



International Journal of Educational Studies in Mathematics

Examination of Achievements Related to Congruence and Similarity According to Van Hiele Geometric Thinking Levels

Saliha Kargı¹ , Aytaç Kurtuluş² 

Eskişehir Osmangazi University, Eskişehir, Türkiye

ABSTRACT

The subject of congruence and similarity, which is one of the sub-learning areas of geometry, is one of the subjects in which students have low success. This subject is one of the important subjects of geometry and helps individuals to develop their reasoning and geometric thinking skills. It is seen that the topic of congruence and similarity is included in both primary and secondary mathematics curricula. Accordingly, the aim of the study was determined as examining the acquisitions related to congruence and similarity in the mathematics curriculum of primary (grades 1-8) and secondary (grades 9-12) mathematics courses by considering Van Hiele geometric thinking levels. The main purpose of the Van Hiele model is to explain the geometric thinking levels of individuals and to reveal the development processes of these levels. In this context, the model indirectly contributes to geometry learning and makes learning more systematic by supporting the development of this process. This model consists of five levels aiming to develop students' geometric thinking skills gradually. In this study, document analysis model, one of the qualitative research methods, was used. In this context, the 2018 primary (1st-8th grade) and secondary (9th-12th grade) Mathematics Course Curriculum and the MoNE publications mathematics textbooks used in the lessons in 2023 were examined. In line with the findings of the research, when the objectives related to the teaching of the concept of congruence in the mathematics curriculum were examined, it was noticed that there were no objectives suitable for transitions between levels. Therefore, it was concluded that the acquisitions did not progress in a hierarchical order. When the acquisitions related to the teaching of the concept of similarity were analysed, it was seen that there were no acquisitions belonging to the visual level. Therefore, it was concluded that the teaching of the concept of similarity did not proceed in a hierarchical order.

ARTICLE INFO

Article History:

Received: 11.12.2024

Received in revised form: 12.03.2025

Accepted: 19.03.2025

Available online: 30.03.2025

Article Type: Research Paper

Keywords: mathematics curriculum, Van Hiele Geometric Thinking Levels, congruence, similarity

© 2025 IJESIM. All rights reserved

1. Introduction

The subject of congruence and similarity, which is one of the sub-learning areas of geometry, is one of the subjects in which students have low success (Göçmen, 2022). In addition to contributing to the development of individuals' spatial abilities, congruence and similarity is a necessary subject for solving many geometry problems (Wijaya et al., 2021).

In his study, Terzi (2010) emphasizes that teaching based on Van Hiele geometric thinking levels is effective in the development of geometric thinking skills. The main purpose of the Van Hiele model is to contribute to students in learning geometry and to support and facilitate the development of this learning. This model aims to develop students' geometric thinking skills gradually (Paksu, 2016).

The aim of this study is to examine the objectives related to congruence and similarity in the mathematics curriculum of primary (grades 1-8) and secondary (grades 9-12) mathematics courses by

¹Corresponding author's address: Eskişehir Osmangazi University, Eskişehir, Türkiye
e-mail: salihakrg1008@gmail.com
DOI: <https://doi.org/10.17278/ijesim.1599826>

considering Van Hiele geometric thinking levels. It was examined whether the concepts of congruence and similarity were given in the curriculum in accordance with the geometric thinking levels. In this context, it was also presented how the related acquisitions were handled in textbooks. In addition, the objectives and textbook examples related to congruence and similarity were also analyzed by taking Van Hiele geometric thinking levels into consideration. It is thought that the findings to be obtained as a result of the research will guide the curriculum and textbook preparers.

2. Method

2.1. Research Design

In this study, which aimed to examine the acquisitions related to congruence and similarity in the primary (1st-8th grade) and secondary (9th-12th grade) mathematics curriculum by taking Van Hiele geometric thinking levels into consideration, the document analysis model, one of the qualitative research methods, was used.

2.2. Documents Analyzed and Data Collection

In this study, the 2018 primary (1st-8th grades) and secondary (9th-12th grades) Mathematics Curriculum and the MoNE publications mathematics textbooks used in the lessons in 2023 were examined. From these documents, data were collected by examining the acquisitions in the sub-learning area of congruence and similarity belonging to the geometry learning area and the related activities and examples in the textbooks. In addition, acquisitions related to congruence and similarity and related examples in the textbooks were also examined.

2.3. Analysis of Data

The concepts of congruence and similarity in the mathematics curriculum were examined by considering Van Hiele Geometric Thinking levels. The data obtained for this purpose were analyzed with descriptive analysis method. The levels of the objectives were determined as visual level, transition from visual level to analysis level, analysis level, transition from analysis level to informal inference level and informal inference level. Then, examples related to the topic of congruence and similarity were identified from the textbooks by considering the learning outcomes. The examples were also analyzed by considering Van Hiele Geometric Thinking levels.

3. Findings

When the mathematics curriculum is examined, in the learning outcome M.1.2.2.2.2 in teaching the concept of congruence, the individual is expected to recognize whether the models in the classroom are identical or not by looking at their general appearance. Therefore, it can be said that this outcome belongs to the visual level since the student is asked to recognize the shapes by looking at the appearance of the shapes. When the textbook example of the outcome is examined, it is seen that the example contributes to learning the concept of congruence at the visual level. Sub-explanation a of outcome M.8.3.3.1. was determined to be a sub-explanation belonging to the teaching of the concept of congruence at the analysis level. Because in the sub-explanation of the outcome, it is emphasized what are the necessary properties for two polygons to be congruent. An example of the properties necessary for two polygons to be congruent in the sub-explanation of the outcome is given in the textbook. It was determined that learning outcome M.9.4.2.1. belongs to the transition from the analysis level to the informal inference level. Because in this outcome, the individual is expected to evaluate what are the minimum properties required for two triangles to be congruent. When the textbook example of the outcome was examined, the example in the book could not be placed in any of the geometric thinking levels. Because instructions were given and when the instructions were examined, no instructions emphasizing any of the levels was found.

When the mathematics curriculum was examined, it was seen that there was no acquisition belonging to the visual level in teaching the concept of similarity. When the sub-explanation b of the outcome M.8.3.3.1. was examined, it was determined that there was a sub-explanation for teaching the concept

of similarity at the analysis level. Because in the sub-explanation of the outcome, it is emphasized which features are necessary for two polygons to be similar. When the textbook was examined, the example of determining which properties are necessary for two polygons to be similar in the sub-explanation of the outcome was included in the textbook. It was determined that learning outcome M.8.3.3.2. belongs to the transition from the analysis level to the informal inference level in teaching the concept of similarity. Because in this outcome, the individual is expected to start to establish a relationship between the properties of the concept of similarity. The example in the textbook allows the individual to establish a relationship between the properties of the concept of similarity. It was determined that learning outcome M.9.4.2.2. belongs to the transition from the analysis level to the informal inference level. Because in this outcome, the individual is expected to evaluate what are the minimum properties required for two triangles to be similar. When the textbook example of the outcome was examined, the example in the book could not be assigned to any of the geometric thinking levels. Because instructions were given and when the instructions given were examined, no instructions belonging to the levels were found.

The relationship between the concepts of similarity and similarity is emphasized in learning the outcome M.8.3.3.1. In outcome M.8.3.3.1, the individual is expected to establish a relationship between congruence and similarity. Therefore, it was determined that this outcome belongs to the transition from the analysis level to the informal inference level.

4. Discussion and Results

When the objectives related to the teaching of the concept of congruence in the mathematics curriculum were examined, it was noticed that there were objectives related to the transition from visual, analysis and analysis level to informal inference level. However, it was observed that there were no objectives suitable for the transition from visual level to analysis level. Therefore, it was concluded that the learning outcomes did not progress in a hierarchical order. When the objectives related to the teaching of the concept of similarity were examined, it was seen that there were objectives belonging to the analysis level, transitioning from the analysis level to the informal inference level and informal inference level. However, it was determined that an outcome belonging to the visual level was not included in the curriculum. Therefore, it was concluded that the acquisitions related to the teaching of the concept of similarity did not progress in a hierarchical order. Similarly, Demir and Kurtuluş (2023) concluded in their study that the teaching of translation for the first time in the 1st grade and then not in the other grades and directly in Level 3 is not compatible with the hierarchical structure of Van Hiele geometric thinking levels. Accordingly, teaching topics and concepts in a hierarchical order should be at the forefront in geometry education in order to contribute to the development of individuals' geometric thinking levels. While teaching geometry topics, it is recommended to prepare a teaching plan based on Van Hiele Geometric Thinking Theory.

A student whose conceptual knowledge of congruence is developed can understand that the image formed, which is one of the features of transformation geometry (symmetry, translation, rotation, reflection), consists of shapes similar to the front picture. At the same time, a student whose conceptual knowledge of similarity is developed can realize that the image and the front picture are composed of similar shapes, which is one of the basic features of dilation transformation. In this context, it can be said that congruence and similarity are prerequisite concepts for exploring the properties of transformation geometry. Similarly, Akpınar and Ekici (2022) emphasized in their study that addressing the concepts of congruence and similarity within the scope of transformation geometry will contribute to students' better understanding of the concepts.

When the mathematics textbooks were examined, it was noticed that there were examples in accordance with the objectives and sub-explanations in the curriculum. The level of the parity similarity objectives in the curriculum and the level of most of the relevant examples in the textbooks are compatible with each other. However, the objectives M.9.4.2.1. and M.9.4.2.2. in the ninth grade belong to the transition from the analysis level to the informal inference level. Despite this, the relevant examples in the textbook

were not found to be suitable for any of the Van Hiele geometric thinking levels. Similarly, hierarchical order should be taken into consideration when preparing textbooks. Textbooks should be prepared accordingly.

Eşlik ve Benzerlik ile İlgili Kazanımların Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerine Göre İncelenmesi

Saliha Kargı¹ , Aytaç Kurtuluş 

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir, Türkiye

ÖZ

Geometrinin alt öğrenme alanlarından biri olan eşlik ve benzerlik konusu öğrencilerin başarısının düşük olduğu konulardan bir tanesidir. Bu konu geometrinin önemli konularından biri olup bireylerin muhakeme etme ile geometrik düşünme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olmaktadır. Eşlik benzerlik konusunun hem ilköğretim hem de ortaöğretim matematik öğretim programlarında yer aldığı görülmektedir. Bu doğrultuda araştırmanın amacı ilköğretim (1-8. Sınıf) ve ortaöğretim (9-12. Sınıf) matematik dersi öğretim programındaki eşlik ve benzerlik ile ilgili kazanımların Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri dikkate alınarak incelenmesi olarak belirlenmiştir. Van Hiele modelinin temel amacı, bireylerin geometrik düşünme düzeylerini açıklamak ve bu düzeylerin gelişim süreçlerini ortaya koymaktır. Bu bağlamda, model, geometri öğrenimine dolaylı olarak katkı sağlamakta ve bu sürecin gelişimini destekleyerek öğrenmeyi daha sistematik hale getirmektedir. Bu model, öğrencilerin geometrik düşünme becerilerini aşamalı olarak geliştirmeyi amaçlayan beş düzeyden oluşmaktadır. İlgili kazanımların inceleneceği bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden doküman inceleme modeli kullanılmıştır. Bu bağlamda 2018 yılı ilköğretim (1-8. Sınıf) ve ortaöğretim (9-12. Sınıf) Matematik Dersi Öğretim programı ile 2023 yılında derslerde kullanılan MEB yayınları matematik ders kitapları incelenmiştir. Araştırma bulguları doğrultusunda matematik dersi öğretim programında eşlik kavramının öğretimi ile ilgili kazanımlar incelendiğinde düzeyler arasındaki geçişlere uygun kazanım bulunmadığı fark edilmiştir. Bu nedenle kazanımların hiyerarşik bir sırada ilerlemediği sonucuna ulaşılmıştır. Benzerlik kavramının öğretimine ait kazanımlar incelendiğinde ise görsel düzeye ait bir kazanım bulunmadığı görülmüştür. Bu nedenle benzerlik kavramının öğretiminin hiyerarşik bir sıra ile ilerlemediği sonucuna ulaşılabilir.

MAKALE BİLGİ

Makale Tarihçesi:

Alındı:11.12.2024

Düzeltilmiş hali alındı: 12.03.2025

Kabul edildi:19.03.2025

Çevrimiçi yayınlandı: 30.03.2025

Makale Türü: Araştırma Makalesi

Anahtar Kelimeler: matematik öğretim programı, Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri, eşlik, benzerlik

© 2025 IJESIM. Tüm hakları saklıdır

1. Giriş

Geometri, matematik becerilerini ilerletmede önemli bir faktördür ve üst düzey düşünme becerileriyle sıkı bir bağ içerisindedir (Wijaya vd., 2021). Geometri, matematiğin vazgeçilmez bir unsuru olarak kabul edilebilir. Bu nedenle geometri eğitime verilen önemin artırılması ve bireylerin geometrik düşünme becerilerinin geliştirilmesine dikkat edilmelidir. Bireyler için gerekli olan bu becerilerin geliştirilebilmesi için eğitime başlanan ilk yıllardan itibaren uygun öğrenme ortamları hazırlanmalıdır (Göçmen, 2022). Toptaş (2008) bireylerin geometride zorlanmasının sebeplerinden bazılarını derslerde yapılan etkinliklerde somut materyallere az yer verilmesi ve derslerin öğretmen merkezli olması olarak vurgulamaktadır. Bu bağlamda geometrik şekillerin özelliklerinin öğrenimi belirli bir sistemsel yaklaşım çerçevesinde gerçekleştirilmelidir (Develi ve Orbay, 2003). Bu sistemsel yaklaşımın geometrik düşünme becerilerinin gelişmesinde önemli bir yere sahip olduğu söylenebilir. Geometri öğretme ve öğrenme süreçlerinin etkinliği üzerine birçok araştırma yapılmış ve geometrik düşünmenin nasıl geliştirilebileceği konusunda çeşitli çalışmalar gerçekleştirilmiştir (Fujita ve Jones, 2007; Güven ve Karpuz, 2016). Pierre ve Dina van Hiele Geldof, yaptıkları çalışmalar doğrultusunda lise geometrisinde bazı öğrencilerin başarılı olduğunu ancak bazılarının ise başarısız olduğunu gözlemlemişler ve bu doğrultuda yaptıkları araştırmalardan yola çıkarak bu durumun sebebini geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili olduğunu açıklamışlardır (Baki, 2006). Geometrik düşünmenin önemli kavramlarından olan eşlik ve benzerlik öğrencilerin başarısının düşük olduğu konulardan biridir (Göçmen, 2022; Wijaya vd., 2021). Wijaya (2021) bu konuda öğrencilerin başarısının düşük olmasının

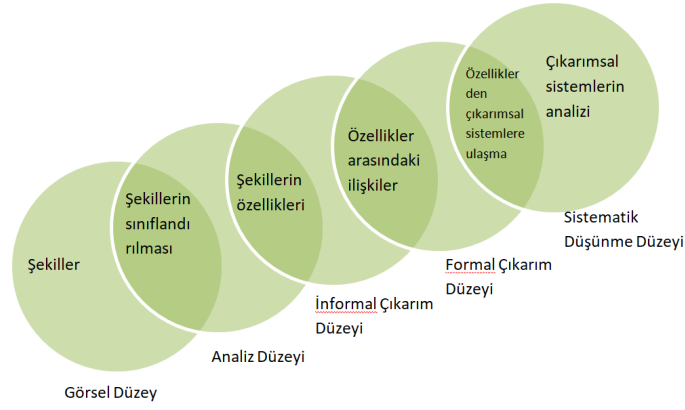
sebebini öğrencilerin temel eşlik ve benzerlik kavramlarına hâkim olmamaları olarak açıklamaktadır. Bunun nedeni olarak da öğretmenlerin bu konuların öğretim sürecinde ilgili konularla ilişkilendirerek farklı soru tiplerine yer vermemesi olduğunu vurgulamaktadır.

Eşlik kavramı, iki ya da daha fazla çokgenin karşılıklı kenar uzunlukları ve iç açı ölçüler birbirine eşitse bu çokgenlere “eş çokgenler” denir (Böge ve Akıllı, 2021). Buradan yola çıkılarak üçgende eşlik kavramı karşılıklı kenarları ve açıları eş olan üçgenlerin eş olduğu şeklinde tanımlanabilir. Benzerlik kavramı, iki ya da daha fazla çokgende karşılıklı açı ölçüleri eşit ve kenar uzunlukları arasında oran varsa bu çokgenlere benzer çokgenler denir (Böge ve Akıllı, 2009). Benzerlik tanımından yola çıkarak üçgende benzerlik kavramı karşılıklı açıları eş olan ve kenarları orantılı olan üçgenlerin benzer olduğu şeklinde tanımlanabilir.

Eşlik ve benzerlik konusu bireylerin muhakeme etme ile geometrik düşünme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olmaktadır (Eroğlu, 2021). Aynı zamanda eşlik ve benzerlik konusunun bireylerin uzamsal yeteneklerini geliştirmelerine katkı sağlamanın yanı sıra birçok geometri probleminin çözümü için gerekli bir konu olduğu görülmektedir (Wijaya vd., 2021). Bu konulardan bir tanesi olarak dönüşüm geometrisi ele alınabilir. Örneğin, simetri bir şeklin özelliklerini (kenar uzunlukları, açıları, alanları vb.) değiştirmeden yapılan bir dönüşüm olarak tanımlanmaktadır (Leikin, Berman ve Zaslavsky, 1997, akt. Savaş, 2022). Bir geometrik şekle simetri dönüşümü uygulandığında elde edilen görüntünün ilk şekle eş olması anlamına gelmektedir. Bu bağlamda eşlik kavramının, simetri kavramının temelini oluşturarak daha iyi anlaşılmasına yardımcı olduğu söylenebilir. Düzlemde belirlenen bir doğruya göre bir şeklin çevrilmesi, şeklin doğruya göre yansması olarak tanımlanmaktadır. Yansıma dönüşümü gerçekleştirildiğinde şekli oluşturan tüm noktaların doğruya uzaklıkları korunur ancak şeklin yönü değişir (Zorin, 2011). Bu durum da yansıma dönüşümü uygulandığında elde edilen görüntünün ilk şekle eş olması anlamına gelmektedir. Benzer şekilde öteleme dönüşümü uygulanması sonucunda elde edilen görüntü de ilk şekle eş olmaktadır. Çünkü öteleme, hedef geometrik şekli oluşturan bütün noktaların sabit bir yönde ve belirli bir doğrultuda hareket ettirilmesiyle gerçekleştirilen bir geometrik dönüşüm türüdür (Sevgi, 2019). Kaya (2002) bir şeklin öteleme sonucunda uzunluklarının, açılarının ve alanının değişmeyeceğine vurgu yapmaktadır. Öteleme sonucunda şeklin konumu dışında hiçbir özelliği değişmemektedir. Farklı bir ifadeyle öteleme dönüşümü sonucunda elde edilen görüntü ilk şekle eş olmaktadır. Dönüşüm geometrisinin bir konusu olan genişletme hareketi (dilation) bir şeklin boyutlarının belirli oranlarda değiştirilmesi anlamına gelir ve bir dönüşüm olarak değerlendirilir (Sevgi, 2019). Bir geometrik şekle genişletme hareketi (dilation) uygulandığında elde edilen görüntünün ilk şekle benzer olması anlamına gelmektedir. Bu bağlamda benzerlik kavramının, genişletme (dilation) kavramının temelini oluşturarak daha iyi anlaşılmasına yardımcı olduğu söylenebilir. Geometrik düşünme becerisinin gelişiminde geometrik kavramların birbiri ile ilişkili olduğu görülmektedir. Bu bağlamda geometri öğretiminde bu ilişkileri ele alacak şekilde öğretim ortamlarının tasarlanması gerekmektedir. Terzi (2010) çalışmasında geometrik düşünme becerisinin geliştirilmesinde van Hiele geometrik düşünme düzeylerine dayalı yapılan öğretimin etkili olduğunu vurgulamaktadır.

Van Hiele modelinin temel amacı, bireylerin geometrik düşünme düzeylerini açıklamak ve bu düzeylerin gelişim süreçlerini ortaya koymaktır. Bu bağlamda, model, geometri öğrenimine dolaylı olarak katkı sağlamakta ve bu sürecin gelişimini destekleyerek öğrenmeyi daha sistematik hale getirmektedir. Bu model, öğrencilerin geometrik düşünme becerilerini aşamalı olarak geliştirmeyi amaçlamaktadır (Paksu, 2016). van Hiele Geometrik Düşünme Modeli, geometrik düşünmenin gelişimini beş farklı düzeyde açıklamaktadır. Şekil 1’de van Hiele Geometrik Düşünme Modeli düzeyleri yer almaktadır (Van De Walle, 2021). Bu düzeyler, öğrencilere sadece bilgi yüklemek değil kendi düşünme ve ilişki kurma becerilerini geliştirmelerine olanak sağlamaktadır.

Dolayısıyla, van Hiele modelinin öğrencilere geometri öğrenimi konusunda katkı sağlaması ve bu süreci kolaylaştırması, araştırmalar sonucunda ortaya çıkan bir durumdur. Bu nedenle, modelin doğrudan bir öğretim yöntemi olarak değil, bireylerin geometrik düşünme süreçlerini anlamaya yönelik bir çerçeve olarak ele alınması gerekmektedir.



Şekil 1. van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri Modeli

Şekil 1’de görüldüğü gibi düzeyler arasında hiyerarşik bir yapı vardır ve düzeyler birbirinden keskin bir şekilde ayrılmamaktadır. Bir düzeyin sonu diğer düzeyin başlangıcı olduğu görülmektedir.

Van Hiele Geometrik Düşünme düzey açıklamaları literatür kapsamında incelendiğinde (Altun, 2008; Baykul, 2009; Olkun ve Toluk, 2007; Usiskin, 1982; Van De Walle, 2021) eşlik ve benzerlik konusu bağlamında düzeyler Tablo 1’de açıklanmıştır.

Tablo 1. Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri ve Açıklamaları

Düzeyler	Açıklamaları
Görsel Düzey	• Ön planda şekillerin dış görünüşleri vardır. Birey şekillerin görüntüsüne bakarak iki şeklin eş/benzer olup olmadığını söyler. • Birey şekillerin özellikleri hakkında yorum yapamaz. Bu nedenle eş/benzer demesiyle ilgili özellik bağlamında açıklama yapamaz.
Analiz Düzeyi	• Birey tanımlamaları şekillerin görüntüsü ile değil özellikleri ile yapar. İki geometrik şekille ilgili eş/benzer demesinin sebebini şekillerin özelliklerini kullanarak açıklar. • Gerekli ve yeterli kelimeler kullanarak eş/benzer demesinin sebebini açıklayamaz. • Eşlik/benzerlik hakkında derin genelleme yapamazlar.
İnformel Çıkarım Düzeyi	• Birey eşlik ve benzerlik arasındaki ilişkiyi anlayabilir. • Eş olan şekillerin aynı zamanda benzer olduğunu söyleyebilir. • Öğretmenlerin eşlik ve benzerlik kuralları üzerine yaptığı ispatları takip edebilir. Fakat kendileri ispat veya çıkarım yapamazlar.
Formal Çıkarım Düzeyi	• Birey eşlik ve benzerlik kuralları üzerine yapılan ispatları anlayabilir. • Önceden tanımlanmış eşlik ve benzerlik teoremlerinden yararlanarak yeni teoremler ispatlayabilirler. • Eşlik ve benzerlik ilişkilerini keşfedebilirler.
Sistematik Düşünme Düzeyi	• Birey, eşlik ve benzerlik kavramlarının farklı aksiyomatik sistemlerde nasıl tanımlandığını ve bu sistemler arasındaki ayrımları fark edebilirler. • Farklı aksiyomatik sistemler içinde eşlik ve benzerlikle ilgili teoremler ortaya atabilir ve bu sistemler arasında analiz ve karşılaştırma yapabilirler

Tablo 1’de van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri olan görsel düzey, analiz düzeyi, informal çıkarım düzeyi, formal çıkarım düzeyi, sistematik düşünme düzeyi ve bu düzeylerin eşlik benzerlik kavramları bağlamında açıklamaları yer almaktadır.

Terzi (2010) çalışmasında, van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre tasarlanan öğretim durumlarının öğrencilerin geometrik başarı ve geometrik düşünme becerileri üzerindeki etkisini incelemiştir. Araştırma, 2008-2009 öğretim yılının ikinci döneminde Ankara’daki bir devlet okulunda öğrenim gören 38 sekizinci sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiş olup, veri toplama aracı olarak Geometri Başarı Testi kullanılmıştır. Elde edilen bulgular doğrultusunda, van Hiele geometrik düşünme düzeylerine uygun olarak tasarlanan öğretimin, öğrencilerin hem geometri başarılarını artırmada hem de geometrik düşünme düzeylerini geliştirmede etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Benzer şekilde, Zhou, Liu ve Lo (2022) çalışmalarında, ABD Ortak Temel Devlet Matematik Standartları (CCSSM) ile

Çin Zorunlu Eğitim Matematik Müfredatı Standartlarını (CMCS) van Hiele düzeylerine göre karşılaştırarak, geometri standartlarının bu düzeyler doğrultusunda incelenbilirliğini ortaya koymuşlardır. Araştırma bulguları, CMCS'nin sınıf düzeyleri arasında daha tutarlı bir ilerleme sunduğunu, buna karşın CCSSM'de bu ilerlemenin daha az tutarlı olduğunu göstermektedir. Göçmen (2022) ise ortaokul öğrencilerinin eşlik ve benzerlik konularındaki alan bilgilerini incelemeyi amaçlamış ve bu doğrultuda "Eşlik ve Benzerlik Konu Alan Bilgisi Başarı Testi"ni geliştirmiştir. Araştırma sonuçları, öğrencilerin eşlik ve benzerlik konularını öğrenme düzeylerinin yetersiz olduğunu ortaya koymaktadır. Benzer şekilde, Wijaya ve arkadaşları (2021) tarafından Endonezya'da gerçekleştirilen bir çalışmada, 9. sınıf öğrencilerinin eşlik ve benzerlik problemlerini çözerken karşılaştıkları zorluklar incelenmiştir. Öğrencilere yöneltilen dokuz sorunun analiz edilmesi sonucunda, temel eşlik ve benzerlik kavramlarına yeterince hâkim olmayan öğrencilerin bu konudaki problemleri çözerken zorlandıkları belirlenmiştir.

İncelenen çalışmalar doğrultusunda bu araştırmanın amacı ilköğretim (1-8. Sınıf) ve ortaöğretim (9-12. Sınıf) matematik dersi öğretim programındaki eşlik ve benzerlik ile ilgili kazanımların van Hiele geometrik düşünme düzeyleri dikkate alınarak incelenmesi olarak belirlenmiştir. Eşlik ve benzerlik kavramlarının öğretim programında geometrik düşünme düzeylerine uygun olarak verilip verilmediğine bakılmıştır. Bu bağlamda ilgili kazanımların ders kitaplarında nasıl ele alındığı da sunulmuştur. Ayrıca eşlik ve benzerlik ile ilgili kazanımlar ve ders kitabı örnekleri de van Hiele geometrik düşünme düzeyleri dikkate alınarak incelenmiştir. Araştırma sonucunda elde edilecek bulguların öğretim programı ve ders kitabı hazırlayanlara yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

2. Yöntem

2.1. Araştırma Modeli

İlköğretim (1-8. Sınıf) ve ortaöğretim (9-12. Sınıf) matematik dersi öğretim programındaki eşlik ve benzerlik ile ilgili kazanımlar van Hiele geometrik düşünme düzeyleri dikkate alınarak incelenmesi amaçlanan bu çalışmada doğasına en uygun yöntem olduğu düşünülen nitel araştırma yöntemlerinden doküman inceleme modeli kullanılmıştır. Nitel araştırma yöntemi, insan yaşantılarını, sosyal olay ve olguları farklı yöntemlerle anlamaya ve yorumlamaya katkı sağlayan bir araştırma türüdür (Işıkoğlu, 2015). Doküman inceleme yöntemi, araştırmanın verilerini oluşturan çeşitli dokümanların elde edilmesi, incelenmesi ve analiz edilmesi şeklinde tanımlanmaktadır (Özkan, 2019).

2.2. İncelenen Dokümanlar ve Verilerin Toplanması

Bu çalışmada 2018 yılı ilköğretim (1-8. Sınıf) ve ortaöğretim (9-12. Sınıf) Matematik Dersi Öğretim programı ile 2023 yılında derslerde kullanılan MEB yayınları matematik ders kitapları incelenmiştir. Çalışma içerisinde kazanımlar şematik (M.5.2.1.3. M, dersin kodu; 5, sınıf düzeyi; 2, öğrenme alanı; 1, alt öğrenme alanı; 3, kazanım numarası) olarak yer almaktadır. Bu araştırma 2023-2024 yılı güz döneminde yapılmıştır. Bu dokümanlardan geometri öğrenme alanına ait eşlik ve benzerlik alt öğrenme alanında yer alan kazanımlar ve ders kitaplarındaki ilgili etkinlikler ve örnekler incelenerek veriler toplanmıştır. Ayrıca eşlik ve benzerlik ile ilgili kazanımlar ve ders kitaplarındaki ilgili örnekler de incelenmiştir. Araştırmada kullanılan kitapların künyesine Tablo 1'de yer verilmiştir.

Tablo 2. İncelenen Kitapların Künyesi

Kitabın Künyesi	1.Kitap	2.Kitap	3.Kitap	4.Kitap	5.Kitap	6.Kitap	7.Kitap	8.Kitap	9.Kitap
Yayınevi	MEB	MEB	MEB	MEB	MEB	MEB	MEB	MEB	MEB
Yayın Yılı	2021	2021	2018	2021	2018	2021	2021	2021	2021
Sınıf Düzeyi	1.Sınıf	2.Sınıf	3.Sınıf	4.Sınıf	5.Sınıf	6.Sınıf	7.Sınıf	8.Sınıf	9.Sınıf
Sayfa Sayısı	208	302	256	304	320	240	296	238	370

Tablo 2'de verilen ders kitaplarının hepsi MEB Yayınlarına ait kitaplardır. Kitaplardan 3. sınıf ve 5. sınıf kitaplarının yayın yılı 2018 diğer kitapların yayın yılı ise 2021'dir.

2.3. Verilerin Analizi

İlköğretim (1-8. Sınıf) ve ortaöğretim (9-12. Sınıf) matematik dersi öğretim programındaki eşlik ve benzerlik ile ilgili kazanımların van Hiele geometrik düşünme düzeyleri dikkate alınarak incelenmesi amaçlanan bu çalışmada elde edilen veriler, betimsel analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Betimsel analiz kullanılarak değerlendirme yapılırken önce veriler düzenlenir, yorumlanır ve daha sonra okuyucunun kolayca anlayabileceği bir şekilde sunulur. Betimsel analizin aşamaları; betimsel analiz için çerçeve oluşturma, belirlenen çerçeveye göre elde edilen verilerin işlenmesi, bulguların tanımlanması ve yorumlanması şeklinde sıralanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2018).

Bu doğrultuda elde edilen veriler Yıldırım ve Şimşek (2018) tarafından tarif edilen dört adıma göre analiz edilmiştir:

1. Betimsel analiz için bir çerçeve oluşturma: Matematik öğretim programındaki eşlik ve benzerlik kazanımları ile ilgili kazanımlar ve ders kitapları Tablo 1’de belirtilen van Hiele Geometrik Düşünme düzeylerine ait açıklamalar gösterge olarak kabul edilerek incelenmesi planlanmıştır.
2. Tematik çerçeveye göre verilerin işlenmesi: Oluşturulan çerçeveye göre elde edilen veriler incelenip sınıflandırılmıştır. İncelenen kazanımlardan ve ders kitabı örneklerinden yola çıkılarak veriler analiz edilmiştir.
3. Bulguların tanımlanması: Analiz edilen veriler gerekli yerlerde doğrudan örneklerle yer verilerek bulgular tanımlanmıştır.
4. Bulguların yorumlanması: Kazanımların düzeyleri görsel düzey, analiz düzeyi ve informal çıkarım düzeyi olarak belirlenip ilgili ders kitaplarından eşlik ve benzerlik konusuyla ilgili örnekler seçilerek örneklerin kazanım düzeylerine uygunluğu açısından bulgular yorumlanmıştır. İncelenen kazanımlar ve örnekler ilgili sınıf seviyesine uygun şekilde hiyerarşik olarak düzenlenmiştir.

3. Bulgular

Bu bölümde matematik dersi öğretim programında ve ders kitabında yer alan eşlik ve benzerlik ile ilgili kazanımların van Hiele Geometrik Düşünme düzeyleri kapsamında incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular yer almaktadır.

3.1. Matematik Öğretim Programındaki Eşlik ve Benzerlik Kazanımları ve İlgili Kazanımların Geometrik Düşünme Düzeylerine Göre Dağılımına Ait Bulgular

Bulgular daha anlaşılır olması için eşlik kazanımları ve ilgili kazanımların geometrik düşünme düzeylerine göre dağılımı ve benzerlik kazanımlarının geometrik düşünme düzeylerine göre dağılımı olmak üzere iki alt başlıkta ele alınmıştır.

3.1.1. Eşlik kazanımları ve ilgili kazanımların geometrik düşünme düzeylerine göre dağılımı

Matematik öğretim programındaki ilköğretim (1-8. Sınıf) ve ortaöğretim (9-12. Sınıf) eşlik kazanımları ve ilgili kazanımlar Tablo 3’te yer almaktadır.

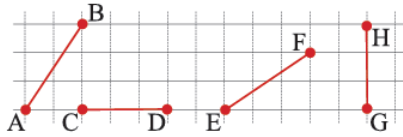
Tablo 3’te eşlik kazanımları ve ilgili kazanımlar yer almaktadır. Eşlik kazanımları alt açıklamalarıyla birlikte ele alınmıştır. Eşlik ile ilgili kazanımlarda ise kazanımda eşlik kavramına ilişkin vurgu varsa tabloda sadece kazanıma yer verilmiş alt açıklamalarına yer verilmemiştir. İlgili kazanımlarda eşlik kavramına ilişkin vurgu alt açıklamada yer alıyorsa kazanımın ilgili alt açıklaması da ele alınmıştır. Buna göre Tablo 2’deki kazanımlardan elde edilen bulgular aşağıda yer almaktadır.

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde eşlik kavramı öğretiminde M.1.2.2.2. kazanımında bireyin sınıftaki modellerin genel görünüşüne bakarak eş olup olmadığını fark etmesi beklenmektedir. Dolayısıyla kazanımda öğrencinin şekillerin görüntüsüne bakarak şekilleri tanıması istendiği için bu kazanımın görsel düzeye ait bir kazanım olduğu söylenebilir.

M.1.2.2.2. kazanımına ait ders kitabı örneği Şekil 2’de verilmektedir.

Tablo 3. Matematik Öğretim Programı Eşlik Kazanımları

Kazanımlar	
Eşlik Kazanımları	M.1.2.2.2. Eş nesnelere örnekler verir. Eşlik kavramı, sınıf ortamındaki uygun malzemeler başta olmak üzere farklı modeller kullanılarak fark ettirilir. M.8.3.3.1. Eşlik ve benzerliği ilişkilendirir, eş ve benzer şekillerin kenar ve açı ilişkilerini belirler. a) Düzlemsel şekilleri karşılaştırarak eş olup olmadıklarını belirlemeye yönelik etkinliklere yer verilir. b) Eş çokgenlerde karşılıklı kenar uzunluklarının ve açı ölçülerinin eşit, benzer çokgenlerde ise karşılık gelen açı ölçülerinin eşit fakat kenar uzunluklarının orantılı olduğu vurgulanır. Eş çokgenlerin benzer olduğu ancak benzer çokgenlerin eş olmalarının gerekmediği vurgulanır. KKK, AKA gibi üçgenlerde eşlik ve benzerlik kuralları özel olarak verilmez. c) Somut modellerle, kareli kâğıtla veya kâğıtları katlayarak yapılacak çalışmalara yer verilir. 9.4.2.1. İki üçgenin eş olması için gerekli olan asgari koşulları değerlendirir. a) İki üçgenin eşliği hatırlatılır. b) Kenar-Açı-Kenar (K.A.K.), Açı-Kenar-Açı (A.K.A.), Kenar-Kenar-Kenar (K.K.K.) eşlik kuralları, ölçümler yapılarak oluşturulur. c) Eş üçgenlerin karşılıklı yardımcı elemanlarının da eş olduğu gösterilir.
Eşlik ile ilgili kazanımlar	M.2.2.1.4. Geometrik cisim ve şekillerin yön, konum veya büyüklükleri değiştiğinde biçimsel özelliklerinin değişmediğini fark eder. M.2.2.2.2. Çevresindeki simetrik şekilleri fark eder. b) Kare, üçgen, dikdörtgen ve daire bir kez uygun şekilde katlanarak iki eş parçaya ayrılır ve iki eş parçaya ayrılmayan şekillerin de olduğu fark ettirilir. M.3.2.2.1. Şekillerin birden fazla simetri doğrusu olduğunu şekli katlayarak belirler. M.3.2.2.2. Bir parçası verilen simetrik şekli dikey ya da yatay simetri doğrusuna göre tamamlar. Simetrik şeklin eş parçalarının incelenmesi, ilişkilendirilmesi ve eş parçaların özelliklerinin fark edilmesi sağlanır. M.4.2.2.1. Ayna simetrisini, geometrik şekiller ve modeller üzerinde açıklayarak simetri doğrusunu çizer. Kelebeğin kanatları, çiçek, yaprak, kumaş, kilim desenleri, harfler vb. modeller üzerinde uygun yerlere ayna yerleştirilip eş parçalar gözlemlenerek bu nesnelerin simetrik oldukları fark ettirilir. Bu tür simetriye “ayna simetrisi” veya “aynaya göre simetri” veya “doğruya göre simetri” denildiği vurgulanır. M.4.2.2.2. Verilen şeklin doğruya göre simetrisini çizer. M.5.2.1.3. Bir doğru parçasına eşit uzunlukta doğru parçaları çizer. Kareli, noktalı kâğıt vb. üzerinde yatay, dikey veya eğik konumlu doğru parçaları üzerinde çalışılması sağlanmalıdır.



M.6.3.1.2. Bir açıya eş bir açı çizer.

Kareli kâğıt üzerinde çalışılması istenir. Bununla birlikte açıölçer ve benzeri araçlar kullanılabilir.

M.7.3.4.1. Üç boyutlu cisimlerin farklı yönlerden iki boyutlu görünümünü çizer.

a) Eş küplerden oluşturulmuş yapılar ve bilinen geometrik cisimler kullanılır. Çizim için uygun kareli kâğıtlar kullanılır. Yapıların farklı yönlerden görünümünün ilişkilendirilmesi istenir (ön-arka ve sağ-sol görüntülerinin simetrik olması gibi).

M.8.3.2.1. Nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin öteleme sonucundaki görüntülerini çizer.

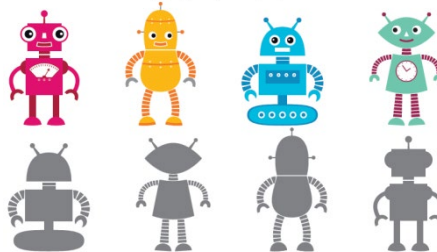
c) Ötelemede şekil üzerindeki her bir noktanın aynı yönde hareket ettiği ve şekil ile görüntüsünün eş olduğu fark ettirilir.

M.8.3.2.2. Nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin yansıma sonucu oluşan görüntüsünü oluşturur.

c) Yansımada şekil ile görüntüsü üzerinde birbirlerine karşılık gelen noktaların simetri doğrusuna dik ve aralarındaki uzaklıkların eş olduğu bu nedenle şekil ile görüntüsünün eş olduğu fark ettirilir.

M.8.3.2.3. Çokgenlerin öteleme ve yansımalar sonucunda ortaya çıkan görüntüsünü oluşturur.

Her robotu gölgesiyle eşleştiriniz.

**Şekil 2.** Eş şekilleri belirlemeye yönelik örnek

Şekil 2’de verilen örneğin M.1.2.2.2. kazanımına ve alt açıklamasına uygun olduğu görülmektedir. Bireyin bu örnekte öncelikle robotun ve gölgesinin şekil olarak birbiriyle aynı olması gerektiğini düşünmesi beklenmektedir. Bu doğrultuda görünüş olarak birbiriyle eş olanları belirleyeceği için örnek görsel düzeydedir.

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde M.2.2.1.4. kazanımı şekillerin bazı özellikleri (yön, konum veya büyüklüğü) değiştiğinde şeklin temel özelliklerinin değişmediğinin öğretimine yönelik bir kazanım olduğu fark edilmiştir. Bu kazanımın öğretilmesi için eşlik kavramının görsel düzeyde biliniyor olması öğretimi kolaylaştırabilir. Fakat kazanımda eşlik kavramına vurgu yapılmamaktadır.

M.2.2.1.4. kazanımına ait ders kitabı örneği şekil 3'te yer almaktadır.

→ Aşağıdaki soruları görsel göre cevaplayınız.



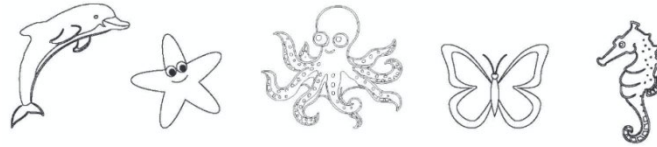
- ✿ Görselde hangi geometrik cismi görüyorsunuz?
- ✿ Yerde duran geometrik cisimler ile üst üste konulan geometrik cisimler aynı mı?
- ✿ Yerde duran geometrik cisimler üst üste konulduğunda şekilleri değişir mi?

Şekil 3. Şekillerin bazı özellikleri değiştiğinde şeklin temel özelliklerinin değişmediğinin öğretimine yönelik örnek Şekil 3'te verilen örnek M.2.2.1.4. kazanımına uygun bir örnektir. Örnekte geometrik cisimlerin yeri değişse de cisimlerin aynı kaldığı ele alınmaktadır. Dolayısıyla eşlik kavramının görsel düzeyde ele alındığı söylenebilir.

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde M.2.2.2.2. kazanımı kare, üçgen, daire gibi şekillerden katlama yolu ile iki eş parça elde etme çalışmalarıyla simetrik şekillerin fark edilmesine yönelik olup görsel düzeyde öğrencinin eşliği tanımasının bu kazanımı edinmesini kolaylaştıracağı söylenebilir.

M.2.2.2.2. kazanımına ait ders kitabı örneği şekil 4'te yer almaktadır.

İki eş parçaya ayrılabilen görselleri boyayınız.

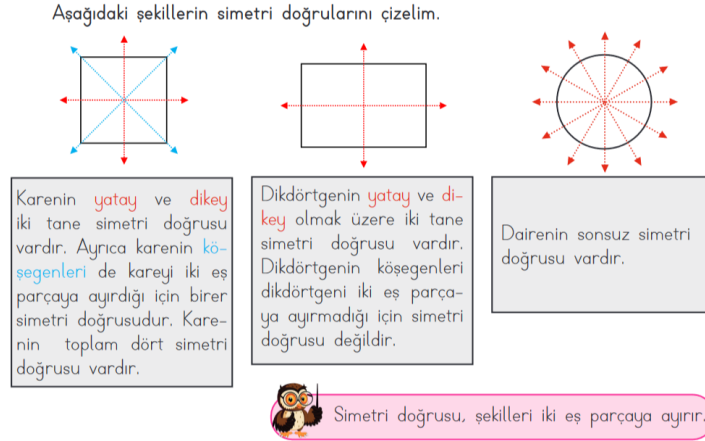


Şekil 4. İki eş parçaya ayrılabilen şekillerin öğretimine yönelik örnek

Şekil 4'te verilen örnek M.2.2.2.2. kazanımına uygun bir örnektir. Örnekte eş parça kavramına vurgu yapılmaktadır. Bu nedenle örnekte eşlik kavramının görsel düzeyde ele alındığı söylenebilir. Dolayısıyla eşlik kavramı görsel düzeyde biliniyorsa örneği anlamlandırmak daha kolay olabilir.

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde M.3.3.2.1. kazanımı şekillerin simetri doğrularını şekli katlayarak belirlemeye yönelik bir kazanım olduğu fark edilmiştir. Eşlik kavramının görsel düzeyde öğretilmiş olmasının, bu kazanımın etkili bir şekilde öğretilmesini desteklediği söylenebilir. Fakat kazanımda eşlik kavramına vurgu yapılmamaktadır.

M.3.3.2.1. kazanımına ait ders kitabı örneği şekil 5'te yer almaktadır.

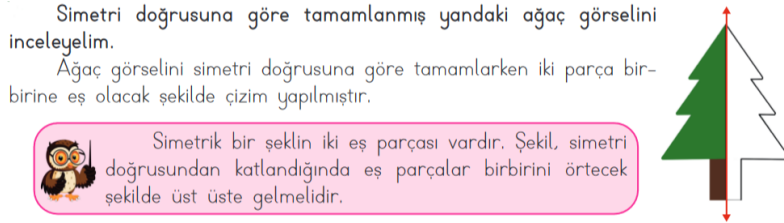


Şekil 5. Şekillerin simetri doğrularını çizme öğretimine yönelik örnek

Şekil 5'te verilen örnek M.3.2.2.1. kazanımına uygun bir örnektir. Örnekte simetri doğrusunun şekilleri iki eş parçaya ayırmasına vurgu yapıldığından dolayı örnekte eşlik kavramının görsel düzeyde ele alındığı söylenebilir. Dolayısıyla eşlik kavramı görsel düzeyde biliniyorsa örneği anlamlandırmak daha kolay olabilir.

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde M.3.2.2.2. kazanımı şekillerin simetri doğrusuna göre tamamlanmasının öğretimine yönelik bir kazanım olduğu fark edilmiştir. Kazanımın alt açıklamasında eş parçaların özelliklerinin fark edilmesine vurgu yapıldığı için eşlik kavramının görsel düzeyde ele alındığı söylenebilir.

M.3.3.2.2. kazanımına ait ders kitabı örneği şekil 6'da yer almaktadır.



Şekil 6. Şekillerin simetri doğrusuna göre tamamlanmasının öğretimine yönelik örnek

Şekil 6'da verilen örnek M.3.2.2.2. kazanımına uygun bir örnektir. Örnekte şekillerin simetri doğrusundan katlandığında eş parçaların birbirinin üstüne geleceğine vurgu yapılmasından dolayı örnekte eşlik kavramının görsel düzeyde ele alındığı söylenebilir. Dolayısıyla eşlik kavramı görsel düzeyde biliniyorsa örneği anlamlandırmak daha kolay olabilir.

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde M.4.2.2.1. kazanımı simetri doğrusu çizme öğretimine yönelik bir kazanım olduğu fark edilmiştir. Kazanımın alt açıklamasında eş parçaların gözlemlenmesine vurgu yapıldığı için eşlik kavramının görsel düzeyde ele alındığı söylenebilir. Eşlik kavramının görsel düzeyde öğretilmiş olması, bu kazanımın etkili bir şekilde öğretilmesini desteklediği söylenebilir.

M.4.2.2.1. kazanımına ait ders kitabı örneği Şekil 7'de yer almaktadır.

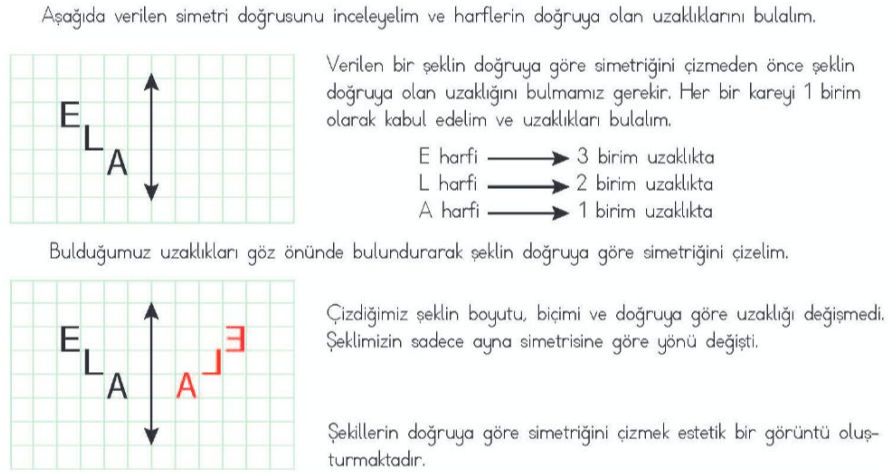
Şekil 7'de verilen örnek M.4.2.2.1. kazanımına uygun bir örnektir. Örnekte aynaya göre simetride şeklin sadece yönünün değiştiğine ve şeklin aynadaki görüntüsüne eş olduğuna vurgu yapıldığından dolayı eşlik kavramının görsel düzeyde ele alındığı söylenebilir. Dolayısıyla eşlik kavramı görsel düzeyde biliniyorsa örneği anlamlandırmak daha kolay olabilir.



Şekil 7. Simetri doğrusu çizme öğretimine yönelik örnek

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde M.4.2.2.2. kazanımı verilen şeklin doğruya göre simetriğini oluşturma öğretimine yönelik bir kazanım olduğu fark edilmiştir. Eşlik kavramının analiz düzeyinde öğretilmesinin bu kazanımın öğretilmesi için temel oluşturduğundan bahsedilebilir. Fakat eşlik kavramı analiz düzeyinde 8. sınıfta ele alınmaktadır.

M.4.2.2.2. kazanımına ait ders kitabı örneği şekil 8’de yer almaktadır.

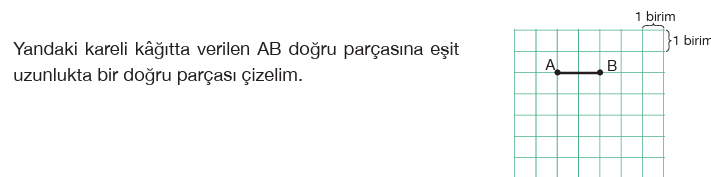


Şekil 8. Şeklin doğruya göre simetriğini oluşturma öğretimine yönelik örnek

Şekil 8’de verilen örnek M.4.2.2.2. kazanımına uygun bir örnektir. Örnekte şeklin doğruya göre simetriğinde şeklin sadece yönünün değiştiğine vurgu yapılmaktadır. Dolayısıyla eşlik kavramı analiz düzeyinde biliniyorsa örneği anlamlandırmak daha kolay olabilir. Fakat eşlik kavramına vurgu yapılmamaktadır. Ayrıca eşlik kavramı analiz düzeyinde 8. sınıfta ele alınmaktadır.

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde M.5.2.1.3. ve M.6.3.1.2. kazanımları bir doğru parçasına eş doğru parçası ve verilen açıya eş açı oluşturma öğretimini içerdiği için eşlik kavramının analiz düzeyinde öğretilmesi için temel oluşturduğu söylenebilir.

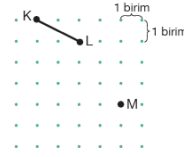
M.5.2.1.3. kazanımına ait ders kitabı örnekleri şekil 9 ve şekil 10’da yer almaktadır.



Şekil 9. Yatay konumlu doğru parçasına eşit uzunlukta doğru parçası çizmeye yönelik örnek

Şekil 9'da verilen örnek M.5.2.1.3. kazanımına ve alt açıklamasına uygundur. Bu örnekte bireyden yatay konumlu doğru parçasına eşit uzunlukta doğru parçası çizmesi beklenmektedir.

Yandaki noktalı kâğıtta verilen KL doğru parçasına eşit uzunlukta ve uç noktalarından biri M noktası olan doğru parçaları çizelim.

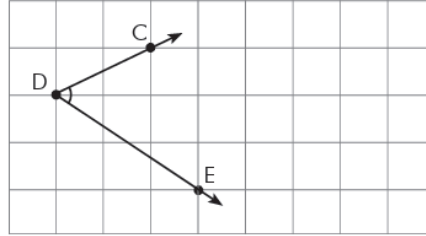


Şekil 10. Eğik konumlu doğru parçasına eşit uzunlukta doğru parçası çizmeye yönelik örnek

Şekil 10'da verilen örnek M.5.2.1.3. kazanımına ve alt açıklamasına uygundur. Bu örnekte bireyden eğik konumlu doğru parçasına eşit uzunlukta doğru parçası çizmesi beklenmektedir. Şekil 9 ve şekil 10'da verilen örnekler eşlik kavramının analiz düzeyinde öğretilmesi için temel oluşturmaktadır. Çünkü birey bu örneklerde bir doğru parçasına eşit uzunlukta doğru parçası oluşturmayı öğrenecektir.

M.6.3.1.2. kazanımına ait ders kitabı örneği şekil 11'de yer almaktadır.

Aşağıda kareli kâğıtta verilen $\widehat{CDE}$ 'ne eş bir açı çiziniz.

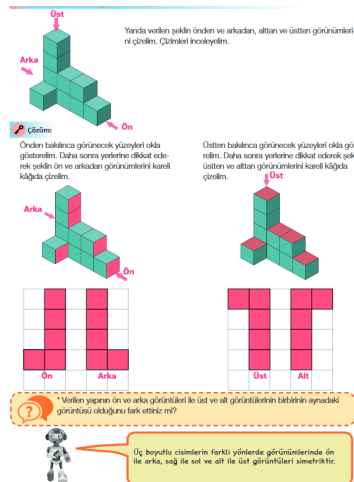


Şekil 11. Bir açıya eş açı oluşturmaya yönelik örnek

Şekil 11'de verilen örnek M.6.3.1.2. kazanımına ve alt açıklamasına uygundur. Bu örnekte bireyden verilen açıya eş bir açı oluşturmaya beklenmektedir. Eşlik kavramının analiz düzeyinde öğretilmesi için temel oluşturmaktadır. Çünkü birey bu örnekte bir açıya eş açı oluşturmaya öğrenecektir.

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde M.7.3.4.1. kazanımı üç boyutlu cisimlerin farklı yönlerden görünümelerini çizme öğretimine yönelik bir kazanım olduğu fark edilmiştir. Kazanımın alt açıklamasında cisimlerin farklı yönlerden görünümlerinin ilişkilendirilmesine (ön-arka ve sağ-sol görüntülerinin simetrik olması gibi) vurgu yapılmaktadır. Bu nedenle eşlik kavramının analiz düzeyinde biliniyor olmasının kazanımın öğretilmesi için temel oluşturduğundan bahsedilebilir. Fakat kazanımda eşlik kavramına vurgu yapılmamaktadır.

M.7.3.4.1. kazanımına ait ders kitabı örneği şekil 12'de yer almaktadır.

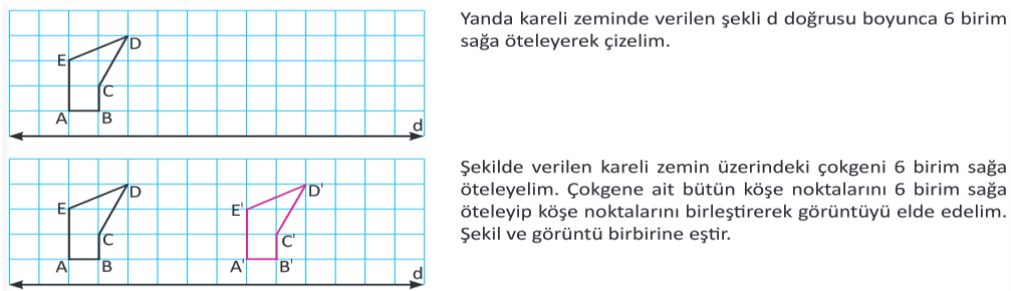


Şekil 12. Üç boyutlu cisimlerin farklı yönlerden görünümelerini çizme öğretimine yönelik örnek

Şekil 12’de verilen örnek M.7.3.4.1. kazanımına uygun bir örnektir. Örnekte şeklin ön ve arka görüntüleri ile alt ve üst görüntülerinin simetrik olduğuna vurgu yapılmaktadır. Dolayısıyla eşlik kavramı analiz düzeyinde biliniyorsa örneği anlamlandırmak daha kolay olabilir. Fakat örnekte eşlik kavramına vurgu yapılmamaktadır.

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde M.8.3.2.1. kazanımı nokta, doğru parçası ve şekillerin öteleme sonucundaki görüntülerini çizme öğretimine yönelik bir kazanım olduğu görülmektedir. Kazanımın alt açıklamasında öteleme sonucunda şekil ile görüntüsünün eş olduğunun fark ettirilmesine vurgu yapılmaktadır. Şekil ile görüntüsünün eş olduğunu belirleyebilmek için öğrencinin iki şeklin eş olması için hangi özelliklerin sağlanması gerektiğini biliyor olması gerekmektedir. Bu nedenle eşlik kavramının analiz düzeyinde biliniyor olması kazanımın etkili bir şekilde öğretilmesini sağlayabilir. Fakat eşlik kavramı bu kazanımdan sonraki bir kazanım olan M.8.3.3.1. kazanımında analiz düzeyinde ele alınmaktadır.

M.8.3.2.1. kazanımına ait ders kitabı örneği şekil 13’te yer almaktadır.

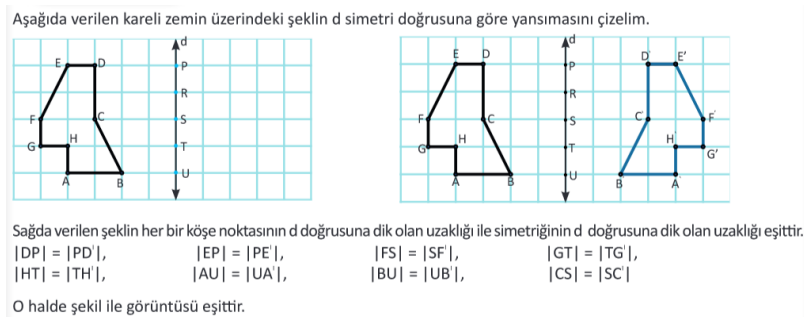


Şekil 13. Şekillerin öteleme sonucundaki görüntülerini çizme öğretimine yönelik örnek

Şekil 13’te verilen örnek M.8.3.2.1. kazanımına uygun bir örnektir. Örnekte şeklin ve öteleme sonucundaki görüntüsünün birbirine eş olduğuna vurgu yapılması nedeniyle eşlik kavramının analiz düzeyinde ele alındığı söylenebilir. Dolayısıyla eşlik kavramı analiz düzeyinde biliniyorsa örneği anlamlandırmak daha kolay olabilir.

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde M.8.3.2.2. kazanımı nokta, doğru parçası ve şekillerin yansıma sonucundaki görüntülerini çizme öğretimine yönelik bir kazanım olduğu görülmektedir. Kazanımın alt açıklamasında yansıma sonucunda şekil ile görüntüsünün eş olduğunun fark ettirilmesine vurgu yapılmaktadır. Bir şeklin görüntüsüyle eş olduğunu belirleyebilmesi için öğrencinin, iki şeklin eş olması için hangi koşulların sağlanması gerektiğini bilmesi gerekmektedir. Bu doğrultuda, eşlik kavramının analiz düzeyinde anlaşılması, ilgili kazanımın daha etkili bir şekilde öğretilmesine katkı sağlayabilir. Ancak, eşlik kavramı analiz düzeyinde, bu kazanımdan sonraki M.8.3.3.1. kazanımında ele alınmaktadır.

M.8.3.2.2. kazanımına ait ders kitabı örneği şekil 14’te yer almaktadır.



Şekil 14. Şekillerin yansıma sonucundaki görüntülerini çizme öğretimine yönelik örnek

Şekil 14’te verilen örnek M.8.3.2.2. kazanımına uygun bir örnektir. Örnekte şekil ile şeklin yansıma sonucundaki görüntüsünün eş olduğuna vurgu yapılmasından dolayı eşlik kavramının analiz

düzeyinde ele alındığı söylenebilir. Dolayısıyla eşlik kavramı analiz düzeyinde biliniyorsa örneği anlamlandırmak daha kolay olabilir.

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde M.8.3.2.3. kazanımı çokgenlerin öteleme ve yansıma sonucundaki görüntülerini oluşturmaya yönelik bir kazanım olduğu görülmektedir. Kazanımın öğretiminde eşlik kavramının analiz düzeyinde biliniyor olması öğretimi kolaylaştırabilir. Fakat eşlik kavramı M.8.3.3.1. kazanımında analiz düzeyinde ele alınmaktadır.

M.8.3.2.3. kazanımına ait ders kitabı örneği şekil 15'te yer almaktadır.

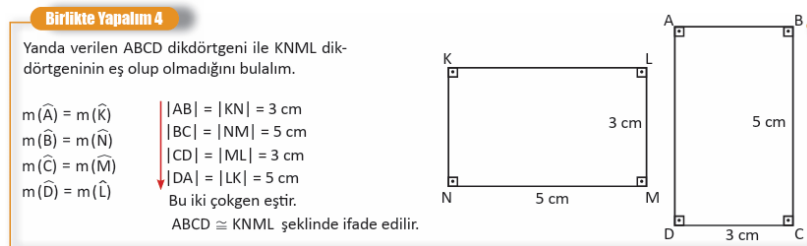


Şekil 15. Çokgenlerin öteleme ve yansıma sonucundaki görüntülerini oluşturmaya yönelik örnek

Şekil 15'te verilen örnek M.8.3.2.3. kazanımına uygun bir örnektir. Örnekte şeklin yansıma ve öteleme sonucundaki görüntüsünü oluşturmaya vurgu yapılmaktadır. Dolayısıyla eşlik kavramı analiz düzeyinde biliniyorsa örneği anlamlandırmak daha kolay olabilir. Fakat örnekte eşlik kavramına vurgu yapılmamaktadır.

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde M.8.3.3.1. kazanımının analiz düzeyinden informal çıkarım düzeyine geçişe ait bir kazanım olduğu belirlenmiştir. Kazanımın a alt açıklamasına bakıldığında eşlik kavramının analiz düzeyinde öğretimine ait bir alt açıklama olduğu belirlenmiştir. Çünkü kazanımın alt açıklamasında iki çokgenin eş olması için gerekli özelliklerin neler olduğu vurgulanmaktadır. Başka bir ifadeyle eşlik kavramının özelliklerinin öğretilmesi üzerine odaklanılmaktadır.

M.8.3.3.1. kazanımına ait ders kitabı örnekleri şekil 16, şekil 17 ve şekil 18'de yer almaktadır.



Şekil 16. Eşlik kavramına ait özellikleri belirlemeye yönelik örnek

Şekil 16'te yer alan örnek M.8.3.3.1. kazanımına ve a alt açıklamasına uygundur. Örnekte iki dikdörtgenin eş olması için gerekli özelliklerin neler olduğuna vurgu yapılmasından dolayı eşlik kavramının analiz düzeyinde öğretilmesine yönelik bir örnek olduğu söylenebilir.

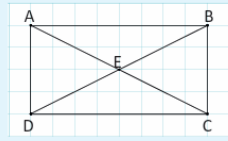


Şekil 17. Düzlemsel şekilleri karşılaştırarak eş olup olmadıklarını belirlemeye yönelik örnek

Şekil 17'de yer alan örnek M.8.3.3.1. kazanımına ve alt açıklamalarına uygundur. Kazanımın alt açıklamasında somut örneklerle yapılacak çalışmalara yer verilmesi gerektiği vurgulanmaktadır.

Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- a) Yandaki ABCD dikdörtgeninin köşegenlerinin kesişim noktası E'dir. Şekilde oluşan üçgenlerden birbirine eş olan üçgen çiftlerini yazınız.



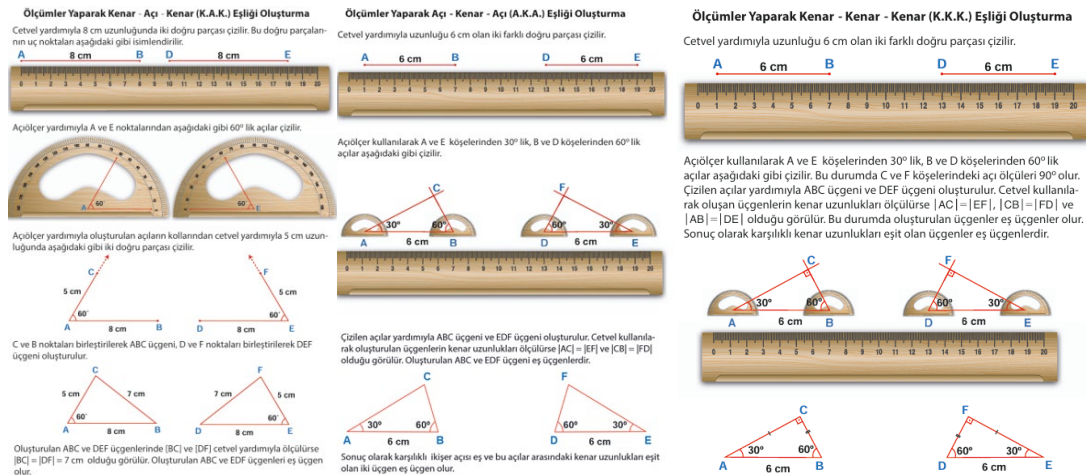
- b) Bir A4 kâğıdını kısa kenarlar üst üste gelecek şekilde katlayıp kat izini çiziniz. Makas yardımıyla dikdörtgenin bir köşegeninden kesiniz. Sonra da daha önce çizmiş olduğunuz yerden kesiniz. Hangi eş şekilleri bulduğunuzu yazınız.

Şekil 18. Eş şekilleri somut model üzerinde belirlemeye yönelik örnek

Şekil 18'de yer alan örnek M.8.3.3.1. kazanımına ve alt açıklamalarına uygundur. Bu örnek eş şekilleri somut model üzerinde belirlemeye yönelik bir örnektir.

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde M.9.4.2.1. kazanımında bireyden iki üçgenin eş olabilmesi için gereken minimum özelliklerin neler olduğunu değerlendirmesi beklenmektedir. Bu nedenle kazanımın analiz düzeyinden informal çıkarım düzeyine geçişe ait bir kazanım olduğu belirlenmiştir.

M.9.4.2.1. kazanımına ait ders kitabı örnekleri şekil 19 ve şekil 20'de yer almaktadır.



Şekil 19. Eşlik kurallarını ölçüm yaparak oluşturmaya yönelik örnek

Şekil 19'da verilen örnekler M.9.4.2.1. kazanımının düzeyine uygun değildir. Ölçümler yaparak eşlik kurallarını oluşturmaya yönelik örneklerdir. Bu nedenle geometrik düşünme düzeylerinden herhangi birine yerleştirilememiştir. Çünkü yönergeler verilmiş ve yönergeler incelendiğinde düzeylerden herhangi birine vurgu yapan bir yönergeye rastlanmamıştır.

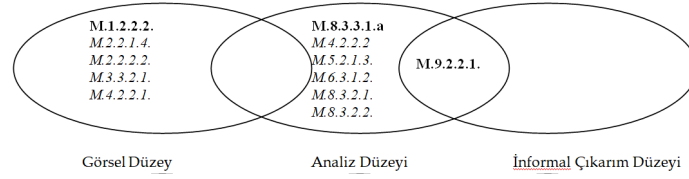
ÖRNEK 8

Eş iki üçgenin karşılıklı yardımcı elemanlarının da eş olduğunu gösteriniz.

Şekil 20. Eş iki üçgenin yardımcı elemanlarının da eş olduğunun gösterilmesine yönelik örnek

Şekil 20'de verilen örnek M.9.4.2.1. kazanımına ve alt açıklamalarına uygundur. Bireyden eş iki üçgenin yardımcı elemanlarının da eş olduğunu göstermeleri beklenmektedir. Bu nedenle analiz düzeyinden informal çıkarım düzeyine geçişe ait bir örnektir. Ders kitabındaki örnekler incelendiğinde bireyin iki üçgenin eş olabilmesi için gereken minimum özelliklerin neler olduğunu değerlendirmesini destekleyecek etkinlik yer aldığı fark edilmiştir.

İncelenen kazanımlardan elde edilen bulgular ışığında eşlik kazanımların ve eşlik ile ilgili kazanımların düzeyleri aşağıdaki şekilde bütüncül bir şekilde sunulmaktadır.



Şekil 21.Eşlik kavramı ile ilgili bulguların görsel temsili

Şekil 21’de çalışmadan elde edilen eşlik kavramı ile ilgili bulguların görsel bir temsili yer almaktadır. Matematik dersi öğretim programında yer alan eşlik kazanımları incelendiğinde M.1.2.2.2. kazanımının görsel düzeye, M.8.3.3.1. kazanımının a alt açıklamasının ‘Düzlemsel şekilleri karşılaştırarak eş olup olmadıklarını belirlemeye yönelik etkinliklere yer verilir.’ analiz düzeyine, M.9.2.2.1. kazanımının analiz düzeyinden informal çıkarım düzeyine geçişe ait kazanımlar olduğu belirlenmiştir. Matematik dersi öğretim programında yer alan eşlik ile ilgili kazanımlar incelendiğinde ise M.2.2.1.4., M.2.2.2.2., M.3.3.2.1. ve M.4.2.2.1. kazanımlarında eşlik kavramının görsel düzeyinde ele alındığı fark edilmiştir. M.4.2.2.2., M.5.2.1.3., M.6.3.1.2., M.8.3.2.1. ve M.8.3.2.3. kazanımlarında eşlik kavramının analiz düzeyinde ele alındığı görülmüştür.

İlgili kazanımlar doğrultusunda incelenen ders kitabı örneklerinin büyük bir bölümünün düzeylerinin kazanımların düzeyleri ile uyumlu olduğu görülmüştür. Fakat dokuzuncu sınıfta bulunan M.9.4.2.1. kazanımı analiz düzeyinden informal çıkarım düzeyine geçişe ait kazanımdır. Buna rağmen incelenen ders kitabında yer alan ilgili örnekler van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden herhangi bir düzeye uygun görülmemiştir.

3.1.2. Benzerlik Kazanımları ve İlgili Kazanımların Geometrik Düşünme Düzeylerine Göre Dağılımı

Matematik öğretim programındaki benzerlik kazanımları ve ilgili kazanımlar Tablo 4’te yer almaktadır.

Tablo 4. Matematik Öğretim Programı Benzerlik Kazanımları

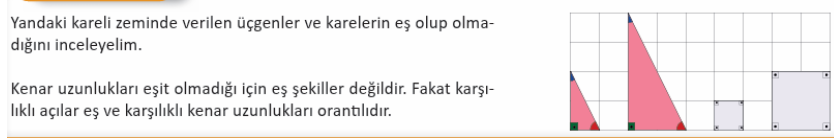
Kazanımlar
M.2.2.1.1. Geometrik şekilleri kenar ve köşe sayılarına göre sınıflandırır. a) Üçgen, kare, dikdörtgen, daire ve çemberin benzer veya farklı yanları açıklanır. b) Verilen bir geometrik şeklin diğer geometrik şekillere benzeyip benzemediğine yönelik çalışmalara yer verilir. M.8.3.3.1. Eşlik ve benzerliği ilişkilendirir, eş ve benzer şekillerin kenar ve açı ilişkilerini belirler. a) Düzlemsel şekilleri karşılaştırarak eş olup olmadıklarını belirlemeye yönelik etkinliklere yer verilir. b) Eş çokgenlerde karşılıklı kenar uzunluklarının ve açı ölçülerinin eşit, benzer çokgenlerde ise karşılık gelen açı ölçülerinin eşit fakat kenar uzunluklarının orantılı olduğu vurgulanır. Eş çokgenlerin benzer olduğu ancak benzer çokgenlerin eş olmalarının gerekmediği vurgulanır. KKK, AKA gibi üçgenlerde eşlik ve benzerlik kuralları özel olarak verilmez. c) Somut modellerle, kareli kâğıtla veya kâğıtları katlayarak yapılacak çalışmalara yer verilir. M.8.3.3.2. Benzer çokgenlerin benzerlik oranını belirler, bir çokgene eş ve benzer çokgenler oluşturur. a) Somut modellerle, kareli kâğıtla veya kâğıtları katlayarak yapılacak çalışmalara yer verilir. b) Gerektiğinde uygun bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılır. c) Çokgenlerde benzerlik problemlerine girilmez. 9.4.2.2. İki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları değerlendirir. a) Kenar-Açı-Kenar (K.A.K.), Kenar-Kenar-Kenar (K.K.K.) ve Açı-Açı (A.A.) benzerlik kuralları, ölçümler yapılarak oluşturulur. b) Eşlik ile benzerlik arasındaki ilişki incelenir. c) Benzer üçgenlerin karşılıklı yardımcı elemanlarının da aynı benzerlik oranına sahip olduğu gösterilir. ç) Bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılır. 9.4.2.3. Üçgenin bir kenarına paralel ve diğer iki kenarı kesecek şekilde çizilen doğrunun ayırdığı doğru parçaları arasındaki ilişkiyi kurar. Thales’ in çalışmalarına yer verilir. 9.4.2.4. Üçgenlerin benzerliği ile ilgili problemler çözer. Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

Tablo 4’te benzerlik kazanımları yer almaktadır. Benzerlik kazanımları alt açıklamalarıyla birlikte ele alınmıştır. Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde benzerlik ile ilgili herhangi bir kazanıma rastlanmamıştır.

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde benzerlik kavramının öğretiminde görsel düzeye ait bir kazanım bulunmadığı görülmüştür. M.2.2.1.1. kazanımında benzerlik kavramı farklı geometrik

şekillerin ortak özellikleri üzerinden öğretilmektedir. Bu nedenle iki çokgen arasındaki benzerlik kavramının öğretimi için temel oluşturulmamaktadır. M.8.3.3.1. kazanımının b alt açıklamasında iki çokgenin benzer olması için hangi özelliklerin gerekli olduğu vurgulanmasından dolayı benzerlik kavramının analiz düzeyinde öğretilmesine ait bir alt açıklama olduğu belirlenmiştir. Farklı bir deyişle benzerlik kavramının özelliklerinin öğretilmesi üzerine odaklanılmaktadır.

M.8.3.3.1. kazanımına ait ders kitabı örneği şekil 22’de yer almaktadır.

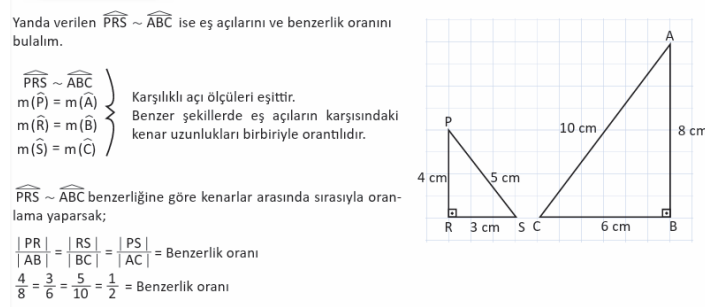


Şekil 22. Benzerlik kavramına ait özellikleri belirlemeye yönelik örnek

Şekil 22’de verilen örnek M.8.3.3.1. kazanımına ve b alt açıklamasına uygundur. Benzerlik kavramına ait özellikleri belirlemeye yönelik bir örnek olduğu için benzerlik kavramının analiz düzeyinde öğretilmesine yönelik bir örnek olduğu söylenebilir.

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde M.8.3.3.2. kazanımında bireyden benzerlik kavramının özellikleri arasında ilişki kurmaya başlaması beklenmektedir. Bu nedenle kazanımın benzerlik kavramı öğretiminde analiz düzeyinden informal çıkarım düzeyine geçişe ait bir kazanım olduğu belirlenmiştir.

M.8.3.3.2. kazanımına ait ders kitabı örneği şekil 23’te yer almaktadır.



Şekil 23. Benzerlik oranını belirlemeye yönelik örnek

Şekil 23’te verilen örnek M.8.3.3.2. kazanımına ve alt açıklamalarına uygundur. Bu örnek bireyin benzerlik kavramının özellikleri arasında ilişki kurmasına olanak sağlamaktadır. Bu nedenle bu örneğin benzerlik kavramı öğretiminde analiz düzeyinden informal çıkarım düzeyine geçişe ait bir örnek olduğu belirlenmiştir.

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde M.9.4.2.2. kazanımının analiz düzeyinden informal çıkarım düzeyine geçişe ait bir kazanım olduğu tespit edilmiştir. Çünkü bu kazanımda bireyden iki üçgenin benzer olabilmesi için gereken en az özelliğin neler olduğunu değerlendirmesi beklenmektedir.

M.9.4.2.2. kazanımına ait ders kitabı örnekleri şekil 24 ve şekil 25’te yer almaktadır.

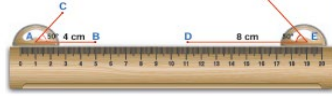
Şekil 24’te yer alan örnekler M.9.4.2.2. kazanımının düzeyine uygun değildir. Ölçümler yaparak benzerlik kurallarını oluşturmaya yönelik örneklerdir. Geometrik düşünme düzeylerinden herhangi birine atanamamıştır. Çünkü yönergeler verilmiş yönerge incelendiği düzeylere ait bir şey verilmemiş.

Ölçümler Yaparak Kenar - Açık - Kenar (K.A.K.) Benzerliği Oluşturma

Cetvel yardımıyla 4 cm uzunluğunda bir doğru parçası ve bu doğru parçasının 2 katı uzunluğunda 8 cm'lik bir doğru parçası çizilir.

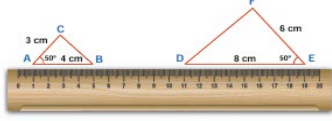


Açıölçerim merkez A ve E noktalarına konur. A noktasındaki açıölçerim sağ tarafındaki 50°'lik açıya bir doğru parçası çizilir. Çizilen bu doğru parçaları yardımıyla CAB ve FED açıları çizilir. Ölçülür.



Açıların A ve E köşelerinden cetvel yardımıyla sırasıyla 3 cm ve 6 cm uzunluğunda iki doğru parçası çizilir.

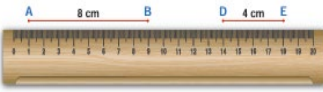
Daha sonra aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi ABC ve DEF üçgenleri oluşturulur.



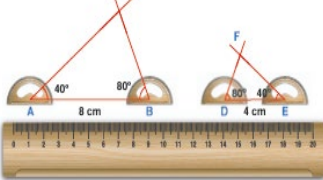
Cetvel kullanılarak [BC] ve [EF] ölçülürse $|BC| = 2 \cdot |EF|$ olduğu görülür. Buradan iki kenar uzunluğu birbirine orantılı ve bu kenarlar arasındaki açının eşit olduğu, ABC ve DEF üçgenlerinin benzer olduğu görülür.

Ölçümler Yaparak Açık - Açık (A.A.) Benzerliği Oluşturma

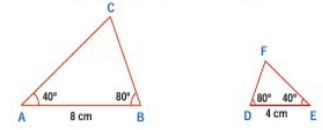
Cetvel yardımıyla uzunluğu 8 cm olan bir [AB] ile uzunluğu 4 cm olan bir [DE] çizilir. $\frac{|AB|}{|DE|} = 2$ olduğuna dikkat ediniz.



Açıölçerim yardımıyla aşağıdaki gibi $m(\hat{A}) = m(\hat{E}) = 40^\circ$ ve $m(\hat{B}) = m(\hat{D}) = 80^\circ$ olacak şekilde açılar çizilerek ABC ve DEF üçgenleri oluşturulur.



Cetvel yardımıyla [AC], [BC], [DF] ve [EF] ölçülürse $\frac{|AC|}{|DF|} = \frac{|BC|}{|EF|} = 2$ olduğu görülür. Bu durumda üçüncü açısının eşit olduğu olan ABC ve DEF üçgenleri benzer olur.

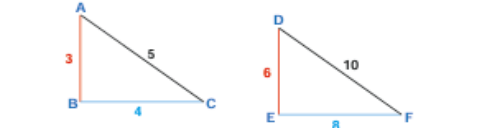


Ölçümler Yaparak Kenar - Kenar - Kenar (K.K.K.) Benzerliği Oluşturma

Cetvel yardımıyla uzunlukları 3 cm, 4 cm ve 5 cm olacak şekilde üç tane doğru parçası çizilir.



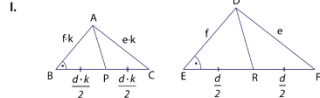
Cetvel yardımıyla uzunlukları 6 cm, 8 cm ve 10 cm olacak şekilde üç tane doğru parçası çizilir.



[AB], [BC] ve [CA]'ı uç uca eklenerek ABC üçgeni oluşturulur. Aynı şekilde [DE], [EF] ve [FD]'ı uç uca eklenerek DEF üçgeni oluşturulur. Üçgenlere bakıldığında $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|CA|}{|FD|} = \frac{1}{2}$ olduğu görülür. Buradan karşılıklı kenarların orantılı olan ABC ve DEF üçgenleri benzer olur. Bu durumda karşılıklı üç kenar uzunluğu da birbirleriyle orantılı olan herhangi iki üçgen benzer olur.

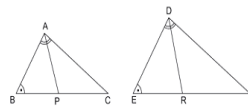
Şekil 24. Benzerlik kurallarını ölçüm yaparak belirlemeye yönelik örnek

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ alınırsa ve $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|} = k$ olsun.



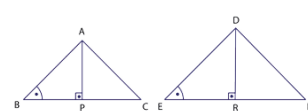
A ve D köşelerinden [AP] ve [DR] kenarortayları çizilsin. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ olduğundan $m(\hat{B}) = m(\hat{E})$ olur. K.A.K. benzerliği ile $\triangle ABP \sim \triangle DER$ elde edilir. Buradan $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BP|}{|ER|} = \frac{|AP|}{|DR|} = k$ bulunur. $\frac{|AP|}{|DR|} = k$ olduğu için benzer üçgenlerin karşılıklı kenarortaylarının uzunlukları benzerlik oranına eşittir.

II.



A ve D köşelerinden [AP] ve [DR] kenarortayları çizilsin. $m(\hat{ABP}) = m(\hat{DER})$ ve $m(\hat{BAP}) = m(\hat{EDR})$ olduğundan A.A. benzerliği ile $\triangle ABP \sim \triangle DER$ olur. Buradan $\frac{|BA|}{|ED|} = \frac{|AP|}{|DR|} = \frac{|BP|}{|ER|} = k$ bulunur. $\frac{|AP|}{|DR|} = k$ olduğu için benzer üçgenlerin karşılıklı kenarortaylarının uzunlukları benzerlik oranına eşittir.

III.



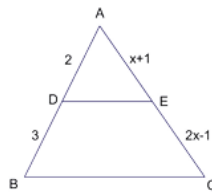
$m(\hat{BAC}) = m(\hat{EDF})$ olduğundan A ve D köşelerinden [AP] ve [DR] yükseklikleri indirilir. Bu durumda $m(\hat{ABC}) = m(\hat{DEF})$ olduğundan A.A. benzerliği ile $\triangle ABP \sim \triangle DER$ olur. Buradan $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BP|}{|ER|} = \frac{|AP|}{|DR|} = k$ bulunur. $\frac{|AP|}{|DR|} = k$ olduğu için benzer üçgenlerin karşılıklı yüksekliklerinin oranı benzerlik oranına eşittir.

Şekil 25. Benzer iki üçgenin yardımcı elemanlarının da benzer olduğunun gösterilmesine yönelik örnek

Şekil 25'te yer alan örnek M.9.4.2.2. kazanımına ve alt açıklamalarına uygundur. Bireyden benzer iki üçgenin yardımcı elemanlarının da benzer olduğunu göstermeleri beklenmektedir. Bu nedenle analiz düzeyinden informal çıkarım düzeyine geçişe ait bir örnektir. Ders kitabındaki örnekler incelendiğinde bireyin iki üçgenin benzer olabilmesi için gereken minimum özelliklerin neler olduğunu değerlendirmesini destekleyecek etkinlik yer aldığı görülmüştür. Fakat ders kitabında eşlik ve benzerlik arasındaki ilişkinin incelenmesine ait bir etkinlik de yer verilmemektedir.

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde M.9.4.2.3. kazanımında bireyden üçgenin bir kenarına paralel ve diğer iki kenarı kesecek şekilde çizilen doğrunun ayırdığı, doğru parçaları arasındaki ilişkiyi kurması beklenmektedir. Bu nedenle bu kazanımın informal çıkarım düzeyine ait bir kazanım olduğu saptanmıştır.

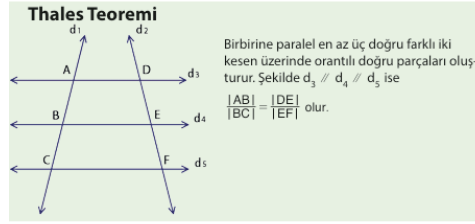
M.9.4.2.3. kazanımına ait ders kitabı örneği şekil 26 ve şekil 27'de yer almaktadır.



Şekilde A, D ve B; A, E ve C noktaları doğrusaldır. $[DE] \parallel [BC]$, $|AD| = 2$ birim, $|BD| = 3$ birim, $|AE| = (x+1)$ birim ve $|EC| = (2x-1)$ birim ise x değerini bulunuz.

Şekil 26. Üçgenin bir kenarına paralel ve diğer iki kenarı kesecek şekilde çizilen doğrunun ayırdığı doğru parçaları arasındaki ilişkiyi kurmasına yönelik örnek

Şekil 26'da verilen örnek M.9.4.2.3. kazanımına ve alt açıklamasına uygundur. Bireyin üçgenin bir kenarına paralel ve diğer iki kenarı kesecek şekilde çizilen doğrunun ayırdığı doğru parçaları arasındaki ilişkiyi kurmasını destekleyecek bir örnektir. Bu nedenle informal çıkarım düzeyine ait bir örnek olduğu saptanmıştır.

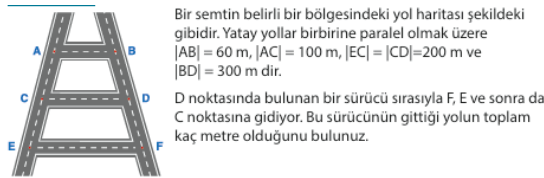


Şekil 27. Thales Teoremi ile ilgili açıklama

Şekil 27'de verilen açıklama M.9.4.2.3. kazanımına ve alt açıklamasına uygundur. Thales Teoreminden bahsedilmektedir.

Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde M.9.4.2.4. kazanımında bireyden üçgenlerin benzerliği konusuyla ilgili problemleri çözmesi beklenmektedir. Birey benzerlik ile ilgili bildiği özellikler arasında ilişki kurarak problemleri çözeceği için bu kazanımın düzeyi informal çıkarım düzeyi olarak belirlenmiştir.

M.9.4.2.4. kazanımına ait ders kitabı örneği şekil 28'de yer almaktadır.

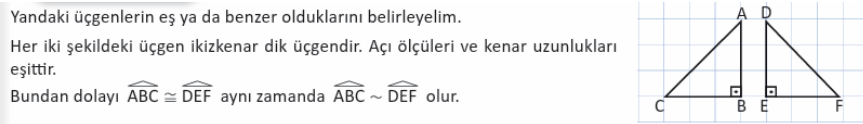


Şekil 28. Benzerlik ile ilgili problem

Şekil 28'de verilen örnek M.9.4.2.4. kazanımına ve alt açıklamasına uygundur. Bireyin benzerlik ile ilgili bildiği özellikler arasında ilişki kurarak örneği çözmesi beklenmektedir. Bu nedenle örneğin informal çıkarım düzeyine ait olduğu belirlenmiştir.

Eşlik ve benzerlik kavramlarının arasındaki ilişkiye M.8.3.3.1. kazanımının b alt açıklamasında vurgu yapılmaktadır. M.8.3.3.1. kazanımında bireyden eşlik ve benzerlik arasında ilişki kurması beklenmektedir. Bu nedenle bu kazanımın analiz düzeyinden informal çıkarım düzeyine geçişe ait bir kazanım olduğu belirlenmiştir.

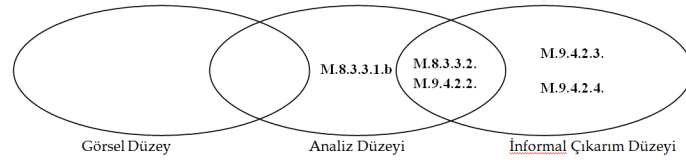
M.8.3.3.1. kazanımına ait ders kitabı örneği şekil 29'da yer almaktadır.



Şekil 29. Eşlik ve benzerlik arasındaki ilişkiyi belirlemeye yönelik örnek

Şekil 29'da verilen örnek M.8.3.3.1. kazanımına ve b alt açıklamasına uygundur. Kazanımın alt açıklamasında yer alan eşlik ve benzerlik kavramlarının arasındaki ilişki kurulması ile ilgili bir örnektir. Bu örnek analiz düzeyinden informal çıkarım düzeyine geçişe ait bir örnek olarak değerlendirilebilir.

İncelenen kazanımlardan elde edilen bulgular ışığında benzerlik kazanımların düzeyleri şekil 30'da bütüncül bir şekilde sunulmaktadır.



Şekil 30. Benzerlik kavramı ile ilgili bulguların görsel temsili

Şekil 30'da çalışmadan elde edilen benzerlik kazanımları ile ilgili bulguların görsel bir temsili yer almaktadır. Matematik dersi öğretim programı incelendiğinde benzerlik kavramının görsel düzeyde ele alındığı bir kazanıma rastlanmamıştır. M.8.3.3.1. kazanımının b alt açıklamasının analiz düzeyine, M.8.3.3.2. ve M.9.2.2.2. kazanımlarının analiz düzeyinden informal çıkarım düzeyine geçişe, M.9.4.2.3. ve M.9.4.2.4. kazanımlarının ise informal çıkarım düzeyine ait kazanımlar olduğu belirlenmiştir.

İlgili kazanımlar doğrultusunda incelenen ders kitabı örneklerinin çoğunun düzeylerinin kazanımların düzeyleri ile uyumlu olduğu görülmüştür. Fakat dokuzuncu sınıfta bulunan M.9.4.2.2. kazanımı analiz düzeyinden informal çıkarım düzeyine geçişe ait kazanımdır. Buna rağmen incelenen ders kitabında yer alan ilgili örnekler van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden herhangi bir düzeye uygun görülmemiştir.

4. Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu bölümde araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda sonuç, tartışma ve önerilere yer verilmiştir.

4.1. Sonuç ve Tartışma

Matematik dersi öğretim programında eşlik kavramının öğretimi ile ilgili kazanımlar incelendiğinde görsel, analiz ve analiz düzeyinden informal çıkarım düzeyine geçişe ait kazanımlar bulunduğu fark edilmiştir. Fakat görsel düzeyden analiz düzeyine geçişe uygun kazanım bulunmadığı görülmüştür. Bu nedenle kazanımların hiyerarşik bir sırada ilerlemediği sonucuna ulaşılmıştır. Eşlik ile ilgili kazanım 1. sınıfta görsel düzeyde yer almaktadır. 5. sınıfta yer alan bir doğru parçasına eş doğru parçası oluşturma kazanımı ile 6. sınıfta yer alan verilen açıya eş açı oluşturma kazanımının eşlik kavramının analiz düzeyinde öğretilmesine temel oluşturduğu ifade edilebilir. 8.sınıfta ise eşlik kavramı analiz düzeyinde yer almaktadır. Aydın, Laçın ve Keskin (2018) de çalışmalarında birçok konunun giderek derinleşen bir içerikle farklı sınıf düzeylerinde tekrar ele alındığına vurgu yapmışlardır. Bu yaklaşım, önceki öğrenmelere geri dönülmesini sağlayarak, öğrenilenlerin pekiştirilmesi için alt yapı oluşturmaktadır. Eşlik kavramı, öğretim programında görsel düzeyde 1. sınıfta, analiz düzeyinde ise 8. sınıfta ele alınmaktadır. Ancak eşlik kavramının öğretimi, incelenen eşlik ile ilgili kazanımlarla desteklenmektedir. Öyle ki, öğretim programında eşlik ile ilgili kazanımların sayısı, doğrudan eşlik kavramının öğretilmesine yönelik kazanımlardan daha fazladır.

Benzerlik kavramının öğretimi ile ilgili kazanımlar incelendiğinde ise analiz düzeyine, analiz düzeyinden informal çıkarım düzeyine geçişe ve informal çıkarım düzeyine ait kazanımlara yer verildiği görülmüştür. Fakat görsel düzeye ait bir kazanıma öğretim programında yer verilmediği tespit edilmiştir. Bu nedenle benzerlik kavramının öğretilmesine ait kazanımların hiyerarşik bir sıra ile ilerlemediği sonucuna ulaşılmıştır. Demir ve Kurtuluş (2023) ise yaptıkları çalışmada ötelemenin ilk kez 1. sınıfta ele alınması ardından diğer sınıflarda ele alınmaması ve doğrudan Düzey 3'te öğretilmesi, van Hiele felsefesinin hiyerarşik yapısına uyumlu olmadığı sonucuna ulaşmışlardır.

İncelenen kazanımlardan M.8.3.3.1. kazanımında hem eşlik hem benzerlik hem de bu kavramların birbirleri ile ilişkilendirildiği görülmektedir. Bu kavramların ayrı kazanımlarda detaylı olarak verilmesinin öğrencilerin öğrenmesini olumlu yönde etkileyeceği düşünülmektedir.

Eşlik kavram bilgisi gelişmiş olan bir öğrenci dönüşüm geometrisi (simetri, öteleme, dönme, yansıma) özelliklerinden biri olan oluşan görüntünün ön resme eş şekiller olduğunu anlamlandırabilir. Aynı zamanda benzerlik kavram bilgisi gelişmiş olan öğrenci genişletme (dilation) dönüşümünün temel

özelliklerinden biri olan görüntü ve ön resmin benzer şekillerden oluştuğunu fark edebilir. Bu bağlamda eşlik ve benzerliğin dönüşüm geometrisinin özelliklerini keşfetmek için ön şart kavramlar olduğu söylenebilir. Benzer şekilde Akpınar ve Ekici (2022) çalışmalarında eşlik ve benzerlik kavramının dönüşüm geometrisi kapsamında ele alınmasının, öğrencilerin kavramları daha iyi anlamlandırmalarına katkı sağlayacağına vurgu yapmışlardır.

Öğretim programında simetri ve yansıma ile ilgili kazanımlar ve ders kitabı örnekleri incelendiğinde, eşlik kavramı ele alınırken genel olarak görsel düzeyle sınırlı kalındığı görülmüştür. Fakat bazı kazanımların öğretimi için eşlik kavramının analiz düzeyinde ele alınmasının öğrencilerin öğrenmelerini olumlu yönde etkileyebilecek bir yaklaşım olduğu düşünülmektedir. Bu bağlamda eşlik kavramının simetri ve yansıma ile ilgili kazanımların öğretiminden önce gerekli düzeyde öğretilmiş olması öğrencilerin simetri konusunu anlamlandırabilmelerine önemli bir katkı sağlayabilir.

Öğretim programındaki öteleme ile ilgili kazanımlar ve ders kitabı örnekleri incelendiğinde, eşlik kavramı ele alınırken genel olarak görsel düzeyle sınırlı kalındığı fark edilmiştir. Bu bağlamda öteleme sonucu oluşan görüntü ilk şekle eş olmaktadır. Eşlik kavramının özellikleri biliniyorsa başka bir ifadeyle eşlik kavramı analiz düzeyinde öğrenilmişse öğrencilerin öteleme konusunu anlamlandırmaları daha kolay olabilir.

Öğretim programı incelendiğinde eşlik kavramının farklı konularla da ilişkilendirilerek yoğun bir şekilde ele alındığı fark edilmiştir. Fakat benzerlik kavramı sadece 8. ve 9. sınıflarda ele alınmaktadır. Aynı zamanda dönüşüm geometrisi ile benzerlik kavramının ilişkilendirildiği bir kazanıma rastlanmamıştır. Bu durum, öğretim programında dönüşüm geometrisi konusunda yansıma ve ötelemenin ele alınırken genişletme hareketinin ele alınmamasından kaynaklanıyor olabilir. Benzer şekilde Gürbüz ve Durmuş (2009) çalışmalarında dönüşüm geometrisinde genellikle öteleme, yansıma ve dönme dönüşümlerinin ele alındığı ancak genişletme hareketinin (dilation) yeterince ele alınmadığına vurgu yapmışlardır.

Matematik ders kitapları incelendiğinde öğretim programında yer alan kazanımlara ve alt açıklamalara uygun örnekler bulunduğu fark edilmiştir. Öğretim programında yer alan eşlik benzerlik kazanımlarının düzeyi ile ders kitaplarında yer alan ilgili örneklerin çoğunun düzeyi birbirleri ile uyumaktadır. Fakat dokuzuncu sınıfta bulunan M.9.4.2.1. ve M.9.4.2.2. kazanımları analiz düzeyinden informal çıkarım düzeyine geçişe ait kazanımlardır. Buna rağmen incelenen ders kitabında yer alan ilgili örnekler van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden herhangi bir düzeye uygun görülmemiştir. Korkmaz, Tutak ve İlhan (2020) çalışmalarının bulguları doğrultusunda bazı matematik öğretmenlerinin ders kitabından başka kaynaklara ihtiyaç duyduklarını vurgulamışlardır. Bunun sebebini ise öğretmenler, ders kitaplarını konu içeriği, öğretim programı ve kazanımlar yönünden eksik görmeleri olarak açıklamışlardır.

Dönüşüm geometrisi ile ilgili M.3.2.2.1. kazanımında eşlik kavramı ile ilgili herhangi bir vurgu olmamasına rağmen ders kitabındaki örnekte eşlik kavramına görsel düzeyde vurgu yapılmaktadır. Dönüşüm geometrisi ile ilgili M.4.2.2.2., M.8.3.2.1., M.8.3.2.2. ve M.8.3.2.3. kazanımlarında ise eşlik kavramı analiz düzeyinde ele alınmaktadır. Başka bir ifadeyle eşlik kavramının analiz düzeyinde biliniyor olması kazanımların etkili bir şekilde öğretilmesini sağlayabilir. Fakat eşlik kavramı M.8.3.3.1. kazanımında diğer bir ifadeyle ilgili kazanımlardan daha sonra ele alınması beklenen kazanımda analiz düzeyinde ele alınmaktadır. Ders kitabındaki örnekler incelendiğinde ise kazanım sırasının aksine önce eşlik kavramı ile ilgili örnekler daha sonra dönüşüm geometrisi ile ilgili örnekler ele alınmıştır. Bu durum öğretim programının esnekliği ile açıklanabilir. Benzer şekilde Bümen ve Yazıcılar (2020) yaptıkları çalışmada öğretmenler de resmi öğretim programında bazı değişiklikler yaparak (bölümlerin atlanması, sıralamanın değiştirilmesi, eklemeler yapılması veya yeniden düzenlenmesi gibi) programı kendi öğrencilerine ve sınıf ortamına uygun hale getirebileceğinden bahsederek öğretim programının esnekliğine vurgu yapmışlardır.

4.2. Öneriler

Bu çalışmada sadece eşlik ve benzerlik konusu değerlendirilmiştir. Benzer bir çalışma geometri öğretiminde farklı konular (Konum öğrenme, görselleştirilmenin öğretimi vb.) ele alınarak yapılabilir.

Eşlik ve benzerlik konularında ders kitabında yer alan etkinliklerin öğretim ortamında öğretmenlerin nasıl ele aldıkları gözlem yapılarak değerlendirilebilir.

Bireylerin geometrik düşünme düzeylerinin gelişimine katkı sağlamak için geometri eğitiminde konuların ve kavramların hiyerarşik bir sıra ile öğretilmesi ön planda olmalıdır. Geometri konuları öğretilirken van Hiele Geometrik Düşünce Kuramı temel alınarak öğretim planı hazırlanabilir.

Eşlik kavramını bilen bir öğrenci, dönüşüm geometrisinde (simetri, öteleme, dönme, yansıma) oluşan görüntünün ön resme eş olduğunu anlayabilir. Benzerlik kavramını bilen bir öğrenci ise genişletme (dilation) dönüşümünde görüntü ve ön resmin benzer olduğunu fark edebilir. Bu doğrultuda Dönüşüm geometrisi derslerde, eş ve benzer şekiller kavramlarına vurgu yapılarak ele alınabilir.

Ders kitapları hazırlanırken de hiyerarşik yapı dikkate alınarak hazırlanabilir.

Kaynakça

- Akpınar, E., ve Ekici, G. (2022). 8. sınıf matematik dersi öğretim programı etkinliklerinin öğrencilerin dönüşüm geometrisi ünitesindeki kavramsal gelişimlerine etkisinin değerlendirilmesi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 42(1), 303-346.
- Altun, M. (2008). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için matematik öğretimi*. Bursa: Alfa Basım Yayım.
- Atlı, A., Doğangüzel, E. E., Güneş, A., ve Şahin, N. (2021). *İlkokul matematik 2 ders kitabı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Aydın, M., Laçın, S., ve Keskin, İ. (2018). Ortaöğretim matematik dersi öğretim programının uygulanmasına yönelik öğretmen görüşleri. *International e-Journal of Educational Studies*, 2(3), 1-11.
- Bahçivancı, H., Çimen, O., ve Dursun, G. (2021). *İlkokul matematik 1 ders kitabı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi: 6-8. sınıflar*. Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Böge, H., ve Akıllı, R. (2021). *Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik 8 Ders Kitabı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Bümen, N., ve Yazıcılar, Ü. (2020). Öğretmenlerin öğretim programı uyarlamaları üzerine bir durum çalışması: Devlet ve özel lise farklılıkları. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 40(1), 183-224. <https://doi.org/10.17152/gefad.595058>
- Cırtıcı, H., Gönen, İ., Araç, D., Özarslan, M., Pekcan, N., ve Şahin, M. (2021). *Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik Ders Kitabı 5*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Çağlayan, N., Dağıstan, A., ve Korkmaz, B. (2021). *Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik 6 Ders Kitabı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Demir, G., ve Kurtuluş, A. (2023). An analysis of the transformation geometry of the primary school mathematics curriculum according to levels. *Osmangazi Journal of Educational Research*, 10, 71-95.
- Develi, H. M., ve Orbay, K. (2003). İlköğretimde niçin ve nasıl bir geometri öğretimi. *Milli Eğitim Dergisi*, 157.

- Eroğlu, D. (2021). Yedinci sınıf ders kitaplarındaki örüntüler konusunun “zihinsel alışkanlıklar” perspektifinden incelenmesi. *Ulusal Eğitim Akademisi Dergisi (UEAD)*, 5(1), 62-78. <https://doi.org/10.32960/uead.878814>
- Fujita, T., & Jones, K. (2007). Learners’ understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9(1&2), 3-20.
- Göçmen, B. (2022). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin eşlik ve benzerlik konularına ilişkin bilgilerinin incelenmesi*. (Yüksek lisans tezi).
- Gürbüz, K., ve Durmuş, S. (2009). İlköğretim matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisi, geometrik cisimler, örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanlarındaki yeterlikleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Dergisi*, 9(1).
- Güven, B., ve Karpuz, Y. (2016). Geometrik muhakeme: Bilişsel perspektifler. E. Bingölbali, S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 245-263). Ankara: Pegem Akademi.
- Işıkoğlu, N. (2005). Eğitimde nitel araştırma. *Eğitim Araştırmaları*, 20, 158-165.
- Kaya, R. (2002). *Analitik geometri*. Bilim Teknik Yayınevi.
- Korkmaz, E., Tutak, T., ve İlhan, A. (2020). Ortaokul matematik ders kitaplarının matematik öğretmenleri tarafından değerlendirilmesi. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 18, 118-128. <https://doi.org/10.31590/ejosat.667689>
- Millî Eğitim Bakanlığı (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1,2,3,4,5,6,7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Millî Eğitim Bakanlığı (2018). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı (9,10,11 ve 12. sınıflar)*. Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Olkun, S., ve Toluk, Z. (2007). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Maya Akademi Yayın Dağıtım.
- Özkan, U. B. (2019). Eğitim bilimleri araştırmaları için doküman inceleme yöntemi. *Ankara: Pegem Akademi*, 4.
- Paksu, A. D. (2016). Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri. *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 265-275). Ankara: Pegem Akademi.
- Savaş, G. (2022). *Öğrencilerin dönel simetri kavramına ilişkin gelişimlerinin ve soyutlama düzeylerinin incelenmesi*. (Yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi).
- Sevgi, S. (2019). *Dönüşüm geometrisi etkinliklerine kültürel bağlamın dâhil edilmesi sonucu oluşan öğrenci yaklaşımları*. (Yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi).
- Terzi, M. (2010). *Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre tasarlanan öğretim durumlarının öğrencilerin geometrik başarı ve geometrik düşünme becerilerine etkisi*. (Doktora tezi).
- Toptaş, V. (2008). Geometri öğretiminde sınıfta yapılan etkinlikler ile öğretme-öğrenme sürecinin incelenmesi. *İlköğretim Online*, 7(1), 91-110.
- Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry*. University of Chicago. ERIC Document Reproduction Service.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., ve Bay-Williams, J. M. (2021). *İlkokul ve ortaokul matematiği* (Çev. Edit.: Dr. Soner Durmuş). Nobel Akademik Yayıncılık: Ankara.
- Wijaya, T. T., Mutmainah, I. I., Suryani, N., Azizah, D., Fitri, A., Hermita, N., & Tohir, M. (2021). Ninth grade students' mistakes when solving congruence and similarity problems. *Journal of Physics: Conference Series*, 2049(1), 012066.

- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2018). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri (11. baskı). Seçkin Yayıncılık.
- Zhou, L., Liu, J., & Lo, J. (2022). A comparison of U.S. and Chinese geometry standards through the lens of van Hiele levels. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology*, 10(1), 38-56. <https://doi.org/10.46328/ijemst.1848>
- Zorin, B. (2011). Geometric transformations in middle school mathematics textbooks. (Unpublished doctoral dissertation). University of South Florida, *Department of Secondary Education*, Florida.