

## Matematik Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Muhtemel Öğrenci Hatalarına Yaklaşımları

Samad SHABANİFAR<sup>1</sup>

**ÖZET:** Öğretmenlerin matematik alan bilgi yeterlilikleri eğitim-öğretim sürecinin en etkili unsurlarından biridir. Hem pedagojik alan bilgisinin hem de matematik alan bilgisinin göstergelerinden biri ise muhtemel öğrenci hatalarını tespit edebilmedir. Bu çalışmada İran'ın Khoy Kenti'ndeki matematik öğretmenleri ve matematik öğretmen adaylarının soru çözümlerindeki hatalara yaklaşımları incelenmiştir. Bu amaca uygun olarak literatürden seri, türev ve integral kavramlarını içeren ve hatalı olarak çözülmüş üç adet soru katılımcılara yönetilmiştir. Bu sorulardaki hataların sebepleri matematiksel bilgi bağlamında açık uçlu sorularla istenmiştir. Çalışmada elde edilen verilere göre öğretmen ve öğretmen adayları, çözümlerde hata olduğunu belirlemişler fakat hataların sebeplerini matematik alan bilgisi bağlamında tam olarak açıklayamamışlardır. Çalışma bulguları ışığında, katılımcıların seri, türev ve integral bilgilerinin kavramsal boyutta yeterli düzeyde olmadığı söylenebilir.

**Anahtar kelimeler:** Matematik Alan Bilgisi, Pedagojik Alan Bilgisi, Hata Yaklaşımı, Matematik Öğretmeni, Matematik Öğretmen Adayı



## Mathematics Teacher and Student Teachers' Approaches To Students' Possible Errors

**ABSTRACT:** Knowledge qualification of mathematics teachers is one of the influential factors in learning process. The ability to diagnose the possible errors of students on the part of teachers and student teachers is taken as one of the criteria to gain insight into the teachers and student teachers pedagogic content knowledge and mathematics knowledge. In this research project, an analysis is made of approaches adopted by the Iranian mathematics teachers and student teachers in Khoy Vis-a-Vis the errors committed when solving the problems. To this end, from literature, three questions consisting of concepts of sequence, integral and derivative and their respective incorrect solutions were offered to the participants. Taking into account mathematics content knowledge, open questions as to the errors made were asked. The present results reflected that teachers and student teachers were able to diagnose the errors but unable to explain the reason. In the light of obtained results, it could be said that the participants' mathematics knowledge especially mathematics concept was not satisfactorily enough.

**Key words:** Mathematical Content Knowledge, Pedagogical Content Knowledge, Error Approach, Mathematics Teacher, Pre-service Mathematics Teachers

<sup>1</sup> Payamnur Üniversitesi Fen Fakültesi, Matematik Bölümü, Tahran, İran  
Sorumlu yazar/Corresponding Author: Samad SHABANİFAR, shabani.samad@yahoo.com

## GİRİŞ

İyi bir öğretilerde bulunması gereken nitelikler ve öğretmen bilgisini şekillendiren bileşenler farklı araştırmacılar tarafından çeşitli şekillerde ortaya konulmuştur (Shulman, 1986; Ball, 1990). Öğretmen eğitimi literatüründe pedagojik alan bilgisi (PAB) yeni bir boyutu olarak ilk defa Shulman (1986) tarafından ortaya konulmuştur. Shulman (1987), öğretmenlerin sahip olması gereken bilgiyi yedi alt başlık altında toplamıştır. Bunlar :

1. Alan bilgisi
2. Pedagojik alan bilgisi
3. Materyal ve programları içine alan müfredat bilgisi
4. Sınıf yönetimi ve organizasyonu bilgilerini içine alan pedagojik bilgisi
5. Öğrencilerin ve onların özelliklerinin bilgisi
6. Eğitim ortamı ve şartları bilgisi
7. Eğitim ile ilgili amaçlar hedefler, değerler ve bunların felsefi, tarihsel temelleri bilgisidir.

-Shulman(1987)de PAB'a dayanarak araştırmalar yapmış ve pedagojik alan bilgisini, konunun uzmanını bir eğitimciden ayıran bilgi olarak ifade ederek Shulman(1987) bir konuyu çok iyi bilmenin o konuyu iyi öğretebilme anlamına gelmeyeceğini vurgulamıştır. Bukova et al. (2010) PAB'ni öğretmenlerin gerekli temel bilgisi olarak ifade etmişlerdir.

PAB'nin temel bileşenlerinden biri öğrenci hatalarının farkında olma bileşenidir. Dolayısıyla iyi bir öğretmenin bu bileşeni temel olarak ders planında yaygın öğrenci hataları ve kavram yanlışlarını ve yine bunların oluşumları engelleyecek yaklaşımları sergilemelidir (Rowland et al., 2005). Yanlış; dikkatsizlik sonucu oluşan sistematik olmayan algı, kavram yanlışlığı; bir konuda uzmanların hemfikir oldukları görüşten uzak kalan algı ya da kavrayış, hata ise kavram yanlışlığının sistemli bir biçimde ürettiği algıdır (Zembat, 2008). Öğretmenlerin öğrencilerin kavram yanlışlarına dair bilgi sahibi olması gereği birçok araştırmacı (Ball, 1993; Kula ve Bukova, 2010; Shulman, 1986) tarafından vurgulanmıştır. Bu doğrultuda henüz yetiştirilme sürecinde olan öğretmen adaylarının, öğrencilerin olası kavram yanlışlarına dair bilgi sahibi olmalarının önemli olduğu düşünülmektedir(Konyalıoğlu ve ark.,

2010). Konyalıoğlu ve ark. (2010), matematiksel alan bilgisi çerçevesinde hata nedenlerinin farkında olan öğrencilerin, pedagojik bilgilerini daha iyi organize edebileceklerini ve öğretilme-öğrenme sürecini daha verimli hale getirebileceklerini belirtmişlerdir.

Öğretmenin matematik alan bilgisi ve öğrencilerin matematiği öğrenme yolları hakkında derin bilgi ve anlamaya sahip olması etkili bir öğretil için kritik öneme sahiptir(Ball, 1990, 1993; Brown and Bork, 1992; Konyalıoğlu ve ark., 2012; Leinhardt & Smith, 1985; Little, 1993; Maher, 1988; Post *et al*, 1991; Shifter and Simon, 1992; Shulman, 1987; Thompson, 1992). Yapılan hatayı görebilme iyi bir matematik alan bilgisi gerektirir. Matematiksel bir problemi doğru olarak çözen bir öğrenci aynı tür bir soruda sonuç doğru olmasına karşın hatalı bir çözümde hatayı tespit edebilmeli hatanın nedenini doğru olarak sorgulayabilmelidir. Eğer öğrenci bunu yapabiliyorsa ilgili kavramı anlamlı bir şekilde öğrenmiş demektir (Konyalıoğlu ve ark., 2010). Öğrenme, sadece doğru cevap vermekle değil aynı zamanda hata ve yanlış tespit etmekle de doğru orantıdır. Bir şeyin doğru olup olmadığını, varsa hata ve yanlışın ne olduğunu bulmakta bilmenin göstergelerindedir (Konyalıoğlu ve ark., 2010). Öğretmen ve öğretmen adayları, dikkatsizlik sonucu oluşabilecek, sistematik olmayan yanlışları ve yine sistematik olarak karşılaşılabilecek kavram yanlışları ve yanlışlar sonucu oluşabilecek sistematikleşen hataları iyi analiz edebilmelidirler.

Güçlü bir matematiksel düşünme becerisi gerektiren fonksiyonlarda limit, türev ve integral kavramları öğrencilerin öğrenmede zorlandıkları kavramlardır(Cornu,1991). Bu doğrultuda matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının, öğretilme sürecinde öğrencilerin bu konularda sahip olduğu matematik kavram bilgisi ve yaygın kavram yanlışlarının ne olduğu hakkında bilgi sahibi olmaları gereği (NCTM, 1989; 1991) konuyu çalışmaya değer hale getirmiştir.

Bu çalışmanın amacı, matematik öğretmen ve matematik öğretmen adayların, matematik sorularının çözüm sürecinde yapılan hataların nedenlerini matematiksel bilgi bağlamında açıklama becerilerini incelemektir. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır.

Öğretmen ve öğretmen adayları seri, türev ve integral konusunda;

1. Soru çözümlerinde yapılan hataları matematiksel bilgi bağlamında doğru olarak tespit edebilmekte midirler?

2. Hata nedenlerini matematiksel bilgi bağlamında doğru olarak açıklayabilmekte midirler?

3. Hata nedenlerini matematiksel bilgi bağlamında açıklarken kendileri de hata yapmaktadırlar?

Öğretmen eğitimi üzerinde gerçekleştirilen reform hareketlerinin beraberinde getirdiği yeni talepler arasında güvenilir ve geçerli bir ölçme değerlendirme yapılması yer almaktadır (Dönmez ve Baştürk, 2010; NCTM, 2000; Sherin, 2002). Bu doğrultuda, bu 3 soruya ek olarak, öğretmen ve öğretmen adaylarından bu hatalı çözülmüş soruları puanlandırmaları istenmiş ve “20 puan üzerinden her bir soru çözümüne kaç puan verirsiniz?” sorusu yöneltilmiştir. Bununla öğretmen ve öğretmen adayların değerlendirme süreçleri incelenmiştir. Dolayısıyla çalışmada PAB'nin bileşenlerinden ölçme-değerlendirme bileşenini de çok detaylı olmasa da ele almaktadır.

## YÖNTEM

Çalışmada var olan durum betimlenmeye çalışılmıştır. Bu nedenle nitel bir yaklaşımla çalışma sürdürülmüş ve veriler betimsel olarak analiz edilmiştir (Karasar, 1999).

### Çalışmanın Örnekleme ve Süreci

Çalışma örneklemini, İran'ın Khoy kentinin çeşitli liselerinde görev yapan 14 matematik öğretmeni ve öğretmen yetiştirme üniversitesinden gönüllülük esasına göre seçilen 6 öğretmen adayı oluşturmuştur. Örneklem seçerken seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır (Karasar, 1999). Çalışmaya katılan öğretmenlerin dördü 10-15 yıllık, ikisi 15-20 yıllık, dördü 20-25 yıllık ve dördü 25-30 yıllık mesleki tecrübeye sahiptir. Çalışma sürecinde, 3 öğretmen ve 4 öğretmen adayı anketleri yanıtlamışlardır. Dolayısıyla örneklem toplam 13 katılımcı ile gerçekleştirilmiştir.

### Veri toplama aracı

Soru çözümlerinin yorumlaması yazılı görüş alma formuyla toplanarak veriler elde edilmeye çalışılmıştır. Çalışmada kullanılan test soruları Durkaya et al. (2011) den alınmıştır. Çalışmada kullanılan testteki hatalı çözüm yapılmış üç sorudan her biri İran Milli Eğitim Bakanlığı Lise Matematik Ders kitabındaki kazanımlara uygundur. Birinci soru cebir öğrenme alanının dizi alt öğrenme alanına, ikincisi soru temel matematik öğrenme alanında türev alt öğrenme alanına ve üçüncü soruda yine temel matematik öğrenme alanının belirsiz integral alt öğrenme alanına ait kazanımlara paraleldir. Bu sorularda matematik öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının hatayı tespitleri matematik konu alan bilgileri açısından değerlendirilmiştir. Ayrıca öğretmenlerden ve öğretmen adaylarından soruların doğru çözümlerini de yapmaları istenmiştir.

Çalışmada veri toplama aracı olarak, hatalı çözülmüş 3 adet açık uçlu sorudan oluşan bir test kullanılmıştır. Ayrıca katılımcılarla yüz yüze görüşmeler yapılmıştır. Çalışmada öncelikle test öğretmen ve öğretmen adaylarına uygulanmış ve bu testteki sorulara bağlı olarak öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının derinlemesine fikirlerini almak için, hazırlanan testteki her bir soruya yönelik, aşağıdaki sorulardan oluşan bir yarı-yapılandırılmış mülakat yapılmıştır.

1. Çözüm doğru mu? Yanlış mı?
2. Eğer yanlış ise:
  - a. Hatası nedir?
  - b. Matematiksel bilgi açısından bu hatanın (ya da hataların) sebebini (ya da sebeplerini) değerlendirir misiniz?
  - c. Hatayı ortadan kaldırmak için ne yapmak gerekir?
  - d. Bu çözüme 20 üzerine kaç puan verirsiniz?
  - e. Doğru cevabı yöntemiyle açıklayınız.

### BULGULAR VE TARTIŞMA

Soru1:  $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots = ?$

Çözüm :  $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots = x$   
 $1 + 2(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots) = x$   
 $1 + 2x = x \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

Çalışmadaki birinci soru bir sonsuz geometrik dizinin toplamının bulunması ile ilgilidir. Bu sorunun çözümünde yapılan hata ve bunun sebebi ile ilgili öğretmen adayları ve öğretmen görüşleri mesleki tecrübelere göre aşağıdaki gibidir.

10-15 yıllık ve 15-20 yıllık mesleki tecrübeye sahip olan iki öğretmen bir sonsuz dizini sonlu olarak düşünülmesini hata görmüşler ve hatanın burada olduğunu belirtmişler.

1 tanesi 20-25 yıllık, 3 tanesi 10-15 yıllık mesleki tecrübeye sahip olan 4 öğretmen “bir geometri dizide  $|r| < 1$  olursa bu çözümün doğru olduğunu söylemiş ve sorudaki geometrik dizide  $|r| > 1$  olduğunu ve hatanın buradan kaynaklandığını belirtmişlerdir.

15-20 ve 25-30 yıllık mesleki tecrübeye sahip olan iki öğretmende sonucun sonsuz olması gerektiğini ifade edip ve  $x$  ifadesini kullanmakta yanlışlık görmüşler ve burada hatanın  $2\infty$  dan  $\infty$  u çıkarmak olduğunu belirtmişlerdir.

<p>(الف) چه خطایی مرتکب شده است؟  <math>1+2\infty = \infty</math>  <math>\infty - \infty = \infty</math></p> <p>(ب) دلیل خطا چه میتواند باشد؟  <math>\infty - \infty = \infty</math> صحیح است  <math>1+2+2^2+2^3+\dots</math> عدد صحیح است</p>
<p>Türkçe versiyon: çünkü bu çözümde <math>x</math> sayı olarak farz edilip ama <math>1+2+2^2+2^3..</math>          Sonucu bir sayı değildir.  <math>1+2\infty = \infty \rightarrow 2\infty - \infty = \infty</math> değildir ve <math>\infty - \infty</math> belirsiz bir durumdur</p>

20-25 yıllık bir öğretmen sonucun olması gerektiğini  $1+2(1+2+2^2+\dots=x$  ifadesinde paranteze  $x$  denilmeyeceğini, hatanın burada olduğunu belirtmiştir.

25-30 yıllık iki öğretmenden, biri hatayı basit bir hata görmüş ve sonucu  $-\frac{1}{2}$  olmadığını söylemiş ve doğrusunu -1 olarak yazmıştır. Diğer öğretmen “pozitif sayıların toplamı bir negatif sayı olamaz” açıklamasını yapmış ve çözümü doğru olarak ifade etmiştir. Öğretmen adayların biri, aynen 25-30 yıllık öğretmen gibi hatayı basit bir hata olarak görmüş, sonucu -1 yazmıştır. Öğretmen adaylarından ikincisi sadece sonucun sonsuz olduğunu söylemiş ve hatanın nedenini açıklayamamıştır.

Bu sorunun çözümünün değerlendirilmesinde 20 üzerine verilmiş puanlar öğretmen ve öğretmen adayları tarafından şu biçimdedir: Öğretmenlerden dördü 2.5, üçü 5, üçü 0, biri 15 vermişler ve öğretmen adaylarının biri 0, biride 10 vermişlerdir.

Elde edilen bulgulara dayanarak 3 öğretmen hata olduğunu ve hataların nedenlerini tamamen açıklamış, diğer öğretmenlerden ikisi hatanın bir basit hata olduğunu söylemiş ve nedenlerini açıklamamışlardır. Diğerleri ise hata olduğunu belirtmiş fakat hataların nedenlerini yanlış açıklamışlardır.

Soru2.  $y = f(x) = x^2$  fonksiyonun türevini bulunuz.

Çözüm:

$$y = f(x) = x^2 \rightarrow f(x) = x \cdot x \rightarrow f(x) = (x + x + x + \dots + x) \binom{2}{x}$$

$$\Rightarrow f'(x) = (x + x + x + \dots + x) \binom{2}{x}$$

$$\Rightarrow f(x) = (1 + 1 + 1 + \dots + 1) \binom{2}{x}$$

$$\Rightarrow f(x) = x \cdot 1 = x$$

$y = f(x) = x^2$  nin türevinin sorulduğu ikinci soruda öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının hataya yaklaşımları şu şekildedir.

İkinci soruda çeşitli tecrübeye sahip olan öğretmenlerin ve öğretmen adayları hepsi  $x$  tane yazılamayacağını söylemişler ve nedenini  $x$  bir değişken olduğundan dolayı  $x$  tane yazdığımız yanlıştır ve hatanın burada olduğunu belirtmişlerdir.

<p>(الف) چه خطایی مرتکب شده است؟  <math>x</math> عدد اعداد است و عدد فرضی ۵ در جای <math>x</math>  <math>x</math> عدد نیز صحیح می باشد.</p> <p>(ب) دلیل خطا چه میتواند باشد؟  <math>x</math> صحیح را نمی توان با عدد محدود کرد.</p>
<p>Türkçe versiyon: ikinci <math>x</math> sayı olarak yazılıp ancak ikinci <math>x</math>'de bir değişkendir ve değişkende bir değişme olamaz.</p>

10-15 yıllık iki öğretmen aynen diğer öğretmenler gibi hataya yaklaşmışlar, ancak türev açısından da bakıp ve bu fonksiyon tanım kümesi doğal sayılar olduğunda süreksiz olacağını ve bu durumda türev alınamaz söylemişler ve hatanı burada olduğunu belirtmişlerdir.

Bu sorunun çözümünü değerlendirilmesinde 20 üzerine verilmiş puanların, öğretmen ve öğretmen adayları tarafından şu şekildedir: Öğretmenlerden beşi 0, ikisi 2.5 ve dördü 5 vermişlerdir. Öğretmen adayları da 0 vermişlerdir.

Matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri cevapları alt problemlere bağlı olarak şu şekildeydi: Hepsi hata olduğunu tespit etmişler ve hatanın nedenine kısmen yaklaşmışlar ancak 2 kişi hataya türev yönünden de bakmışlar ve hatanın nedenlerini tamamen doğru açıklamışlar. Diğerleri de hatanın nedenlerini tamamen açıklamazlar da, hataya düştükleri görülmektedir.

Soru3.  $\int \tan x \, dx = ?$

Çözüm:

$$\int \tan x \, dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} \, dx \quad \text{Burada } \frac{1}{\cos x} = u \Rightarrow \tan x \cdot \sec x \, dx = du \quad \text{ve}$$

$$\sin x \, dx = dv \Rightarrow -\cos x = v$$

$$\int \tan x \, dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} \, dx = \frac{1}{\cos x} (-\cos x) - \int (-\cos x)(\tan x \cdot \sec x) \, dx$$

$$\int \tan x \, dx = (-1) + \int \tan x \, dx \Rightarrow 0 = -1$$

$\tan x$ 'in belirsiz integralini içeren üçüncü sorudaki hataya yönelik cevapları aşağıdaki gibidir.

10-15,20-25,25-30 yıllık üç öğretmen  $\frac{1}{\cos x}$  bir süreksiz fonksiyon, türevi yok ve o yüzden  $\frac{1}{\cos x} = u$  ve hatanın burada olduğunu düşündüklerini söylemişlerdir.

10-15 yıllık tecrübeye sahip olduğu üç öğretmenden, biri kısmi integrasyon metodunu doğru olduğunu düşünürken, değişkenlerde hata görmüş, ikincisi kısmi integrasyon ile çözmenin doğru olduğunu, ancak sonunda bir denklem olarak düşünmenin hata olduğunu belirtmiş, üçüncüsü ise integral sabitlerinin aynı olduğu varsayımından dolayı bu hatanın yapıldığını söyleyerek doğru çözüme ulaşmıştır.

15-20 yıllık bir öğretmende  $\tan x$  fonksiyonu  $x = \frac{k\pi}{2}$  noktasında süreksiz ve türevi olamaz söylemiş. Bu tecrübeye sahip diğer bir öğretmende kısmi integrasyon metodunun uygulanması yerine değişken değiştirme yönteminin kullanması gerektiğini söylemiştir.

1- آیا روش حل درست است؟ روش اشتباهی گریز از درست تشخیص داده است  
 2- اگر نادرست است:  
 الف) چه خطایی مرتکب شده است؟  
 ب) جواب صحیح را با راه حل بنویسید.

$$\int \tan x \, dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} \, dx \Rightarrow \begin{cases} \sin x \, dx = du \Rightarrow \sin x \, dx = -du \\ \cos x = u \end{cases}$$

$$= \int \frac{-du}{u} = -\ln u + c = -\ln \cos x + c$$

Türkçe versiyon: bu soru kısmi integrasyon ile değil, değişken değiştirme yöntemiyle çözülür

20-25 ve 25-30 yıllık iki öğretmende kısmi integrasyon metodunun gerekliklerin dikkate almayarak bu metodu kullandığını söylemişler ve hatanın burada olduğunu belirtmişler.

25-30 yıllık bir öğretmen ve öğretmen adayları bu soruya yanıt vermemişler. Bu sorunun çözümünün değerlendirilmesinde, öğretmen ve öğretmen adayları tarafından 20 üzerinden verilmiş puanlar şu şekildedir: Sekiz öğretmen 5 puan, ikisi 15 puan, öğretmenlerden biri ve öğretmen adayları değerlendirme yapmamışlardır.

Matematik öğretmen ve öğretmen adayların verdikleri cevaplar ışığında alt problemlere bağlı olarak, öğretmenler ve öğretmen adayları hata olduğunu belirtmişler fakat bir öğretmen hariç diğer hepsi hatanın nedenini matematik bilgi bağlamından açıklayamamışlardır. Ve yine hatanın nedenini açıklarken kendilerinin de farklı hatalar yaptıkları görülmüştür.

## SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Çalışmada sorulan sorular her ne kadar işlem üzerine kurulsun da, doğru işlem yapma ve doğru sonuç bulma nihayetinde kavramsal bilgiye dayanmaktadır. Muhtemel öğrenci hataların farkında olmak gerek işlemsel gerekse kavramsal bilginin daha doğru şekillenmesini sağlayabilir.

Bu çalışma bulgularına göre, hata tespitinin öğretmenin matematik alan bilgisini şekillendirmede önemli bir yere sahip olduğu düşünülmektedir. Bu ise literatürle uyumludur (Ball, 1990, 1993; Konyalıoğlu ve ark., 2010; 2012). Doğru ve yanlış çözümlerini içeren bu çalışmadaki sorular ve ya benzerleri kullanılarak öğretmenlerin PAB bileşenlerinden ölçme ve değerlendirme bilgilerini tespiti üzerine yeni bir çalışma yapılabilir. Yine bu ve benzeri sorular kullanılarak öğretmenlerin konu alan bilgileri, PAB'nin bileşenlerinden hataların farkında olma, çoklu temsil ve ölçme değerlendirme bağlamında bir bütün olarak ve ya tek tek ya da birkaçı ele alınarak değerlendirilebilir.

## KAYNAKLAR

- Ball, D., 1990. The Mathematical Understandings that Prospective Teachers Bring to Teacher Education. *Elementary School Journal*, 90(4): 449-466.
- Ball, D., 1993. With an Eye on the Mathematical Horizon: Dilemmas of Teaching Elementary School Mathematics. *Elementary School Journal*. 93: 373-397.
- Brown, C., Borko, H., 1992. Becoming a mathematics teacher. In D. Grouws (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Te-*

- aching and Learning. pp.209-239, New York: MacMillan.
- Bukova, E., Kula, S., Uğrel, I., Özgür, Z. 2010. Sufficiency of undergraduate education in developing mathematical pedagogical content knowledge: student teachers' views. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2, 2222-2226.
- Cornu, B., 1991. Limits. In D.Tall(eds) *Advanced Mathematics Thinking*. Kluwer Academic Publ. Dordrecht, Netherlands.
- Dönmez, G., Baştürk, S. 2010. Matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerinin ölçme ve değerlendirme bilgisi bileşeni bağlamında incelenmesi. *9. Matematik Sempozyumu Sergi ve Şenlikleri*. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon. 20-22 Ekim 2010.
- Durkaya, M., Aksu, Z., Öçal, M.F., Şenel, E.Ö., Konyalıoğlu, A.C., Hızarcı, S., Kaplan, A. 2011. Secondary school mathematics' approaches to students' passible mistakes. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 15: 2569-2573.
- Karasar, N. (1999). *Bilimsel Araştırma Yöntemi*. 9. Basım. Nobel Yayın Dağıtım. Ankara.
- Konyalıoğlu, A.C., Aksu, Z., Şenel, E.Ö., Tortumlu, N. 2010. Matematik öğretmen adaylarının matematik soru çözümlerinde yapılan hatanın nedenlerini sorgulama becerilerini incelenmesi. *Uluslararası Öğretmen Yetiştirme Politikaları ve Soruları Sempozyumu*. 11 Hacettepe Üniversitesi. Mayıs 2010, Ankara.
- Konyalıoğlu, A.C., Özkaya, M., Gedik, S.D., 2012. Investigation of Pre-Service Mathematics Teachers' Subject-Matter Knowledge in terms of Their Approaches to Errors. *Journal of The Institute of Science and Technology*, 2(2-SpA):27-32.
- Kula, S., Bukova, G., 2010. Matematik öğretmen adayların kavram yanlışları bilgisinin incelenmesi: limit örneği. *9. Matematik Sempozyumu Sergi ve Şenlikleri*. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon. 20-22 Ekim 2010.
- Leinhardt, G. and Smith, D. 1985. Expertise in Mathematics Instructions: Subject Matter Knowledge. *Journal of Educational Psychology*, 77: 247-271.
- Little, J., 1993. Teachers' Professional Development in a Climate of Educational Reform. *Educational Evaluation and Policy Analysis*. 15: 129-151.
- Maher, C., 1988. The Teacher as Designer, Implementer, and Evaluator of Children's Mathematical Learning Environments. *Journal of Mathematical Behavior*. 6: 295-303.
- National Council of Teachers of Mathematics. 1989. *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, V.A: Author. NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. 1991. *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, V.A: Author. NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Post, T., Harel, G., Behr, M., Lesh, R. 1991. Intermediate Teachers' Knowledge of Rational Number Concepts. In E. Fennema, T. Carpenter and S. Lamon (eds.) *Integrating Research on Teaching and Learning Mathematics*. Albany (NY): SUNY Press.
- Rowland, T., Huckstep, P., Thwaites, A. 2005. Elementary teachers' mathematics subject knowledge: the knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3): 255-281.
- Shulman, L.S., 1986. Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educ Resr*; 15:4-14
- Shulman, L.S., 1987. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educ Rev*, 57:1-22
- Sherin, M.G., 2002. When Teaching Becomes Learning". *Cognition and Instruction*. 20(2): 119-150.
- Thompson, P., 1992. Notations, Conventions, and Constraints: Contributions to Effective Uses of Concrete Materials in Elementary Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*. 23(2): 123-14
- Zembat, İ.Ö., 2008. Kavram yanlışları nedir? M.F.Özmentar, E. Bingölbali & H. Akkoç (Eds.) *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri*. s.3. Pegem Akademi. Ankara