

MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ DERSLERİNDE KULLANDIKLARI LİMİT KAVRAMINA ÖZGÜ ÖĞRETİM STRATEJİLERİ*

Semiha KULA**

Esra BUKOVA GÜZEL***

Özet

Bu çalışmanın amacı, matematik öğretmeni adaylarının derslerinde kullandıkları limit kavramına özgü öğretim stratejilerini incelemektir. Bu amaç doğrultusunda nitel araştırma yöntemlerinden biri olan özel durum çalışması deseninden yararlanılmıştır. Çalışma son sınıf dört ortaöğretim matematik öğretmeni adayı ile gerçekleştirilmiştir. Veriler, katılımcıların limit kavramına yönelik hazırladıkları ders planlarından, derslerinin video kayıtlarından ve yarı-yapılandırılmış görüşmelerin ses kayıtlarından derlenmiştir. Katılımcıların öğretimlerinde kullandıkları limit kavramına özgü öğretim stratejileri konuya özgü gösterimler ve konuya özgü etkinlikler bağlamında incelenmiştir. Limit kavramına özgü kullanılan gösterimler (a) şekilsel, (b) sayı doğrusu, (c) tablo, (d) grafiksel, (e) cebirsel ve (f) sözel gösterimler şeklindedir. Konuya özgü etkinlikler ise (a) oyun, (b) günlük yaşam örneği, (c) animasyon, (d) görsellerle desteklenmiş senaryo, (e) analogi, (f) Escher'in resimleri, (g) farklı bilim dalları, (h) polinom fonksiyonlarda limit değerini tartışma ve (i) limite ilişkin özellikleri pekiştirme olarak gruplandırılmıştır. Katılımcıların sıklıkla kullandıkları gösterim şekilleri sözel ve cebirsel gösterimler olmuştur. Katılımcılar limit kavramını ağırlıklı olarak ilk derslerinde günlük yaşamla ilişkilendirmişler ve kendileri ile yapılan görüşmelerde bu stratejiyi tercih etme sebeplerini, öğrencilerin limit kavramını daha iyi anlayabilmelerini sağlamak olarak belirtmişlerdir.

Anahtar Kelimeler: Limit kavramı, konuya özgü öğretim stratejileri, alan öğretimi bilgisi, matematik öğretmeni adayı

Giriş

Öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi türlerinin neler olduğu ilk kez Shulman'ın (1987) çalışması ile ortaya koyulmuştur. Bu bilgi türlerinden biri olan

* Bu çalışma birinci yazarın ikinci yazar danışmanlığında gerçekleştirdiği ve Dokuz Eylül Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri birimi tarafından desteklenen (No. 2009.KB.EGT.001) "Matematik Öğretmen Adaylarının Dörtlü Bilgi Modeli ile Alan ve Alan Öğretimi Bilgilerinin İncelenmesi Limit Örneği" isimli yüksek lisans tezinden geliştirilmiştir. Çalışma 8-10 Eylül 2011 tarihinde Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi ev sahipliğinde gerçekleştiren 20. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi'nde sunulan bildirinin genişletilmiş halidir

** Yrd. Doç. Dr.; Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Bölümü

*** Doç. Dr.; Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Bölümü

Alan Öğretimi Bilgisi (AÖB) konuyu öğrencilere anlaşılır kılmak için en uygun analogileri, şekilleri, örnekleri, açıklamaları ve gösterimleri bilme, konunun öğrenimini kolaylaştıracak-zorlaştıracak yaklaşımları bilme, farklı yaş ve farklı seviyedeki öğrencilerin öğrenme ortamına getirdikleri kavramları bilme olarak tanımlanmaktadır (Shulman, 1987). Literatüre bakıldığında AÖB'ün bileşenlerinin farklı araştırmacılar tarafından farklı şekillerde ifade edildiği görülmektedir. Tamir (1988) alan öğretimi bilgisinin bileşenlerini a) öğretime uyum sağlama, b) öğrenci anlayışlarına ilişkin bilgi, c) ders programı bilgisi, d) ölçme bilgisi ve e) öğretim stratejileri bilgisi olarak belirtmektedir. Grossman (1990) daha ayrıntılı bir sınıflandırma ile AÖB'ün bileşenlerini (a) öğretmenlerin konuları öğretme amaçları hakkındaki bilgi ve inançları, (b) öğrencilerin ön öğrenmeleri ve kavram yanılgıları hakkındaki bilgileri, (c) farklı konular arasındaki ve konu içerisindeki ilişkileri içerecek seviyede ders programı bilgisi ve (d) farklı öğretim stratejileri ve gösterimler bilgisi olarak ifade etmektedir. Fernandez-Balboa ve Stiehl (1995) AÖB'ün bileşenlerini (a) konu alanı bilgisi, (b) öğrenci bilgisi, (c) öğretim stratejileri hakkında bilgi ve (d) öğretim içeriği ve öğretim hedefleri bilgisi olmak üzere dört kategori altında ele almaktadırlar. Schoenfeld (1998) ise AÖB'ü (a) öğretmenin bir konunun öğretimi için gerekli amaçlar bilgisi (konunun doğası, öğrencilerin öğrenmeleri için önemli şeyler vb.), (b) öğrencilerin anlayışları ve o konunun alanına yönelik olası yanlış anlayışları bilgisi (ön kavramlar, kavram yanılgıları, konular hakkında alternatif kavramlar), (c) program ve programa ilişkin araç bilgisi ve (d) belli bir konunun öğretimi için gösterimler ve stratejiler bilgisi olmak üzere dört ana bileşene ayırmaktadır. Söz konusu AÖB bileşenleri dikkate alındığında farklı araştırmacılar tarafından ortak olarak değerlendirilen bir bileşenin öğretim stratejileri bilgisi olduğu görülmektedir. Öğretim stratejileri bilgisini ilk kez Magnusson, Krajcik ve Borko (1999) alana özgü ve konuya özgü öğretim stratejileri olarak iki kategoriye ayırmışlardır. Bu kategorideki stratejiler odak noktalarına göre farklılaşmaktadır. Alana özgü stratejiler diğer alanlardan ziyade örneğin matematik öğretimine özgü stratejiler iken, konuya özgü stratejilerin odağı daha dar olmakla birlikte örneğin matematikte özel bir konunun öğretimine uygulanmaktadır. Bir başka deyimle konuya özgü öğretim stratejileri bilgisi, öğrencilerin belirli bir konuyu anlamalarına yardımcı olacak özel stratejilere ilişkin öğretmenin bilgisidir (Magnusson, et al. 1999).

Carlsen (1999) konuya özgü öğretim stratejileri bilgisini AÖB'ün bileşenlerinden biri olarak ifade etmektedir. Benzer şekilde, matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerinin derslerine yansımalarını incelemede kullanılan Dörtlü Bilgi Modeli (Knowledge Quartet)'nin (Rowland, Turner, Thwaites, & Huckstep, 2005) Temel Bilgi (Foundation) birimine ait göstergelerden bir tanesi de öğrencilerde gerekli düzeyde matematiksel anlayışı ortaya çıkaracak uygun öğretim stratejilerini kullanmak şeklinde belirtilmektedir. Benzer şekilde bir konunun etkili bir şekilde öğrenilebilmesi amacıyla konuya en uygun öğretim stratejilerinin belirlenmesinin gerekliliğine de dikkat çekilmektedir (Ball, 1990; Chang, 2005; Grossman, 1990; Marks; 1990; Shulman; 1987). Konuya özgü öğretim stratejileri, öğrencilerin konuya ilişkin zorluk yaşayabilecekleri şeylere yardımcı olma yollarını kapsamak-

tadır (Monet, 2006). Bunun yanında, kavram yanlışlarını engellemede ve kavramsal anlayışı sağlamada da konuya özgü öğretim stratejilerinin önemli olduğu vurgulanmaktadır (Elia, Gagatsis, Panaoura, Zachariades, & Zoulinaki, 2009). Farklı konulara ilişkin öğretim stratejileri, materyaller, gerçek yaşam etkinlikleri, modeller, animasyonlar, gösterimler, konudaki kritik noktalara ilişkin soru sorma, bilgisayar destekli etkinlikler, bilgisayar yazılımları, analogiler, senaryolar, hikayeler vb.leri olabilmektedir (Hlaela Mohloua, 2011; Monet, 2006). Söz konusu öğretim stratejilerinden örneğin analogiler kullanılacak ise konuda analogiler ile neyin ön plana çıkarılacağı belirlenmesi gerekmektedir (Hlaela Mohloua, 2011). Öğretmenlerin derslerinde analogi kullanmalarının temel nedeninin, öğrencilerin bilimsel düşünceleri anlamaları için onları sadeleştirmek olduğu ifade edilmektedir (Childs, & McNicholl, 2007'den aktaran Mudau, 2014). Bu doğrultuda her konu için o konuya özgü öğretim stratejilerinin neler olabileceğinin belirlenmesinin önemli olduğu düşünülmektedir.

Konuya özgü öğretim stratejileri; konuya özgü gösterimler ve konuya özgü etkinlikler olmak üzere ikiye ayrılmaktadır (Magnusson, et al. 1999). Konuya özgü gösterimler, kavramı somutlaştırmak için söz konusu kavrama özgü kullanılacak tüm gösterimleri içermektedir (Cox, 2008). Gösterimler bir görüntüyü, somut nesnelere belirten, sembolize edebilen ya da farklı bakış açısıyla bir şeyi başka şekilde gösterebilen yapı olarak ifade edilmektedir (Palmer, 1978; Kaput, 1985; Goldin, 1987, 1998'den aktaran DeWindt-King, & Goldin, 2003). Dreyfus (1990) ise öğrenme sürecinin dört basamakta ilerlediğini ifade etmekte ve bu basamakları (a) tek bir gösterim şeklini kullanma, (b) birden fazla gösterim şeklini kullanma, (c) paralel gösterim şekilleri arasında ilişki kurma, (d) gösterim şekilleri arasında dönüşümler yapma olarak belirtmektedir. Shield ve Galbraith'ın (1998) sembolik, sözel ve şekilsel olarak ele aldığı gösterimleri, Corter ve Zahrer (2007) resimler, özgün şema gösterimleri, ağaç ve Venn diyagramı, çıktı listesi ve olasılık tabloları olarak ifade etmektedirler (Özaltun, Hıdıroğlu, Kula ve Bukova Güzel, 2013). Mesela öğrencilerin eğitim kavramını canlandırmalarına yardımcı olmak için grafiklerden yararlanılmasını öneren Cox (2008) grafikleri dinamik ve dinamik olmayan olarak ayırmaktadır.

Konuya özgü etkinlikler, öğrencilerin kavramı ve ilişkilerini anlamalarına yardımcı olmak için kullanılabilen yöntemler olarak ifade edilmektedir (Cox, 2008; Mudau, 2014). Dani (2004), öğrencilerin belirli bir konudaki güçlüklerine, kavram yanlışlarına ve problem yaşayabilecekleri hususlara değinen etkinliklerin kullanılmasını önermektedir. Konuya özgü stratejiler o konu için önemli olabilecek yaklaşımları etkinlikler içine yedirmeyi gerektirmektedir (Gottheiner, & Siegel, 2012). Örneğin, Gottheiner ve Siegel'in (2012) de değindiği gibi konuya özgü olarak karşılaştırma yapma ve konu için önemli kararları görsel yaklaşımlardan yararlanarak sunma konuya özgü öğretim stratejilerinin içinde gerçekleştirilebilecek etkinliklerdir. Bununla birlikte konuya özgü etkinlikler problemler, animasyonlar, deneyler, incelemeler, simülasyonlar vb.leri de olabilmektedir (Cox, 2008).

Bu çalışmada "süreklilik", "türev" ve "integral" kavramlarının, doğrudan doğruya bağlı olduğu "limit" kavramının (Sanchez, 1996) öğretiminde kullanılan konuya özgü öğretim stratejilerine odaklanılmaktadır. Anlaşılması zor bir kavram

olan limitin öğrenme ve öğretme sürecinin iyi planlanması ve planın büyük bir özenle uygulanması gerektiği (Elia et al. 2009) ve hangi öğretim stratejisinin öğrencilerin limit kavramını anlamalarında daha etkili olduğuna ilişkin araştırmaların yapılması gerektiği belirtilmektedir (Jordaan, 2005). Juter (2006) limit kavramının öğretiminde farklı öğretim stratejileri kullanıldığını, limit kavramının bazen önce sezgisel olarak verildiğini bazen de Weierstrass'ın formal tanımı ile öğretildiğini ifade etmektedir. Ülkemizde ise liselerde limit kavramı sadece sezgisel olarak öğretilmekte ve öğretim programında limitin formal tanımının verilmemesi tavsiye edilmektedir (MEB, 2006). Öğretim Enstitüsü Yönergeleri'ne (Pedagogical Institute Instructions) (2005; akt. Elia et al. 2009) göre, limit kavramının öğretimi ile (a) fonksiyonun grafiği verildiğinde, y ye x , $x_0 \in \mathbb{R}$ yaklaşırken fonksiyonun limitini bulma, (b) fonksiyonların limitine ilişkin özellikleri bilme ve bu özellikler yardımıyla bir fonksiyonun limitini bulma, (c) grafiği yardımıyla bir fonksiyonun limitinin sonsuz olduğunu ifade etme, (d) polinom ya da rasyonel fonksiyonların x , $+\infty$ ya da $-\infty$ a yaklaşırken ki limitlerini hesaplama ve (e) üstel ve logaritmik fonksiyonların grafiklerini ve bu fonksiyonların limitlerini bilmenin geliştirilmesi gerektiği belirtilmektedir. Ülkemiz Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı (OMDÖP)'nda ise limit alt öğrenme alanına ilişkin kazanımlar; (a) bir bağımsız değişkenin verilen bir sayıya yaklaşmasını örneklerle açıklar, (b) bir fonksiyonun bir noktadaki soldan ve sağdan limitini örneklerle açıklayarak fonksiyonun bir noktadaki limiti ile soldan ve sağdan limiti arasındaki ilişkiyi belirtir, (c) limit ile ilgili özellikleri belirtir ve uygulamalar yapar, (d) parçalı tanımlı fonksiyonların ve mutlak değer fonksiyonunun limitleri ile ilgili uygulamalar yapar, (e) genişletilmiş gerçek sayılar kümesini belirtir, gerçek değişkenli ve gerçek değerli fonksiyonlarda sonsuz için limit ve sonsuz limit kavramlarını grafik üzerinde açıklar, (f) trigonometrik fonksiyonların limiti ile ilgili özellikleri belirtir, (g) belirsizlik durumlarını belirtir ve verilen noktalarda $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty - \infty$, $0 \cdot \infty$ belirsizlik hâlleri olan fonksiyonların limitini hesaplar olarak belirtilmektedir (MEB, 2006). Limit öğretimi ile öğrencilerin söz konusu kazanımlara sahip olmaları beklenirken; Elia ve ark. (2009) limit kavramının öğretiminde yetersiz ya da uygun olmayan öğretim stratejilerinin kullanıldığını belirtmektedirler. Ülkemizde de OMDÖP'te limit kavramına ilişkin kazanımlar belirtilmekte ancak bu kazanımların hangi öğretim stratejileri yardımıyla öğrencilere kazandırılabilceğine dair açıklamalar verilmemektedir. Bu nedenle, limit kavramına ilişkin kazanımların öğrencilere kazandırılması için kullanılacak konuya özgü öğretim stratejilerinin neler olduğunun belirlenmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Bu doğrultuda, çalışmanın amacı ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının derslerinde kullandıkları limit kavramına özgü öğretim stratejileri ayrıntılı olarak ve gerçek sınıf ortamlarında incelenmek istendiğinden, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan özel durum çalışması deseninden yararlanılmıştır.

2. YÖNTEM

Araştırmada ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının derslerinde kullandıkları limit kavramına özgü öğretim stratejileri ayrıntılı olarak ve gerçek sınıf ortamlarında incelenmek istendiğinden, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan özel durum çalışması deseninden yararlanılmıştır.

2.1. Katılımcılar

Araştırma ortaöğretim matematik öğretmenliğinde öğrenim gören son sınıf dört matematik öğretmeni adayı (3 kız, 1 erkek) ile gerçekleştirilmiştir. Katılımcıların gerçek isimleri gizli tutulmuş, bulgular sunulurken kendilerinin belirlemiş oldukları takma isimler (Deniz, Umay, Can, Alev) kullanılmıştır. Öğretmen adaylarından Can özel bir dershanede iki yıl, Alev ise yardım amaçlı bir kurumda bir yıl boyunca ders anlatmış ve bütün katılımcılar özel ders vermeleri nedeniyle öğretmenlik deneyimi yaşamışlardır. Katılımcılar İzmir ilindeki bir Anadolu Lisesi'nin 12. sınıf düzeyinde dört farklı şubede öğretimlerini gerçekleştirmişlerdir. Her bir katılımcıların öğretimlerini yürüttükleri sınıflardaki öğrenci sayısı yaklaşık 13-15 arasındadır.

Limit öğretimleri için ders planlarını hazırlama aşamasında katılımcılar öncelikle OMDÖP'ü ve limit kavramına ilişkin kazanımları incelediklerini belirtmişlerdir. OMDÖP'te yer alan etkinlikleri de inceleyen katılımcılar konunun anlatılış sırasına ilişkin taslak bir fikir oluşturduklarını ifade etmişlerdir. Ardından ders kitapları, test kitapları ve internet gibi farklı kaynakları taramışlardır. Grafik, tablo gibi gösterim şekilleri için PowerPoint programından veya yazılımlardan yararlanmışlardır. Bununla birlikte farklı animasyon, video, görseller vb. yardımıyla da ders planlarını şekillendirmişlerdir. Dörder saati kapsayan öğretimleri boyunca bir gerçek sayıya yaklaşım, bir noktadaki soldan ve sağdan limit, limit özellikleri ve uygulamaları, parçalı tanımlı fonksiyonların limitleri, genişletilmiş gerçek sayılar kümesinde limit, trigonometrik fonksiyonların limiti ve limitte belirsizlik durumlarına değinmişlerdir.

2.2. Veri Toplama Araçları

Veriler, katılımcılar tarafından limit kavramına ilişkin hazırlanan dörder saatlik ders planlarından, söz konusu derslerin video kayıtlarından ve yarı yapılandırılmış görüşmelerin ses kayıtlarından derlenmiştir. Katılımcılar OMDÖP'ü temel alarak ders planlarını hazırlamışlardır. Katılımcıların ders işleyişleri araştırmacılar tarafından gözlemlenmiş ve daha sonra ayrıntılı inceleyebilmek amacıyla tüm dersler video kamera ile kaydedilmiştir. 16 ders saatini içeren video çekimlerinden sonra katılımcıların tüm dersleri için tanımlayıcı özetler oluşturulmuştur. Katılımcılar ile yapılan yarı-yapılandırılmış görüşmeler bu tanımlayıcı özetler temel alınarak gerçekleştirilmiş ve tüm görüşmeler esnasında ses kayıt cihazı kullanılmıştır. Katılımcılar ile ders öncesi, her bir ders sonu ve genel görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

2.3. Veri Analizi

Katılımcıların limit kavramına ilişkin derslerinin video kayıtları izlenmiş ve bire-bir yazıya aktarım için uygun olduğu düşünülen format belirlenmiştir. Bu format katılımcıların ve öğrencilerin ifadelerini, projeksiyon ile yansıtılan sunumlar ile tahtaya yazılanların ekran alıntısı aracı ile alınmış görüntülerini içerecek şekilde oluşturulmuştur. Tüm derslerin video kayıtlarının bire-bir yazıya aktarımı sonucunda 547 sayfalık doküman elde edilmiştir. Çalışmada derslerin transkriptinden elde edilen veriler analiz edilirken katılımcıların limit kavramına özgü öğretim stratejilerini kullanma durumları tematik kodlama ile belirlenmiştir. Tematik kodlama sonucunda

katılımcıların öğretimlerinde kullandıkları limit kavramına özgü öğretim stratejileri; limit kavramına özgü gösterimler ve limit kavramına özgü etkinlikler olmak üzere iki ana kategoride toplanmıştır.

3. BULGULAR

Katılımcıların derslerinde kullandıkları limit kavramına özgü öğretim stratejileri; limit kavramına özgü gösterimler ve limit kavramına özgü etkinlikler başlıkları altında incelenmiştir.

3.1. Limit kavramına özgü gösterimler

Katılımcıların dersleri limit kavramına özgü gösterimler bağlamında incelendiğinde; (a) şekilsel, (b) sayı doğrusu, (c) tablo, (d) grafiksel, (e) cebirsel ve (f) sözel gösterimlerin kullanıldığı görülmüştür. Tablo 1’de öğretmen adayları tarafından kullanılan limit kavramına özgü gösterimlere ve derslerde kullanıma şekillerine ilişkin bilgilere kısaca yer verilmektedir.

Tablo 1. Öğretmen adaylarının derslerinde kullandıkları limit kavramına özgü gösterimler

Gösterimler	Kullanılma şekilleri
Şekilsel	Limit düşüncesini oluşturmak için kullanılan resimler, şekiller ve video gösterimlerini içermektedir.
Sayı doğrusu	Bir sayıya sağdan ve soldan yaklaşımı sezdirmek için sayı doğrusu kullanımını içermektedir. Bununla birlikte genişletilmiş reel sayılara girişte de sayı doğrusundan yararlanılmaktadır.
Tablo	Belirli noktalara sağdan ve soldan yaklaşımı mümkün kılan noktaların seçimi ve bu noktalardaki değişime göre fonksiyonun aldığı değerleri incelemek ve o noktada fonksiyonun limitinin varlığını belirlemek amacıyla kullanılmaktadır.
Grafiksel	Grafik üzerindeki belirli bir noktaya sağdan ve soldan yaklaşımı göstermek, bu noktaya yaklaşırken fonksiyonun aldığı değerlerin değişimini incelemek ve o noktada fonksiyonun limitinin varlığını belirlemek amacıyla kullanılmaktadır.
Cebirsel	Limit kavramına ilişkin cebirsel gösterimleri içermektedir.
Sözel	Limit ve limit ile ilgili kavramların sözel açıklamalarını içermektedir.

Katılımcılar şekiller yardımıyla öğrencilerinde limit düşüncesinin oluşmasını sağlamaya çalışmışlardır. Şekilsel gösterimlerden genellikle kavramı kazandırma aşamasında tahtaya çizdikleri şekiller, gösterdikleri resimler veya izlettikleri videolar ile yararlanmışlardır. Katılımcılar limit kavramına ve genişletilmiş reel sayılara girişte sayı doğrusundan yararlanmışlardır. Bununla birlikte katılımcılardan Alev sayıya yaklaşımı içeren bir soru sorduktan sonra çözümünü açıklamada sayı doğrusunu kullanmıştır. Tablo ile gösterim de benzer şekilde genellikle limit kavramına ve genişletilmiş reel sayılar kümesine giriş aşamasında kullanılmış ve fonksiyonun aldığı değerleri incelemeyi ve limit değerini bulmayı sağlayacak şekilde organize edilmiştir. Katılımcılar bir fonksiyonun belli bir noktadaki limit değerini bulurlarken grafiklerden yararlanmışlardır. Böylelikle öğrencilerinin hem limit değerinin nasıl bulunacağını hem de limit değerinin ne olacağını daha somut bir şekilde görmelerini sağlamışlardır. Katılımcılar fonksiyonların grafiklerini tahtaya kendileri çizmenin yanı sıra, hazır grafiklerin ekran alıntılarını alarak Powerpoint sunularında öğrencilerine

göstermiş ve matematik yazılımlarından yararlanarak grafikleri bilgisayar yardımıyla da çizmişlerdir. Kavram oluşuktan sonra örnek çözerken grafiklerini çizdikleri fonksiyonlar üzerinden verilen bir noktanın limitini bulmuşlar veya öğrencilerinden de bulmalarını istemişlerdir. Katılımcılar limit kavramını sezdirdikten sonra cebirsel ifadesini vermişler ve sık sık cebirsel gösterimi kullanmışlardır. Özellikle örnek ve alıştırmaları çözerken ve limitin özelliklerini verirken cebirsel gösterimlerden ağırlıklı olarak yararlanmışlardır. Çalışmada limit kavramına odaklanıldığı için limit ifadesinin yer almadığı cebirsel gösterimler dikkate alınmamıştır. Katılımcılar derslerinin hemen her aşamasında sözel gösterimlerden yararlanmışlardır. Bununla birlikte çalışmada sadece limit kavramına ait sözel gösterimler dikkate alınmıştır. Katılımcılar limit kavramına özgü kullandıkları gösterimleri bazen tek olarak bazen de aralarında geçişler yaparak kullanmışlardır. Söz konusu geçişleri kavramı kazandırmaya çalışırken daha yoğun bir şekilde tercih ettikleri, limite ilişkin özellikleri verirken veya örnek soru çözerken ise ağırlıklı olarak cebirsel ve sözel gösterimler arasında geçişler yaptıkları görülmüştür.

Can ve Alev birinci derslerinde öğrencilerine yaklaşım kavramını sezdirmek amacı ile kenarları çember üzerinde olmak üzere çember içine çizilen düzgün çokgenlerin kenar sayısı arttıkça, çembere yaklaşıldığını aşağıdaki şekilsel gösterimi kullanarak vurgulamışlardır. Ders planında yer almamasına rağmen Can, öğretimi esnasında bu örnekten yararlanmıştı.



Can kendisi ile yapılan görüşmede öğretim sürecine söz konusu şekilsel gösterimi ekleme nedenini aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

Müfredatta limitin tarihsel gelişimi ile ilgili bir şey yoktu ben de ders planıma da eklemedim. Ancak öğrencilerin ilgisini çekebileceği düşüncesi ile Aşıl Paradoksundan ve geçmişte insanların limit kavramına neden ihtiyaç duyduğundan bahsettim. Dairenin alanını nasıl hesaplanacağı bilinmese de çokgenlerin alanlarını hesaplamayı bilince onun da bulunabileceğini yani bir ihtiyacı karşılamak için limit kavramının ortaya çıktığını anlatmaya çalıştım. (Can-Birinci Ders Sonu Görüşme)

Umay limit öğretimine ilişkin ilk dersinde öğrencilerine yaklaşım kavramına ilişkin öncelikle günlük yaşam örnekleri vermiş ardından sayı doğrusuna geçiş yaparak 1 sayısına sağdan ve soldan nasıl yaklaşılacağını gösterip sağdan-soldan limiti matematiksel olarak ifade etmiştir.

◆ Semiha Kula / Esra Bukova Güzel

Umay: Şimdi bunu sayı doğrusu üzerinde gösterelim. Biraz daha matematiğe dökelim işi. 1, biz bu 1'e biz bu 1'e sağdan ve soldan yaklaşalım.



Umay: Küçük çizgilerle yaklaşıyorum, bilmiyorum farkediyö musunuz ama

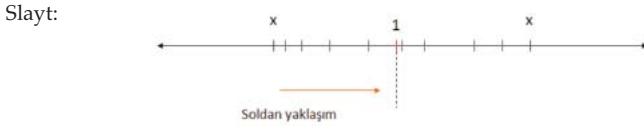


Öğrenciler: Evet.

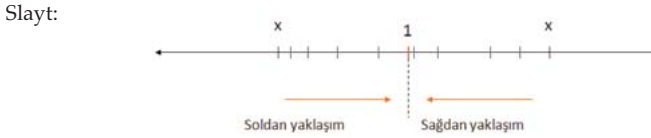
Umay: 1'e bir şekilde yaklaştığımızı düşünelim. Sağdan ve soldan. Yavaş yavaş yaklaşıyorum. Ama dikkat edin hiçbir zaman 1 olmuyorum. Sadece yaklaşıyorum. Aynı şeyi ben sağdan da yapabilir miydim?

Öğrenciler: Evet.

Umay: Soldan yaklaştım, değil mi? Soldan yaklaştım.



Umay: Sağdan yaklaştım.



Umay: Sağdan yaklaşım.

Slayt: ○ Bir x değişkeninin bir a sayısına, a 'dan küçük değerler olarak yaklaşması, x 'in a 'ya **soldan yaklaşması**dır ve $x \rightarrow a^-$ şeklinde gösterilir.

Umay: Şimdi buradan bi kavrama geçelim. Bir x değişkeninin bir a sayısına, a bir değişken, herhangi bir sayı olabilir. a 'dan küçük değerler olarak yaklaşmasına x 'in a 'ya soldan yaklaşması, kafamızda canlandı mı? Küçük değerler olarak a 'ya yaklaşıyo. Ve biz bunu şu şekilde gösteriyoruz.

Slayt: ○ Bir x değişkeninin bir a sayısına, a 'dan büyük değerler olarak yaklaşması, x 'in a 'ya **sağdan yaklaşması**dır ve $x \rightarrow a^+$ şeklinde gösterilir.

Umay: Yine bir x değişkeninin bir a sayısına, a 'dan büyük değerler olarak yaklaşması, x 'in a 'ya sağdan yaklaşmasıdır. Biz yine x a 'ya sağdan yaklaşırken şeklinde gösteriyoruz.

Alev de ilk dersinde matematiksel bir yazılım olan MATLAB programını kullanarak çizdiği f fonksiyonunun verilen noktadaki limitini bulmada sağdan ve soldan yaklaşımı vurgulamıştır. Alev, seçtiği fonksiyonun $x = 10$ 'daki limitini araştırırken, önce tablo ile gösterim yapmış ardından ise yazılım yardımıyla fonksiyonun grafiğini çizip

$x = 10'$ a sağdan ve soldan yaklaşma durumunda fonksiyonun yaklaştığı değerlerin ne olacağını tartışmıştır.

Slayt:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$$

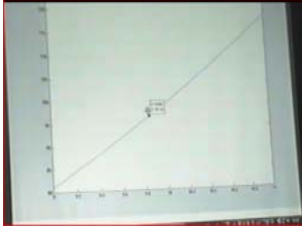
fonksiyonun x değerleri 10 sayısına
yaklaşırken fonksiyonun alacağı değerleri
inceleyelim. [grafik](#)

9	9.1	9.2	9.3	9.4	9.5	9.6	9.7	9.8	9.9
81	82.81	84.64	86.49	88.36	90.25	92.16	94.09	96.04	98.01
11	10.9	10.8	10.7	10.6	10.5	10.4	10.3	10.2	10.1
121	118.81	116.64	114.49	112.36	110.25	108.16	106.09	104.04	102.01

Alev:

Şuna bir bakalım.

Slayt:



Deniz ikinci derinde bir fonksiyonun verilen noktada limitinin olması için sağdan ve soldan limitlerinin birbirine eşit olması gerektiğini vurgulamış, ardından sözel ifadesinin cebirsel olarak nasıl gösterilebileceğini aşağıdaki gibi açıklamıştır:

Slayt:

Sonuçlar

1. Bir noktada fonksiyonun limitinin olması için, o noktadaki sağdan ve soldan limitler birbirine eşit olmalıdır.

Deniz:

Şimdi, bir noktada bir fonksiyonun limitinin olması için o noktadaki sağdan ve soldan limitler birbirine eşit olmalıdır, diyoruz. Neden? Limit yaklaşmaktı. Sadece yaklaşmayı düşünürsek sağdan ve soldan limitler birbirine eşittir.

Slayt

Sonuçlar

1. Bir noktada fonksiyonun limitinin olması için, o noktadaki sağdan ve soldan limitler birbirine eşit olmalıdır.

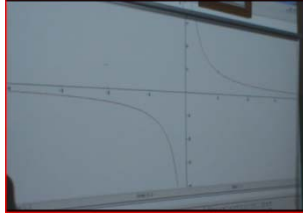
Deniz:

Bunu da matematiksel olarak bu şekilde gösterebiliriz. x değerleri a' ya soldan yaklaşırken ve sağdan yaklaşırken limitler, fonksiyonun limiti birbiri ne eşitse, genel anlamda x değişkeni bu sayıya (a' yı gösteriyor) yaklaşırken fonksiyonun limiti vardır diyoruz.

Umay genişletilmiş reel sayılar kümesinde fonksiyonun bir noktadaki limitini bulmada sağdan ve soldan yaklaşımın önemini vurgulamak için matematiksel bir yazılım olan DERIVE'daki grafik çizimlerinden yararlanmış. Böylelikle katılımcı grafik üzerinde komşulukları da gösterme şansı elde etmiştir. Umay DERIVE programının dinamikliğinden faydalanarak fonksiyonun farklı değerleri x için limitinin ne olduğunu öğrencilerine dördüncü dersinde aşağıdaki kesitte verildiği gibi göstermiştir.

◆ Semiha Kula / Esra Bukova Güzel

Slayt:

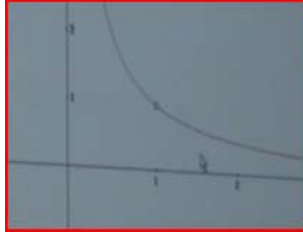


Umay: $f(x)$ eşittir $1/x$ grafiğine bakalım.

Ooo

Umay: Bu, benim şu anda noktamın bulunduğu yer.

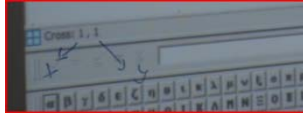
Slayt:



Umay: Noktam 1, 1 de. Şu. O zaman bu ne? x değerlerim. Bu ne?

Öğrenci: y .

Tahta:



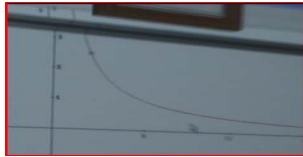
Umay: y değerlerim. Şimdi ben bu noktayı ne tarafa götüreyim? Yavaş yavaş 'a sağdan yaklaşım. Değerleri görebiliyor musunuz?

Ooo

Öğrenci: Sonsuza doğru gidiyor.

Umay: Evet. Noktam yavaş yavaş 'a gelirken...

Slayt:



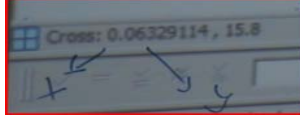
Öğrenci: Bunlar gerçek değerler mi?

Umay: Evet, gerçek değerler.

Ooo

Umay: Ve dediğim gibi bir süre sonra çok çok hızlı bir şekilde artmaya devam edecek.

Slayt:



Umay: Sonsuza kadar gidecek değil mi?

Slayt:



Umay'a derslerinde DERIVE'ı kullanarak grafikleri çizmeyi tercih etme nedeni sorulduğunda yanıtı aşağıdaki gibi olmuştur:

Öncelikle kendim çizebilirdim grafikleri ama tam net bir şekilde çizebileceğimi düşünmüyorum, ufak kaymalar falan olurdu. Zaten öğretmenleri sürekli kendisi grafik çiziyor. Öncelikle dikkatini çekmek istedim öğrencilerin. Böyle bir program var ve bu programda bu tarz şeyler yapabiliyoruz. İkincisi somutlaştırmayı daha düzgün bir şekilde yapmak istedim. Neyin nerede, işte noktaları tam olarak görsünler, ne nerede neyi kesiyor görsünler istedim. O yüzden kullandım. (Umay-Dördüncü Ders Sonu Görüşme)

Umay DERIVE programını kullanarak çizdiği f fonksiyonunun aldığı değerleri slaytına eklediği tablo üzerinden de öğrencilerine göstermiş ve bu tablo ile de $x = 0$ noktasına sağdan ve soldan yaklaşırken fonksiyonun alacağı değerleri aşağıdaki gibi vurgulamıştır.

Slayt:

x	f(x)	x	f(x)
0,1	10	-0,1	-10
0,01	100	-0,01	-100
0,001	1000	-0,001	-1000
0,0001	10000	-0,0001	-10000
0,00001	100000	-0,00001	-100000
...
$x \rightarrow 0^+$	$f(x) \rightarrow +\infty$	$x \rightarrow 0^-$	$f(x) \rightarrow -\infty$

Umay: Şimdi bunu bi tablolaştıralım o zaman. İfadeyi hatırlıyorsunuz, değil mi? $f(x)$ 'im.

Öğrenci: $1-x$.

Ooo

Umay: Şimdi diğer taraftan 0 'a yaklaşalım ki bunu grafik üzerinde görmüştük. Şimdi tablo üzerinde bir daha görüyoruz. 0 'a giderek yaklaşıyorum. O zaman x 'lerim 0 'a soldan yaklaşırken $f(x)$ 'im de eksi sonsuza yaklaşır.

Slayt:

x	f(x)	x	f(x)
10	0,1	-10	-0,1
100	0,01	-100	-0,01
1000	0,001	-1000	-0,001
10000	0,0001	-10000	-0,0001
100000	0,00001	-100000	-0,00001
...
$x \rightarrow +\infty$	$f(x) \rightarrow 0^+$	$x \rightarrow -\infty$	$f(x) \rightarrow 0^-$

Umay kendisi ile yapılan görüşmede limit öğretiminde tablo ile gösterimden yararlanma nedenini aşağıdaki gibi açıklamıştır:

Tabloları yaklaşım; sonsuza yaklaşım ve sıfıra yaklaşım gibi kavramlar için kullandım. Çünkü belirli bir noktaya yaklaşırken x ve y nin farklı değerlerini aynı tabloda gösterme şansı var. Böylelikle limit değeri kolaylıkla görülebiliyor. (Umay, Göstergelere İlişkin Görüşme)

Umay grafik ve tablo gösterimlerini kullanarak vurguladığı limit aranan noktaya sağdan ve soldan yaklaşımı; cebirsel olarak da aşağıdaki kesitte verildiği gibi göstermiştir. Katılımcı böylelikle üç farklı gösterim arasında geçişler yaparak, öğrencilerin dikkatini limit aranan noktaya sağdan ve soldan yaklaşımın önemine çekmiştir.

Slayt:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{-\infty} = 0$$

Umay: O zaman bunu bu şekilde matematiksel olarak ifade edebilir miyim?

3.2. Limit kavramına özgü etkinlikler

Katılımcıların dersleri limit kavramına özgü etkinlikler bağlamında incelendiğinde; (a) oyun, (b) günlük yaşam örneği, (c) animasyon, (d) görsellerle desteklenmiş senaryo, (e) analogi, (f) Escher'in resimleri, (g) farklı bilim dalları, (h) polinom fonksiyonlarda limit değerini tartışma ve (i) limite ilişkin özellikleri pekiştirme etkinliklerinin kullanıldığı görülmüştür. Tablo 2'de öğretmen adayları tarafından kullanılan limit kavramına özgü etkinliklere ve derslerde kullanılma şekillerine ilişkin bilgilere yer verilmektedir.

Tablo 2. Öğretmen adaylarının derslerinde kullandıkları limit kavramına özgü etkinlikler

Etkinlikler	Kullanılma şekilleri
Oyun	Bir sayıya sağdan ve soldan yaklaşımı sezdirmek için sayı doğrusunda seçilen bir noktaya ne kadar yaklaşılabileceğini, bir aralıkta sonsuz sayı olduğunu ve limit kavramını sezdirmeyi içermektedir.
Günlük yaşam örneği	Limit kavramını sezdirmek için günlük yaşam örneği sunmayı içermektedir.
Animasyon	Limit kavramını sezdirmek ve öğrencilerin dikkatini çekmek için yaklaşım temalı animasyon izlemeyi içermektedir.
Görsellerle desteklenmiş senaryo	Limit kavramını oluşturmada görsel materyallerden yararlanarak oluşturulan senaryolardan yararlanmayı içermektedir.
Analoji	Limit düşüncesini oluşturmada yararlanılan benzetimleri içermektedir.
Escher'in resimleri	Limit ve genişletilmiş reel sayılar kavramlarını Escher'in resimlerinden yararlanarak oluşturmayı içermektedir.
Farklı bilim dalları	Sonsuzluk kavramını oluşturmada farklı bilim dalları ile ilişki kurmayı içermektedir.
Polinom fonksiyonlarda limit değerini tartışma	Polinom fonksiyonlarda bir noktadaki limitin o noktada fonksiyonun değerine eşit olduğunu vurgulamayı içermektedir.
Limite ilişkin özellikleri pekiştirme	Limit kavramına ilişkin özellikleri tekrar ederek ve hatırlatarak pekiştirilmesini sağlamayı

Oynatılan oyun yardımıyla bir sayıya sağdan ve soldan yaklaşımı kavratmanın yanında limit düşüncesinin oluşmasında katkıda bulunmuş ve sonsuzluk düşüncesi sezdirilmeye çalışılmıştır. Katılımcılar günlük yaşam örneklerini limit düşüncesini oluşturmaya, öğrencilerine yaşamlarında limit kelimesini nerelerde kullandıklarını göstermeye ve yaklaşım, yaklaşık değer vb. yeni bir kavramı sezdirmeye çalıştıklarında kullanmışlardır. Animasyonlar, görsellerle desteklenmiş senaryolar ve analogiler yardımıyla limit düşüncesini oluşturmaya çalışmışlardır. Bununla birlikte katılımcılar limit kavramı ve genişletilmiş reel sayılar kavramını Escher'in resimlerinden yararlanarak anlatmışlar ve farklı bilim dalları ile ilişki kurarak sonsuzluk kavramını vermişlerdir. Katılımcılar polinom fonksiyonların bir noktadaki limitinin o noktada fonksiyonun değerine eşit olduğuna ilişkin bilgiyi öğrencilerine verdikten sonra, uygulamalar yaparken sık sık bu özeliğe dikkat çekmişler ve her zaman polinom fonksiyonlarda yerine koyma işleminin yapılabileceğine vurgu yapmışlardır. Benzer şekilde limite ilişkin özellikleri ve özel fonksiyonlarda limit konusunu işledikten sonra alıştırmalar yaparken özelliklerin neler olduğunu öğrencilerine vermişler ve sık sık hatırlatmışlardır. Limite özgü öğretim etkinlikler gösterimlerde olduğu gibi birbirleri ile ilişkilendirilerek bir bütün olarak kullanılmıştır.

Deniz ilk dersinde sınıfı iki gruba ayırarak, bir sayıya sağdan ve soldan yaklaşımı öğrencilerine kavratmak amacıyla kurguladığı bir oyunu öğrencilerine oynatmıştır. Söz konusu oyunun kuralına göre; bir grup 5 sayısına dörtten diğer grup ise altıdan başlayarak yaklaştırmaya çalışacak ve 5'e en fazla yaklaşabilen grup ise oyunun

galibi olacaktır. Deniz oynattığı oyundaki gibi grup çalışmasından yararlanarak, öğrencilerinin hem gruplar içinde hem de sınıf arkadaşları ile iletişim kurmalarını sağlamıştır.

Deniz: Şimdi 5'e yaklaşıyoruz arkadaşlar, 5 olmuyoruz. Tamam, nerden başlayalım, ilk?

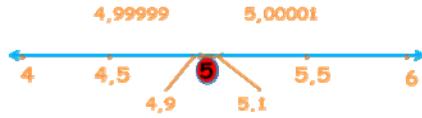
Öğrenci: Biz.

Öğrenci: 5.95 olsun.

Deniz: 5.95, misal. Hatta bunu da gösterelim. Nasıl gösterelim? (*Tahtaya sayı doğruyu çiziyor.*)

Ooo

Slayt:



Katılımcılar derslerinde limit kavramını günlük yaşam örnekleri ile ilişkilendirmişlerdir. Katılımcılar günlük yaşamla ilişkilendirmeyi ağırlıklı olarak limit kavramının oluşturulmaya başlandığı ilk derslerinde kullanmayı tercih etmişlerdir. Umay kendisi ile ders öncesi yapılan görüşmede limiti günlük yaşamla ilişkilendirme konusunda aşağıdaki ifadeleri kullanmıştır:

Daha sonra öğrencilerin daha kolay, bu konuyu daha kolay nasıl anlayabileceğini düşündüm ve günlük hayatla konuyu ilişkilendirmeye çalıştım. Günlük hayat örnekleri düşündüm. Buradan başladım... Bu günlük hayatla ilişkilerimi matematikle ilişkilendirerek konuya bir giriş yapmayı düşünüyorum. Böylece daha kalıcı bir anlatım olacağını düşünüyorum. (Umay-Ders Öncesi Görüşme)

Umay birinci dersinde limit kelimesinin Türkçe'de ne anlama geldiğini öğrencileri ile aşağıdaki gibi paylaşmış ve böylelikle günlük yaşamda limit kelimesinin kullanımını ile matematikteki limit kavramı arasında ilişki kurmayı amaçlamıştır.

Umay: Peki, Türkçe anlamına bakalım. Limitin Türkçesine. Limit bir şeyin nicelik bakımından inebileceği ya da erişebileceği en alt ve en üst sınır, yer. Değişken bir büyüklüğün istenildiği kadar yaklaşabildiği durağan büyüklük. Ya da hudut tayin etmek, kısıtlamak, sınırlandırmak gibi anlamları var.

Umay günlük yaşamla limit kavramını ilişkilendirmede hız limiti, kredi kartı limiti gibi günlük yaşamda kullandığımız limit kelimesine ilişkin örnekleri birinci dersinde vermiştir.

Slayt:



Umay: Evet, arkadaşlar kredi kartı limiti.

Slayt:



Öğrenci: Hız limiti.

Umay: Ve limitini aşma, limitsiz içecek, limitsiz eğlence, limit sizersiniz diye bir kitap çıktı biliyorsunuz. Günlük hayatımızda...

Alev'in de Umay gibi dersine giriş yapma ve limit kavramını sezdirme amacıyla hız limiti, kredi kartı limiti vb. örnekleri öğrencilerine sunduğu görülmüştür.

Alev: İı arkadaşlar bu limitlerin, imm şimdi kredi kartı limiti, hız limiti, alkol limiti...

Slayt:

- Kredi kartı limiti
- Hız limiti
- Alkol limiti
- Limitsiz fıstık



Ooo

Alev: İı, peki niye diyelim ki hız limiti görülen levhada 50? Neden 50, 60 değil?

Öğrenci: Kaza olurdu.

Umay limit kelimesinin Türkçe anlamını vererek öğrencilerine limitin "en alt ve en üst sınır" olduğu fikrini vermiştir. Bununla birlikte Umay ve Alev; hız limiti, kredi kartı limiti gibi limit kavramının öğrenciler tarafından en üst değer ya da aşılması gereken bir sınır olarak algılanmasına neden olabilecek örnekler vermişler-

dir. Bu tarz örneklendirmelerin *limitle ilgili ön kavrayışlara dayalı yanlışlar* bağlamında; öğrencilerde kavram yanlışlığı oluşumuna neden olabileceği düşünülmektedir. Söz konusu örnekler ile limit kavramı günlük dilde genellikle ulaşılabilecek en üst değer ve aşılması gereken bir sınır olarak algılanmakta (Cornu, 1991; Davis & Vinner, 1986; Szydlik, 2000; Tall & Schwarzenberger, 1978; Williams, 1989) ve bu yönüyle matematiksel limit ile ters düştüğü (Özmantar ve Yeşildere, 2008) ifade edilmektedir. Alev ve Umay'ın derslerinde çıkan bu yanlışlığın giderilmesinde; limitin günlük dildeki kullanımı ile matematikteki anlamı arasındaki farka değinme veya limitin aşılması gereken bir sınır olarak görülmesini engelleyecek örnekler verme uygun olacaktır. Umay ve Alev'in verdiği örneklerde limit, genellikle hız sınırının saatte olması gibi aşılması gereken bir sınır olarak verilmiştir. Ancak hız sınırının saatte olduğu bir yolda aracın hızının saatte olabileceği gibi de olabileceği; hız sınırını aştığında aracın hızını düşürerek saatte 'ye de indirebileceğini içeren bir örneğin verilebileceği ve böylelikle saatte olan hız sınırına sağdan ve soldan yaklaşımın mümkün olduğu anlamının yüklenebileceği düşünülmektedir.

Umay'ın limitin aşılması gereken bir sınır olarak algılanmasına neden olabilecek öğretimi sonucunda ikinci dersinde öğrencilerinde bunun yansıması görülmüştür. Umay'ın öğrencilerine sorduğu "acaba limit günlük yaşamda nerelerde kullanılıyor?" sorusuna öğrencilerinin, verdikleri örneklerin tümünde limiti; aşılması gereken bir sınır ya da en üst değer olarak belirttikleri görülmüştür.

Öğrenci: Bilgisayar teknolojisinde. Bilgisayarların hafızaları.

Ooo

Öğrenci: Mesela fabrikalar günlük...

Umay: Dinliyor musunuz?

Öğrenci: ...günlük üretilenlerin limitini belirliyor. Mesela bir günde sınırlı mal üretilir.

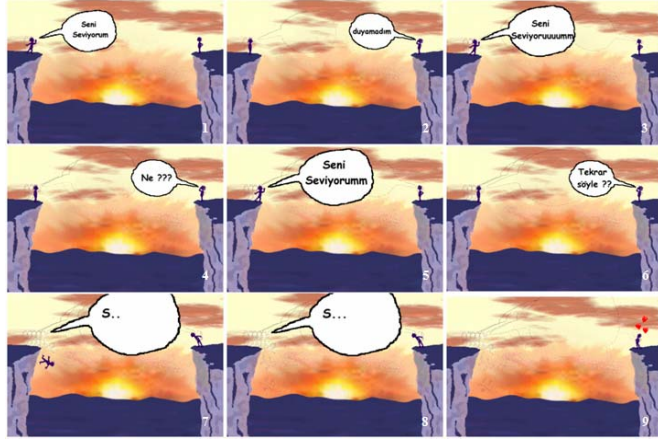
Ooo

Öğrenci: Sınav.Umay:Sınav. Yani en yüksek alan...

Öğrenci: 160'ı aşarsan barajı geçiyorsun.

Katılımcılardan Umay uçurum ile ilgili izlemiş olduğu bir animasyonu limit kavramına girişte kullanmanın ilgi çekici olacağını düşünmüş ve bunu birinci dersinde kullanmıştır. Söz konusu örnekte uçurum kenarına ne kadar yaklaşabileceğine ve sınırın aşıldığında ne olacağına ilişkin bir örneklendirme yapılmıştır. Söz konusu animasyondan kesitler aşağıda verilmiştir.

Animasyon:



Umay resim konusundaki becerisini de kullanarak limit kavramını Ünlüye Yaklaşım Örneği ile ilişkilendirmiştir. Umay'ın birinci dersinde kullandığı söz konusu örneğe ilişkin kesitler aşağıda verilmiştir. Umay ders öncesi yapılan görüşmede Paint ve PowerPoint programını kullanarak günlük yaşamla ilişkilendirmeyi sağlayan bir görsel destekli bir senaryo hazırladığını aşağıdaki gibi belirtmiştir.

Ben çizimlerimi genelde paintde çiziyorum. Yani el alışkanlığı küçüklüğümden beri. Daha çabuk çizdiğim için orada çiziyorum. (Umay-Ders Öncesi Görüşme)

Umay: Peki, arkadaşlar biraz daha günlük hayata geçelim. Hepimiz az çok magazinle ilgileniyoruz, değil mi? Peki, dışarıda bir tane ünlü var. Hemen ne olur?

Öğrenci: Haberci.

Umay: Evet, haberciler değil mi? Sağdan, soldan, her taraftan hemen üşüşürler.

Slayt:



Umay: Peki, nerden ünlüye doğru yaklaşabilirler? Öğrenci: Sağdan ve soldan.

Öğrenci: Her yerden.

Umay: Sağdan.

Slayt:



◆ Semiha Kula / Esra Bukova Güzel

Umay: Soldan.

Slayt:



Umay: Bu kadar mı?

Öğrenci: Yukarıdan.

Öğrenci: Her taraftan.

Ooo

Umay: Biri kazma kürek alsın eline. Aşağıdan yaklaşsın.

Slayt:



Öğrenci: (Anlaşılmıyor)

Umay: Bir şekilde yaklaşırlar, değil mi? Peki bu yaklaşım işlerinin sonunda ünlüye ulaşabilirler mi? Yani mikrofonu ağızına değdirebilirler mi? Eliyle işte kolunu tutabilirler mi?

Öğrenci: Cık.

Umay: Tutamazlar. Neden?

Öğrenci: Korumaları var.

Öğrenci: Ünlüler.

Umay: Çünkü korumaları var. Yani bir şekilde yaklaşıyorlar. Her taraftan yaklaşıyorlar. Ama ona hiç bir zaman ulaşamıyorlar.

Umay günlük yaşamdan Ünlüye Yaklaşım Örneği ile de limit kavramını öğrencilerine sezdirmeye çalışmıştır. Söz konusu örnekte ünlüye hiçbir zaman ulaşamayacağına dair vurgular yapılmıştır. Bu şekilde bir vurgunun limit değerine asla ulaşamayacağına dair bir kavram yanlışlığına sebep olabileceği düşünülmektedir (Szydlik, 2000; Williams, 1989, 2001).

Umay birinci dersinde ayrıca karakteri oturmuş ve oturmamış olan iki kişiden bahsederek analogi yardımıyla limit kavramını sezdirmeye çalışmıştır. Söz konusu analoginin limit kavramı için uygunluğu tartışılabilir olsa da katılımının böyle bir analogiyi oluşturma çabasında önemli olduğu düşünülmektedir. Ayrıca Umay'ın bir kişinin aynı sorun karşısında farklı iki kişiye aynı davranışı sergilemesinin, onun karakterinin oturmuş biri olarak kabul edileceği şeklindeki analogisi amacına ulaşmış ve öğrencilerinin bunu sağdan-soldan limitlerin eşitliği ve limitin varlığı ile ilişkilendirmelerini sağlamıştır. Söz konusu analogiye ilişkin kesit aşağıda verilmiştir.

Slayt:



Umay: Şimdi biraz daha günlük hayata geçelim. Bir arkadaşımız var. Hepimizin bir sürü arkadaşı vardır. Bir sürü problemle karşılaşıyoruz değil mi, bir sürü sorunla karşılaşıyoruzdur hayatımızda. Ve bazen öyle sorunlar oluyor ki aynı sorunlar bize farklı kişiler tarafından aksettirilebiliyor, değil mi? Aynı sorun farklı kişi. Bu borç isteme olabilir. Ne bileyim, mesela ders notu var mı olabilir. Bir şekilde bunlarla karşılaşıyoruz.

Slayt:



Umay: Peki, ben eğer arkadaşlarımı...

Slayt:



Umay: ...aynı sorunlar karşısında aynı tepkileri veriyorsa benim için ne denebilir? Dürüst insan denebilir belki. Belki karakterli insan denebilir, değil mi? Ama öyle yapmıyorsam. Keyfime göre insan seçerek, adam seçerek ona farklı cevaplar veriyorsam o zaman da belki karakterim oturmamış diyebiliriz belki. Değil mi belki diyebiliriz.

Slayt:

Aynı durum karşısında gösterdiği muamele aynıysa karakteri oturmuş.



Umay: O zaman ne dedik? Aynı durum karşısında gösterdiğim muamele aynıysa karakteri oturmuş...

Slayt:

Aynı durum karşısında gösterdiği muamele aynı değilse karakteri oturmamış.



Umay: ...aynı durum karşısında gösterdiğim muamele aynı değilse karakteri oturmamış diyorum. Peki, ben bunu neden anlattım?

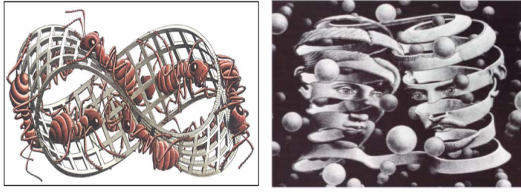
Öğrenci: Sağdan soldan limitin farklı olması.

Umay: Aynen öyle.

Umay ve Alev matematik-sanat arasında ilişki kurmak için Escher'in aşağıdaki iki resminden yararlanmışlardır. Bu resimler ile şekillerin bir daireye benziyor gibi gözükmesine rağmen daire olmadıklarını, motiflerin gittikçe küçüldüğünü ancak aynı motifin sürekli devam ettiğini ifade etmişlerdir.



Umay üçüncü dersinde ise Escher'in aşağıdaki iki resminden yararlanarak öğrencilerine sonsuzluk kavramını sezdirmeye çalışmıştır.



Katılımcılar limit kavramını genellikle geometri ile ilişkilendirirken ek olarak Umay fizik dersi ile de ilişkilendirme yapmayı tercih etmiştir. Umay sonsuzluk kavramını fizik bilim alanıyla ilişkilendirmek için paralel aynalarda görüntü oluşumunu ele almıştır. Yeterince büyük ve paralel olarak yerleştirilmiş iki aynada oluşan görüntüler hakkında ne düşündüklerini öğrencilerine sormuştur. Umay'ın öğrencileri fizik dersindeki bilgileri ile ilişkilendirerek sonsuz sayıda görüntü olacağını ifade etmişlerdir.

Katılımcılar polinom fonksiyonlarda verilen bir nokta için fonksiyonun limit değerini bulmada, verilen noktayı fonksiyonda yerine yazmanın limit değerine ulaşmada yeterli olacağını öğrencilerine açıklamışlar ve ardından gerekli gördükçe öğrencilerine bu özeliği hatırlatmışlardır. Böylelikle hangi fonksiyonlar için limit değerini bulurken verilen noktanın fonksiyonda yerine koyulabileceğine dair öğrencilerinin bilgilerini pekiştirmeye çalışmışlardır. Örneğin; Can'ın ikinci dersinde polinom fonksiyonlarda limitin bulunmasına ilişkin hatırlatması aşağıda verilmiştir.

Can: Ne yapıyordum? Bu bir polinom fonksiyon mu? Polinom fonksiyon hepsinde tanımlı. O halde doğrudan x gördüğüm her yere -2 mi yazıyorum? Aç bir tane parantez.

Katılımcılar derslerinde üstel, logaritmik ve köklü fonksiyonlarda limitin nasıl bulunacağına özel olarak değinmişler ve özel tanımlı fonksiyonlardan biri olan mutlak değer fonksiyonlarında limit bulmaya yönelik çıkarımları vermişlerdir. Katılımcılar limitle ilgili özellikleri verirken değindikleri üstel, logaritmik, mutlak değer ve karekök fonksiyonları için limit bulmayla ilgili özellikleri, gerek gördükçe

öğrencilerine hatırlatmışlardır. Böylelikle öğrencilerinin söz konusu özellikleri pekiştirmelerini sağlamaya çalışmışlardır. Örneğin Can, logaritma fonksiyonunun limitini bulmaya ilişkin verdiği bir örnek soruda, öğrencisi çözüm yaparken takılınca ona logaritmik fonksiyonla ilgili özeliği aşağıdaki kesitte görüldüğü gibi hatırlatmıştır.

Tahta:

Handwritten note on a whiteboard showing the limit problem: $\log_3(x^2-4x-3)$ için $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$?

Ooo

Can: Şimdi bak, tamam, beraber yapalım. Biz ne demiştik, limitin özelliklerini yazarken; logaritma fonksiyonunun içerisinde ben bu limiti ne yapabiliyordum? Alabiliyordum. O halde şu limiti buradan silsek. Limiti 'ün üzerine yazsak. Limit; x kaçta gidiyormuş? $x; -2$ 'ye giderken, şu fonksiyonu yazsak, parantez açıp.

Tahta:

Handwritten note on a whiteboard showing the limit expression: $= \log_3 \lim_{x \rightarrow -2} [x^2-4x-3]$

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Dört ortaöğretim matematik öğretmeni adayının derslerinde kullandıkları limit kavramına özgü öğretim stratejilerinin incelendiği araştırmada söz konusu stratejiler; limit kavramına özgü gösterimler ve limit kavramına özgü etkinlikler olmak üzere iki ana başlık altında gruplandırılmıştır. Limit kavramına özgü kullanılan gösterimler (a) şekilsel, (b) sayı doğrusu, (c) tablo, (d) grafiksel, (e) cebirsel ve (f) sözel gösterimler olmak üzere altı kategori altında şekillenmiştir. Konuya özgü etkinlikler ise (a) oyun, (b) günlük yaşam örneği, (c) animasyon, (d) görsellerle desteklenmiş senaryo, (e) analogi, (f) Escher'in resimleri, (g) farklı bilim dalları, (h) polinom fonksiyonlarda limit değerini tartışma ve (i) limite ilişkin özellikleri pekiştirme olmak üzere dokuz kategoride gruplandırılmıştır.

Katılımcılar şekiller, sayı doğrusu, tablo ve grafikleri ağırlıklı olarak kavrama giriş yapmada kullanmışlardır. Bir fonksiyonun verilen bir noktadaki limitini bulabilmek için o noktaya sağdan ve soldan yaklaşılması gerektiğini öğrencilerine farklı gösterim şekillerini kullanarak ifade etmişlerdir. Katılımcılar genellikle sağdan ve soldan yaklaşımın önemini vurgulamak için önce grafiksel ve tablo ile gösterimlerden yararlanmışlar ve ardından bu yaklaşımın cebirsel gösterimine geçiş yapmışlardır. Bunun yanında sözel gösterimlerden de her aşamada yararlanmışlardır. Katılımcıların bu yaklaşımının önemli olduğu düşünülmektedir. Bu düşüncüyü destekler biçimde, Domingos (2009) ve Hofe (1997) limit kavramının öğretiminde önce grafiksel gösterimin verilmesinin cebirsel gösterime geçişi desteklediğini ifade etmektedirler. Elia ve ark. (2009) da cebirsel ve grafiksel gösterim şekillerinden yararlanılmasının limit kavramının kazandırılmasında etkili olduğunu vurgulamaktadır.

lar. Bununla birlikte kimi katılımcıların grafik üzerinde komşulukları göstermesinin de ileriye dönük olarak formal tanıma geçişte kolaylık sağladığı belirtilmektedir (Domingos, 2009). İki katılımcı bazı grafikleri matematiksel yazılımlar kullanarak çizmişler, böylelikle yazılımın dinamikliğinden de yararlanarak daha görsel bir ortam yaratmışlardır. Jordaen (2005) limit kavramını öğretirken bilgisayar yazılımları kullanmanın bir öğretim stratejisi olduğunu; Akkoç (2006) da Graphical Calculus gibi bir matematiksel yazılım kullanılarak cebirsel ifadenin yanında grafik ve tablo incelemesinin de yapılabileceğini belirtmektedirler. Benzer şekilde Bergthold (1999) limit konusunun anlaşılmasında fonksiyonların grafik ve tablo değerlerinin incelenmesinin önemli olduğunu ifade etmektedir (akt. Özmantar ve Yeşildere, 2008). Bu bağlamda katılımcıların matematiğe özgü yazılımları kullanarak grafikleri incelemeleri onların limit öğretimlerini desteklemiştir.

Katılımcılar limit kavramına özgü kullandıkları gösterimleri bazen tek olarak bazen de aralarında geçişler yaparak kullanmışlardır. Söz konusu geçişleri kavramı kazandırmaya çalışırken daha yoğun bir şekilde tercih ettikleri, limite ilişkin özellikleri verirken veya örnek soru çözerken ise ağırlıklı olarak cebirsel ve sözel gösterimler arasında geçişler yaptıkları görülmüştür. Kimi araştırmacılar (Dunham & Osborne, 1991; Knuth, 2000; McCoy, 1994; Schoenfeld, Smith, & Arcavi, 1993) öğrencilerin, tablo ve grafiksel gösterimler ile cebirsel gösterim arasında geçiş yapmalarının desteklenmesi gerektiğini ifade etmektedirler (akt. You, 2006). Stein ve ark. (1990) ve Wilson (1994) öğretmenlerin öğretecekleri konuya özgü çoklu gösterimleri bilmeleri ve bu gösterimler arasında geçişler yapabilmeleri gerektiğini belirtmektedirler (akt. You, 2006). Bu bağlamda öğretmen adaylarının öğretecekleri konunun yanında bu konuya özgü gösterimleri ve gösterimler arasında geçiş yapmayı bilmeleri önerilmekte ve onlardan bu bilgilerini öğretimlerine yansıtılmaları beklenmektedir.

Bir katılımcının derslerinde günlük yaşam örneklerinden yararlanmayı neredeyse hiç tercih etmediği görülmüştür. Üç katılımcı ise limit düşüncesini oluşturmaya, öğrencilerine yaşamlarında limit kelimesini nerelerde kullandıklarını göstermeye ve yaklaşım, yaklaşık değer vb. yeni bir kavramı sezdirmeye çalıştıklarında günlük yaşam örneklerini kullanmışlardır. Günlük yaşamla ilişkilendirme yapma, ağırlıklı olarak limit düşüncesinin oluşturulmaya başlandığı ilk derslerde tercih edilmiştir. Bir katılımcı limit kelimesinin Türkçede ne anlama geldiğini öğrencilerine açıklarken, iki katılımcı limit kavramı için hız limiti, kredi kartı limiti gibi günlük yaşamda kullandığımız limit kelimesine ilişkin örnekleri vermişlerdir. Katılımcıların bu örnekleri öğrencilerinde limitin en alt ve en üst sınır olduğu düşüncesinin oluşmasına neden olmuş ve yansımaları öğrencilerin verdikleri günlük yaşam örneklerinde görülmüştür. Bu tarz örneklendirmelerin limitle ilgili ön kavrayışlara dayalı yanılgılar bağlamında; öğrencilerde kavram yanılgısı oluşumuna neden olabileceği düşünülmektedir. Söz konusu örnekler ile limit kavramı genellikle ulaşılabilecek en üst değer ve aşılmaması gereken bir sınır olarak algılanmakta (Cornu, 1991; Davis ve Vinner, 1986; Szydlik, 2000; Tall ve Schwarzenberger, 1978; Williams, 1989) ve bu yönüyle matematiksel limit ile ters düşmektedir (Özmantar ve Yeşildere, 2008). Ek olarak, bir katılımcının verdiği bir günlük yaşam örneği ile limit değerine asla ulaş-

lamayacağına dair kavram yanlışlığına (Szydlik, 2000; Williams, 1989, 2001) sebep olabilecek vurgular yapılmıştır. Elia ve ark. (2009) bu konuya dikkat çekerek, öğrencilerin sahip olabilecekleri olası kavram yanlışlarından haberdar olunması ve öğretimin de bu doğrultuda şekillendirilmesi gerektiğini belirtmektedirler. Katılımcıların söz konusu günlük yaşam örneklerini derslerine taşımalarının önemli olduğu düşünülmekle beraber, bu tarz örneklerin kavram yanlışlarına neden olabileceği göz önüne alınarak hazırlanması önerilmektedir. Söz konusu örneklerin öğrenciler için dikkat çekici olduğu göz önüne alındığında bu örnekler kullanılırken gerekli açıklamaların yapılması ve olası kavram yanlışlarının önüne geçilmesi gerekmektedir. Ayrıca, limit kavramına özgü kullanılan öğretim stratejilerinin konu ile ilgili kavram yanlışlarının oluşumunu engelleme ya da sağlama gibi rollerinden ötürü seçimi büyük önem taşımaktadır. Bu bağlamda konuya özgü öğretim stratejilerini seçerken öğrencilerin zorluk ve yanlış yaşayacağı hususların göz önüne alınması önerilmektedir.

Katılımcılar animasyonlar, görsellerle desteklenmiş senaryolar ve analogiler yardımıyla da limit düşüncesini oluşturmaya çalışmışlardır. Shulman (1986) analogilerin öğretmenlerin alan öğretimi bilgilerinin önemli bir bileşeni olduğunu belirtmektedir. Öğretmenlerin alan bilgilerini öğrencilerin anlayabileceği şekle dönüştürerek sunabilmeleri, onların analogi konusunda yeterli düzeyde bilgi ve deneyim sahibi olmalarına bağlıdır (Wilson, Shulman, & Richert, 1987). Çünkü kavrama ilişkin yanlış analogilerin oluşturulması ise öğrencilerin kavramı yanlış anlamalarına neden olabilecektir (Gusril, 2008'den akt. Nusantari, 2014). Bu nedenle analogilerin yanlış anlaşılmalara neden olmayacak şekilde oluşturulmasının önemli olduğu düşünülmektedir.

İki katılımcı Escher'in resimlerinden yararlanarak limit kavramı ve genişletilmiş reel sayılar kavramına giriş yapmış, bir katılımcı ise limit kavramını fizik dersindeki paralel aynalar ile ilişkilendirmiştir. Katılımcılar derslerinde limite ilişkin özelliklere ve üstel, logaritmik, mutlak değer ve köklü fonksiyonlar için limit bulmayla ilgili özelliklere değinmişler ve gerek gördükçe öğrencilerine bu özellikleri hatırlatmışlardır. Katılımcılar polinom fonksiyonlarda verilen bir nokta için limit değerini bulmada, verilen noktayı fonksiyonda yerine yazmanın limit değerine ulaşmada yeterli olacağını öğrencilerine açıklamışlar ve ardından gerekli gördükçe öğrencilerine bu özeliği hatırlatmışlardır. Böylelikle hangi fonksiyonlar için limit değerini bulurken verilen noktanın fonksiyonda yerine koyulabileceğine dair öğrencilerinin bilgilerini pekiştirmeye çalışmışlardır. Böylelikle cebirsel olarak limiti hesaplamada, limit aranan değer verili fonksiyonda yerine yazılmasından kaynaklanacak olan (Bezuidenhout, 2001), limit değeri fonksiyonun değeri ile aynıdır şeklinde oluşabilecek bir yanlışlığın da oluşmamasına katkı sağlamışlardır. Katılımcıların limit aranan noktaya sağdan ve soldan yaklaşımı vurgulamalarının da söz konusu yanlışlığın engellenmesinde etkili olabileceği düşünülmektedir.

Limit kavramının öğretiminde kullanılacak öğretim stratejilerinin neler olduğunu doğrudan ortaya koyan çalışmaların olmaması ve OMDÖP ile ders kitaplarının

da da bu anlamda ayrıntılı açıklamaların olmaması nedeniyle, katılımcılar limit kavramına özgü öğretim stratejilerini kendileri oluşturmuşlardır. Bu açıdan bakıldığında zaman zaman kavram yanlışlarına neden olabilecek bir öğrenme ortamı tasarlanmış olsalar da katılımcıların kendi öğretim stratejilerini oluşturarak limit kavramını sunmalarının önemli olduğu düşünülmektedir. Ancak daha iyi bir öğrenme ortamının tasarlanabilmesi için OMDÖP'te, ders ve öğretmen kitaplarında limit kavramına özgü öğretim stratejilerine yönelik örneklerin verilmesi önerilmektedir.

Bir konuyu öğrencilere uygun ve çeşitli yollardan sunabilmek için Ball (1990), o konuyu yeterli derinlikte anlamak gerektiğini belirtmektedir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının daha etkili bir öğretim ortamı tasarımlarında ve öğretimlerini sürdürmelerinde limit kavramına ilişkin daha derin bir bilgiye sahip olmalarının gerekli olduğu düşünülmektedir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının yetiştirilme sürecinde limit kavramına özgü öğretim stratejilerine ilişkin farkındalıklarının artırılması da önerilmektedir.

Kaynakça

- AKKOÇ, H. (2006). **Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi: Grafik Analiz Yaklaşımı: İlköğretim İkinci Kademe ve Liseler İçin**. Toroslu Kitaplığı: İstanbul.
- BALL, D. L. (1990). "The Mathematical Understanding that Prospective Teachers Bring to Teacher Education", **Elementary School Journal**, 90, 449-466.
- BEZUIDENHOUT J (2001). "Limits and Continuity: Some Conceptions of First Year Students", **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, 32(4): 487-500.
- CARLSEN, W.S. (1991). "Effects of New Biology Teachers' Subject-Matter Knowledge on Curricular Planning", **Science Education**. 75, 631-647.
- CHANG, Y. (2005). **The Pedagogical Content Knowledge of Teacher Educator: A Case Study in A Democratic Teacher Preparation Program**. Doctoral Dissertation. College of Education of Ohio University.
- COX, S. (2008). **A Conceptual Analysis of Technological Pedagogical Content Knowledge**. Doctoral Dissertation, Brigham Young University.
- CORNU, B. (1991). *Limits*. In Tall, D. (Ed.) **Advanced Mathematical Thinking**. Boston: Kluwer, 153-166.
- DANI, D. E. (2004). **The Impact of Content and Pedagogy Courses on Science Teachers' Pedagogical Content Knowledge**. Doctoral dissertation, University of Cincinnati.
- DAVIS, R. ve VINNER, S. (1986). "The Notion of Limit: Some Seemingly Unavoidable Misconception Stages", **Journal of Mathematical Behavior**, 5, 281-303.
- DeWINDT-KING, A.M., GOLDIN, G. A. (2003). "Children's visual imagery: Aspects of cognitive representation in solving problems with fractions", **Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education**, 2 (1), 1-42.
- DOMINGOS, A. (2009). "Learning Advanced Mathematical Concepts: The Concept of Limit", **Proceedings of CERME 6**, January 28th-February 1st 2009, Lyon France.

- ELIA, I., GAGATSIS, A., PANAOURA, A., ZACHARIADES, T. ve ZOULINAKI, F. (2009). "Geometric and Algebraic Approaches in the Concept of "Limit" and the Impact of the "Didactic Contract"". **International Journal of Science and Mathematics Education**, 7, 765-790.
- FERNÁNDEZ-BALBOA, J.-M. ve STIEHL, J. (1995). "The Generic Nature of Pedagogical Content Knowledge among College Professors", **Teaching and Teacher Education**, 11, 293-306.
- GOTTHEINER, D. M., SIEGEL, M. A. (2012). "Experienced Middle School Science Teachers' Assessment Literacy: Investigating Knowledge of Students' Conceptions in Genetics and Ways to Shape Instruction", **Journal of Science Teacher Education**, 23(5), 531-557.
- GROSSMAN, P. L. (1990). **The Making of a Teacher: Teacher Knowledge and Teacher Education**. New York: Teachers College Press.
- HLAELA MOHLOUOA, N. M. (2011). **Exploring PCK in the Process of Teaching Radioactivity: Strategies Employed by Lesotho Physics Teachers**. Master thesis, University of the Witwatersrand, Johannesburg.
- HOFER, R. V. (1997). Problems with the limit concept on a case study of a calculus lesson within computer-based learning environment. <<http://www.fmd.uniosnabrueck.de/ebooks/gdm/PapersPdf1997/vomHofe.pdf>> (15.06.2003).
- JORDAAN, T. (2005). **Misconceptions of the Limit Concept in a Mathematics Course for Engineering Students**. Unpublished Master of Science Dissertation, University of South Africa.
- JUTER, K. (2006). **Limits of Functions, University Students' Concept Development**. Doctoral thesis, Lulea University of Technology, Department of Mathematics.
- MAGNUSSON, S., KRAJCIK, J. ve BORKO, H. (1999). *Nature, Sources, and Development of Pedagogical Content Knowledge for Science Teaching*. In J. Gess-Newsome & N. Lederman (Eds.), **Examining Pedagogical Content Knowledge** (95-132). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- MARKS, R. (1990). "Pedagogical Content Knowledge: From A Mathematical Case to A Modified Conception", **Journal of Teacher Education**, 41(3), 3-11.
- MEB, (2006). **Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı**. Ankara: MEB Basımevi.
- MONET, J. A. (2006). **Examining Topic-Specific PCK as a Conceptual Framework for In-Service Teacher Professional Development in Earth Science**. Doctoral Dissertation, Rutgers The State University of New Jersey, New Brunswick.
- MUDAU, A. V. (2014). "Lucid Perspectives on the Art of Physical Science Teaching from the South African Context", **Mediterranean Journal of Social Sciences**. 5(10), 358-362.
- NUSANTARI, E. (2014). "Genetics Misconception on High School Textbook, the Impact and Importance on Presenting the Order of Concept through Reorganization of Genetics", **Journal of Education and Practice**, 5(36), (20-28).
- ÖZALTUN, A., HİDİROĞLU, Ç. N., KULA, S. ve GÜZEL, E. B. (2014). "Matematik Öğretmeni Adaylarının Modelleme Sürecinde Kullandıkları Gösterim Şekilleri", **Turkish Journal of Computer and Mathematics Education**, 4(2), 66-88.
- ÖZMANTAR, M.F. ve YEŞİLDERE, S. (2008). **Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri**, (8. Bölüm). Ankara: Pegem Yayıncılık.
- SANCHEZ, R. A. (1996). **Teacher's and Students' Mathematical Thinking In A Calculus Classroom: The Concept Of Limit**, UMI Microform 9700247, Doctoral Dissertation, Florida State University, College of Education, USA.

- SCHOENFELD, A. H. (1998). "Toward A Theory of Teaching-In-Context", *Issues in Education*. 4(1), 1-94.
- SHULMAN, L. (1986). "Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching", **Educational Researcher**. 15, 4-14.
- SHULMAN, L.S. (1987). "Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform", **Harvard Educational Review**. 57(1), 1-22.
- SZYDLIK, J.E. (2000). "Mathematical Beliefs and Conceptual Understanding of the Limit of A Function", **Journal for Research in Mathematics Education**, 31(3), 258-276.
- TALL, D. O., SCHWARZENBERGER, R. L. (1978). "Conflicts in the Learning of Real Numbers and Limits", *Mathematics Teaching*. 83, 44-49.
- TAMIR, P. (1988). "Subject Matter and Related Pedagogical Knowledge in Teacher Education", **Teaching and Teacher Education**, 4(2), 99-110.
- WILLIAMS, S. (1989). **Understanding Of The Limit Concept In College Calculus Students**. Doctoral Dissertation, The University of Wisconsin, Madison.
- WILLIAMS, S. R. (2001). "Predications of The Limit Concept: An Application of Repertory Grids", **Journal for Research in Mathematics Education**, 32(4), 343-367.
- WILSON, S. M., SHULMAN, L. S., and RICHERT, A. E. (1987). "150 Different Ways" of Knowing: Representations of Knowledge in Teaching. In J. Calderhead (Eds.), **Exploring Teachers' Thinking** (104-124). London: Cassel Education Ltd.
- YOU, Z. (2006). **Preservice Teachers' Knowledge of Linear Functions within Multiple Representations Modes**, Doctoral Dissertation, Texas A&M University.

THE TOPIC-SPECIFIC STRATEGIES ON THE LIMIT CONCEPT IN MATHEMATICS STUDENT TEACHERS' LESSONS*

Semiha KULA**

Esra BUKOVA GÜZEL***

Abstract

The purpose of this study is to investigate the topic-specific strategies used by the mathematics student teachers' in their lessons on the limit concept. The participants were four secondary mathematics student teachers in the final year of mathematics teacher education program. The data were obtained from the participants' lesson plans, video recordings of their lessons in which they taught the concept of limit, and from semi-structured interviews. Limit-specific strategies used by participants on their teaching examined under limit-specific representations and limit-specific activities. Limit-specific representations were categorized as (a) figural, (b) number line, (c) tabular, (d) graphical, (e) algebraic, and (f) verbal. Limit-specific activities were categorized as (a) game, (b) real life examples, (c) animation, (d) scenario supported by visuals, (e) analogy, (f) Escher's paintings, (g) other disciplines, (h) discussing the limit of the polynomial functions, and (i) reinforcing the properties of limit. The most used limit-specific representations by participants were verbal and algebraic representations. The participants related to the limit concept with the real life generally on their first lesson and they stated in the interview the reason why they preferred this strategy was to provide better understanding of students on limit concept.

Keywords: limit concept, topic-specific instructional strategies, pedagogical content knowledge, mathematics student teacher

** Dokuz Eylül University, Buca Faculty of Education, Department of Secondary School Science and Mathematics Education

*** Dokuz Eylül University, Buca Faculty of Education, Department of Secondary School Science and Mathematics Education