

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Sürecindeki Üstbilişsel Başarısızlıklarının İncelenmesi

Investigating Seventh Grade Students' Metacognitive Failures in the Mathematical Modeling Process

Muhammed Özsoy¹, Handan Demircioğlu²

¹Sorumlu Yazar, Doktora Öğrencisi, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi,
muhammedozsoy.mu@gmail.com, (<https://orcid.org/0000-0003-4522-8124>)

²Doç. Dr., Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, handandemircioglu@gmail.com,
(<https://orcid.org/0000-0001-7037-6140>)

Geliş Tarihi: 15.01.2025

Kabul Tarihi: 15.05.2025

ÖZ

Bu çalışmanın amacı yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki üstbilişsel başarısızlıklarının ortaya çıkarılmasıdır. Bu amaç doğrultusunda Goos (1998) tarafından tanımlanan kırmızı bayrak durumları ve üç tür üstbilişsel başarısızlık türleri incelenmiştir. Çalışmada açıklayıcı/tanımlayıcı durum çalışması kullanılmıştır. Araştırmanın katılımcılarını Karadeniz Bölgesi'ndeki bir devlet okulunun yedinci sınıfında öğrenim gören ve amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ile seçilen iki öğrenci oluşturmaktadır. Kırmızı bayrak durumları ve üstbilişsel başarısızlık türlerinin ortaya çıkarılması amacıyla Futbol Sahası Problemi kullanılmıştır. Veriler, sesli düşünme (think aloud) tekniği kullanılarak toplanmıştır. Verilerin analizi sesli düşünme ve görüşmelerden elde edilen verilerin yazıya dökülmesi, öğrencilerin ifade edebildikleri düşüncelerinin kodlanması, matematiksel modelleme sürecindeki kırmızı bayraklar ve üstbilişsel başarısızlıkların tanımlanması aşamalarında gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın sonuçları öğrencilerin ölçme, ölçü birimi dönüşümleri, çember, çap ve yarıçap, oran ve orantı gibi kavramlarla ilişkili olarak birtakım üstbilişsel başarısızlık yaşadıklarını göstermiştir. Çalışma sonunda öğrencilerin on bir defa üstbilişsel körlük, dört defa üstbilişsel serap ve beş defa üstbilişsel vandalizm yaşadıkları belirlenmiştir. Çalışmada ortaya çıkan “körlük”, “serap”, “vandalizm” gibi üstbilişsel başarısızlık türleri özellikle izleme ve değerlendirmenin birlikte yapılamadığı durumlarda daha da pekişmektedir.

Anahtar Kelimeler: Üstbiliş, matematiksel modelleme, üstbilişsel başarısızlık, üstbilişsel körlük, üstbilişsel serap, üstbilişsel vandalizm

ABSTRACT

The aim of this study is to reveal the metacognitive failures of seventh grade students in the mathematical modeling process. For this purpose, red flag situations and three types of metacognitive failures defined by Goos (1998) were examined. An explanatory/descriptive case study was used in the study. The participants of the study consisted of two students studying in the seventh grade of a public school in the Black Sea Region and selected by criterion sampling, one of the purposeful sampling methods. The Football Field Problem was used to reveal the red flag situations and types of metacognitive failures. Data were collected using the think aloud technique. Data analysis was carried out in the stages of transcribing the data obtained from the think aloud and interviews, coding the thoughts that the students could express, and defining the red flags and metacognitive failures in the mathematical modeling process. The results of the study showed

that the students experienced some metacognitive failures related to concepts such as measurement, measurement unit conversions, circle, diameter and radius, ratio and proportion. At the end of the study, it was determined that the students experienced metacognitive blindness eleven times, metacognitive mirage four times, and metacognitive vandalism five times. The types of metacognitive failure such as 'blindness', 'mirage', 'vandalism' that emerged in the study are reinforced especially in cases where monitoring and evaluation cannot be done together.

Keywords: Metacognition, mathematical modeling, metacognitive failure, metacognitive blindness, metacognitive mirage, metacognitive vandalism

GİRİŞ

Üstbiliş (metacognition), psikolojiden eğitime kadar farklı yelpazedeki bilimlerin ilgi alanına girmektedir (Vorhölter vd., 2019). Psikolojik ve bilişsel kavramları içeren üstbiliş, bireyin herhangi bir bilişsel faaliyete ilişkin olarak kendi bilişsel süreçleri ve bu süreçlerle bağlantılı her şey hakkındaki bilgisi olarak tanımlanır (Hidayat vd., 2020). Bu düşünceye göre farklı alanlara ait üstbilişin varlığı ve bu farklı alanlarda geçerli üstbilişin kendine özgü nitelikleri yıllarca tartışma konusu olmuştur (Vorhölter vd., 2019).

İlk olarak Flavell (1971) tarafından üst-bellek (*metamemory*) olarak ifade edilen üstbiliş daha zengin anlamları da ifade edecek şekilde genişletilmiştir. Üstbiliş Flavell (1976) tarafından *“Kişinin kendi bilişsel süreçleri ve ürünleri ya da bunlarla ilgili herhangi bir şey hakkındaki bilgisi ... üstbiliş, diğer şeylerin yanı sıra, genellikle somut bir hedef ya da amaca hizmet etmek üzere, bu süreçlerin, dayandıkları bilişsel nesnelerle ilişkili olarak aktif bir şekilde izlenmesini ve bunun sonucunda düzenlenmesini ve yönetilmesini ifade eder. (s. 232)”* olarak tanımlanmıştır. Üstbiliş; bireyin kendi zayıf ve güçlü yönlerini tanıması, bir görevin üstesinden gelebilecek stratejileri fark etmesi, öğrenmesine ilişkin kendi kendini düzenlemesini ifade eder. Çünkü bir görevin başarıya ulaşmasında bireyin görev sırasında kendi ilerlemesini izlemesi önem arz eder. Yapılan bu izleme, sistematik kontrol ve düzeltme mekanizmalarını çalıştırarak bireyin doğru sonuca ulaşması için değişikliğe uğratacağı bilişsel eylemlerin seçiminde etkin rol oynar (Muncer vd., 2022). Üstbiliş üzerine yapılan çalışmalarda çeşitlilik, farklı üstbiliş anlayışlarının oluşmasına zemin hazırlamıştır. Alanyazında üstbilişin genel olarak üstbilişsel bilgi, üstbilişsel deneyim, üstbilişsel strateji ve motivasyon(el) bileşenlerine ayrıldığı görülmektedir (Wendt vd., 2020). Ancak üstbilişin bileşenlerinden üstbilişsel bilgi (kişi, görev, strateji) ve üstbilişsel düzenleme (planlama, izleme, değerlendirme) arasındaki ayrım yaygın olarak kabul görmektedir (Demircioğlu vd., 2010).

Üstbilişin ilk bileşeni olan üstbilişsel bilgi (metacognitive knowledge), bilişsel eylemlerin ilerlemesini ve sonucunu olumlu etkilemek için bilişsel değişkenlerin nasıl hareket ettiği hakkındaki bilgi veya inançlardan oluşur. Bu değişkenlerin üç ana kategorisi vardır: kişi (person), görev (task) ve strateji (strategy) (Flavell, 1979). Kişi bilgisi, bireyin kendi özellikleri hakkındaki bilgisidir. Bir kişinin matematiğin aritmetiksel hesaplamalarında iyi olduğuna, ancak sözel problemlerini çözmede zayıf olduğuna dair inancı, bir kişi değişkeni olarak görülebilir (Flavell, 1987). Görev bilgisi, bireyin bir göreve ilişkin bilgisidir. Örneğin, akademik bir metnin okunması ve anlaşılması, edebi bir metnin okunması ve anlaşılmasından daha fazla zaman alacağını bilmek bir görev bilgisidir (Livingston, 2003). Son olarak, stratejik değişkenler hakkındaki bilgi, belirli öğrenme stratejileri kullanılarak geçirilen deneyimleri ve buna bağlı olarak oluşan farkındalıkları içerir (Vorhölter vd., 2019).

Üstbilişin bir diğer bileşeni olan üstbilişsel düzenleme (metacognitive regulation), kişinin düşünmesini veya öğrenmesini kontrol etmeye yardımcı olan üstbilişsel faaliyetleri kapsar (Demircioğlu vd., 2010). Bu faaliyetler planlama (planning), izleme (monitoring) ve değerlendirme (evaluation) olarak ifade edilmektedir (Jacobs & Paris, 1987; Schraw & Moshman, 1995). Planlama, kişilerin gerçekleştirilecek bir hedef için nasıl, ne zaman ve neden hareket

edeceklerini önceden düşünmelerini sağlar (Desoete, 2001). İzleme, kontrol ve düzeltme işlemlerinin uygulandığı bir basamaktır ve kişinin bir göreve ilişkin performansı hakkındaki farkındalığını ifade eder (Schraw & Moshman, 1995). Değerlendirme, başlangıçtaki veya izleme ile yenilenen planın uygunluğu, ortaya konulan cevabın yeterliliği üzerine düşünülmesini (Desoete, 2001), öğrenme çıktılarının değerlendirilmesini (Schraw & Moshman, 1995) ve seçilen stratejilerin problemi çözmek için etkili ve verimli olma durumlarının incelenmesini içerir (Vorhölter vd., 2019).

Daha ileri düşünmeyi gerektiren karmaşık matematiksel problemlerin çözülmesinde daha önemli hale gelen üstbilişsel yetkinlikler (Hattie vd., 1996), rutin olmayan matematik görevlerinin başarıya ulaşmasında da olumlu bir etkisi vardır (Goos 1998). Matematiksel modelleme üzerine yapılan tartışmalarda, üstbilişin modelleme süreçleri için önemi yaygın olarak kabul edilmektedir (Blum 2011). Üstbilişsel başarı, matematiksel modelleme becerilerini olumlu yönde etkiler (Stillman, 2011). Matematiksel modelleme, yaşamda karşılaşılan ve çözüm arayışında olunan bir durum karşısında bağlantılı ilişkileri ortaya çıkarma, açıklama, kontrol etme ve tüm bu süreç boyunca problemin yapılandırmasını ifade eder (Lesh & Doerr, 2003). Matematiksel modelleme Blum ve Niss (1991)'e göre matematiksel modeller aracılığı ile gerçek yaşam probleminin açıklanması, Borromeo-Ferri (2006)'ye göre içinde yaşadığımız dünya ile matematiksel dünya arasında ilişki kurulmasını içeren dönüşümsel ve döngüsel süreçtir. Matematiksel modellemeyi dış dünyada var olan karmaşık bir problemin matematiksel dünyaya aktarılması yoluyla çözümlenmesi ve doğrulanması süreçleri olarak da ifade edilebilir. Öğrencilerin günlük hayatta karşılaştıkları problemlere matematiksel olarak çözüm getirmelerinin önemi vurgulanmaktadır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). NCTM (2000)'e göre matematiğin dünyayı anlamada ve hayatı kolaylaştırmada etkisi yadsınamaz bir gerçektir. Öğrencilerin matematiksel bilgilerini günlük yaşamlarına transfer edebilmeleri önemli görülmektedir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2006). Matematiksel modellemede gerçek yaşam durumlarının kullanılması, matematik ile günlük yaşamın aynı bağlamda ele alınması, öğrencilere matematiğin yararlılığı hakkında da bir içgörü kazandırmaktadır (English, 2003; Lesh & Doerr, 2003). Bununla beraber matematiksel modelleme, geleneksel problem çözme yaklaşımlarına yeni ve etkili bir bakış açısı getirmektedir (Fox, 2006).

Bununla birlikte matematiksel modelleme süreçleri öğrenciler için bilişsel açıdan zorlu ve karmaşıktır. Çünkü modelleme döngüsünün her adımı bilişsel engeller içerebilir (Wendt vd., 2020). Matematiksel modelleme problemlerinde öğrenciler için ne kullanılacak matematik ne de gerçek dünya durumunun yeterli şekilde anlaşılması sağlanmıştır. Bu nedenle, modelleme problemlerinin çözümünde üstbilişin önemi giderek artmaktadır (Vorhölter vd., 2019). Üstbilişsel stratejilerin kullanımı, öğrencilerin modelleme süreçleri sırasında bilişsel engellerden kaçınmalarına veya bu engellerin üstesinden gelmelerine yardımcı olabilir (Wendt vd., 2020). Bu yönüyle üstbiliş, sadece modelleme problemleri üzerinde çalışmak için değil, aynı zamanda modelleme yetkinliklerini geliştirmek için de yararlı yeterliliklerden biri olarak kabul edilir (Hattie vd., 1996; Vorhölter, 2023).

Tablo 1

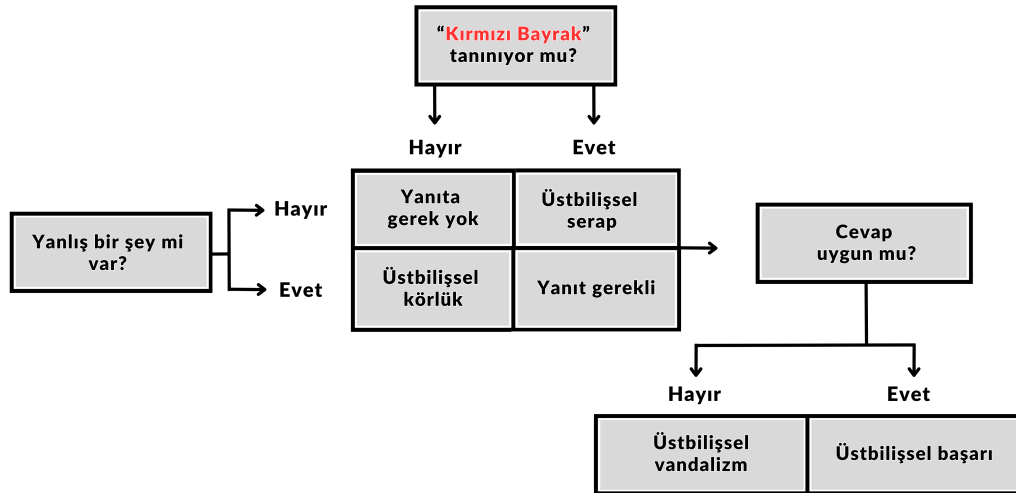
Üstbilişsel “kırmızı bayrak” ve Uyumlu Yanıtlar (Goos, 1998)

Kırmızı Bayrak	Uyumlu Yanıt
İlerleme eksikliği (lack of progress)	Çözüm stratejisinin uygunluğunu yeniden değerlendirin. Stratejiyi sürdürmeye veya terk etmeye karar verin, kurtarılabilecek yararlı bilgileri belirleyin.
Bir hatanın tespit edilmesi (detection of an error)	Hesaplamaları kontrol edin ve düzeltin.
Anormal sonuç (anomalous result)	Hesaplamaları kontrol edin. Çözüm stratejisini yeniden değerlendirin.

Tablo 1’de gösterildiği gibi Goos (1998) üstbilişsel başarıyı “kırmızı bayrak durumlarına” verilen verimli yanıtlarla ilişkilendirmiştir. Kırmızı bayrak durumları, ilerleme eksikliği olduğunda, hatalar meydana geldiğinde ve tespit edildiğinde rutin olarak üst bilişsel izleme ile birlikte ortaya çıkar (Stillman, 2011). Kırmızı bayrakların gösterimi, “*düzeltilici önlem alınırken bir duraklama veya bir miktar geri izleme ihtiyacının*” uyarı sinyalleri olarak tanımlanır (Goos, 1998). Kırmızı bayraklar, öğrencilerin belirli sorunlara dikkat etmelerini ve problem çözme sürecini doğru yolda tutmalarını tetikleyebilecek daha kontrollü bir gözlem yapmalarına yardımcı olur. Kırmızı bayraklar, problem çözücülerin çabalarının başarısını veya başarısızlığını etkileyen hayati bir karar vermeleri gereken birincil koşullarda ortaya çıkabilir. Kırmızı bayraklar ayrıca yansıtma, geri izleme ve sorunu başka bir şekilde yeniden yapmak için duraklatma ihtiyacını da gösterir. (Alifiani & Faradiba, 2021).

Şekil 1

Üstbilişsel Başarısızlıkların Oluşumu (Goos, 1998)



Şekil 1’de Goos (1998) tarafından metaforik olarak tanımlanan üstbilişsel başarısızlık türlerinin oluşum aşamaları verilmiştir. Bir matematiksel modellemede kırmızı bayrakla sonuçlanması gereken bazı durumlar tikanıklıklara neden olabilir. Bu nedenle modelleme yapan bireyin bu durumlara verdiği yanıtın niteliği çok önemlidir (Stillman, 2011). Öğrenciler bir kırmızı bayrak tanır ve zorlukla başa çıkmak için uygun önlemleri alırlarsa süreç üstbilişsel başarı ile sonuçlanır. Eğer öğrenciler hiçbir şeyin yanlış olmadığını kabul eder ya da doğru olmayan, sonuca götürmeyen çözüm önerileri ortaya koyarlarsa üstbilişsel başarısızlık ortaya çıkar. Üstbilişsel başarısızlık, modelleyicilerin kırmızı bayrak durumlarına vermiş oldukları üç farklı yanıt türünü içerir. Bunlar üstbilişsel körlük (*metacognitive blindness*), üstbilişsel seraplar (*metacognitive mirages*), üstbilişsel vandalizm (*metacognitive vandalism*) olarak ifade edilmektedir (Goos, 1998). Üstbilişsel körlük, kırmızı bayrak durumu fark edilmediğinde ortaya çıkar, bu nedenle uygun bir önlem alınamaz. Modelleyiciler bir şeylerin yanlış gittiğini fark edemezler, yanlış bir stratejide ısrar ederler ve hesaplama hatalarını gözden kaçırmazlar. Üstbilişsel serap, modelleyiciler var olmayan bir zorluk algıladıkları için çözümü rayından çıkaran gereksiz eylemlerin yapıldığı bir durumu tanımlar. Üstbilişsel vandalizm, algılanan bir kırmızı bayrağa verilen yanıt, yalnızca sorunu çözmede başarısız olmakla kalmayıp aynı zamanda görevin

kendisini de değiştirebilecek sert ve genellikle yıkıcı eylemlerde bulunmayı içerdğinde ortaya çıkar (Stillman, 2011).

Üstbilişsel başarısızlık türlerini örnek bir problem ve bu probleme verilen hayali öğrenci cevapları üzerinden açıklık getirelim. “Boş bir havuzu iki musluktan biri 4 saatte, diğeri 6 saatte dolduruyor. İki musluk birlikte açılırsa havuz kaç saatte dolar?” problemi üzerinden üç üstbilişsel başarısızlık türü şöyle gözlemlenebilir: Üstbilişsel körlük yaşayan bir öğrenci, orantısal akıl yürütme yapmaz ve muslukların havuzu doldurma sürelerini toplayarak “ $4 + 6 = 10$ saatte dolar” gibi hatalı yanıt verir ve bunu sorgulamaz. Üstbilişsel serap yaşayan başka bir öğrenci doğru çözüm yolunda ilerlerken çıkan sonuca “tam emin olamadım, sanki daha fazla çıkması gerekiyor” şeklinde yorum getirerek yararlı stratejiyi terk eder, doğru hesaplamaları hataya sürükleyecek biçimde değişikliğe uğratar. Üstbilişsel vandalizm yaşayan bir öğrenci ise “belli süre sonra musluklardan biri bozulursa ne olur?”, “acaba havuzun şekil özellikleri dolma süresini etkiler mi?” gibi problemde yer almayan ayrıntılar üzerinden gereksiz karmaşıklık yaşar. Problemi kendi anlayışına göre değiştirerek daha yıkıcı sonuçlar elde eder.

Bununla beraber alanyazında modelleyiciyi üstbilişsel başarısızlığa sürükleyen dördüncü bir bileşen olarak üstbilişsel yanlış yönlendirme (*metacognitive misdirection*) (Stillman, 2011) ve beşinci bir bileşen olarak üstbilişsel çıkmaz (*metacognitive impasse*) tanımlanmıştır (Stillman, 2015). Son olarak Alifiani ve Faradiba (2021) tarafından üstbilişsel başarısızlığın oluşmasında üstbilişsel durgunluk (*metacognitive stagnation*) kavramı ortaya atılmıştır. Üstbilişsel yanlış yönlendirme, algılanan bir kırmızı bayrağa potansiyel olarak alakalı ancak uygunsuz bir yanıtın ortak durumunu tanımlar (Stillman, 2011). Üstbilişsel çıkmaz, ilerleme durduğunda ortaya çıkar ve problem çözümler tarafından tek başına hiçbir yansıtıcı düşünme veya stratejik çaba tıkanıklığı gideremez (Stillman, 2015). Üstbilişsel durgunluk, kırmızı bayrağın farkında olduğu ancak kırmızı bayrağa herhangi bir yanıt verilmediği durumlarda ortaya çıkar. Kırmızı bayrağın farkında olunması fakat çözüme açıklık getirilememesi veya problem çözme aşamalarında yaşanan karmaşıklaktır (Alifiani & Faradiba, 2021).

Alanyazında öğrencilerin ve öğretmen adaylarının yaşadığı üstbilişsel başarısızlıkları inceleyen çalışmalar bulunmaktadır. Ng (2010), ortaokul öğrencilerinin tasarım tabanlı gerçek dünya uygulamaları içeren işbirlikli problem çözme girişimleri sırasında ortaya çıkan üstbilişsel körlük üzerindeki grup dinamiklerinin etkisini belirlemiştir. Stillman (2011), ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme görevlerinde yaşadığı üstbilişsel başarısızlık durumlarını ve hangi koşullarda üretken üstbilişsel eylemlerin gerçekleştiğini ortaya koymuştur. Kuzle (2013), iki matematik öğretmeni adayının dinamik geometri yazılımı olan Geometer's Sketchpad ile rutin olmayan geometri problemlerini çözerken üstbilişsel süreçlerini incelemiştir. Huda ve diğ. (2016), öğretmen adaylarının matematiksel ispatlamadaki üstbilişsel başarısızlıkları özümseme ve uyumsama çerçevesine dayalı olarak ifade ederken Huda ve diğ. (2018), matematik öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde üstbilişsel değerlendirmeye ilişkili olarak üstbilişsel başarısızlıklarını belirlemiştir.

Matematiksel modelleme sürecindeki üstbilişsel başarısızlıkların belirlenmesi, üstbilişsel başarıyı engelleyen faktörlerin tespit edilmesi, üstbilişsel başarısızlığın önlenmesi açısından önemlidir. Tüm bu bilgiler ışığında bu çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki üstbilişsel başarısızlıklarının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda Goos (1998) tarafından tanımlanan kırmızı bayrak durumları ve üç tür üstbilişsel başarısızlık türleri incelenmiştir. Bunlar üstbilişsel körlük, üstbilişsel serap ve üstbilişsel vandalizmdir. Bu amaç doğrultusunda “Yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki kırmızı bayrak durumları ve üstbilişsel başarısızlık türleri nelerdir?” sorusuna yanıt aranmıştır.

YÖNTEM

2.1. Araştırmanın Modeli

Yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki üstbilişsel başarısızlıklarının araştırılmasına yönelik bu çalışmada açıklayıcı/tanımlayıcı durum çalışması kullanılmıştır. Durum çalışması gözlem, görüşme, görseller ve işitseller, doküman gibi çoklu veri kaynakları aracılığı ile bir durumun derinlemesine incelenmesidir. Açıklayıcı/tanımlayıcı durum çalışması ise az bilinen bir durum hakkında bilgi vermek ve böylelikle onu daha görünür ve bilinir kılmaktır (Creswell, 2003).

2.2. Katılımcılar

Araştırmanın katılımcılarını Karadeniz Bölgesi'ndeki bir devlet okulunun yedinci sınıfında öğrenim gören ve amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ile seçilen iki öğrenci oluşturmaktadır. Ölçüt örnekleme, araştırmanın niteliklerine uygun kişilerin, nesnelerin veya durumların sağlanmasında kolaylık sağlar ve zengin veri elde edilmesine katkı sunar (Marshall, 1996). Birinci ölçüt olarak ortaokul not sistemine göre akademik not ortalaması iyi ve pekiyi düzeyde olan altı öğrenci seçilmiştir. İkinci ölçüt olarak bu altı öğrenci arasından kendisini rahat ifade edebilen ve yaptığı işlemlere açıklık getirebilen iki öğrenci seçilmiştir.

Matematiksel modellemede sürecinde öğrencilerin gerçek yaşam durumunu matematiksel olarak ifade edebilmesi ve verileri farklı temsil türleri ile gösterebilmesi gerekir (Hıdıroğlu & Bukova-Güzel, 2013). Etkili bir matematiksel modelleme sürecinde öğrencilerin matematiksel bilgisi ve sembolleri etkili şekilde kullanabilme becerisi ön plana çıkmaktadır (Maaß, 2006). Bununla birlikte öğrenci başarısı, üstbilişsel faaliyetleri incelemede tek başına yeterli bir ölçüt değildir. Uzman bireylerin üstbilişsel stratejileri otomatikleşmiş olabilir ve sesli düşünme tekniği ile üstbilişsel faaliyetleri belirlenemeyebilir (Hoffman, 1995; Veenman vd., 2006). Bu bakımdan seçilen öğrencilerin zayıf matematik becerisine sahip veya üstbilişsel faaliyetleri otomatikleşen öğrencilerin olmamasına özen gösterilmiştir. Öğrencilerin bu ölçütlere göre seçilmesi, araştırmacı ile üç yıldır matematik dersine giren matematik öğretmenin ortak görüşüyle gerçekleşmiştir.

2.3. Verilerin Toplanması ve Uygulama Süreci

Yedinci sınıf öğrencilerinin kırmızı bayrak durumları ve üstbilişsel başarısızlık türlerinin ortaya çıkarılması amacıyla Futbol Sahası Problemi, matematiksel modelleme problemi olarak kullanılmıştır (Bukova-Güzel vd., 2016, s.148). Futbol Sahası Problemi Ek-1' de verilmiştir.

Matematiksel modelleme problemleri okul ortamında uygulanan etkinlikler olmasının yanında ev ödevi olarak da kullanılabilir. Böylece öğrencilerin başta internet olmak üzere daha geniş kaynaklara ulaşması sağlanarak problemlere farklı bakış açıları getirmeleri beklenir. Bu araştırmada kullanılan matematiksel modelleme problemi sınırlı süre içinde sınıf ortamında uygulandığı için araştırmacı tarafından aşağıdaki bilgi bu probleme eklenmiştir.

NOT: *Problemde tüm beyaz çizgilerin uzunlukları toplamını bulduktan sonra bu çizgilerin boyanması için gerekli olan boya miktarının kaç kg olduğu sorulmaktadır. İnternette yapılan araştırmada bir kg boya ile 9,45 m² 'lik alan boyanabildiği ifade edilmektedir.*

Problemin seçilmesinde ve öğrenci seviyesine uygunluğunun belirlenebilmesinde iki uzmandan görüş alınmıştır. Alınan görüşler doğrultusunda matematiksel modelleme problemine karar verilmiştir. Seçilen matematiksel modelleme problemi uzunluk-alan ölçme ve standart ölçü birimleri arasındaki dönüşümü gerçekleştirme, dikdörtgenin alanını hesaplama, oran ve orantı hesaplamaları, çember ve çember parçasının uzunluklarını hesaplama bilgilerini içermektedir.

Veriler, “yapılandırılmış sesli düşünme” (structured think-aloud) görüşme tekniği kullanılarak toplanmıştır. Üstbilişsel niteliklerin ortaya çıkarılmasında ve üstbilişin ölçülmesinde sesli düşünme protokolleri önemli bir yer tutar (Demircioğlu vd., 2010). Yapılandırılmış sesli

düşünme protokolünde öğrencilere araştırmacı tarafından kritik anlarda öğrencilerin düşüncelerini derinleştirmek için sorular yöneltilir (Ericsson & Simon, 1998). Öğrencilerin üstbilişsel bir etkinlik sürecinde yaptığı işlemlere açıklık getirebilmesi için araştırmacı tarafından sorgulatmaya yönelik yansıtıcı sorular yöneltilmiştir. Öğrencilerden matematiksel modelleme problemine ilişkin çözümlerini ve kullandıkları stratejileri neden seçtiklerini açıklamaları istenmiştir. Yapılandırılmış sesli düşünme protokolü ile öğrencilerin düşünsel süreçlerinin açığa çıkarılması, üstbilişsel izlerinin tespit edilmesi amaçlanmıştır. Veri kaybına neden olmamak için öğrenciler bilgilendirildikten sonra öğrencilerin sesli düşünme süreçleri cep telefonu kamerasıyla kayıt altına alınmıştır. Öğrenciler kayıt altına alınmasından tedirginlik duymamışlardır. Veri toplama oturumları, okulun çalışma salonunda yapılmış ve 2,5 ders saati (100 dakika) sürmüştür. Öğrencilerin probleme ilişkin yaklaşımlarını yakından incelemek için öğrencilere her adımda sorular yöneltilmiştir. Problem çözme süreci tamamlandığında ise öğrencilerden yapılan tüm işlemleri açıklamaları ve sunum yapmaları istenmiştir.

2.4. Verilerin Analizi

Öğrenciler Ö1 ve Ö2, araştırmacı ise A şeklinde kodlanmıştır. Verilerin analizi sesli düşünme ve görüşmelerden elde edilen verilerin yazıya dökülmesi, öğrencilerin ifade edebildikleri düşüncelerinin kodlanması, matematiksel modelleme sürecindeki kırmızı bayraklar ve üstbilişsel başarısızlıkların tanımlanması aşamalarında gerçekleştirilmiştir.

Tablo 2

Üstbilişsel Başarısızlık Göstergeleri

Kırmızı Bayrak	Kırmızı Bayrak	Gösterge	Kod
Üstbilişsel körlük	Yok	Hataları fark edememe	K1
		İşlem hatalarını sürdürmek	K2
		Yanlış stratejileri sürdürmek	K3
Üstbilişsel serap	Var/Yok	Yararlı stratejiden vazgeçmek	S1
		Doğru hesaplamayı değiştirmek	S2
		Sonucu doğru cevabı reddetmek	S3
		İşlemler hakkında fikir yürütememe	S4
		Çıkan sonuç karşısındaki kafa karışıklığı	S5
Üstbilişsel vandalizm	Var	Problemi kendi anlayışına göre değiştirmek	V1
		Problemde olmayan fakat yanlış olan bilgiler eklemek	V2
		Yanlış stratejilere başka yanlış stratejiyle devam etmek	V3
		Hatayı fark etmeye rağmen başka bir hata ile çözüme devam etmek	V4

Tablo 2’de alanyazından yola çıkılarak üstbilişsel körlük, üstbilişsel serap ve üstbilişsel vandalizm göstergeleri araştırmacı tarafından oluşturulmuştur. Bu göstergeler oluşturulmadan önce üstbilişsel başarısızlık türlerini tanımlayan ilk çalışma (Goos (1998) başta olmak üzere ilgili konuya katkı sağlayan çalışmalar (Huda vd., 2019; Rozak vd., 2018; Stillman, 2011) incelenmiştir. Daha sonra bu çalışmalarda üstbilişsel başarısızlık türlerini yansıtan ve bunların farklı yönlerine vurgu yapan anahtar kelimeler belirlenerek gösterge tablosu oluşturulmuştur.

Üstbilişsel körlük göstergeleri K1, K2 ve K3 şeklinde kodlanmıştır. K1 koduna göre öğrenciler işlemleri kontrol ederek rutin izleme faaliyetinde bulunabilirler ancak girdide bir hata yapıldığını fark edemezler (Goos, 1998). K2 koduna göre öğrenciler verilen problemi

anlamadığında prosedürel hatalar yaparlar (Huda vd., 2019). K3 koduna göre ise öğrenciler uygun olmayan matematiksel problem çözme stratejilerini sürdürmekte ısrar ederler (Stillman, 2011).

Üstbilişsel serap göstergeleri S1, S2, S3, S4 ve S5 şeklinde kodlanmıştır. Üstbilişsel serap, öğrenci zaten yapılmış olan gerçek üstbilişsel aktiviteyi yaptığını kabul etmediğinde ortaya çıkar ve bazı durumlarda kırmızı bayrak hissetme gerçekleşmez (Rozak vd., 2018). Öğrenciler var olmayan bir hata algılar ve S1 koduna göre yanlışlıkla yararlı bir stratejiyi terk eder, S2 koduna göre hatalı olmayan hesaplamaları değiştirir, S3 koduna göre ise doğru cevapları reddederler (Goos, 1998). S4 koduna göre öğrenciler çalışmalarının doğruluğu hakkında yargıda bulunamaz, problemi doğru çözüp çözemediklerini bilemezler. S5 koduna göre ise öğrenciler problemi çözmenin doğru yolunu belirleme aşamasında kafa karışıklığına sahiptirler (Huda vd., 2019). S1, S2 ve S3 kodları, hissedilen bir kırmızı bayrak karşısında ortaya çıkar. S4 kodunda öğrenci tam olarak ne yaptığını bilmeden ilerlediği için kırmızı bayrak hissedilmez. S5 kodunda, öğrenci yaptığı işlemlerin hata içerdiğini hissediyorsa kırmızı bayrak vardır, aksi takdirde kırmızı barak hissedilmez.

Üstbilişsel vandalizm göstergeleri V1, V2, V3 ve V4 şeklinde kodlanmıştır. Üstbilişsel vandalizm, kırmızı bayrağın başarılı bir şekilde tespit edilmesine karşın doğru çözümden uzak biçimde yeni işlemlerin işe koşulmasıdır (Rozak vd., 2018). V1 koduna göre öğrenci kabul edilebilir olduğu düşünülen bilgilere göre problemin durumunu değiştirir, V2 koduna göre probleme başka bilgiler ekler, matematiksel bilgiyi diğer bilgilerle ayırmakta güçlük çeker (Huda vd., 2019). V3 koduna göre öğrenci başlangıçtaki yanlış stratejisini başka bir yanlış stratejiyle değiştirir, V4 koduna göre hatayı fark eder fakat başka bir hata ile çözüme devam eder (Stillman, 2011).

Üstbilişsel başarısızlığın tanımlanması, hangi davranışlar altında bu üstbilişsel başarısızlıkların ortaya çıktığının belirlenmesi önemlidir. Bu çalışmada üstbilişsel başarısızlık durumları Tablo 2'deki göstergelere göre tespit edilmiştir.

2.5. Geçerlik ve Güvenirlik

Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirliliğin sağlanması için araştırma verilerinin toplanması ve analiz edilmesi süreçlerinin açık ve net olarak sunulması gerekir (Shenton, 2004). Bu doğrultuda katılımcıların seçilme şekliyle verilerin toplanması ve analiz edilme biçimlerine kadar tüm süreçler ayrıntılı şekilde verilmiş ve katılımcı ifadeleri alıntılar yoluyla sunulmuştur. Bununla birlikte elde edilen bulgular alanyazındaki benzer çalışmalarla karşılaştırılmış ve benzer veya farklı yönleri ortaya koyulmuştur. Daha sonra oluşturulan kodların uyumunu teyit etmek için uzman görüşüne başvurulmuştur. İlköğretim Matematik Öğretmenliği Ana Bilim Dalı'ndaki bir öğretim üyesinden belirlenen kodları açıkta bırakmayacak şekilde öğrenci ifadeleriyle eşleştirme yapılması istenmiştir. Uzmanın ve araştırmacının görüş birliği Miles ve Huberman (1994)'ın formülü ($\text{Güvenirlik} = \frac{\text{görüş birliği}}{\text{görüş birliği} + \text{görüş ayrılığı}}$) kullanılarak hesaplanmıştır. Görüş birliği yüzdesi her bir kod teması için 0,90 üzerinde çıkmıştır.

2.6. Araştırma Etiği

“Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Sürecindeki Üstbilişsel Başarısızlıklarının İncelenmesi” başlıklı çalışmanın yazım sürecinde bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulmuş; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifat yapılmamıştır ve veriler toplanmadan önce Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Araştırma Önerisi Etik Değerlendirme Kurulu'ndan 21.08.2024 tarih, 24_08_04 numaralı ve E-50704946-050.04-460004 sayılı etik izin alınmıştır. Karşılaşılabilecek tüm etik ihlallerde “Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi Yayın Kurulunun” hiçbir sorumluluğunun olmadığı, tüm sorumluluğun Sorumlu Yazara ait olduğu ve bu çalışmanın herhangi başka bir akademik yayın ortamına değerlendirme için gönderilmemiş olduğunu taahhüt ederiz.

BULGULAR

Bu kısımda yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki üstbilişsel başarısızlık türleri tanımlanmıştır. Çalışmaya dahil edilen her iki katılımcı için de ortaya çıkan kırmızı bayrak durumları ile birlikte üstbilişsel başarısızlık türleri olan üstbilişsel körlük, üstbilişsel serap ve üstbilişsel vandalizm örnekleri detaylı açıklamasıyla beraber aktarılmıştır.

3.1. Birinci Öğrenciye Ait Video Analizi (Ö1)

Aşağıda birinci öğrenciye ait kırmızı bayram durumları ve meydana gelen üstbilişsel başarısızlık türleri verilmiştir. Sesli düşün tekniğiyle çözümlenen verilerin önemli ve kayda değer kısımları sunulmuştur. Ö1'in yürüttüğü işlemleri anlamaya ilişkin olarak araştırmacı tarafından aşağıdaki sorular yöneltilmiştir:

A: Ölçmeye nasıl başladın?

Ö1: Ben cetvelle gittim, sonra hepsini topladım 144 m buldum. Penaltı noktası ile gol çizgisi arasını cetvelle 2 cm buldum. 2 cm gerçekte 11 m'ye karşılık geliyorsa 1cm gerçekte 5,5 m'ye denk gelir.

A: Peki sahanın uzun kenar uzunluğunu ne buldun?

Ö1: 38,5.

A: Metre mi yoksa santimetre mi buldun?

Ö1: Metre.

A: Neye göre 38,5 m dedin buraya?

Ö1: Cetvelle ölçtüğümde 14 cm uzunluğa sahipti. 14 ile 5,5'i çarptım (Üstbilişsel körlük-K1).

Ö1 ilk önce mesafesi belli olan iki nokta arasını cetvelle ölçerek şekil üzerindeki ölçme sonucu ile futbol sahasının gerçek ölçüsü arasında bir orantı kurmaya çalışmıştır. Buradan yola çıkarak kendine özel bir ölçüt belirlemiş ve çizim üzerindeki 1cm'nin futbol sahasının gerçek ölçüsündeki karşılığını 5,5 m bulmuştur. Daha sonra çizim üzerindeki sahayı cetvelle ölçtüğünden sonra belirlemiş olduğu ölçüt üzerinden işlem yapmıştır. Ö1, 14 ile 5,5'i çarparken hatalı bir işlem yapmış ve devamında da bu hatasını fark edememiştir (Kod. K1). Ö1 burada üstbilişsel körlük yaşamıştır. Araştırmacı, Ö1'in kâğıdı üzerindeki bazı işaretlemelere ilişkin aşağıdaki soruyu yöneltilmiştir:

A: Sahanın üzerinde çizdiğin aralıklı noktalar ne anlama geliyor?

Ö1: Onları 2 cm boşluklarla yaptım.

A: Her 2 cm gerçekte kaç metreye karşılık geliyordu?

Ö1: 5,5 m (Üstbilişsel körlük- K2).

Ö1 ilk başta 2 cm'nin gerçekte 11 m'ye, bununla ilişkili olarak 1 cm'nin de 5,5 m'ye karşılık geldiğini söylemiştir. Fakat ilerleyen süreçte 2 cm'nin de 5,5 m'ye karşılık geldiğini söylemiş ve hatasını fark edememiştir. Ö1, modelleme probleminin devamında da işlem hatalarını sürdürmekte ısrar etmiştir (Kod. K2). Eğer işlemleri kontrol etseydi kırmızı bayrağı fark eder ve ilk baştaki stratejisine geri dönerdi. Ö1'in kenar uzunluğu hesaplamaları üzerine ortaya koyduğu fikri detaylandırmak için aşağıdaki sorular yöneltilmiştir:

A: Sahanın uzun kenar uzunluğunu hesap ederken içinde kaç tane 5,5 m olduğunu mu araştırdın?

Ö1: 12 tane 5,5 m var. 12 ile de 5,5'i çarptım ve 38,5 buldum.

A: 12 ile 5,5'i çarpınca 38,5 yapar mı sence?

Ö1: Aslında benim sonradan kafam karıştı. Ben bir daha hesaplama yapayım o zaman (Üstbilişsel serap- S5).

Ö1 başlangıçta belirlediği ölçütler ışığında birtakım işlemler yapmıştır. Fakat Ö1'in yaptığı işlemler hata içermekteydi. Buna karşın araştırmacı yapılan işlem hatasına dikkat çekmek için Ö1'e soru yöneltilmiştir. Bu soru karşısında Ö1'in kafasının karıştığı, problemin çözümünün doğruluğuyla alakalı tereddütte kaldığı gözlenmiş ve buna bağlı olarak üstbilişsel serap oluşmuştur (Kod. S5). Ö1, kafa karışıklığını gidermek için yeniden hesaplama yapması gerektiğini söylemiştir. Devamında ise Ö1'e aşağıdaki soru yöneltilmiştir:

A: Burada bir gariplik fark ettin mi yoksa fark etmedin mi?

Ö1: Fark ettim (Kırmızı bayrak: İlerleme eksikliği).

Bir süre sonra;

Ö1: 38,5 m'yi şöyle buldum: Genişlik 14 cm ama ben 2'ye böldüm. Sonra 7 ile 5,5'i çarptım (Üstbilişsel serap- S2).

Ö1'e yaptığı işlem sonucunda bir gariplik hissedip hissetmediği sorulduğunda kırmızı bayrak durumunu fark ettiği görülmüştür. Bir süre sonra yaptığı işlemleri açıklayan Ö1, en başta 1cm'nin gerçekte 5,5 m'ye karşılık geldiğini ifade ettiği doğru hesaplamasını değiştirerek 2 cm'nin gerçekte 5,5 m'ye karşılık geldiğini söylemiş ve üstbilişsel serap yaşamıştır (Kod. S2). Futbol sahasındaki yay çizgileri ile ilgili araştırmacı tarafından Ö1'e aşağıdaki sorular yöneltilmiştir:

A: Yayları nasıl buldun?

Ö1: Ceza sahasındaki çember yarım çember. Yarı çapı 2 cm olduğu için 2.3.2 işlemini yaparak 9 buldum.

A: Nasıl 9 buldun bu işlemi?

Ö1: Pardon 12 yapar. Ceza sahasındaki yaylar yarım daire olduğu için 6 cm yazdım (Üstbilişsel körlük- K1).

Bir süre sonra;

A: Sence orası yarım çember mi?

Ö1: Evet bence yarım çember (Üstbilişsel körlük- K3).

Ö1 ceza sahası yaylarını yarım çember olarak düşünmüştür. "Verilerin Toplanması ve Uygulama Süreci" başlığı altında verilen matematiksel modelleme probleminin görselinden de anlaşılacağı üzere ceza sahası yayları yarım çember değildir. Ayrıca Ö1, yarım çemberin çapı olarak belirlediği kısımda yay uzunluğunu hesaplarken yarı çap olarak yarı uzunluğu değil tüm uzunluğu işleme dahil etmiştir. Yaptığı işlemlerde herhangi bir kırmızı bayrak fark etmeyen Ö1 üstbilişsel körlük yaşamıştır (Kod. K1).

Ö1'in işlemleri yürütmesinden bir süre sonra süreci değerlendirmeye yönelik olarak ceza sahası yaylarıyla ilgili araştırmacı tarafında soru yöneltilmiş fakat Ö1 başta yaptığı hatayı sürdürmüş ve yeni bir üstbilişsel körlük ortaya çıkmıştır. Ö1, bir yarım çemberi ve yarı çapı belirlemedeki yanlış stratejisini sürdürerek problem üzerindeki bütün yay hesaplamalarında aynı stratejiyi kullanmıştır (Kod. K3). Daha sonra Ö1, yaptığı bazı işlemlerde hataya düştüğünü fark

etmesi sonucunda tüm işlemleri yeniden kontrol etmiştir. Bu işlemler sırasında Ö1'in konuşması aşağıdaki gibidir:

Ö1: Yeniden hesaplama yaptım sahanın uzun kenarı için (Kırmızı bayrak: Hata tespiti). Cetvelle 14 cm bulmuştum. 2 cm gerçekte 5,5 m'ye karşılık geliyordu (Üstbilişsel serap-S1). Bu sefer 14 ile 5,5'i çarptım ve 55 m buldum. Sahanın kısa kenarı için yaptığım ölçümde 8 çıktı. Ardından 8 ile 5,5'i çarptım 22 m buldum. Ceza sahası yayının yarıçapı 2cm'ydi. π 'yi 3 aldım. 3ile 2'yi çarptım (Üstbilişsel vandalizm- V4).

Ö1, hata tespiti yaptığı için kırmızı bayrak durumu oluşmuştur. Daha sonra Ö1'in probleme başlarken kabul ettiği (1 cm gerçekte 5,5 m'ye eşit) ölçütünün dışında problemi ilerlettiği, başlangıçta belirlediği yaralı stratejiyi terk ettiği, bunun yerine yeni belirlediği ölçüte göre işlem yaptığı ve bunun sonucu olarak da üstbilişsel serabın ortaya çıktığı gözlenmiştir (Kod. S1).

Bununla birlikte Ö1, önceki işlemleri incelediğinde hata tespit etmiş ve yeni hesaplamalara ihtiyaç duymuştur. Ö1'in işlemleri yeniden kontrol etmesi başka bir hesaplama hatasının oluşmasına (8 ile 5,5'i çarptım 22 m buldum) neden olmuş ve üstbilişsel vandalizm ortaya çıkmıştır (Kod. V4). Bir süre sonra ceza sahasını oluşturan yaylar ve dikdörtgenlerin ölçüleri ile ilgili aşağıdaki sorular yöneltilmiştir:

A: Yarıçapını nasıl 2 cm buldun?

Ö1: Aslında tam 2 çıkmıyordu. Ben de 2 cm'ye yuvarladım. Sonra ceza sahası içinde küçük dikdörtgenin kısa kenarı 1 cm olduğu için 5,5 m yazdım. Büyük dikdörtgenin kısa kenarını ise 11 m buldum.

A: Büyük dikdörtgenin kısa kenarı, penaltı noktasının kale çizgisine mesafesi ile aynı olması garip değil mi?

Ö1: Evet yanlışlık var (Kırmızı bayrak: İlerleme eksikliği), (Üstbilişsel serap- S4).

Ö1, problemde verilen bilgiyi transfer etmede ve dönüştürmede güçlük yaşamış, yeni bir ölçme yaparken hataya düşmüştür. Ö1, problemi doğru çözüp çözemediğini belirleme noktasında fikir yürütememiş ve problemi çözmek için doğru yolu belirleyemediği için üstbilişsel serap oluşmuştur (Kod. S4). Saha çizgilerinin tamamı için kullanılan boya miktarı için Ö1'e aşağıdaki soru yöneltilmiştir:

A: İnternetteki bilgiye göre 1kg boya ile yaklaşık 9,45 m² alan boyanmaktadır. Buna göre sahanın çizgilerini boyamak için kaç kg boya gerekir?

Ö1: Tüm uzunlukları topladıktan sonra 274 m buldum. Sonra 22 m ile 55 m'yi çarparak alanı buldum (Üstbilişsel körlük- K2).

Ö1, tüm saha çizgilerinin uzunluklarını hesaplamış fakat saha çizgileri için kullanılan boya miktarını hesaplarken sahanın kenar uzunluklarını çarpmış ve hatalı işlemler yürütmüştür. Ö1 kendisine sorulan soruyu anlamamış ve üstelik anlamadığı veya kafasının karıştığına dair geri bildirim de vermemiştir. Yanlış işlemler ile sonuca gitmeye çalışan Ö1 üstbilişsel körlük yaşamıştır (Kod. K2). Saha çizgilerinin alanını bulması gerekirken sahanın alanını hesaplayan Ö1'e aşağıdaki sorular yöneltilmiştir:

A: Sen sahanın alanını mı buldun?

Ö1: Evet.

A: Ama soruda çizgilerin toplam alanı soruluyor.

Ö1: Hımm (Kırmızı bayrak: İlerleme eksikliği).

Ö1: O zaman 274'ü 10'a böldüm. 27,4 kg buldum (Üstbilişsel vandalizm- V1).

Ö1'e araştırmacı tarafından yanlısını ortaya koyacak şekilde soru yöneltilmiştir. Bu soru karşısında Ö1'in ilerleme eksikliği yaşadığını ortaya koyan kırmızı bayrak oluşmuştur. Fakat Ö1 kırmızı bayraktan sonra çözümle tamamen ilgisiz yıkıcı bir işlem ile sonuca gitmeye çalışmıştır. Ö1 kendi bilgi anlayışına göre problemin bağlamını değiştirmiş ve buna bağlı olarak üstbilişsel vandalizm ortaya çıkmıştır (Kod. V1).

3.2. İkinci Öğrenciye Ait Video Analizi (Ö2)

Aşağıda ikinci öğrenciye ait kırmızı bayram durumları ve meydana gelen üstbilişsel başarısızlık türleri verilmiştir. Sesli düşün tekniğiyle çözümlenen verilerin önemli ve kayda değer kısımları sunulmuştur. Ö2'in yürüttüğü işlemleri anlamaya ilişkin olarak araştırmacı tarafından aşağıdaki sorular yöneltilmiştir:

A: Nasıl bir yol izledin?

Ö2: Sahanın uzun kenarını hesapladım ve 77 m buldum.

A: Nasıl buldun peki?

Ö2: Kâğıtta verilen 11 m uzunluk iki tane yeşil alana denk geliyordu. Buradan yola çıkarak yaptım.

A: Sonra nasıl ilerledin?

Ö2: 11m cetvelle 1,9 cm gibi... 2 cm diyelim. Sonrasında cetvelle ölçmeye geçtim. Mesela burayı 3 cm buldum. 3 ile 11'i çarptım ve 33 m buldum.

A: Emin misin?

Ö2: Yanlış yaptım galiba (Kırmızı bayrak: Hata tespiti)... Ben orayı 20 m buldum (Üstbilişsel vandalizm- V4).

Ö2, rutin üstbilişsel eylemlerde bulunmuş ve yaptığı işlemlere açıklık getirmiştir. Ö2, ilerleyen aşamalarda yaptığı işlem hatasını fark etmiş fakat başka bir hata ile çözüme devam ederek üstbilişsel vandalizm oluşturmuştur (Kod. V4). Daha sonra Ö2'nin futbol sahasındaki yay uzunluklarını hesaplama biçimi araştırmacının dikkatini çekmiş ve süreci anlatması için araştırmacı tarafından aşağıdaki sorular yöneltilmiştir:

A: Peki yay uzunluklarını nasıl buldun?

Ö2: Küçük yayların önündeki çizgi 3 cm ise yay daha uzun olur ve 4 cm dedim (Üstbilişsel körlük- K1).

A: Peki bu küçük yayları, yarım çember yay uzunluğu ile karşılaştırırsan neler söylemek istersin?

Ö2: Yarım çemberden küçüktür.

A: Büyük yay uzunluklarını nasıl buldun?

Ö2: Büyük yayı 6 cm buldum. Orta sahadaki çemberin çapı 3 cm çıkıyordu. Eğer yayı düzleştirirsem daha büyük çıkar ve 6 cm olur (Üstbilişsel körlük- K2).

A: Peki çemberin çevresi formülünü hatırlıyor musun?

Ö2: Biliyorum aslında.

Ö2, ceza sahası yaylarının birer yarım çember olmadığını ve üstelik yarım çemberden daha küçük olduğunu söylemiştir. Fakat Ö2 ölçümlediği kiriş ve çap uzunluklarını, yay uzunluklarını hesaplamada yanlış yorumlamış ve 2 defa üstbilişsel körlük yaşamıştır. Ö2, sezgisel olarak hesaplamalar yaparken hata yapmış ve bu hatasını devam ettirmiştir (Kod. K1 ve Kod. K2). Daha sonra Ö2'nin saha çizgilerinin genişliği hakkındaki fikirlerini ortaya çıkarmak için aşağıdaki sorular yöneltilmiştir:

Bir süre sonra;

Ö2: 535 m çizgilerin uzunlukları toplamı.

A: Çizgilerin genişliği ne kadar olabilir?

Ö2: Cetvelle ölçtüğümde 1 mm çıkar. 11 m eğer 2 cm ise 1 mm kaç metredir? şeklinde düşünebiliriz. Buradan 0,5 m çıkar yaklaşık. Buradan alan $535 \cdot 0,5 = 277,5$ gelir (Üstbilişsel körlük- K1).

Ö2, saha çizgisinin genişliğini önce ölçü kullanarak daha sonra ise günlük hayat tecrübesinden yola çıkarak belirlemeye çalışırken üstbilişsel başarısızlık yaşamıştır. Ö2 saha çizgilerinin toplam uzunluğunu bulmuş fakat çizgi genişliğini hesaplarken yanlış çıkarımda bulunmuştur. Ö2 çizgi genişliğini gerçek hayat bağlamından kopuk şekilde belirlemiştir. Bununla birlikte Ö2'nin bulduğu çizgi genişliğinin gerçek hayat bağlamına aykırı olması, Ö2 için kırmızı bayrak durumu oluşturmamış ve böylece Ö2 üstbilişsel körlük yaşamıştır (Kod. K1). Daha sonra araştırmacı tarafından aşağıdaki sorular yöneltilmiştir:

A: Ölçme işlemi yaptığınız cetvel 50 cm. Sizce izlediğiniz maçlarda çizgi genişliği 50 cm yani yarım metre olabilir mi?

Ö2: Cetvelle ölçme yapınca 0,5 m çıkıyor ama fikir yürütürsem 15 cm olabilir. Geçen gün halı saha maçına gitmiştim. Ona göre düşündüm.

A: Çizgilerin alanları toplamı ne olur peki buna göre?

Ö2: 535.15 işlemine göre 8022 olur (Üstbilişsel körlük- K1).

Ö2, araştırmacının yönelttiği soru karşısında saha çizgisi genişliği hakkındaki ilk fikrini terk etmiştir. Ö2, günlük hayatından yola çıkarak yeni bir çıkarımda bulunmuş ve hatasını fark etmiştir. Fakat devamında Ö2'nin kendi bilgi anlayışına göre alanı hesaplarken metre ile santimetreyi birbiri ile çarpması başka bir hataya sürüklenmesine neden olmuş ve üstbilişsel körlük oluşmuştur (Kod. K1). Daha sonra futbol sahasındaki beyaz çizgiler için ne kadar boya kullanıldığına ilişkin olarak Ö2'ye aşağıdaki sorular yöneltilmiştir:

A: (Kullanılan çizgilerin alanı birim olarak) Metrekare mi santimetrekare mi?

Ö2: 8022 m² olur.

A: İnternetteki bilgiye göre 1kg boya ile yaklaşık 9,45 m² alan boyanmaktadır. Buna göre sahanın çizgilerini boyamak için kaç kg boya gerekir?

Ö2: 2 kg'ı direkt 19 m²'ye yuvarlarım. Sonra 19 ile 800 cm²'yi çarpacağım (Üstbilişsel körlük- K1).

A: 800 cm²'mi? Sen m² bulduğunu söylemiştin.

Ö2: 8000 m², 800 cm² yapar (Üstbilişsel körlük- K2).

Ö2, soruda verilen boya miktarı ile boyanan yüzey alanı arasındaki oran ilişkisini anlamamış ve yanlış orantı kurarak hatalı bir sürece sürüklenmiştir (Kod. K1). Ö2, belirli işlemleri takip ederek saha çizgilerinin alanını hesaplamıştır. Fakat standart ölçü birimi dönüşümlerini

yanlış yaparak birtakım hatalara sürüklenmiş ve bu hatayı devam ettirmiştir (Kod. K2). Ö2 bu kısımda 2 defa üstbilişsel körlük yaşamıştır. Diyaloğun devamında:

A: Öyle mi yapar?

Ö2: Ölçü birimlerini yeniden yazarsam... (Kırmızı bayrak: İlerleme eksikliği).

Ö2: Santimetreden iki sıfır silmem gerekiyor. 80 ile 19'u çarpmam gerekecek. O da 1520 kg olur (Üstbilişsel vandalizm- V4).

Bir önceki diyalogda Ö2, metrekaresi cinsinden verilen bir alan ölçüsünü santimetrekareye çevirirken "bir sıfır" silmişti. Araştırmacı tarafından Ö2'nin yaptığı işleme dikkat çekildiğinde Ö2 ilerleme eksikliği fark etmiş ve kırmızı bayrak oluşmuştur. Ö2, kırmızı bayrağa tepki olarak başka bir hata ile çözüme devam etmiş ve birim dönüşümünde iki sıfır silmiştir (Kod. V4). Böylece üstbilişsel vandalizm ortaya çıkmıştır. Diyaloğun devamı aşağıdaki gibi ilerlemiştir:

Ö2: Ama o da çok abartılı oldu, 1,5 ton (Kırmızı bayrak: Anormal sonuç).

A: Evet değil mi?

Ö2: 150 kilogram olur. Sıfırı silmedim.

A: Neden silmedin? Sıfırı neden sileceksin?

Ö2: Çünkü kilograma dönüştürdüm (Üstbilişsel vandalizm- V1).

Ö2, 1,5 ton ağırlığın çok olduğunu söylemiş ve bu ağırlığı kilogram cinsinden yazmıştır. Ö2 ağırlık birimlerinin dönüşümünde üstbilişsel başarısızlık yaşamıştır. Üstelik Ö2, ton cinsinden yazılan ağırlığı eğer kilogram cinsinden yazarsa daha az bir ağırlığa karşılık geleceğini düşünmüş, ağırlık birimleri arasında yapılan dönüşümlerde ağırlığın değişeceği algısına kapılmıştır. Ö2, anormal sonuca dayalı bir kırmızı bayrak karşısında problemi kendi anlayışına göre değiştirerek üstbilişsel vandalizm yaşamıştır (Kod. VI).

3.3. Öğrencilere (Ö1 ve Ö2) Ait Genel Bulgular

Üstbilişsel körlük, problem çözme sırasında öğrencilerin herhangi bir hata veya yanlış içinde olduklarının farkında olmamaları, yaptıkları işlemleri doğruymuş gibi yürütme durumlarını içerir. Üstbilişsel körlük yaşayan öğrenciler kırmızı bayrakları fark etmezler. Üstbilişsel serap, öğrencilerin problem çözme sırasında var olmayan bir hata algılamaları sonucunda yararlı stratejileri terk etmeleridir. Öğrenci burada gerçekte olmayan bir kırmızı bayrak algıladığı gibi herhangi bir kırmızı bayrak algılamadan da üstbilişsel serap gösterebilir. Bununla birlikte öğrencinin kafasının karıştığı, yaptığı işlemlerin sonucu açıklayamadığı durumlarda da üstbilişsel serap oluşabilir. Üstbilişsel vandalizm, problem çözme sürecinde yaşanan bir ilerleme eksikliği karşısında öğrencilerin problemi kendi bağlamından kopartarak gerçek çözümden daha da uzaklaşmasına neden olan eylemlerini içerir. Üstbilişsel vandalizm, fark edilen bir hataya karşılık olarak daha aykırı başka bir hatanın oluşmasını ifade eder.

Ö1'in matematiksel modelleme sürecinde hata tespiti ve ilerleme eksikliğine ilişkin olarak dört defa kırmızı bayrak durumu oluşmuştur. Ö1'in yaptığı ölçüm ve işlemlerde hata yapması, yanlış işlemlerle sonuca gitmeye çalışması ve herhangi bir hata durumu algılamaması sonucunda beş defa üstbilişsel körlük ortaya çıkmıştır. Ö1, iki defa hatalı işlem yapmış (Kod. K1), iki defa önceki hatalarını sürdürmüş (Kod. K2), bir defa da yanlış stratejisini devam ettirmiştir (Kod. K3). Ö1'in modelleme sürecinde olmayan bir sorun algılayarak yararlı stratejileri terk etmesi, kırmızı bayraktan bağımsız olarak bazı aşamalarda problemi doğru çözüp çözmediğini anlayamaması ve problemi çözmek için doğru yolu belirleyememesi gibi etkenler sonucunda dört üstbilişsel serap ortaya çıkmıştır. Ö1 bir defa yararlı stratejiden vazgeçmiş (Kod. S1), bir defa doğru hesaplamayı değiştirmiş (Kod. S2), bir defa işlemler hakkında fikir yürütememiş (Kod. S4) ve bir defa da çıkan

sonuç karşısında kafa karışıklığı yaşamıştır (Kod. S5). Son olarak Ö1'in kırmızı bayrak durumunu fark etmesi ile birlikte çözüme ilişkin daha aykırı cevaplar vermesi sonucunda iki üstbilişsel vandalizm ortaya çıkmıştır. Ö1 bir defa problemi kendi anlayışına göre değiştirmiş (Kod. V1) ve bir defa da yaptığı hatayı başka bir hata ile sürdürmüştür (Kod. V4).

Ö2, matematiksel modelleme sürecinde anormal sonuç, hata tespiti ve ilerleme eksikliğine ilişkin olarak üç defa kırmızı bayrak durumu oluşmuştur. Ö2'nin yanlış işlemlerle sonuca gitmeye çalışması, ölçü birimleri arasında dönüşüm yapamaması, gerçek yaşam bağlamından kopuk sonuçları elde etmesi ve bunları yaparken herhangi bir hata durumu algılamaması sonucunda altı defa üstbilişsel körlük ortaya çıkmıştır. Ö2, dört defa hatasını fark etmeden işlemlere devam etmiş (Kod. K1), iki defa ise daha önceki yaptığı hataları devam ettirmiştir (Kod. K2). Ö2'nin kırmızı bayrak durumu sonrasındaki yeni kararları onu gerçek çözümden daha da uzaklaştırmış ve üç defa üstbilişsel vandalizm ortaya çıkmıştır. Ö2 iki defa hatayı fark etmesine rağmen başka bir hata ile çözüme devam etmiş (Kod. V4) ve bir defa da problemi kendi anlayışına göre değiştirmiştir. Ö2'nin matematiksel modelleme sürecinde herhangi bir üstbilişsel serap oluşmamıştır.

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki üstbilişsel başarısızlık türleri incelenmiştir. Çalışmada iki öğrenciye ilişkin sesli düşünme tekniğiyle elde edilen veriler çözümlenmiştir. Öğrencilerin hem sesli düşünme hem de görüşme verileri ışığında üstbilişsel başarısızlık türleri belirlenmiştir. Goos (1998) tarafından metaforik olarak tanımlanan üstbilişsel başarısızlık türleri sırasıyla üstbilişsel körlük, üstbilişsel serap ve üstbilişsel vandalizmdir. Her üstbilişsel başarısızlık farklı koşullar altında ortaya çıkmaktadır (Wulan vd., 2021). Öğrencilerin kırmızı bayraklara verdikleri veya veremedikleri yanıtlar üstbilişsel başarısızlığın türünü belirler. Problem çözme sürecinde yapılan hesaplama hataları ile gerçek çözümden uzaklaşma olabilir. Eğer öğrenci bu ara hataları belirleyemez ve mevcut işleme devam eder ise üstbilişsel körlük ortaya çıkar (Goos, 1998). Öğrenci bu hataların farkında olmadığı için herhangi bir önlem de alamaz (Stillman, 2011). Ö1, saha uzunluklarını hesaplamada kendine göre bir ölçü birimi belirlemiş ve cetveldeki 1 cm'nin gerçekte 5,5 m'ye karşılık geldiğini ifade etmiştir. Daha sonra yaptığı işlemlerde doğru olan bu ölçütü bir kenara bırakmış ve hesaplama hataları içeren işlemlerde bulunmuştur. Bununla birlikte Ö1, ceza sahası yaylarının yarım çember olduğunu ifade ederek yanılgıya düşmüştür. Ayrıca çizgilerin alanını hesaplamak yerine sahanın alanını hesaplayan Ö1, yaptığı tüm bu işlemlerin hiçbirisinde hata yaptığını fark edememiştir. Ö1, matematiksel modelleme problemi çözme sürecinde beş defa üstbilişsel körlük yaşamıştır. Ö2, saha çizgilerinin uzunluklarını hesaplarken Ö1 ile benzer ölçüt geliştirmiştir. Ö2 saha yaylarını hesaplamaya yönelik bir strateji geliştiremeyerek hataya düşmüştür. Saha çizgilerinin genişliğini gerçek hayat bağlamından kopuk olarak hesaplamıştır. Problem çözme sürecinde alan ölçü birimleri arasında hatalı dönüşümler gerçekleştirmiştir. Benzer şekilde ağırlık ölçü birimleri arasında da dönüşüm yaparken hataya düşmüştür. Bununla birlikte kullanılan boya miktarı ve boyanacak alan bilgilerinden yola çıkarak çizgiler için kullanılan boya miktarını hesaplarken yanlış orantı kurmuştur. Ö2, yürüttüğü bu işlemler sırasında herhangi bir hata fark etmediği için altı defa üstbilişsel körlük ortaya çıkmıştır. Üstbilişsel başarısızlığı temele alan farklı çalışmalarda üstbilişsel körlük ele alınmıştır (Huda vd., 2019; Rozak vd., 2020; Sasongko, 2023). Yürütülen çalışmanın sonucuna paralel olarak bu farklı çalışmalarda da problem çözümlerinin farkında olmadan hatalı işlem yürütmeleri ve bu yüzden önlem alamamalarından kaynaklı üstbilişsel körlük durumunun ortaya çıktığı belirlenmiştir.

Öğrenciler problem çözme sürecinde anormal bir sonuç ile ilgili bir kırmızı bayrağı fark edebilirler. Bu fark etme doğru stratejileri terk etme ile sonuçlanırsa üstbilişsel serap ortaya çıkar (Goos, 1998). Bunun temelinde yatan şey problemin gidişatında var olmayan bir sorun algılanması ve yararlı olan stratejinin terk edilmesi yatar (Stillman, 2011). Üstbilişsel serap kırmızı bayraktan bağımsız olarak da oluşabilir. Öğrenciler yaptıkları işlemleri açıklayamaz,

çözüm hakkında herhangi bir yargıda bulunamadığı zaman da bir üstbilişsel serap ortaya çıkabilir (Huda vd., 2019). Ö1 probleme başlarken doğru kabul ettiği ölçütlerden vazgeçmiş, başlangıçta yararlı olan stratejiyi terk etmiştir. Ayrıca yaptığı bazı hesaplamalar karşısında kafası karışmış ve işlemlere açıklık getirememiştir. Problem çözmeye sürecinde gerçekte olmayan sorunları algılamış ve çözümlerini değiştirmiştir. Problemde verilen bilgiyi kullanmada güçlük yaşamış ve birim dönüşümlerinde tekrar hatalara düşmüştür. Ö1, problem çözmeye sürecinde bazen kırmızı bayrağa tepki olarak bazen de kırmızı bayraktan bağımsız olarak dört üstbilişsel serap yaşamıştır. Bu sonuçlara paralel olarak öğrencilerin bazen çok dikkatli veya özenli oluşundan kaynaklı (Faradiba vd., 2019) olarak doğru çözüme götüren işlem yolunun dışında başka ve yanlış bir çözüm yolu benimsemenin üstbilişsel seraba neden olduğunu ortaya koyan çalışmalar bulunmaktadır (Alifiani & Faradiba, 2021; Huda & Marsal, 2021; Wulan vd., 2021). Ö2 için herhangi bir üstbilişsel serap yaşanmamıştır.

Problem çözümler ilerleme eksikliği ile ilgili bir kırmızı bayrağı fark edebilirler. Ardından problemi kendi bağlamından kopartarak problemin içeriğinde olmayan birtakım ilgisiz veriler ekleyebilir veya problemi kendi anlayışına göre değiştirebilir. Çözümünden daha da uzaklaştıran bu yıkıcı eylemler karşısında üstbilişsel vandalizm ortaya çıkar (Goos, 1998). Ö1 ve Ö2 problem çözmeye sürecinde birer kırmızı bayrak olan ilerleme eksikliği ve hata tespiti karşısında bazı işlemleri yeniden ele aldıkları görülmüştür. Ö1'in yeni değerlendirmeleri yeni hatalara yol açmış ve işlemlerin daha yıkıcı bir hal aldığı görülmüştür. Ö2, alan hesaplamada yaptığı yanlış fark etmiş, kırmızı bayrak sonrasında ise yeni alan hesaplamada santimetre olan kenar uzunluğu ile metre olan kenar uzunluğunu çarparak daha aykırı bir çözüm getirmiştir. Ö1 ve Ö2, kırmızı bayrağa tepki olarak çözüme ilişkin daha aykırı işlemler yapmaya yönelmiş, Ö1 için iki ve Ö2 için üç üstbilişsel vandalizm ortaya çıkmıştır. Modelleme süresince öğretmenler “öğrenciler belirli zorlukların farkına vardıklarında” (Goos, 1998, s. 226) ortaya çıkan kırmızı bayrak durumlarını tanımlamaları gerekir. Kırmızı bayrak durumları üstbilişsel tetikleyiciler olarak görülebilir (Goos, 1998). Öğrenciler bu durumlarda uygun üstbilişsel stratejileri kendileri uygulayamadıklarında, öğretmenlerin onlara rehberlik etmesi gerekir (Wendt vd., 2020). Alanyazında öğrencilerin üstbilişsel başarısızlığı sonucunda üstbilişsel vandalizm yaşadıklarını ortaya koyan çalışmalar bulunmaktadır (Huda vd., 2016; Ng, 2010; Stillman, 2011).

Schneider ve Artelt (2010), yüksek üstbilişsel bilginin yüksek matematiksel performansa yol açtığını belirtmektedir. Akademik notlara göre iyi ve pekiyi seviyede olan öğrencilerin çok sayıda üstbilişsel başarısızlık göstermesi bu bilgi ile çelişmektedir. Stillman (2011)'a göre öğrenciler genellikle modelleme döngüsünün aşamaları arasındaki geçişlere ilişkin düşük ya da eksik üst bilgiye sahiptir ve bu durum bilişsel engellere yol açabilir. Bunu tersine çevirebilmenin yolu üstbilişsel stratejilerin verimli olarak kullanılmasından geçer (Blum, 2015). Bir modelleme probleminde çözüme ulaşmak için öğrenciler karşılaştırılabilir ölçütler kullanarak değerleri tahmin etmeli, kendi başlarına bir model geliştirebilmeli, modeli değerlendirebilmeli ve gerekirse başka bir model geliştirmeli ve üzerinde çalışmalıdır (Vorhölter vd., 2019). Bununla paralel olarak Ö1 ve Ö2 kendilerine karşılaştırılabilir ölçü birimleri tanımlamışlar ve tahmin becerisi kullanarak diğer uzunlukları hesaplamaya çalışmışlardır. Üstbilişsel bileşenler, öğrencilerin modelleme stratejisi gelişimini olumlu yönde etkiler (Yıldırım, 2010). Kendi kendini kontrol etme, bilişsel strateji ve planlama becerisi geliştiren öğrencilerin modelleme yetkinliğinde artışlar gözlenir. Modelleme ile ilgili çeşitli deneyimlerden sonra, üstbilişsel bileşende artan yeterliliklere sahip öğrenciler, gelişmiş modelleme becerileri gösterirler (Hidayat vd., 2020). Ö1 ve Ö2'nin matematiksel modelleme sürecindeki planlama, izleme ve değerlendirme becerilerinin zayıf olması çok defa üstbilişsel başarısızlık yaşamalarına neden olmuş olabilir.

Üstbilişsel becerileri etkin kullanabilen öğrencilerin problem çözmede daha başarıları oldukları bir gerçektir (Baltacı vd., 2014; Yıldız & Güven, 2016). Henüz erken çocukluk döneminde üstbilişin desteklenmesi öğrencilerin gelecek öğrenmelerini de teminat altına alabilir (Aydın & Ünsever, 2024). Bununla birlikte öğrencilerin üstbilişsel becerilerini geliştirecek öğretim ortamlarının oluşturulması matematik başarısının artışına katkı sağlayabilir. Arsuk ve

Sezgin-Memnun (2020) tarafından yapılan çalışmada bir grup yedinci sınıf öğrencisine üstbiliş destekli problem çözme stratejileri öğretimi yapılmıştır. Çalışma sonunda öğrencilerin üstbiliş becerilerinin ve problem çözme başarılarının arttığı belirlenmiştir. Bunun yanı sıra Aşık ve Erkin (2019) tarafından yapılan çalışmada üstbiliş bilgisi ile problem çözme arasındaki ilişkinin üstbilişsel deneyimlerin kontrolü altında olduğu ifade edilmiştir. Bir probleme yönelik stratejileri de kapsayan üstbilişsel bilginin ancak zorluk hissi, tahmini çaba, anlama hissi, aşinalık hissi gibi üstbilişsel deneyimlerin doğru yönetildiği durumda aktive olacağına dikkat çekilmiştir. Sevgi ve Çağlıköse (2020), altıncı sınıf öğrencilerinin kesir problemini çözme sürecindeki üstbilişsel becerilerini incelemiş ve doğru üstbilişsel strateji güden öğrencilerin kesir problemi çözmede daha başarılı olduklarını ifade etmiştir.

Katılımcıların ölçme, ölçü birimi dönüşümleri, çember, çap ve yarıçap, oran ve orantı gibi kavramlarla ilişkili olarak birtakım üstbilişsel başarısızlık yaşadıkları belirlenmiştir. Alanyazın incelendiğinde öğrencilerin bu kavramlar ile zorluk yaşamalarını açıklayan çalışmalar yer almaktadır. Dağlı (2010), beşinci sınıf öğrencilerinin çevre ve alan ölçmede birim dönüşümlerini incelemiş ve birim dönüşümlerinde hata yaptıklarını belirlemiştir. Ayrıca öğrencilerin standart ve standart olmayan ölçü birimlerini birbirine dönüştürmede güçlük yaşadıklarını saptamıştır. Doğan ve Çetin (2009) yedinci sınıf öğrencilerinin oran-orantı tanımı ve özellikleriyle ilgili yanlışlara sahip oldukları tespit etmiştir. Öğrencilerin verilen probleme göre orantı türünü seçemedikleri ve oran-orantı problemlerini çözmede zorluk yaşadıklarını belirlemiştir. Cantimer ve Şengül (2017) yedinci sınıf öğrencilerinin çember konusundaki kavram yanlışlarını incelemiş çok büyük kısmının merkez, yarıçap ve çap kavramlarını tanımlamada yanlışlık yaptıklarını belirlemiştir. Bununla birlikte öğrencilerin çemberi tanımlarken hata yaptıkları, yetersiz açıklamalarda bulundukları ve tanıma göre çizim yaparken zorlandıklarını tespit etmiştir. Görüleceği üzere alanyazındaki çalışmalar ile yürütülen bu çalışma sonuçları benzerlik göstermektedir.

Standart ölçü birimlerinin geçmiş yıllarda öğrenilmesi ve mevcut ders yılı içerisinde bu bilgileri kapsayan sorulara yer verilmemesi, öğrencilerin birim dönüşümlerinde zorluk yaşamalarına neden olabilir. Bununla birlikte uygulamanın yapıldığı tarihte çember ve daire konusu yeni işlenmişti. Öğrencilerin bu konuyu yeterince pekiştirememiş olmaları ve konu üzerindeki düşünceleri geliştirecek çok sayıda soruyu henüz çözmemiş olmaları, çember ve yay uzunluğu hesaplamalarındaki hatalarını açıklayabilir. Ders süresince standart ve standart olmayan ölçü birimleri arasında ilişki içeren problemlerin kullanılması ölçü birimi dönüşümlerinde öğrencilere kolaylık sağlayacaktır. Çiftçi ve Tatar (2015) tarafından yapılan çalışmada çoğu öğretmenin pergel-cetvel vb. araçları ders içinde kullanmadığını belirtmiştir. Öğretmenler ölçme işlemi yapılırken kâğıt-kalem kullanmanın yanında araç-gereç kullanmaya ve kullandırmaya da özen göstermelidirler. Çember ve yay uzunlukları hesaplamalarında alternatif ölçme araçlarının (ip vb.) gösterilmesi öğrenmeyi daha anlamlı kılacaktır. Üstbilişsel bilgi ve stratejiler bir modelleme problemi üzerinde karşılaşılan engelleri ortadan kaldırmaya yardımcı olsa da modelleme sürecinin başarıya ulaşması için üstbilişin yararlılığına ilişkin bir içgörü de kazanılması gerekir (Veenman, 2011). Bu yönüyle öğretmenlerin üstbilişin kullanımı ve üstbilişsel becerinin kazandırılmasında öğrencilere yardımcı olmalıdırlar. Öğrencilerin üstbilişsel becerilerinin geliştirilmesinde planlama, izleme ve değerlendirme faaliyetlerini içerecek matematiksel görevler sunulmalıdır.

Çalışmada ortaya çıkan “körlük”, “serap”, “vandalizm” gibi üstbilişsel başarısızlık türleri özellikle izleme ve değerlendirmenin birlikte yapılamadığı durumlarda daha da pekişmektedir. Matematiksel modelleme sürecinde kontrol ve düzeltme mekanizması olarak işlev gören üstbilişsel “izleme” aktif olarak kullanılsaydı hataları sürdürmekten, yanlış stratejide ısrar etmekten vazgeçilebilir ve böylelikle üstbilişsel körlük yaşanmayabilirdi. Benzer şekilde bir problemin yapısını açıklayan görev ve problemi çözüme kavuşturan strateji bilgisi, üstbilişsel değerlendirme ile aktif olarak kullanılsaydı doğru işlemler yanlış gibi algılanmaz, yaralı strateji terkedilmez ve problem öğrencinin kendi bakış açısına göre değiştirilerek daha yıkıcı bir çözüme gidilmezdi. Üstbilişsel bilgi ve üstbilişsel düzenlemenin işlevsel olarak yürütülmesi serap ve

vandalizm oluşmasının önüne geçebilirdi. Üstbilişsel farkındalık, matematiksel düşünmenin ve akıl yürütmenin doğasını etkileyen, bir problemin doğru şekilde çözüme kavuşturulmasında belirleyici faktör olarak ortaya çıkmaktadır (Schraw & Dennison, 1994).

Bu çalışma, öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde üstbilişsel başarısızlıklar yaşadıklarını göstermektedir. Öğrencilere herhangi bir destek sağlanmadığında bu başarısızlıkların kalıcı hale gelebileceği düşünülmektedir. Ortaya çıkan üstbilişsel başarısızlıklar öğrencilerin o anki eksik ya da yanlış akıl yürütmesinin ötesinde üstbilişsel bilgi (kişi, görev, strateji) veya üstbilişsel düzenleme (planlama, izleme, değerlendirme) bileşenlerindeki yetersizliklerinden de kaynaklanabilir (Flavell, 1979; Veenman vd., 2006).

Üstbilişsel becerileri yüksek olan öğrencilerin daha hızlı öğrendikleri, geçmiş konularla kolay bağlantı kurdukları ve karşılaştıkları bir problemi daha çabuk doğru sonuca ulaştırdıkları bilinmektedir (Hartman, 2002; Pillow, 2008). Öğretmenlerin, öğrencilerin üstbilişsel süreçlerini yakından izlemesi ve sınıf içinde stratejik destek sağlaması, öğrencilerin üstbilişsel başarıya ulaşmasında etkili rol oynayabilir (Paris & Winograd, 2013; Pintrich, 2002). Öğrenci değerlendirmeleri sadece probleme ait sonuç üzerinden değil, süreç boyunca hangi kararların nasıl alındığını sorgulamalarını sağlayacak soruların öğretmenler tarafından yöneltilmesi üstbilişsel farkındalığı tetikleyebilir (Ünsever & Kutluca, 2024; Zohar & Barzilai, 2013).

Öğretimsel müdahaleler yoluyla öğrencilerin düşünme yapılarında değişiklikler meydana getirilebilir (Kaplan & Aykut, 2022). Öğrencilerin üstbilişsel farkındalığını geliştirmek ve bu süreçleri düzenlemek için yansıtıcı düşünmeye dayalı öğretim ortamlarının oluşturulması önemli görülmektedir. Sınıf ortamında bir problem çözme etkinliğinde yansıtıcı düşünmeyi geliştirmek için öğrencilere her adımda açıklama yapmaları istenmesi, öğrenme günlükleri tutulması üstbilişsel farkındalığın gelişmesine katkı sağlayabilir (Cengiz & Karataş, 2016; Zohar & Dori, 2003). Bunun yanında öğretmenlerin bilişsel koç olarak öğrencilere dışarıdan rehberlik sağlaması, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini geliştirerek üstbilişsel becerilerini destekleyebilir (Collins vd., 1989; Demir & Doğanay, 2008). Ayrıca karmaşık bir problem karşısında belli süre içinde sunulan kademeli desteği ifade eden scaffolding (yapı iskelesi), öğrencilerin üstbilişsel becerileri kazanmasında daha en baştan kritik rol alabilir (Wulan vd., 2021).

KAYNAKÇA

- Alifiani, A., & Faradiba, S. S. (2021). Mathematics pre-service teacher's metacognitive failure in mathematics online learning. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 8(2), 179-190. <https://dx.doi.org/10.21831/jrpm.v8i2.43366>
- Arsuk, S., & Sezgin-Memnun, D. (2020). Yedinci sınıf öğrencilerinde üstbiliş destekli problem çözme stratejileri öğretiminin öğrenci başarısına ve üstbiliş becerilere etkisi. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 8(2), 559-573.
- Aşık, G., & Erkin, E. (2019). Üstbilişsel deneyimlerin üstbiliş bilgisi ile problem çözme ilişkisindeki aracılık etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 44(197).
- Aydın, E., & Ünsever, Ö. (2024). Erken çocuklukta üstbilişin doğası, desteklenmesi ve değerlendirilmesi. *Yaşadıkça Eğitim Dergisi*.
- Baltacı, S., Yıldız, A. ve Güven, B. (2014). Knowledge types used by eighth grade gifted students while solving problems. *Bolema*, 28(50), 1032-1055.
- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA14*, 15-30.

- Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modeling: What do we know, what can we do? In S. J. Cho (Ed.), *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education* (pp. 73–96). Cham: Springer.
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications and links to other subjects-state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 37-68.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 86-95.
- Bukova-Güzel, E., Tekin-Dede, A., Hıdıroğlu, Ç. N., Kula-Ünver, S., & Özaltun-Çelik, A., (2016). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme:araştırmacılar eğitimciler ve öğrenciler için*. Bukova Güzel Esra (Ed.). Ankara: Pegem Akademi.
- Cantimer, G., & Şengül, S. (2017). Ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin çember konusundaki kavram yanlışları ve hataları. *Gazi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 3(1).
- Cengiz, C., & Karataş, F. Ö. (2016). Yansıtıcı düşünme ve öğretimi. *Milli Eğitim Dergisi*, 45(211), 5-27.
- Collins, A., Brown, J. S., & Newman, S. E. (1989). Cognitive apprenticeship: Teaching the crafts of reading, writing, and mathematics. In L. B. Resnick (Ed.), *Knowing, learning, and instruction: Essays in honor of Robert Glaser* (pp. 453–494). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Creswell, J. W. (2003). *Research design: qualitative, quantitative and mixed methods approaches*. California: Sage Publications.
- Çiftci, O., & Tatar, E. (2015). Güncellenen ortaöğretim matematik öğretim programı hakkında öğretmen görüşleri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 6(2), 285-298. <https://doi.org/10.16949/turcomat.15375>
- Dağlı, H. (2010). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin çevre, alan ve hacim konularına ilişkin kavram yanlışları*. [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Afyon Kocatepe Üniversitesi.
- Demir, Ö., & Doğanay, A. (2008). Bilişsel koçluk yoluyla öğretilen bilişsel farkındalık stratejilerinin akademik başarıya etkisi. *Journal Of Educational Sciences & Practices*, 7(14).
- Demircioğlu, H., Argün, Z., & Bulut, S. (2010). A case study: assessment of preservice secondary mathematics teachers' metacognitive behaviour in the problem-solving process. *ZDM*, 42, 493-502.
- Desoete, A. (2001). *Off-line metacognition in children with mathematics learning disabilities*. Ghent, Faculty of Psychology and Educational Sciences, Ghent, Belgium.
- Doğan, A., & Çetin, İ. (2009). Doğru ve ters orantı konusundaki 7. ve 9. sınıf öğrencilerinin kavram yanlışları. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 2(2), 118-128. <https://doi.org/10.12780/UUSB47>
- English, L. D. (2003). Reconciling theory, research, and practice: A models and modelling perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 54(2-3), 225-248.
- Ericsson, K. A., & Simon, H. A. (1998). How to study thinking in everyday life: Contrasting think-aloud protocols with descriptions and explanations of thinking. *Mind, Culture, and Activity*, 5(3), 178–186.

- Faradiba, S., Sa'dijah, C., Parta, N., & Rahardjo, S. (2019). Looking without seeing: the role of metacognitive blindness of student with high math anxiety, *International Journal of Cognitive Research in Science, Engineering and Education (IJCRSEE)*, 7(2), 53-65
- Flavell, J. H. (1971). First discussant's comments: What is memory development the development of?. *Human development*, 14(4), 272-278.
- Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In L. B. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence* (pp. 231–235). Hillsdale: Erlbaum.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *The American Psychologist*, 34(10), 906–911.
- Flavell, J. H. (1987). Speculations about the nature and development of metacognition. *Metacognition, motivation and understanding/Lawrence Erlbaum*.
- Fox, J. L. (2006). A justification for mathematical modelling experiences in the preparatory classroom. *Proceedings of the 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. 1, 221-228.
- Goos, M. (1998). 'I don't know if I'm doing it right or I'm doing it wrong!' Unresolved uncertainty in the collaborative learning of mathematics. In C. Kanes, M. Goos, & E. Warren (Eds.), *Teaching mathematics in new times. (Proceedings of the twenty-first annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia)* (Vol. 1, pp. 225–232). Gold Coast: MERGA.
- Hartman, H. (2002). *Metacognition in learning and instruction*. Kluwer Academic Publishers.
- Hattie, J. A. C., Biggs, J., & Purdie, N. (1996). Effects of learning skills interventions on student learning: A meta-analysis. *Review of Educational Research*, 66(2), 99–136.
- Hıdıroğlu, Ç., & Bukova-Güzel, E. (2013). Matematiksel modelleme sürecini açıklayan farklı yaklaşımlar. *Bartın University Journal of Faculty of Education*, 2(1), 127-145.
- Hidayat, R., Syed-Zamri, S. N. A., Zulnaidi, H., & Yuanita, P. (2020). Meta-cognitive behaviour and mathematical modelling competency: mediating effect of performance goals. *Heliyon*, 6(4), e03800. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2020.e03800>
- Hoffman, W. C. (1995). The dialectics of giftedness: Gifted intellect and creativity. *Roeper Review*, 17(3), 201–206.
- Huda, N., & Marsal, J. (2021). Exploring student metacognitive failures based on red flag in mathematic problem solving: a case study in mathematic education program. *Proceedings of the 3rd Green Development International Conference (GDIC 2020)*, 205. <https://doi.org/10.2991/aer.k.21082.5.077>
- Huda, N., Nusantara, T., Sutawidjaja, A., & Rahardjo, S. (2016). University students' metacognitive failures in mathematical proving investigated based on the framework of assimilation and accommodation. *Educational Research and Reviews*, 11(12), 1119-1128.
- Huda, N., Sutawidjaja, A., & Rahardjo, S. (2018). The errors of metacognitive evaluation on metacognitive failure of students in mathematical problem solving. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1008, No. 1, p. 012073). IOP Publishing.
- Huda, N., Sutawidjaja, A., Subanji, S., & Rahardjo, S. (2019). Investigation of students' metacognitive failures in mathematical problem solving based on metacognitive behavior. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1157, No. 3, p. 032102). IOP Publishing.

- Jacobs, J. E., & Paris, S. G. (1987). Children's metacognition about reading: Issues in definition, measurement, and instruction. *Educational Psychologist*, 22, 225-278.
- Kaplan, G. ve Aykut, Ç. (2022). Üstbilişi geliştirmek için düzenlenmiş olan öğretim etkinliklerinin öğretmen adaylarının üstbilişsel farkındalıklarına etkisinin incelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Özel Eğitim Dergisi*, 23(1), 23-51. <https://doi.org/10.21565/ozelegitimdergisi.715775>
- Kuzle, A. (2013). Patterns of Metacognitive Behavior During Mathematics Problem-Solving in a Dynamic Geometry Environment. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 8(1), 20-40. <https://doi.org/10.29333/iejme/272>
- Lesh, R., ve Doerr, H. (2003). *Foundation of a models and modeling perspective on mathematics teaching and learning*. Beyond constructivism: A models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving, 9-34.
- Livingston, J. A. (2003). Metacognition: an overview. *Psychology*, 13, 259-266.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies?. *ZDM*, 38, 113-142.
- Marshall, M. N. (1996). Sampling for qualitative research. *Family Practice*, 13(6), 522-526.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. (2nd ed). Thousand Oaks, CA: Sage
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. Ankara.
- Muncer, G., Higham, P. A., Gosling, C. J., Cortese, S., Wood-Downie, H., & Hadwin, J. A. (2022). A meta-analysis investigating the association between metacognition and math performance in adolescence. *Educational Psychology Review*, 34(1), 301–334. <https://doi.org/10.1007/s10648-021-09620-x>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics: an overview*. Reston: NCTM.
- Ng, K. E. D. (2010). Partial metacognitive blindness in collaborative problem solving. In L. Sparrow, B. Kissane, & C. Hurst (Eds.), *Shaping the future of mathematics education* (pp. 446–453). St Lucia, Qld.: MERGA.
- Paris, S. G., & Winograd, P. (2013). How metacognition can promote academic learning and instruction. In *Dimensions of thinking and cognitive instruction* (pp. 15-51). Routledge.
- Pillow, B. H. (2008). Development of children's understanding of cognitive activities. *The Journal of Genetic Psychology*, 169(4), 297–321.
- Pintrich, P. R. (2002). The role of metacognitive knowledge in learning, teaching, and assessing. *Theory into Practice*, 41(4), 219–225. https://doi.org/10.1207/s15430421tip4104_3
- Rozak, M. A., Nusantara, T., Subanji, M., & Sulandra, M. I. M. (2020). Identification metacognitive failure based on the statistical reasoning level. *International Journal of Scientific & Technology Research*, 9(3).
- Rozak, M. A., Subanji, M., Nusantara, T., & Sulandra, M. I. M. (2018). Identification metacognitive failure on mathematics problem solving. In *University of Muhammadiyah Malang's 1st International Conference of Mathematics Education (INCOMED 2017)* (pp. 108-113). Atlantis Press.

- Sasongko, D. F. (2023). Teacher student's metacognitive failure when solving sphere equation question and their scaffolding. *Aksioma Jurnal Pendidikan Matematika*, 12(1), 778-788.
- Schneider, W., & Artelt, C. (2010). Metacognition and mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 42, 149–161.
- Schoenfeld, A. H. (2011). *How we think: A theory of goal-oriented decision making and its educational applications*. New York, NY: Routledge.
- Schraw, G., & Dennison, R. S. (1994). Assessing metacognitive awareness. *Contemporary Educational Psychology*, 19(4), 460–475. <https://doi.org/10.1006/ceps.1994.1033>
- Schraw, G., & Moshman, D. (1995). Metacognitive theories. *Educational Psychology Review*, 7(4), 351–371. <https://doi.org/10.1007/BF02212307>
- Sevgi, S., & Çağlıköse, M. (2020). Altıncı sınıf öğrencilerinin kesir problemleri çözme sürecinde kullandıkları üstbilgi becerilerinin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(3), 662-687.
- Shenton, A. K. (2004). Strategies for ensuring trustworthiness in qualitative research projects. *Education for information*, 22(2), 63-75.
- Stillman, G. A. (2011). Applying metacognitive knowledge and strategies in applications and modelling tasks at secondary school. In: Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R., Stillman, G. (eds) *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, vol 1. Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_18
- Stillman, G. A. (2015). Applications and modelling research in secondary classrooms: What have we learnt? In S. J. Cho (Ed.), *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 791–805). Springer International Publishing.
- Ünsever, Ö. ve Kutluca, A. (2024). Okul öncesi öğretmenlerinin düşünme becerileri eğitime ilişkin görüşlerinin öğretmeye yönelik üstbilgi farkındalık düzeyleri açısından incelenmesi. *Trakya Eğitim Dergisi*, 14(2), 609-627. <https://doi.org/10.24315/tred.1360976>
- Veenman, M. V. J., Van Hout-Wolters, B., & Afflerbach, P. (2006). Metacognition and learning: Conceptual and methodological considerations. *Metacognition and Learning*, 1, 3–14. <https://doi.org/10.1007/s11409-006-6893-0>
- Veenman, M. V. J. (2011). Learning to self-monitor and self-regulate. In R. Mayer & P. Alexander (Eds.), *Handbook of research on learning and instruction* (pp. 197–218). New York: Routledge.
- Vorhölter, K., (2023). Metacognition in mathematical modeling: the connection between metacognitive individual strategies, metacognitive group strategies and modeling competencies, *Mathematical Thinking and Learning*, 25:3, 317-334.
- Vorhölter, K., Krüger, A., Wendt, L. (2019). Metacognition in mathematical modeling: an overview. In: Chamberlin, S.A., Sriraman, B. (eds) *Affect in Mathematical Modeling. Advances in Mathematics Education*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-04432-9_3
- Wendt, L., Vorhölter, K., & Kaiser, G. (2020). Teachers' perspectives on students' metacognitive strategies during mathematical modelling processes – A case study. In G. Stillman, G. Kaiser, & C. Lampen (Eds.), *Mathematical modelling education and sense-making: International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 335–346). Springer

- Wulan, E. R., Subanji, S., & Muksar, M. (2021). Metacognitive failure in constructing proof and how to scaffold it. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 12(2), 295-314.
- Yıldırım, T.P. (2010). Understanding the modelling skill shift in engineering: the impact of self-efficacy, epistemology, and metacognition. *Ph.D. dissertation. University of Pittsburgh, Pennsylvania*.
- Yıldız, A. ve Güven, B. (2016). Matematik öğretmenlerinin sorunu çözme ortamlarında öğrencilerinin üstbilişlerini harekete geçirmeye yönelik davranışları. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 575-598.
- Zohar, A., & Barzilai, S. (2013). A review of research on metacognition in science education: Current and future directions. *Studies in Science Education*, 49(2), 121–169. <https://doi.org/10.1080/03057267.2013.850140>
- Zohar, A., & Dori, Y. J. (2003). Higher order thinking skills and low-achieving students: Are they mutually exclusive? *The Journal of the Learning Sciences*, 12(2), 145–181. https://doi.org/10.1207/S15327809JLS1202_1

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

The importance of students' mathematical solutions to the problems they encounter in daily life is emphasised (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). According to NCTM (2000), the effect of mathematics on understanding the world and making life easier is undeniable and it is considered important for students to be able to transfer their mathematical knowledge to their daily lives (Ministry of National Education [MoNE], 2006). The use of real-life situations in mathematical modelling and the fact that mathematics and daily life are considered in the same context give students an insight into the usefulness of mathematics (English, 2003; Lesh & Doerr, 2003). However, mathematical modelling processes are cognitively challenging and complex for students because each step of the modelling cycle may involve cognitive barriers (Wendt et al., 2020). This is because for students, neither the mathematics to be used nor an adequate understanding of the real-world situation is provided. Therefore, the importance of metacognition in solving modelling problems is increasing (Vorhölter et al., 2019).

Goos (1998) associated metacognitive success with productive responses to ‘red flag situations’. If students recognise a red flag and take appropriate measures to deal with the difficulty, the process results in metacognitive success. Metacognitive failure occurs if students accept that nothing is wrong or propose solutions that are not correct and do not lead to a conclusion (Goos, 1998). Metacognitive failure includes three different types of responses that modellers give to red flag situations. These are metacognitive blindness, metacognitive mirages and metacognitive vandalism.

Determining metacognitive failures in the mathematical modelling process, identifying the factors that prevent metacognitive success are important in terms of preventing metacognitive failure. In the light of all this information, this study aimed to reveal the metacognitive failures of seventh grade students in the mathematical modelling process. For this purpose, red flag situations defined by Goos (1998) and three types of metacognitive failures were analysed. These are metacognitive blindness, metacognitive vandalism and metacognitive mirage. In line with this purpose, the question ‘What are the red flag situations and metacognitive failure types of seventh grade students in the mathematical modelling process?’ was sought to be answered.

Method

In this study, an explanatory/descriptive case study was used. The study group of the research consists of two students studying in the seventh grade of a public school in the Black Sea Region and selected by criterion sampling from purposeful sampling methods. The Football Field Problem was used as the data collection tool (Bukova-Güzel et al., 2016, p.148). Data were collected using the 'think aloud' interview technique. The data were analysed by transcribing the data obtained from think aloud and interviews, coding the thoughts that students could express, identifying red flags and metacognitive failures in the mathematical modelling process. In addition, metacognitive blindness, metacognitive mirage and metacognitive vandalism indicators were created based on the literature and data were coded according to these indicators.

Results and Discussion

In the mathematical modelling process of ST1, a red flag situation occurred four times in relation to error detection and lack of progress. Metacognitive blindness occurred five times as a result of ST1 making mistakes in his measurements and operations, trying to reach the result with wrong operations and not perceiving any error situation. ST1 made incorrect operations twice (Code. B1), continued his previous mistakes twice (Code. B2), and continued his wrong strategy once (Code. B3). Four metacognitive mirages emerged as a result of factors such as ST1 abandoning useful strategies by perceiving a problem that did not exist in the modelling process, not understanding whether he solved the problem correctly at some stages regardless of the red flag, and not determining the correct way to solve the problem. ST1 abandoned the useful strategy once (Code M1), changed the correct calculation once (Code M2), failed to think about the operations once (Code M4) and was confused about the result once (Code M5). Finally, when ST1 realised the red flag situation and gave more contradictory answers about the solution, two metacognitive vandalisms emerged. ST1 once changed the problem according to his own understanding (Code V1) and once continued his mistake with another mistake (Code V4).

In the mathematical modelling process, ST2 had three red flags related to abnormal results, error detection and lack of progress. Metacognitive blindness occurred six times as a result of ST2 trying to reach the result with wrong operations, failing to convert between units of measurement, obtaining results disconnected from real life context and not perceiving any error situation while doing these. ST2 continued the operations without realising her mistake four times (Code B1) and continued her previous mistakes twice (Code B2). ST2's new decisions after the red flag situation took him further away from the real solution and metacognitive vandalism occurred three times. Although ST2 realised the error twice, he continued the solution with another error (Code V4) and once he changed the problem according to his own understanding. No metacognitive mirage occurred in ST2's mathematical modelling process.

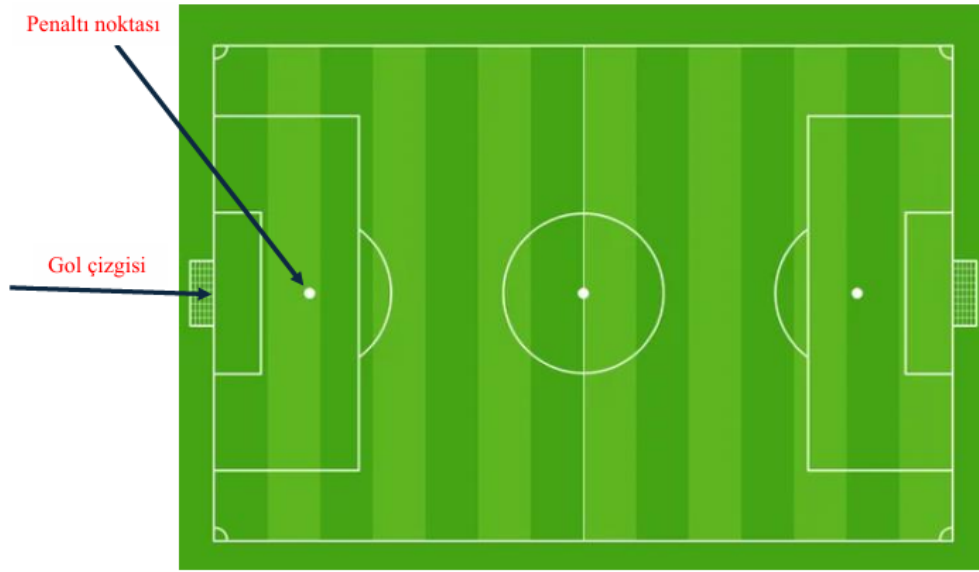
The use of problems involving the relationship between standard and non-standard units of measurement during the lesson will facilitate students in unit of measurement conversions. In the study conducted by Çiftçi and Tatar (2015), it was stated that most teachers did not use tools such as compasses and rulers in the lesson. Teachers should pay attention to using and making students use tools and equipment in addition to using paper and pencil while measuring. Showing alternative measurement tools (rope, etc.) in calculations of circle and arc lengths will make learning more meaningful. Although metacognitive knowledge and strategies help to eliminate the obstacles encountered on a modelling problem, an insight into the usefulness of metacognition should also be gained for the modelling process to be successful (Veenman, 2011). In this respect, teachers should help students in the use of metacognition and the acquisition of metacognitive skills.

EK

Çalışmada Kullanılan Matematiksel Modelleme Problemi

Futbol Sahası Problemi

Aşağıdaki resimlerde bir stadyum fotoğrafı ile bu stadyumun futbol sahasının çizimi verilmektedir. Penaltı noktası ile gol çizgisinin arasındaki mesafe 11 m dir.



Yukarıda verilen sahanın çizgilerinin boyanması gerekmektedir. Toplam ne kadar boya gideceğinin belirlenmesine yardımcı olmak için sahadaki tüm beyaz çizgilerin uzunlukları toplamının ne olacağını bulunuz. Tüm çizgilerin boyanması için sizce kaç kg boya harcanacaktır?

NOT: Problemden tüm beyaz çizgilerin uzunlukları toplamını bulduktan sonra bu çizgilerin boyanması için gerekli olan boya miktarının kaç kg olduğu sorulmaktadır. İnternette yapılan araştırmada beyaz çizgilerin eninin 12 cm'yi geçmemesi gerektiği ifade edilmektedir. Ayrıca internette yapılan araştırmada bir litre boya ile 9,45 m²'lik alan boyanabildiği bilgisi bulunmaktadır.