

Ortaokul Öğrencilerinin Aritmetiksel İfadelere Yönelik Problem Kurma Becerilerinin İşlem Önceliği Bağlamında İncelenmesi *

Mehmet Fatih Öçal^a, Ali Sabri İpek^b, Ercan Özdemir^c ve Tuğrul Kar^d

^aAğrı İbrahim Çeçen Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Ağrı/Türkiye (ORCID: 0000-0003-0428-6176); ^bRecep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Rize/Türkiye (ORCID: 0000-0001-8712-1670); ^cRecep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Rize/Türkiye (ORCID: 0000-0003-4797-9327); ^dRecep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Rize/Türkiye (ORCID: 0000-0001-8336-1327)

Makale Geçmişi: Geliş tarihi: 7 Ağustos 2017; Yayına kabul tarihi: 8 Şubat 2018; Çevrimiçi yayın tarihi: 28 Şubat 2018

Öz: Bu çalışmada, ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin aritmetiksel ifadelere yönelik problem kurma becerilerinin incelenmesi ve bu bağlamda düşük başarıya neden olabilecek etkenlerden biri olarak işlem önceliği kuralının rolünün belirlenmesi hedeflenmiştir. Araştırma, Doğu Karadeniz bölgesindeki bir ilde öğrenim gören 96 ortaokul altıncı sınıf öğrencisiyle yürütülmüştür. Öğrencilerden doğal sayılarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinden ikisini içeren aritmetiksel ifadelere yönelik günlük yaşam durumlarıyla ilişkili hikayeler oluşturmaları istenmiştir. Oluşturulan hikayeler; günlük yaşam durumlarıyla ilişkilendirme, işlemlerin/sayıların ifade edilmesi ve işlem önceliği dikkate alınarak analiz edilmiştir. Elde edilen bulgulara göre, bütün maddeler için işlem önceliği kuralının ihmal edilmesinden kaynaklı hatalı cevapların oranlarının %11'in altında olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin yaşadıkları güçlüklerin aritmetiksel ifadelerdeki sayı ve işlemleri günlük yaşam içerisinde sözel olarak ifade etmede daha fazla yoğunlaştığı belirlenmiştir. Aritmetiksel ifadelerdeki işlem ve sayıların ifade edilemediği cevapların oransal olarak yüksek olması, işlem önceliği kuralının problem kurma bağlamında değerlendirilmesinin etkili bir yaklaşım olmadığını ortaya koymuştur.

Anahtar Kelimeler: Problem kurma, işlem önceliği, aritmetiksel işlemler

DOI: 10.16949/turkbilmat.333037

Abstract: In this study, the aim is two folds; investigating sixth grade elementary school students' problem posing abilities for arithmetic expression and, in this context, determining the role of order of operations rules, one of the factors that may result in low achievement among students. The study is conducted to 96 sixth grade enrolled in a public elementary school located in a city at East Black Sea Region. Students were expected to create stories related to daily life situations for arithmetic expressions involving any two of addition, subtraction, multiplication, and division of natural numbers. The stories created were analyzed according to the criteria of being associated with daily life, whether the operations/numbers were expressed in them and order of operations. The findings gathered revealed that the percentages of incorrect answers reasoning from ignoring the order of operations were less than 11% for all items. It was determined that the difficulties experienced by students were more commonly observed in the attempts to express the numbers and operations found in the arithmetic operations verbally in daily life context. Considering the high percentage of students' responses which stories they created did not signify the numbers and operations found in the arithmetic expressions, it was not an effective approach to evaluate the process of order of operations in the context of problem posing.

Keywords: Problem posing, order of operations, arithmetic operations

[See Extended Abstract](#)

Sorumlu yazar: Tuğrul Kar  e-posta: kartugrul@gmail.com

* Bu çalışma 3. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu'nda sunulan bildirinin genişletilmiş halidir.

Kaynak Gösterme: Öçal, M. F., İpek, A. S., Özdemir, E. ve Kar, T. (2018). Ortaokul öğrencilerinin aritmetiksel ifadelere yönelik problem kurma becerilerinin işlem önceliği bağlamında incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(2), 170-191.

1. Giriş

Matematiksel ifadeler belli kurallar takip edilerek oluşturulur. Bu kurallardan biri de işlem önceliğidir. Birden fazla işlemi içinde barındıran matematiksel hesaplamaların gerçekleştirilmesi için gerekli kurallar işlem önceliği olarak bilinmektedir. Hem aritmetik hem de cebirle ilgili hesaplamalarda sıklıkla karşılaşılan işlem önceliğinde, parantezli ifadelerden başlanılarak üslü ifadeler, çarpma/bölme ve toplama/çıkarma şeklinde bir sıra takip edilir. Örnek olarak, $5 + 3 \times 4$ ifadesinde çarpma işlemi toplama işleminden önce yapılır ve cevap 17 olarak bulunur. Bununla birlikte hem çarpma hem de bölme işlemlerinin yer aldığı bir ifadede işlem önceliği sol taraftaki işlemidir. Örneğin $6 \div 3 \times 2$ ifadesinde öncelikle soldaki bölme işlemi yapılır ve bu ifadenin sonucu 4 olarak bulunur. Bu kurallar çerçevesinde işlem sırasını; parantez içi, üslü ifadeler, çarpma/bölme ve toplama/çıkarma şeklinde sıralamak mümkündür.

Öğretim programlarında aritmetikten cebire geçiş sürecine denk gelen ve genellikle beş veya altıncı sınıflarda yer verilen işlem önceliği, öğrencilere çoğunlukla anlamsız gelen bir takım kurallar yardımıyla sunulmaktadır. Blando, Kelly, Schneider ve Sleeman (1989) işlem önceliğiyle ilgili hataların, ortaokul öğrencilerinde karşılaşılan en yaygın aritmetiksel hatalar arasında olduğunu bildirmektedirler. İşlem önceliğine yönelik bilgi aritmetiksel işlem becerisini geliştirme yanında cebir öğrenimine de katkıda bulunmaktadır (Boulton-Lewis, Cooper, Pillay & Wilss, 1998; Linchevski & Livneh, 1999; Vanderbeek, 2007). Linchevski ve Livneh (1999) cebirsel ifadelerde işlem sırasına yönelik yaşanan hataların benzer yapıdaki aritmetiksel işlemlerde de görüldüğünü tespit etmişlerdir.

İşlem önceliğine yönelik bilgi, öğretim programlarının da geliştirmeyi hedeflediği önemli becerilerden birisidir. İşlem önceliği kuralının öğretiminde bellek destekleyici ipuçlarının kullanımı, araştırma sonuçlarıyla (Öksüz, 2009; Uça, 2010) desteklenmekle beraber programların vizyonunu temel alan ders kitaplarında da (Doğan ve Karakaya, 2016) kullanılan bir yaklaşımdır. İşlem önceliği kurallarının oluşturulmasında bellek destekleyici ipuçları yanında kavramsal anlamayı temel alan öğrenme yaklaşımlarının benimsenmesi de vurgulanmaktadır. Örneğin, Matematikte Ortak Temel Devlet Standartları adlı dokümanda (Common Core State Standards Initiative [CCSSI], 2014), sözel problemlerin çözümünde aritmetiksel işlemlerin yan yana birlikte yazılması ve problemin hikayesiyle işlem önceliğinin tartışılması önerilmektedir. Bu bağlamda parantezli ifadelerin kullanılmadığı yan yana işlemlerde işlem sırasının nasıl özelleştirileceğinin tartışılmasını istemiştir. Benzer şekilde Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2009) işlemlere hikaye yazma etkinliklerinin işlem önceliğinin anlaşılmasında öğrenciler için önemli bir araç olduğunu vurgulamışlardır.

Türkiye'deki matematik öğretim programlarında problem kurma, problem çözmenin beşinci adımı olarak ele alınmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013). Problem kurmanın önemini ortaya koyan önemli durumlardan birisi ise değerlendirme aracı olarak görülmesidir (Işık, 2011; Kılıç, 2013; Ticha & Hospesova, 2009). Araştırmacılar öğrencilerin/öğretmenlerin matematiksel bilgisinin sorgulanmasında, hata ve kavram yanlışlarının tespit edilmesinde problem kurmanın önemli sonuçlar sunduğunu

belirtmişlerdir. Dolayısıyla, öğrencilerin aritmetiksel işlemlere yönelik kuracakları problemler, günlük yaşam içerisinde işlem önceliğini nasıl algıladıkları hakkında önemli ipuçları sunabilecektir. Bu bağlamda araştırmada, ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin aritmetiksel ifadelerle yönelik problem kurma başarılarına, işlem önceliği kuralından kaynaklı hataların etkisinin belirlenmesi hedeflenmiştir.

1.1. Araştırmanın Teorik Çerçevesi

İşlem önceliği ve işlem önceliğine yönelik öğrenci hataları

İşlem önceliğine ait kurallar tarihte farklı araştırmacıların katkılarıyla son halini almıştır (Vanderbeek, 2007). Bu kuralların oluşturulmasına tarihsel süreci içerisinde katkı sağlayan farklı durumlar söz konusudur. Bunlardan ikisi kitap endüstrisi ve teknolojik gelişmelerdir (Peterson, 2000; Vanderbeek, 2007). Peterson (2000) işlem önceliği ve bunlara ait benzetimlerin 1800'lü yılların sonu itibarıyla biçimlendirildiğini ve kitap endüstrisinin gelişimine paralel olduğunu belirtmiştir. Araştırmacı ayrıca bilgisayarların, programlama dilinden dolayı işlem önceliğini daha önce olmadığı kadar etkilediğini vurgulamıştır. Çünkü $x/y.z$ ifadeleri belirsizlikler doğurmakta ve bu tür durumlar programlama dilinde standartlaşmayı gerektirmektedir.

İşlem önceliği kuralına yönelik bilgi aritmetiksel işlem becerisini geliştirme yanında cebir öğrenimine de katkıda bulunmaktadır (Boulton-Lewis ve ark., 1998; Linchevski & Livneh, 1999; Vanderbeek, 2007). Boulton-Lewis ve arkadaşları (1998) cebirin öğrencilerin aritmetiksel işlemler, semboller ve kurallara yönelik bilgisi üzerine inşa edildiğini, dolayısıyla cebir öğrenimi için işlem önceliği kurallarına yönelik kavramsal anlayış geliştirilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Linchevski ve Livneh (1999) ise cebirsel ifadelerde işlem önceliğine yönelik görülen hataların benzer yapıdaki aritmetiksel işlemlerde de görüldüğünü tespit etmişlerdir. Her ne kadar işlem önceliği, işlemsel bilginin bir konusu gibi görünse de kavramsal düzeyde bu kuralların mantıksal gerekçeleri bulunmaktadır (Merlin, 2008).

Öğrenciler ilkokulun ilk yıllarında aritmetiksel işlemler konusunda genellikle tek adımlı işlemlerle sınırlandırılmaktadır. İlerleyen kademelerde toplama ve çıkarmanın yanı sıra çarpma ve bölmeyi de içerecek şekilde işlemler gerçekleştirilmekte ve parantez kullanımı sürece dahil edilmektedir. İlerleyen yıllarda öğrenciler işlemlerin ikili işlem olduğunu, yani birden fazla işlemin söz konusu olduğu aritmetiksel işlemlerde her defasında sadece iki sayının işleme sokularak sonuç bulunduğunu idrak etmeye başlarlar. Dolayısıyla matematiksel işlem önceliğinin doğru şekilde kullanılması, matematiksel becerinin gelişiminde önem arz etmektedir. Ortaokul Matematik Dersi 5-8. Sınıflar Öğretim Programı'nda (MEB, 2013) işlem önceliği kuralı altıncı sınıf düzeyinde yer almaktadır. Programda Sayılar ve İşlemler öğrenme alanı içerisinde birden fazla alt öğrenme alanında işlem önceliğine yönelik kazanımlar yer almaktadır. Programda bu duruma yönelik "6. sınıfta bu kazanımların devamı olarak doğal sayılarda işlem önceliğine önem veren kazanımlar yer almaktadır." şeklinde açıklamalar yapılmıştır.

Bunun yanında yine programda doğal sayılarla işlemler bölümünde ise “İşlem önceliğini dikkate alarak doğal sayılarla dört işlem yapar” şeklinde bir kazanıma yer verilmiştir.

İşlem önceliğine yönelik yurt içinde yapılan araştırmaların bellek destekleyici ipuçlarının işlem önceliğinin öğrenimine etkisi üzerinde yoğunlaştığı (Öksüz, 2009; Uça, 2010), yurt dışındaki araştırmalarda (Carlo & Ioannis, 2011; Gunnarsson, Sönnnerhed & Hernell, 2016) ise işlem önceliği kuralına yönelik öğrencilerin mevcut hatalarının tespit edilmesi ve giderilmesinin ön plana çıkarıldığı belirlenmiştir. Örneğin Gunnarsson ve arkadaşları (2016) parantez kullanımının işlem önceliği kuralının öğretimindeki etkisini inceledikleri çalışmalarında, $a \pm (b \times c)$ şeklindeki matematiksel yapılar üzerinden parantez kullanımını gerektiren deneysel bir öğrenme ortamı tasarlamışlardır. Araştırmanın bulgularına göre parantez kullanımının işlem önceliği kuralının öğreniminde öğrenci performansını geliştirmede etkili olmadığı belirlenmiştir. Aritmetiksel işlemlere yönelik öğrenci hatalarının işlem önceliği kuralının ihmal edilmesi yanında farklı nedenlerden de kaynaklandığı tespit edilmiştir. Yapılan literatür taraması sonucunda (Blando ve ark., 1989; Boulton-Lewis ve ark., 1998; Landy & Goldstone, 2007; Liebenberg, Linchevski, Olivier & Sasman, 1998; Linchevski & Livneh, 1999; Pappanastos, Hall & Honan, 2002; Vanderbeek, 2007; Wu, 2007) öğrencilerin aritmetiksel işlemlerin bir veya birkaçını içeren ifadelerin çözümünde sergiledikleri hatalar genel olarak üç başlık altında sınıflandırılabilir (Şekil 1).



Şekil 1. Aritmetiksel işlemlerin çözümündeki hataların nedenlerine ait sınıflandırma

Aritmetiksel ifadelere yönelik yapılan hatalardan biri olarak işlem önceliği kuralını dikkate almama kategorisinde işlem sırası kuralları dikkate alınmadan işlemlerin yapılması sonucunda aritmetiksel veya cebirsel işlemler için farklı sonuçlar bulunmaktadır. Blando ve arkadaşları (1989) yedinci sınıf öğrencilerin aritmetiksel işlemlerdeki hatalarını araştırmışlardır. Araştırmacılar hataların önemli bir kısmının işlem önceliği kuralının ihlal edilmesine dayandığını belirlemişlerdir. İşlem önceliği kuralını ihmal etme hatasının en fazla $a + b \times c$ türündeki ifadelerde görüldüğünü vurgulamışlardır. Bu türdeki hataların %89'unda ifade $(a + b) \times c$ şeklinde düşünülerek işlem yapılmıştır. Linchevski ve Livneh (1999) ise cebirsel ifadelerdeki hatalarla benzer yapıdaki aritmetiksel işlemlerdeki hataların yapısal benzerliğini araştırmıştır. Araştırmacılar, $6 + 9 \times n = 60$ cebirsel ifadesini altıncı ve yedinci sınıf öğrencilerinin %29'unun $15 \times n = 60$ şeklinde düşündüklerini belirlemişlerdir. $5 + 6 \times 10$ aritmetiksel işlemde ise öğrencilerin %62'sinin toplama işlemine öncelik verdiklerini belirlemişlerdir. Buna karşın $17 - 3 \times 5$ tipindeki işlemde ise öğrencilerin %53'ünün öncelikle çarpma işlemi tercih ettiklerini belirlemişlerdir. Araştırmacılar öğrencilerin zihinsel olarak “-“ işaretiyle ifadeyi ayırma yoluna gitmeleri çarpmanın öncelikle tercih edilmesinin en önemli nedeni olduğunu vurgulamışlardır.

Literatür taraması neticesinde çalışmalarda işlem önceliği bağlamında görülen hataların kaynaklarına yönelik ise Şekil 1'de ifade edilen dört durum tespit edilmiştir. Birinci alt kategoride öğrenciler, sembollerin yazımı aşamasında bırakılan boşluklar ile işlem önceliği arasında bağlantılar kurmaktadır. Landy ve Goldstone (2007) fiziksel boşluğun basit aritmetiksel işlemlerin çözümünde üniversite öğrencilerinin başarıları üzerindeki etkisini araştırmıştır. Araştırmacılar boşluk ve işlem önceliğinin doğru cevap oluşturmayı etkilediğini tespit etmişlerdir. Örneğin $3 + 2 \times 4$ işleminde aradaki boşlukların daha az olması nedeniyle çarpma daha önce yapılmaktadır. Benzer şekilde Papadopoulos (2015) sayı çözümlerinde toplama ve çarpma sembollerinin kullanımında sayılara yakınlıklarının işlem önceliğinde öğrencileri yanlış algılamaya sevk ettiğini tespit etmiştir. Araştırmacı bu bağlamda 543 sayısının basamak çözümlemesinde, $5 \times 100 + 4 \times 10 + 3 \times 1$ şeklinde yazılmasının işlem sırasının kazandırılmasında sorun oluşturmaktadır. Bunun yerine işlemler arasında $5 \times 100 + 4 \times 10 + 3 \times 1$ şeklinde boşluk bırakılmasını önermiştir.

İkinci kategori olan soldan sağa doğru okumaya paralel olarak işlemi yapma kategorisinde ise birden fazla aritmetiksel işlem içeren ifadelerde hikayenin akışına göre işlem sırasını takip etme söz konusudur. Papadopoulos (2015) ilkokullarda aritmetiksel işlemlere yönelik hikayeler oluşturulduğunu ve bu hikayelerde “5, 2 daha eder 7. Sonra sonucun üç katı eder 21” şeklinde ifadeler yer verildiğini vurgulamıştır. Bu tür yaklaşımlar ilerleyen yıllarda $5 + 2 \times 3 + 10 - 5 = ?$ şeklindeki işlemlerde işlem önceliği kuralını dikkate almadan soldan sağa doğru işlemlerin gerçekleştirilmesine neden olduğunu ifade etmiştir.

Üçüncü alt başlık olan sayıların büyüklüğüne göre işleme karar verme hata kategorisinde, öğrenciler çözüm sürecinde önceliği hesaplanması kolay olan işlemlere

vermektedirler. Aritmetiksel işlemlerin doğru çözümü sayıların büyüklüklerinden etkilenmektedir. Dolayısıyla sayıların büyüklüklerine göre çözümler doğru veya yanlış cevaba ulaştırabilmektedir. Linchevski ve Livneh (1996) deneyimsiz öğrencilerin işlemlerin özelliklerini dikkate almak yerine, bu işlemlerin içerisinde yer alan sayıların yapısına bağlı olarak aritmetiksel işlemler gerçekleştirdiklerini vurgulamışlardır. Araştırmacılar bir ifadenin yorumlanmasının, içerisindeki işlemin yeri ve bir araya gelen sayıların durumundan etkilendiğini ifade etmişlerdir. Örneğin $217 - 17 + 69$ ifadesindeki sayıların yapısı soldan sağa doğru işlemi gerçekleştirmeye yol açmaktadır. Buna karşın $267 - 30 + 30$ ifadesi ise öğrencileri $267 - (30 + 30)$ şeklinde düşündürmeye yönlendirebilmektedir. Liebenberg ve arkadaşları (1998) sayı büyüklüğüne göre işleme karar verme kategorisi için üç tür aritmetiksel yapı önermişlerdir. Birinci yapıda öğrenciler $57 + 2 \times 5$ işleminde 2×5 işlemine yer vermekte ve doğru sonuca ulaşmaktadırlar. Buna karşın çarpma işlemine yer verilmesi işlem önceliğine yönelik kavramsal anlayış yerine sadece bu işlemin kolay olmasından kaynaklanmaktadır. İkinci yapıda ise, yine kolay olan $13 + 7 \times 15$ şeklindeki aritmetiksel ifadelerde $13 + 7$ işlemine öncelik verilmekte ve bu sefer bu durum hataya neden olmaktadır. Üçüncü tür yapıda ise sayı büyüklüklerinden kaynaklı hataların oluşmaması için çözümü aynı derecede kolay olan $20 + 5 \times 3$ şeklindeki sayılarla işlemler tercih edilmektedir.

Dördüncü alt başlık olan bellek destekleyici ipuçlarından kaynaklı genellemeler hata kategorisinde, öğretim sürecinde kullanılan bellek destekleyicilerin kullanılış sırası öğrencilerin tercih edecekleri işlem sırasını etkilemektedir. İşlem önceliği kurallarından bahseden çalışmalar incelendiğinde öğretime yönelik farklı teknikler sunulmaktadır. Bunlardan biri ve yaygın olarak kullanılanı bellek destekleyici benzetimlerdir (Gunnarsson ve ark., 2016; Lee & Messner, 2000). Örneğin İngilizcede PEMDAS (parantez, üslü ifade, çarpma ve bölme, toplama ve çıkarma), BEDMAS (köşeli parantez, üslü ifade, çarpma ve bölme, toplama ve çıkarma) gibi kısaltmalar kullanılır. Linchevski ve Livneh (1999) bu benzetimlerde “çarpma ve bölme” ifadesinde sol tarafta çarpma ifadesi bulunduğu için öğrenciler çarpma ve bölmenin yan yana bulunduğu işlemlerde çarpmayı tercih ettiklerini belirtmişlerdir. Örneğin $24 \div 3 \times 2$ işleminde öğrencilerin %38’i çarpma işlemini önce yapmışlardır. Öğrenciler bu tercihlerinin nedeni olarak açıklamalarında benzetimlerdeki bu durumu vurgulamışlardır.

Şekil 1’e göre aritmetiksel işlemlerdeki hataların diğer iki nedeni ise işlenen sayıların ya da işlemlerin değiştirilmesidir. Bu tür durumlarda işleme sokulan sayılar ya da işlemciyi değiştirme söz konusudur. Örneğin Landy ve Goldstone (2007) $2 \times 3 \times 3$ ifadesi için $3 \times 3 \times 3$ işleminin yapılması ve 18 yerine 27 cevabının bulunmasını sayıların değiştirilmesi hata kategorisi için, $3 + 2 \times 3$ işleminde toplama yerine de $3 \times 2 \times 3$ şeklindeki çarpma işleminin yapılması yoluyla 18 cevabının verilmesi örneğini ise işlemi değiştirme kategorisi için örnek olarak sunmuştur. Benzer şekilde Blando ve arkadaşları (1989) öğrencilerin 6×2 işleminde çarpma yerine bölme yaparak 3 cevabını vererek bu tür bir hata sergilediklerini ifade etmişlerdir.

Problem Kurma ve problem kurma etkinliklerinin sınıflandırılması

Problem türlerine yönelik sınıflamalarda açık-uçlu problemler kategorisinde (Pehkonen, 1995) değerlendirilen ve bilişsel yönden zorlayıcı aktiviteler arasında gösterilen (Cai & Jiang, 2017) problem kurma için, literatürde problem üretme, problem oluşturma ve problem bulma şeklinde farklı isimler de bulunmaktadır. Problem kurma için literatürde farklı isimlendirmeler bulunmakla birlikte yaygın şekilde problem kurma, yeni problemler üretme veya mevcut bir problemi yeniden biçimlendirmek (Leung, 1993; Silver, 1994) şeklinde tanımlanmaktadır. Bu tanım birçok program materyallerinde benimsenmektedir. Örneğin Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM, 2000) öğrencilerin problem çözme, muhakeme ve düşünme becerilerine güçlü bir şekilde vurgu yapmanın yanında “kurulu problemler genellikle öğrencilerden gelir ve öğretmenler öğrencilerin dünyasına ait bu tarz problemleri sunarak bu eğilimi geliştirebilirler” (s. 52) şeklindeki açıklamalarla problem kurmanın önemini de vurgulamaktadır. Cai ve Jiang (2017) Çin öğretim programlarının 9 yıllık mecburi eğitim sürecinde öğrencilerden bilgi ve anlayışlarını problem çözümlerine nasıl aktaracakları yanında nasıl problem kuracaklarını öğrenmelerini de desteklediğini ifade etmişlerdir. Benzer şekilde Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı’nda (MEB, 2013) problem çözme basamaklarının beşinci adımı olarak “çözümü genelleme ve benzer/özgün problem kurma süreçleri gözetilmelidir” (s. iv) şeklindeki ifadelerle yer verilerek problem kurma teşvik edilmektedir.

Problem kurma etkinliklerinin sınıflandırılmasına dikkate alınan kriterlere göre farklı teorik çerçeveler sunulmaktadır (Christou, Mousoulides, Pittalis, Pantazi-Pitta & Sriraman, 2005; Silver, 1995; Stoyanova & Ellerton, 1996). Problem kurmanın problem çözme ile güçlü ilişkisinin olduğu varsayımından hareketle Silver (1995) problem kurmanın, problem çözme öncesi, problem çözme sürecinde ve problem çözümünden sonra gerçekleşebileceğini belirtmiştir. Christou ve arkadaşları (2005) ise problem kurmadaki nicel bilginin düşünme süreçleri ile olan ilişkisine göre bir sınıflandırma yapmış olup, sınıflandırma basamakları şunlardır; i) nicel bilgi ekleme, ii) nicel bilgiyi seçme, iii) nicel bilgiyi anlama ve organize etme ve iv) nicel bilgiyi transfer etme. Nicel bilgi ekleme kategorisinde öğrencilerden sağlanan bilgi ya da hikayeden hareketle herhangi bir sınıflandırma olmaksızın problemler kurmaları istenmekte, nicel bilgiyi seçme kategorisinde ise özel bir cevaba yönelik problemler kurmaları istenmektedir (Cevabı 10 kalem olan bir problem kurunuz gibi). Nicel bilgiyi anlama ve organize etme kategorisinde öğrencilerden sunulan matematiksel eşitlikler ya da hesaplamalara yönelik problemler kurmaları istenmektedir ($4 + 3 = ?$ işlemi ile çözülebilecek bir problem kurunuz gibi). Son olarak nicel bilgiyi transfer etme kategorisinde ise öğrencilerden diyagramlar, tablolar ya da grafiklere uygun problemler kurmaları istenmektedir. Bu sınıflandırma Stoyanova ve Ellerton (1996) tarafından yapılan serbest, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış durumlar şeklindeki sınıflandırmasının ikinci ve üçüncü kategorilerini yansıtmaktadır. Serbest durumlar kategorisinde herhangi bir sınıflandırma olmaksızın öğrencilerden verilen doğal duruma uygun problemler kurmaları (alışveriş

problemi kurunuz gibi), yarı-yapılandırılmış durumlarda ise öğrencilere resim, şekil, denklem ya da soru kökü içermeyen hikayeler gibi açık-uçlu durumlar sunularak bilgi ve deneyimleri aracılığıyla problemler oluşturmaları istenir. Yapılandırılmış durumlarda ise öğrencilerden, geliştirilen özel çözüm stratejilerine uygun problemler kurmaları istenir.

Friedlander ve Tabach (2001) farklı temsil türlerinden günlük yaşam durumlarına geçişte problem kurmanın sıklıkla kullanılan bir araç olduğunu belirtmişlerdir. Bunun yanında matematiksel kavramların günlük yaşam durumlarıyla ilişkilendirilmesinde problem kurmanın önemli bir araç olduğu ve dolayısıyla matematik öğrenimine katkılar sunduğu birçok araştırmada da vurgulanmaktadır (Abu-Elwan, 2002; English, 1998). Ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin aritmetiksel işlemlere yönelik problem kurma becerilerinin incelendiği bu araştırmada, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinden ikisini içeren ifadelerle yönelik problemler kurulması istenmiştir. Bu tür etkinlikler Christou ve arkadaşları (2005) tarafından yapılan sınıflandırmanın nicel bilgiyi anlama ve organize etme kategorisine, Stoyanova ve Ellerton (1996) tarafından yapılan sınıflandırmanın ise yarı-yapılandırılmış durumlar kategorisine karşılık gelmektedir. Bu tür etkinliklerin öğrencilerin işlemlere ne tür anlamlar yüklediklerinin keşfedilmesine imkan tanıdığı birçok araştırmada da vurgulanmıştır (Luo, 2009; McAllister & Beaver, 2012). Bu bağlamda öğrencilerin günlük yaşamla ilişkilendirmede kullanacakları sözel ifadeler, aritmetiksel ifadelerde hangi işlemlerin yürütülmesine öncelik verdikleri hakkında önemli ipuçları sunabilecektir.

2. Yöntem

2.1. Örneklem

Araştırma, 2016-2017 güz yarıyılında Türkiye'nin kuzey doğusundaki bir ilde öğrenim gören 96 ortaokul altıncı sınıf öğrencisiyle yürütülmüştür. Araştırmanın örnekleminin belirlenmesinde uygun örnekleme yöntemi kullanılmıştır. McMilian ve Schumacher'e (2010) göre bu örnekleme yönteminde bir grup katılımcı ulaşılabilir veya uygun olması nedeniyle seçilmekte ve araştırmanın yürütülmesi kolay hale gelmektedir. Bu bağlamda il merkezinde yer alan üç okul belirlenmiştir. Çalışmaya katılan öğrenciler, Sayılar ve İşlemler öğrenme alanı içerisinde işlem önceliğine yönelik öğrenim sürecini tamamlamışlardır. Çalışmada, öğrencilere Ö1, ..., Ö96 şeklinde kodlar atanmıştır.

2.2. Veri Toplama Aracı ve Analizi

Bu araştırmada kullanılan Problem Kurma Testi (PKT) araştırmacılar tarafından işlem önceliğine yönelik yapılan çalışmalar (Gunnarsson ve ark., 2016; Landy & Goldstone, 2007; Linchevski & Livneh, 1996; Papadopoulos, 2015) ve ders kitaplarında yer alan işlemler dikkate alınarak hazırlanmıştır. Bu bağlamda işlem sayısı, işlem türleri ve parantezin durumuna göre PKT'de çok sayıda maddeye yer verilmesi mümkündür. Problem kurmanın üst düzey bilişsel beceriler gerektirmesi ve zaman alıcı olması nedeniyle araştırmacılar bazı kriterleri dikkate alarak madde sayısının sınırlandırılma yoluna gitmişlerdir. Araştırmacılar yaptıkları tartışmalar neticesinde, dört durumun dikkate alınarak madde sayısının sınırlandırılmasına karar vermişlerdir. Birincisi, işlem önceliği kurallarının tespiti toplama/çıkarma ve çarpma/bölme ile sınırlandırılmıştır. Diğer bir

ifadeyle çarpma/bölme işlemlerinin toplama/çıkarmaya göre öncelikli olması ile çarpma ve bölme yan yana ise soldan sağa doğru prensibinin benimsenmesi kurallarına yönelik sorgulamalar yapılmıştır. Buna karşın üslü ifade ve parantezli ifadelerin olması durumlarına yönelik maddelere yer verilmemiştir. Üslü ifadeler konusunun öğretimi altıncı sınıftan sekizinci sınıfın sonuna kadar devam etmektedir. Bu bağlamda öğrenciler henüz bu kavramların öğretimini tamamlamamışlardır. Ayrıca üslü ifade ve parantez kullanımını gerektiren aritmetiksel işlemler içeren maddelere problem kurulması oldukça zordur. Bu yönüyle bu tür maddelere yer verilmemiştir. Test maddelerinin oluşturulması aşamasında dikkate alınan ikinci kriter farklı işlem sayısıdır. Test maddelerinde sadece iki farklı işlem içeren maddelere yer verilmiştir. İşlem önceliği kurallarını tespit etmek ve aktivitelerin öğrenci seviyesine uygunluğu için bu tür bir sınırlandırmaya gidilmiştir. Bu tür maddeler aynı zamanda ders kitaplarındaki etkinliklerle de uyumludur. Üçüncüsü, sayıların büyüklüklerinden kaynaklı hatalar oluşmaması için işlemlerdeki sayıların seçimine dikkat edilmiştir. Seçilen işlemler Liebenberg ve arkadaşları (1998) tarafından belirtilen sınıflamanın nötr kategorisine karşılık gelmektedir. Böylece mümkün olduğu kadar öğrencileri yanıltabilecek olası durumlardan kaçınılmaya çalışılmıştır. Dördüncü ve son olarak, $a+bx$ ile $bxc+a$ tipindeki aritmetiksel işlemler aynı yapıda görünse de öğrencilerin bu işlemlerde sergiledikleri hatalar farklılık göstermektedir (Blando ve ark., 1989). Bu nedenle bu tür işlemler içinden çalışmalarda öğrencilerin daha fazla işlem önceliği kurallarını göz ardı edebilecekleri işlemlerin seçimi dikkate alınmıştır. Bu kriterler dikkate alınarak hazırlanan PKT ve teste ait yönerge Tablo 1'de sunulmuştur. Bunun yanında bir ortaokul matematik öğretmenin de görüşlerine başvurularak öğrenci seviyesine uygun oldukları teyit ettirilmiştir.

Tablo 1. PKT'de yer verilen maddeler

Değerli Öğrenciler,

Aşağıda sizlere toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinden bazılarını içeren ifadeler verilmiştir. Başka bir okulda altıncı sınıf öğrencileri için yapılacak olan bir derste kullanılması amacıyla sizlerden bu işlemlere uygun kısa hikayeler (ya da problemler) yazmanız istenmektedir. Örnek işlem ve buna yönelik hikaye şu şekildedir;

İşlem: $4+3$

Hikaye: Ali'nin 4 cevizi vardır. Annesi ona 3 ceviz daha verir.

$$5 + 6 \times 4$$

$$12 - 4 \times 2$$

$$24 \div 4 + 2$$

$$18 \div 3 \times 2$$

Ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin cevapları üç aşamalı analize tabi tutulmuştur. Birinci aşamada, cevaplar günlük yaşamla ilişkilendirilmiş [GYİ], günlük yaşamla

ilişkilendirilmemiş [GYİM] ve boş [B] şeklinde sınıflandırılmıştır. Bu süreçte literatürde kullanılan analizlerden yararlanılmıştır (Leung, 2013; Leung & Silver, 1997; Silver & Cai, 2005). Böylece boş bırakılan veya günlük yaşam durumlarıyla ilişkilendirilemeyen cevapların tespit edilmesi amaçlanmıştır. GYİM kategorisi bir hikaye oluşturulması yerine, doğrudan mevcut işlemin hesaplanması yoluna gidilen cevapları kapsamaktadır. Bu aşamada istatistiksel analizler yapabilmek için boş bırakılan veya günlük yaşam durumlarıyla ilişkilendirilemeyen cevaplar 0 puan, günlük yaşam durumlarıyla ilişkilendirilmiş cevaplar ise 1 puan verilerek kodlanmıştır.

İkinci aşamada ise GYİ kategorisindeki cevaplar, hikaye ile aritmetiksel işlemler arasındaki uyuma göre tekrardan iki aşamalı bir analize tabi tutulmuştur. Bu aşamalarındaki analizlerde Şekil 1'deki hata türleri dikkate alınmıştır. Bu çalışmada ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinden aritmetiksel işlemlere yönelik günlük yaşam durumlarıyla ilişkili problemler kurmaları istenmiştir. Öğrencilerin aritmetiksel işlemlere yönelik kurdukları problemlerdeki hatalar, işlem önceliği kuralının ihmal edilmesinden kaynaklanabileceği gibi Şekil 1'de belirtilen diğer hatalardan da kaynaklanabilecektir. Bu bağlamda öğrencilerin hatalarının analizinde Şekil 1'deki şemanın kullanılması hataların ne kadarının işlem önceliği odaklı olduğu hakkında önemli sonuçlar sunabilecektir. Birinci aşamada GYİ kategorisindeki cevaplar, sayıların değiştirilmesi ya da kullanılmamasından kaynaklı hata içerir [Hata 1(H_1)] ve işlemlerin değiştirilmesi ya da ifade edilememesinden kaynaklı hata içerir (H_2) şeklindeki hataları içerip içermemesine göre analiz edilmiştir. Çünkü eğer bir hikayede aritmetik ifadedeki sayılar veya işlemler bulunmaz ise günlük yaşam içerisinde işlem önceliğine nasıl yer verildiği tespit edilemeyecektir. Bu noktada bir problem bu iki hata türünden birini içerebileceği gibi her ikisini de içerebilmektedir. Eğer yanıtlar bu hata türlerini içermez ise 1 puan daha verilerek toplam 2 puan ile kodlanmıştır. Fakat yanıtlar, bu hata türlerinden birini veya her ikisini içeriyorsa 0 puan verilerek toplamda 1 puan ile kodlanmıştır.

Son aşamada ise bu iki hata türünü içermeyen yanıtlar (2 puan verilen yanıtlar), işlem önceliğinden kaynaklı hatalar içerir (H_3) hata türüne göre analiz edilmiştir. Eğer yanıtlar bu hata türünü de içermez ise 1 puan daha verilerek toplam 3 puan ile kodlanmıştır. Böylece bir maddeden alınabilecek maksimum puan üç olup, yüksek puan işlem önceliği kuralının ihmal edilmediği, üst düzey problem kurma becerisine işaret etmektedir (Bulgular kısmında puanlamaya yönelik örnekler sunulmuştur).

Bu tür bir puanlama, öğrencilerin hangi madde türlerine problem kurmada daha fazla güçlük yaşadıklarının istatistiksel olarak karşılaştırılmasına da imkan tanımaktadır. PKT'deki maddeler arasındaki problem kurma başarısı arasında farklılık olup olmadığını belirlemek için eşleştirilmiş t-testi kullanılmıştır. Bunun yanında maddeler arasında tespit edilen farklılığın anlamlılık düzeyini belirlemek için etki büyüklükleri de hesaplanmıştır. Cohen'e (1988) göre etki değeri; .5'den büyük ise "büyük", .5-.3 arası "orta", .3-.1 arası "küçük" ve .1'den daha az olanlar ise "önemsiz" şeklinde yorumlanmaktadır. Öğrencilerin PKT'ndeki her bir maddeye kurdukları problemler iki araştırmacı tarafından birlikte analiz edilmiştir. Bu süreçte analizler karşılaştırılmış, farklılık görülen sınıflandırmalar üzerinde fikir birliği sağlanmıştır.

3. Bulgular

3.1. Ortaokul Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Kurmuş Oldukları Problemlerdeki Hataların Analizine Ait Bulgular

Ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin yanıtlarından aritmetiksel ifadelerin günlük yaşam durumlarıyla ilişkilendirilmediği tespit edilmiştir. Örneğin veri toplama aracının üçüncü maddesine yönelik bir öğrenci “ $24 \div 4 + 2$ sonucunu bulunuz” şeklinde yanıt vermiştir. Bu tür cevaplar GYİM kategorisi altında toplanmıştır. GYİ kategorisindeki yanıtlarda ise H_1 , H_2 ve H_3 şeklinde üç hata türü tespit edilmiştir. Bu hata türlerine ait örnekler Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Hata türlerine ait örnek cevaplar

	Öğrenci Cevapları	Hata türü
1.	18 top 3 arkadaşa eşit şekilde dağıtılıyor. Sonra birisine 6 tane daha top gelmiş.	$H_1 - H_2$
2.	Ali’nin 5 bilyesi kardeşinin ise 6 bilyesi vardır. Bir oyunda bilyelerinin 4 katını kazandılar.	H_3
3.	Manavdan kilosu 4TL olan muzlardan iki kg aldım. Kilosu 12 TL olan elmadan 1kg aldım. Hepsine ne kadar para ödedim?	H_2
4.	12 bilyesi olan Burak 4 tanesini kaybediyor. Sonra oyunda bilyeleri iki katına çıkıyor.	H_3
5.	Bir çiftlikte 24 inek vardır. Çiftlik sahibi ineklerini dörder dörder dağıtmıştır. Çiftlikte kaç tane inek kalmıştır?	$H_1 - H_2$

Tablo 2’deki birinci yanıt $18 \div 3 \times 2$ ifadesine yönelik oluşturulmuştur. Öğrenci yanıtına karşılık gelen aritmetiksel ifade $18 \div 3 + 6$ şeklindedir. Öğrenci yanıtında $18 \div 3$ ifadesini oluşturmasına karşın, sonucun iki ile çarpımına yönelik bir ifade oluşturamamıştır. İki yerine 3×2 işleminin sonucu olan 6 ile toplamaya yönelik sözel bir ifade oluşturmuştur. Bu yönüyle yanıtında verilen ifadedeki iki sayısı kullanılmadığından H_1 şeklinde kodlanmıştır. Ayrıca öğrenci çarpma işlemi yerine toplama işlemine yönelik ifade oluşturmuştur. Bu bağlamda $18 \div 3 \times 2$ ifadesindeki çarpma işlemi de değiştirildiğinden aynı zamanda H_2 hatasını da içermektedir.

Tablo 2’deki ikinci yanıt ise $5 + 6 \times 4$ ifadesine yönelik oluşturulmuştur. Öğrenci tarafından oluşturulan sözel hikayeye karşılık gelen aritmetiksel ifade $(5 + 6) \times 4$ şeklindedir. Öğrenci yanıtı sözel hikaye oluşturulmasının istendiği aritmetiksel ifadedeki sayıları karşılaması yanında toplama ve çarpma işlemlerini de içermektedir. Buna karşın ifadede yürütülen işlem sırası aritmetiksel ifadedeki işlem sırasına uygun olmadığından H_3 kategorisinde değerlendirilmiştir. Benzer bir hata Tablo 2’deki dördüncü yanıtta da söz konusudur. Sözel hikayenin yapısı $12 - 4 \times 2$ ifadesi yerine

$(12 - 4) \times 2$ şeklindeki ifadeye uygun düşmektedir. Benzer şekilde bu problemdeki hata türü de H_3 şeklinde kodlanmıştır.

Tablo 2'deki üçüncü yanıt $12 - 4 \times 2$ ifadesine yönelik oluşturulmuştur. Sözel hikayede yer alan "Manavdan kilosunu 4TL olan muzlardan iki kg aldım" ve "Kilosu 12 TL olan elmadan 1kg aldım" ifadeleriyle sırasıyla 4×2 ve 12 ifadesi karşılanmaya çalışılmıştır. Buna karşın soru kökünde bu iki harcamanın toplamını soran bir ifade oluşturulmuştur. Bu yönüyle aritmetiksel ifadedeki toplama işlemi karşılanmadığından bu yanıt H_2 şeklinde kodlanmıştır.

Tablo 2'deki diğer yanıtlardan farklı olarak beşinci yanıtta H_1 ve H_2 hatalarının her ikisi birlikte bulunmaktadır. Bu yanıt $24 \div 4 + 2$ ifadesine yönelik oluşturulmuştur. Öğrenci $24 \div 4$ ifadesini "Bir çiftlikte 24 inek vardır. Çiftlik sahibi ineklerini dörder dörder dağıtmıştır" ifadesi ile karşılamak istemiştir. Bu durumda bölmenin ölçme anlamından hareketle bölüm ölçüm sonucunu yani dörderli kaç tane dağıtım yapılabileceğini temsil etmektedir. Buna karşın yanıtın devamında aritmetiksel ifadedeki 2 sayısı ile toplama işlemi sözel hikayenin devamında vurgulayamamıştır. Bu bağlamda sayılardan ve işlemlerden biri karşılanmadığından yanıt H_1 ve H_2 şeklinde kodlanmıştır.

Bu hata türlerini içermeyen cevaplar ise uygun sözel hikayeler olarak kabul edilmiştir. Bu tür yanıtlar günlük yaşam durumlarıyla ilişkilendirilmiş, aritmetiksel ifadede yer alan işlemleri barındıran ve son olarak işlem önceliğini de dikkate alan yanıtlardır. Bazı öğrencilerin bu bağlamdaki örnek yanıtları şu şekildedir;

Ali 6 km olan yolda 4 tur koşmuştur. Buna ek olarak 5 km daha koşmuştur. Ali buna göre kaç km koşmuştur?

18 kalemi iki kardeşim ve ben aramızda eşit paylaştık. Bana düşen kalemlerin tanesini 2TL'ye sattım. Kaç liram olur?

Kurulan iki problem sırasıyla $5 + 6 \times 4$ ve $18 \div 3 \times 2$ ifadelerine yönelik oluşturulmuştur. Problemler sırasıyla koşu ve kalem satışlarını konu ederek günlük yaşam durumlarıyla ilişkilendirilmiştir. Bununla birlikte problemlerde "Ali 6 km olan yolda 4 tur koşmuştur" ve "18 kalemi iki kardeşim ve ben aramızda eşit paylaştık" şeklindeki ifadelerle öncelikle sırasıyla çarpma ve bölme işlemlerine yönelik ifadeler oluşturulmuştur. Devamında ise birinci problemde, "Buna ek olarak 5 km daha koşmuştur" ifadesi ile 5 sayısının eklenmesi anlamı, "Bana düşen kalemlerin tanesini 2TL'ye sattım" ifadesiyle ise 2 sayısı ile çarpma anlamı yüklenmiştir. Bu bağlamda her iki problem sözel hikaye oluşturulması istenen aritmetiksel işlemlere uygun problemler şeklinde kodlanmıştır.

3.2. Ortaokul Altıncı Sınıf Öğrencilerinin İşlem Önceliğini Dikkate Alarak Aritmetiksel İşlemlere Problem Kurma Başarılarının Analizine Ait Bulgular

Öğrencilerin aritmetiksel işlemlere kurdukları problemlerden aldıkları puanların dağılımı Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. Aritmetiksel işlemlere kurulan problemlerden alınan puanlara ait dağılım

Maddeler	0 Puan		1 Puan	2 Puan	3 Puan	Ort. Puan	Toplam
	B	[GYİM]	(H ₁ -H ₂)	(H ₃)	(Uygun)		
5 + 6 × 4	0(0)*	12(12,5)	34(35,4)	5(5,2)	45(46,9)	1,9	96(100)
12 - 4 × 2	3(3,1)	11(11,5)	42(43,8)	10(10,4)	30(31,2)	1,6	96(100)
24 ÷ 4 + 2	10(10,4)	7(7,3)	40(41,7)	5(5,2)	34(35,4)	1,6	96(100)
18 ÷ 3 × 2	13(13,5)	9(9,4)	51(53,1)	1(1,1)	22(22,9)	1,2	96(100)

* Veriler, ilgili kategoride puan alan öğrenci sayısı(yüzde) şeklinde sunulmuştur.

Tablo 3'teki verilere göre, öğrencilerin aritmetiksel işlemlere yönelik problem kurma başarılarının birinci maddede en yüksek, dördüncü maddede ise en düşük olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra ortalama puanlara göre birinci maddeden dördüncü maddeye doğru problem kurma başarısında bir düşüş olduğu görülmektedir. Başka bir ifadeyle çarpma/bölme ile toplama/çıkarma işlemlerinden yalnızca birini içeren ifadelerle göre, çarpma ve bölme işlemini aynı anda içeren ifadelerle problem kurmada daha fazla güçlük yaşandığı anlaşılmaktadır.

Tablo 3'e göre PKT'nin birinci maddesinde toplam 96 öğrencinin %52,1'i (50 öğrenci), ikinci maddesinde %41,6'sı (40 öğrenci), üçüncü maddesinde %40,6'sı (39 öğrenci) ve son maddesinde %24'ü (23 öğrenci) iki veya üç puan almışlardır. Bunun yanında Tablo 3'e göre sadece iki puan alan öğrenciler problemlerinde H₁ ve H₂ hatasını sergilemezken, işlem önceliği kuralının ihlaline vurgu yapan H₃ hatasını sergilemişlerdir. Tablo 3'teki bu kategorideki oranlar ise bütün öğrencilerin oransal olarak düşük bir kısmına karşılık gelmektedir. Sadece ikinci maddede öğrencilerin %10,4'ü işlem önceliği hatası sergilerken, diğer maddelerin tamamında işlem önceliği kuralının ihlalinden kaynaklı hata oranları %6'nın altındadır. Diğer bir ifadeyle işlem önceliğinden kaynaklı hata oranlarının oldukça düşük olduğu, bunun yerine problem kurma başarısındaki düşüklüğünün daha çok matematiksel işlem ve sembollerin günlük hayata aktarılmasındaki eksikliklerden kaynaklandığı anlaşılmaktadır.

Bunun yanı sıra Tablo 3'teki verilere göre her bir madde düzeyi için öğrencilerin boş ya da günlük yaşamla ilişkilendirilemeyen cevapların oranlarının %12 ile %23 arasında değişim gösterdiği belirlenmiştir. Ayrıca her bir madde için öğrencilerin cevaplarının %35'inden fazlasının bir puan aldığı belirlenmiştir. Maddeler bazında bu iki kategorideki öğrencilerin toplam oranı ise %47 ile %76 arasında değişim göstermektedir. Bu yönüyle araştırma bulguları problem kurmada başarısız olan öğrencilerin en fazla güçlüğü aritmetiksel ifadelerdeki sayı ve işlemleri yansıtacak uygun problemler oluşturmada yaşadıklarını göstermektedir. Bir puan verilerek kodlanan öğrenci cevaplarında H₁ ve H₂ hatalarından birisi veya her ikisi de bulunabilmektedir. Bu kategorideki yanıtların hata türlerini barındırma durumlarına göre sınıflandırılması Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. Bir puan alan öğrencilerin hata türlerine göre dağılımı

Maddeler	H ₁	H ₂	H ₁ -H ₂	Toplam
5 + 6 × 4	4(%11,8)	20(%58,8)	10(%29,4)	34(%100)
12 - 4 × 2	5(%11,9)	24(%57,1)	13(%31)	42(%100)
24 ÷ 4 + 2	2(%5)	25(%62,5)	13(%32,5)	40(%100)
18 ÷ 3 × 2	4(%7,8)	30(%58,8)	17(%33,4)	51(%100)

Tablo 4'e göre öğrencilerin %57'sinden fazlasının sadece H₂ hatasını sergiledikleri, buna karşın sadece H₁ hatasını sergileyen öğrencilerin oranlarının ise %12'nin altında olduğu görülmektedir. Bununla birlikte, maddeler bazında her iki hatayı sergileyen öğrencilerin oranları ise %29 ile %34 arasında değişim göstermektedir. Özellikle çarpma ve bölme işlemini içeren son maddede hata oranı daha fazladır.

PKT'deki maddelerden alınan puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık olup olmadığını belirlemek için eşleştirilmiş t-testi uygulanmıştır. Eşleştirilmiş t-testi sonuçları Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5. Maddeler arasında farklılıklara yönelik eşleştirilmiş t-testi sonuçları

Karşılaştırılan maddeler	t	p*	r
Madde 1-2	2,308	.023	0,23
Madde 1-3	2,227	.028	0,22
Madde 1-4	5,483	.000	0,49
Madde 2-3	.000	1.000	-
Madde 2-4	3,026	.003	0,30
Madde 3-4	3,506	.001	0,34

*p anlamlılık düzeyi 0.05 olarak alınmış ve r etki büyüklüğünü temsil etmektedir.

Tablo 5'e göre ikinci madde ile üçüncü madde arasında alınan puanlar yönünden istatistiksel olarak anlamlı farklılık görülmemiştir. Buna karşın diğer maddelerden alınan puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık bulunmaktadır. Yine tablodaki etki büyüklükleri karşılaştırıldığında ise; madde 1 ile 2, 3 ile 4 arasındaki farklılığın "orta" düzeyde olduğu, buna karşın diğer maddeler arasındaki anlamlı farklılıkların ise düşük düzeyde kaldığı görülmektedir.

4. Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Problem kurma farklı temsil türlerinin günlük yaşam durumlarıyla ilişkilendirilmesinde ön plana çıkarılmakta (Cai ve ark., 2013; McAllister & Beaver, 2012; Toluk-Uçar, 2009) ve kurulan problemlerin öğrencilerin ilgili kavramlara yönelik anlayışları hakkında değerlendirme imkanı sunduğu (Kılıç, 2017; Silver & Cai, 2005; Ticha & Hospesova, 2009) vurgulanmaktadır. Bu bağlamda bu araştırmada problem kurma aritmetiksel işlemlerin günlük yaşama aktarılmasında bir değerlendirme aracı olarak görülerek, işlem önceliği kuralına yönelik öğrencilerin mevcut bilgisinin belirlenmesi hedeflenmiştir.

Bu araştırmanın temel bir sonucu olarak, işlem önceliği kuralının öğrencilerin problem kurma becerilerinin değerlendirilmesinde tek başına etkin bir yaklaşım olarak ele alınmasının zor olduğunun ifade edilmesi gerekir. Bu araştırmanın bulguları öğrencilerin işlem önceliğinden kaynaklı hata oranlarının oldukça düşük düzeyde kaldığını, bununla birlikte problem kurmada matematiksel işlem ve sembollerin günlük hayata aktarımındaki eksikliklerin daha belirleyici olduğunu göstermektedir. Bir başka ifadeyle problem kurmada başarısız olan öğrenciler en fazla güçlüğü aritmetiksel ifadelerdeki sayı ve işlemleri yansıtacak uygun problemler oluşturmada yaşamışlardır. Benzer şekilde matematiksel ifadelerin günlük yaşam durumlarına aktarılmasının farklı konular üzerinden problem kurma bağlamında çalışıldığı alan yazınındaki araştırmalarda da benzer sonuçlar söz konusudur (Işık, 2011; Luo, 2009; Özgen, Aydın, Geçici ve Bayram, 2017). Sözel problemleri günlük yaşam durumlarına aktarmada dil becerisinde yaşanan güçlükler ve kavramsal anlamaya yönelik bilgi eksikliği yaşanan güçlüklerin başlıca nedenleri arasında gösterilebilir.

Problem kurmadaki düşük başarının işlem önceliği yerine ağırlıklı olarak aritmetiksel ifadelerdeki sayı ve işlemleri yansıtacak uygun ifadeler oluşturmama üzerine yoğunlaşmasının birçok nedeni olabilir. Bu durumun en önemli sebebi, matematiksel ifadelerin günlük yaşam durumlarıyla ilişkilendirilmesinin güçlü bir dil becerisi gerektirmesidir. Benzer bir sonuç cebirsel ifadeler ile sözel problemler arasındaki ilişkinin kurulmasında da vurgulanmaktadır (Capraro & Joffrion, 2006; Clement, 1982; MacGregor & Stacey, 1993). Clement (1982) $6x=y$ cebirsel ifadesine karşılık gelen sözel hikayenin öğrencilerin önemli bir kısmı tarafından $6y=x$ şeklinde yazıldığını belirlemiştir. Bunun yanında Kar (2016) araştırmasında problem kurulması istenen grafiklerdeki veri setinin kompleksliğinin artışına bağlı olarak sözel problemler oluşturabilme başarısının düşüş gösterdiğini ortaya koymuştur. Benzer şekilde bu çalışmada özellikle bölme ve çarpma işlemlerinin aynı anda bulunduğu madde de problem kurma başarısının oldukça düşük olduğu belirlenmiştir. Toplama ve çıkarma işlemleri ile karşılaştırıldığında çarpma ve bölme işlemlerinin anlamlarının daha zor ve karmaşıklığı bu zorlukların temelini oluşturmaktadır. Lee ve Messner'e (2000) göre başlı başına bir dil olarak matematiğin dili, toplumun geleneksel olarak üzerinde anlaştığı bir durumdur. Ancak bu dilin temel yapısı ve özelliklerinin kazandırılmasının da belli bir süreci gerektirdiği de açıktır. Öğretmenlerin ilgili her konuda olduğu gibi işlem önceliğinde de matematiksel dilin temel yapı ve özelliklerine yapacakları anlamlı vurgular ayrıca önemlidir. Sonuç olarak çalışmada öğrencilerin yaşadıkları güçlüklerin temelinde işlem önceliği kuralından kaynaklı hatalardan ziyade sayı ve işlemlerin ifade edilememesinden kaynaklı hataların yer aldığı belirlenmiştir. Ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin önemli bir kısmının sayı ve işlemlere uygun sözel ifadeler oluşturmamış olması, bu öğrencilerin işlem önceliğine yönelik algılayışlarının problem kurma bağlamında derinlemesine analiz edilmesi önündeki en önemli engeli teşkil etmiştir. Bunun yanında sayı ve işlemlerin ifade edilememesindeki güçlükler, dil becerisi, deneyim eksikliği ya da işlem önceliğini de kapsayan kavramsal bilgi eksikliğinden kaynaklanabilecektir. Aslında bu durumu veri

toplama aracının bir sınırlılığı olarak ele almakta mümkündür. Gözlem veya mülakat gibi veri toplama araçlarıyla desteklenerek yapılacak araştırmalar bu konuya daha geniş bir perspektiften bakma imkanı sunabilecektir. Dolayısıyla işlem önceliğinin araştırılmasına yönelik yapılabilecek olası araştırmalarda problem kurmanın gözlem ve görüşmelerle desteklenmesi önerilmektedir.

Öğrenci hataları, öğrenmenin şekillendirilmesinde önemli fırsatlar sunmaktadır. Bir öğrenci işlemi doğru olarak gerçekleştirdiğinde matematiksel anlayışı hakkında çok az şey öğrenmekteyiz, fakat yaptıkları hatalar anlayışlarındaki sınırlılıkları belirlemede bizlere önemli fırsatlar sunmaktadır (Barmby, Harries, Higgins & Suggate, 2007). Ayrıca hatalar, öğrencilerin yaşadıkları güçlüklerin giderilmesinde bir öğrenme aracı olarak değerlendirilebilir (An, Kulm & Wu, 2004). Bu bağlamda bu araştırmada belirlenen hata türlerinin ve görülme yüzdelerinin öğretimi şekillendirmede öğretmenlere rehberlik edebileceği ön görülmektedir. Öğretmenlere öğrencilerin öğrenme ortamlarında kuracakları bu tarz problemleri tartışmaya açmaları ve böylece işlem önceliği kuralına vurgu yapmaları önerilmektedir. Bunun yanında Ev-Çimen ve Yıldız (2017) ortaokul matematik ders kitaplarında problem kurma etkinliklerinin konular bazında dengeli bir şekilde dağılım göstermediğini, problem kurma türlerinin ve problem kurma etkinliklerinin sayısının yetersiz kaldığını tespit etmişlerdir. Bu bağlamda ders kitabı yazarlarına işlem önceliğine yönelik öğrencilerin kurdukları ve bu araştırmada da görülen hatalı problem durumlarını tartışmaya açan etkinliklere de yer vermeleri önerilmektedir. Bunun yanında bu araştırmada işlem önceliği toplama, çıkarma, çarpma ve bölmenin sınırlı kombinasyonları üzerinden araştırılmıştır. İleride yapılabilecek olan araştırmalarda parantez, rasyonel sayılar gibi farklı durumların da dikkate alınması önerilmektedir.

Investigation of Elementary School Students' Problem Posing Abilities for Arithmetic Expressions in the Context of Order of Operations

Extended Abstract

Introduction

The mathematical expressions are created by following certain rules. One of such rules is order of operations. The rules necessary for the mathematical calculations involving more than one operation are known as order of operations. In the order of operations rule, which is frequently encountered in arithmetic and algebraic calculations, a sequence of exponential expressions, multiplication/division and addition/subtraction is followed in the operations, starting with bracketed expressions in the first place. For example, in the expression of $5+3\times 4$, the multiplication operation is performed before the addition operations and the answer is found to be 17. On the other hand, if two operations with the same level of precedence are found side by side, the order of operations is performed from left to right.

In the curricula, the order of operations is generally taught during the process of doing operations from arithmetically to algebraically and in the fifth or sixth grades. These rules are presented to students by means of a set of rules that are generally meaningless for them. The knowledge on the order of operations also contributes to learning algebra as well as improving students' arithmetic operation abilities (Boulton-Lewis, Cooper, Pillay & Wilss, 1998; Linchevski & Livneh, 1999; Vanderbeek, 2007). Linchevski and Livneh (1999) found that the mistakes done during performing the order of operations in algebraic expressions were as similar to those in arithmetic operations.

In Turkish mathematics curriculum, problem posing was handled as fifth step in the problem solving (Ministry of National Education [MoNE], 2013). Besides its relation with problem solving and creativity abilities, another condition that demonstrates the importance of problem posing is that it is considered to be a powerful evaluation tool (Kılıç, 2013; Işık, 2011; Ticha & Hospesova, 2009). Researchers asserted that problem posing represents important consequences in examining students'/teachers' mathematical content knowledge and in determining mistakes and misconceptions. In this context, the problems that students would pose for arithmetic operations related to daily life would be able to provide important data on how they perceive the order of operations. In this study, it was aimed to investigate sixth grade elementary school students' problem posing abilities for arithmetical expressions and, in this context, determine the role of orders of operations rule, one of the factors that might result in low achievement among students.

Method

The study is conducted to 96 sixth grade students enrolled in a public elementary school in a city located at the East Black Sea Region. Students were asked to create verbal stories for

arithmetic expressions (e.g., $5+6\times 4$). Students' responses were analyzed in three steps. In the first step, the answers were categorized as *associated with daily life*, *not associated with daily life* and *empty*. In the second step, the answers categorized as *associated with daily life* were analyzed according to whether they included mistakes induced by changing or not using numbers and whether they included mistakes induced by changing or not expressing the operations. At this point, if numbers and operations in the arithmetic expressions were not included in any answer, it was very difficult to determine how they placed the order of operations in daily life context. At the last step, on the other hand, the answers free from two types of mistakes were analyzed according to the mistakes induced by order of operations.

Results

According to the finding of the study, percentages of students who received two or three points were 52,1% (50 students) in the first item, 41,6% (40 students) in the second item, 40,6% (39) in the third item and 24% (23 students) in the last item of Problem Posing Test (PKT). With their responses, those students who received only two points created stories by ignoring order of operations. The percentages in this category corresponded to a proportionally lower among all students. While 10,4% of students presented mistakes induced by order of operations only in the second item, the percentages for this type of mistake were lower than 6% for the remaining items. In other words, the rates of mistakes induced by order of operations were fairly low. Therefore, it could be understood that the lower level of students' achievements for problem posing was due to their insufficiencies in transferring mathematical operations and symbols to daily life.

The categories of *not associated with daily life* and *empty* had percentages ranging from 12% to 23% for each item in the PKT. In addition, students' responses to the PKT showed that more than 35% of all students received one point for each item. In the basis of each item, the total ratio for these two categories ranged from 47% to 76%. With this respect, the findings of this study indicated that students who were unsuccessful in posing problem most often experienced difficulty in creating appropriate problem reflecting numbers and operations in the arithmetic operations. Students' responses coded as one point included any one or both of H_1 and H_2 errors. In this category, more than 57% percentages of responses included only H_1 error. On the other hand, the students' response with only H_2 error was less than 12%. In addition, the answers involving both errors ranged from 29% to 34% on the basis of each item in PKT. Particularly, the error rate for the last item involving both multiplication and division operations was more than that for any of the remaining items.

Conclusions and Discussion

Considering the results of the study, the focal point for low achievement in problem posing was that mathematical operations and symbols were not expressed in daily life basis and especially due to the difficulties in using language ability. This is because majority of elementary school students did not create appropriate verbal statements for numbers and operations. This constitutes the most important obstacle to in-depth analysis for such students' perceptions regarding order of operations in the context of problem posing.

Indeed, it was possible to consider this situation as the limitation of data collection tool. As a recommendation for further studies, it might give opportunity to look from broader perspective to the difficulties that students experienced in these issues by doing interviews with them.

Kaynaklar/References

- Abu-Elwan, R. (2002). Effectiveness of problem posing strategies on prospective mathematics teachers' problem solving performance. *Journal of Science and Mathematics Education in S.E. Asia*, 25(1), 56-69.
- An, S., Kulm, G., & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teachers in China and the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 145–172.
- Barnby, P., Harries, T., Higgins, S., & Suggate, J. (2007). How can we assess mathematical understanding? In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park & Seo, D. Y. (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 41-48). Seoul: PME.
- Blando, J. A., Kelly, A. E., Schneider, B. R., & Sleeman, D. (1989). Analyzing and modeling arithmetic errors. *Journal of Research in Mathematics Education*, 20(3), 301-308.
- Boulton-Lewis, G., Cooper, T.J., Atweh, B., Pillay, H., & Wilss, L. (1998). Pre-algebra: A cognitive perspective. In A. Olivier & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd International Conference for Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 144–151). Stellenbosch, South Africa: Program Committee.
- Cai, J., & Jiang, C. (2017). An analysis of problem-posing tasks in Chinese and US elementary mathematics textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(8), 1521-1540.
- Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B., & Garber, T. (2013). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. *Educational Studies in Mathematics*, 83, 57-69.
- Capraro, M. M., & Joffrion, H. (2006). Algebraic equations: Can middle-school students meaningfully translate from words to mathematical symbols? *Reading Psychology*, 27, 147–164.
- Carlo, M., & Ioannis, P. (2011, July). *Are useless brackets useful tools for teaching?* Paper presented at the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Ankara.
- Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., & Sriraman, B. (2005). An empirical taxonomy of problem posing processes. *ZDM*, 37(3), 149 – 158.
- Clement, J. (1982). Algebra word problem solutions: Thought processes underlying a common misconception. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13, 16–30.
-

- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral science*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Common Core State Standards Initiative [CCSSI]. (2014). *Mathematics standards*. Retrieved December 19, 2016 from www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards1.pdf
- Doğan, M. ve Karakaya, V. (2016). *Ortaokul matematik 6. sınıf ders kitabı*. Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 83-106.
- Ev-Çimen, E. ve Yıldız, Ş. (2017). Ortaokul matematik ders kitaplarında yer verilen problem kurma etkinliklerinin incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitim Dergisi*, 8(3), 378-407.
- Friedlander, A., & Tabach, M. (2001). Promoting multiple representations in algebra. In A. Cuoco (Ed.), *The roles of representation in school mathematics* (pp.173-184). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Gunnarsson, R., Sönnnerhed, W. W., & Hernell, B. (2016). Does it help to use mathematically superfluous brackets when teaching the rules for the order of operations? *Educational Studies in Mathematics*, 92, 91-105.
- Işık, C. (2011). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41, 231-243
- Kar, T. (2016). Prospective middle school mathematics teachers' knowledge of linear graphs in context of problem-posing. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 8(4), 643-658.
- Kılıç, Ç. (2013). Pre-Service primary teachers' free problem-posing performances in the context of fractions: An example from Turkey. *The Asia-Pacific Education Researcher*, 22(4), 677-686.
- Kılıç, Ç. (2017). A new problem-posing approach based on problem-solving strategy: Analyzing pre-service primary school teachers' performance. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 17(3), 771-789.
- Landy D., & Goldstone R. L. (2007, August). *The alignment of ordering and space in arithmetic computation*. Paper presented at the 29th Annual Meeting of the Cognitive Science Society, Nashville, Tennessee, USA.
- Lee, M. A., & Messner, S. J. (2000). Analysis of concatenations and order of operations in written mathematics. *School Science and Mathematics*, 100(4), 173-180.
- Leung, S. S. (1993). *The relation of mathematical knowledge and creative things to the mathematical problems posing of prospective elementary school teachers on tasks differing in numerical information content* (Unpublished doctoral dissertation). University of Pittsburg, USA.
- Leung, S. S. (2013). Teachers implementing mathematical problem posing in the classroom: Challenges and strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 103-116.
-

- Leung, S. S., & Silver, E. A. (1997). The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. *Mathematics Education Research Journal*, 9, 5-24.
- Liebenberg, R., Linchevski, L., Olivier, A., & Sasman, M. (1998, July). *Laying the foundation for algebra: Developing an understanding of structure*. Paper presented at the 4th Annual Congress of the Association for Mathematics Education of South Africa (AMESA), Pietersburg.
- Linchevski, L., & Livneh, D. (1996). The competition between numbers and structure. In L. Puig & A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 257-264). Valencia: Encuademaciones Artesanas.
- Linchevski, L., & Livneh, D. (1999). Structure sense: the relationship between algebraic and numerical contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 40(2), 173-196.
- Luo, F. (2009). Evaluating the effectiveness and insights of pre-service elementary teachers' abilities to construct word problems for fraction multiplication. *Journal of Mathematics Education*, 2(1), 83-98.
- MacGregor, M., & Stacey, K. (1993). Cognitive models underlying students' formulation of simple linear equations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3), 217-232.
- McAllister, C. J., & Beaver, C. (2012). Identification of error types in preservice teachers' attempts to create fraction story problems for specified operations. *School Science and Mathematics*, 112(2), 88-98.
- Mcmillan, H. J., & Schumacher, S. (2010). *Research in education*. Boston, USA: Pearson Education.
- Merlin, E. M. (2008). *Beyond PEMDAS: Teaching students to perceive algebraic structure* (Unpublished master's thesis). University of Maryland, USA.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Basımevi.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Öksüz, C. (2009). İşlem sırasının kavratılması. *İlköğretim Online*, 8(2), 306-312.
- Özgen, K., Aydın, M., Geçici, M. E. ve Bayram, B. (2017). Sekizinci sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitim Dergisi*, 8(2), 323-351.
- Papadopoulos, I. (2015, February). *The rules for the order of operations: The case of an inservice teacher*. Paper presented at the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Prague, Czech Republic.
- Pappanastos, E., Hall, M. A., & Honan, A. S. (2002). Order of operations: Do business students understand the correct order? *Journal of Education for Business*, 78(2), 81-84.
- Pehkonen, E. (1995). Introduction: Use of open-ended problems. *International Reviews on Mathematical Education*, 27(2), 55-57.

- Peterson, D. (2000). *History of the order of operations*. Retrieved February 10, 2017 from <http://mathforum.org/library/drmath/view/52582.html>
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28.
- Silver, E. A. (1995). The nature and use of open problems in mathematics education: Mathematical and pedagogical perspectives. *International Reviews on Mathematical Education*, 27(2), 67-72.
- Silver, E. A., & Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 129-135.
- Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education* (pp.518–525). Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Ticha, M., & Hospesova, A. (2009, February). *Problem posing and development of pedagogical content knowledge in preservice teacher training*. Paper presented at the meeting of CERME 6, Lyon.
- Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education*, 25(1), 166-175.
- Uça, S. (2010). *Matematik öğretiminde işlem sırasının kavratılmasında yeni bir yaklaşım: Mnemoni* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Adnan Menderes Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Aydın.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2009). *Elementary and middle school mathematics: Teaching develop-mentally* (7th ed.). Boston: Pearson Education.
- Vanderbeek, G. (2007). *Order of operations and RPN*. Retrieved February 13, 2017 from <https://digitalcommons.unl.edu/cgi/viewcontent.cgi?referer=https://www.google.com.tr/&httpsredir=1&article=1045&context=mathmidexpap>
- Wu, H. (2007). *“Order of operations” and other oddities in school mathematics*. Retrieved February 1, 2017 from <https://math.berkeley.edu/~wu/order5.pdf>
-