirme eğrisi



Şekil 9. $t=1.5875$ mm ($R/t=1600$) için tepe noktasının yük-yer değiştirme eğrisi

SONUÇ

Bu çalışmada, 9-düğümlü izoparametrik kabuk eleman kullanılarak kabukların burkulma ötesi davranışı incelenmiştir. Problemin sonlu eleman formülasyonunda

toplam Lagrange yaklaşımı esas alınmakta ve malzeme lineer elastik kabul edilmektedir. Lineer olmayan denge denklemleri yay-boyu metodu ile çözülmektedir. Kabukların burkulma ötesi davranışını elde etmek için

değişik nümerik örnekler gerçekleştirilmiştir. Kabuk kalınlığının burkulma ötesi davranışta oldukça önemli etkiye sahip olduğu gözlenmiştir. Analizler, yazarlar tarafından MATLAB programlama dilinde geliştirilen bir bilgisayar yazılımı kullanılarak yapılmış ve elde

edilen sonuçlar ANSYS paket programının SHELL63 elemanı çözümleri ile karşılaştırılmıştır.

Her iki çözümün birbirine çok yakın olduğu görülmüştür.

KAYNAKLAR

- Bathe KJ, 1996. Finite Element Procedures. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, New Jersey.
- Crisfield MA, 1991. Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures. Volume I, John Wiley and Sons, New York.
- Felippa CA, Haugen B, 2005. A unified formulation of small strain co-rotational finite elements: I. Theory, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 194: 2285-2335.
- Feng YT, Peric D, Owen DRJ, 1996. A New Criterion for Determination of Initial Loading Parameter in Arc-Length Methods. Computers and Structures, 58: 479-485.
- McNeal RH, 1998. Perspective on Finite Elements for Shell Analysis. Finite Elements in Analysis and Design, 30:175-186.
- Nuhoğlu A, 2005. Noktasal İterativ Yaklaşım ile Kablolu ve Kafes Sistemlerin Geometrik Nonlineer Analizi. Teknik Dergi, 16(76): 3425-3443.
- Parente E, Vaz LE, 2003. On Evaluation of Shape Sensitivities of Non-Linear Critical Loads. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 56(6): 809-846.
- Polat C, 2006. Geometrik Bakımdan Lineer Olmayan Kabuk Yapıların Statik Ve Dinamik Davranışı. Doktora Tezi, Elazığ.
- Polat C, Calayır Y, 2007. Dikdörtgen Plakların Geometrik Bakımdan Lineer Olmayan Statik Analizi. F. Ü. Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi, 19 (3): 357-362.
- Polat C, Calayır Y, 2007. Lineer Olmayan Yapı Sistemlerinin Analizi İçin Yay-Boyu Metodu. F. Ü. Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi, 19 (4): 525-530.
- Polat C, Calayır Y, 2010. Nonlinear Static and Dynamic Analysis of Shells of Revolution. Mechanics Research Communications, 37(2): 205-209.
- Polat C, Ulucan ZÇ, 2007. Geometrically Non-linear Analysis of Axisymmetric Plates and Shells. F. Ü. International Journal of Science & Technology, 2 (1): 33-40.
- Reddy JN, 1997. Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis. 2nd edition, CRC Press, New York.
- Souza NEA, Feng YT, 1999. On the Determination of the Path Direction for Arc-Length Methods in the Presence of Bifurcations and `Snap-Backs`. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 179: 81-89.
- Zienkiewicz OC, Taylor RL, 2000. The finite element method: solid mechanics. Vol. 2, Butterworth-heinemann.