

BOŞLUKLU PERDELERİN İNDİRGENMİŞ RİJİTLİK MATRİSİNİN BELİRLENMESİ İÇİN PRATİK BİR YAKLAŞIM

Kanat Burak BOZDOĞAN, Duygu ÖZTÜRK

Ege Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Bornova-İZMİR

Özet: Çok katlı yapıların tasarımında mimari amaçlar doğrultusunda yaygın olarak kullanılan boşluklu perdelerin statik ve dinamik analizi için farklı yöntemler kullanılmaktadır. Ancak kullanılan yöntemler genellikle karmaşık işlemleri gerektirmektedir. Bu bildiride boşluklu perdelerin indirgenmiş rijitlik matrisi kullanılarak statik ve dinamik analizi için bir yaklaşım önerilmektedir. Çalışmada boşluklu perde eşdeğer bir sandviç kiriş olarak modellenmekte ve boşluklu perde elemana ait indirgenmiş rijitlik matrisi bu matematiksel modellemeden yararlanılarak elde edilmektedir. Yöntemde indirgenmiş rijitlik matrisi literatürde yer alan yaklaşımdan daha kolay ve hızlı olarak elde edilmekte ve kolaylıkla programlanabilmektedir. Çalışmada sunulan yaklaşımın yakınsaklığını araştırmak üzere literatürden alınan bazı örnekler çözülmüştür.

Anahtar Kelimeler: *Boşluklu perde, İndirgenmiş rijitlik matrisi, Statik analiz, Dinamik analiz*

A PRACTICAL APPROACH FOR DETERMINATION THE CONDENSED STIFNESS MATRIX OF COUPLED SHEAR WALL

Abstract: Different methods are used for the dynamic and static analysis of the coupled shear walls which are widely used in the design of multi-storey buildings according to the architectural aspects. However, these methods mostly require complex procedures. In this study, an approximation is suggested for the dynamic and static analysis of the coupled shear walls by using condensed rigidity matrix. Coupled shear wall is considered as an equivalent sandwich beam and condensed rigidity matrix of the coupled shear wall element is obtained by this idealization. With this method, condensed rigidity matrix can be obtained quickly and easier than the methods existing in the literature. Some examples taken from the literature are solved to investigate the convergence of the presented method. Examples demonstrate good agreement with the finite element method. The proposed method is simple and accurate enough to be used both at the concept design stage and final analyses. This method is suitable for implementation on any programs.

Keywords: *Coupled shear wall, Condensed rigidity matrix, Static analysis, Dynamic analysis.*

1.GİRİŞ

Mimari nedenlerle uygulamada yaygın olarak kullanılan boşluklu perdelerin dolu perdelerle göre hesabı boşluklardan dolayı artan hiperstatiklik derecesi nedeniyle zorlaşmaktadır. Boşluklu perde analiz yöntemlerinden uygulamada en yaygın olarak kullanılanları

- Eşdeğer çerçeve benzetimi ,
- Geniş kolonlu çerçeve benzetimi ,
- Sonlu elemanlar yöntemi ve
- Sürekli bağlantı yöntemi

olarak geçmektedir Boşluklu perdelerin statik ve dinamik analizine yönelik olarak literatürde bir dizi çalışma yapılmıştır. İlk kez Rosman [1] boşluklu perdelerin sürekli bağlantı yöntemiyle statik analizi için bir yaklaşım sunmuştur. Basu, Nagpal, Bajaj ve Guliani, özellikleri yapı yüksekliği boyunca değişmeyen boşluklu perdelerin dinamik karakteristiklerinin belirlenmesi için sürekli sistem hesap modelini esas alan bir yöntem önermişlerdir [2]. Li ve Choo [3] ise çalışmalarında sürekli bağlantı yöntemine göre boşluklu perdelerin dinamik analizi için bir yaklaşım önermişlerdir. Aksoğan, Arslan, Bikçe vd [4-6] güçlendiricili ve güçlendiricisiz çok sıra boşluklu perdelerin statik ve dinamik analizine yönelik sürekli bağlantı yöntemini esas alan bir dizi çalışma yapmışlardır .

Bu çalışmada ise, boşluklu perdelerin statik ve dinamik analizi için sürekli sistem hesap modelini esas alarak literatürde yer alan

yaklaşımlardan daha kolay ve hızlı bir şekilde indirgenmiş rijitlik matrisinin doğrudan elde edildiği bir yaklaşım sunulmuştur. Yaklaşımın geliştirilmesinde malzemenin doğrusal elastik olduğu kabul edilmiştir.

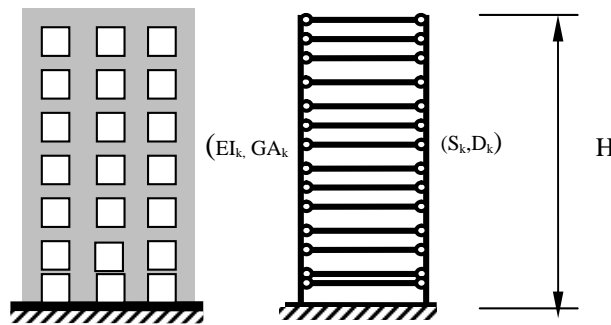
2.KULLANILAN YÖNTEM

Bu çalışmada öncelikle boşluklu perdenin matematiksel modeli doğrultusunda indirgenmiş rijitlik matrisi elde edilmiş, daha sonra statik ve dinamik analize ait işlem prosedürü sunulmuştur.

2.1.Boşluklu Perdenin İndirgenmiş Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi:

2.1.1 Matematiksel Model

Çalışmada boşluklu perde elemanlarının indirgenmiş rijitlik matrislerinin elde edilmesi için literatürde [1-2-3] sürekli bağlantı yöntemi veya sürekli sistem hesap modeli olarak bilinen hesap modelinden yararlanılmıştır. Buna göre boşluklu bir perde yatay yükler altında tam olarak ne bir Euler Bernoulli kirişi, ne de bir Timoshenko kirişi davranışı gösterir. Bu durumda bu iki davranışı içeren Sandviç olarak adlandırılan bir kiriş davranışı sergilemektedir [7]. Buna göre Şekil 1’ de görülen boşluklu perde, eşdeğer sandviç kiriş modeline uygun olarak iki Timoshenko kirişinin uçları mafsallı çubuklarla birleşiminden oluşmaktadır.



Şekil 1. Çok sıra boşluklu perdeye ait matematiksel model

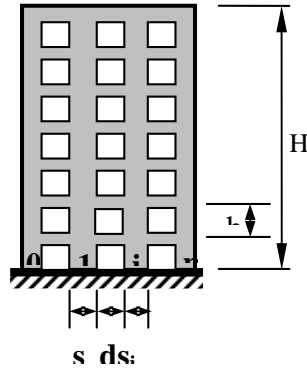
Burada $(EI)_k$ ve $(GA)_k$ sırasıyla boşluklu perdede k. kattaki dolu kısımların eğilme rijitlikleri toplamı ile kayma rijitlikleri toplamını, D_0 eksenel deformasyonların

katkısını gösteren eğilme rijitliğini temsil etmektedir. S_k ise, boşluklu perdenin k. katına ait kayma rijitliğini göstermekte ve

$$S_k = \sum \frac{6EI_{bi}[(d_i + s_i)^2 + (d_i + s_{i+1})^2]}{d_i^3 h \left(1 + \frac{12pEI_{bi}}{Gd_i^2 A_{bi}}\right)} \quad (1)$$

bağıntısıyla hesaplanmaktadır [6]. Şekil 2’de görüldüğü üzere, d_i boşluklu perdenin i . boşluk açıklığını, s_i ise boşluğun iki kenarı arasında kalan perde eksenleri arasındaki

mesafeyi, EI_{bi} ve GA_{bi} , sırasıyla bağ kirişinin eğilme ve kayma rijitliklerini, p ise poisson oranını göstermektedir.



Şekil 2. Boşluklu perde

2.1.2 İndirgenmiş Rijitlik Matrisi

Boşluklu perdenin dolu kısmına ait fleksibilite matrisi, kayma deformasyonlarının dikkate alınmasıyla ve eşdeğer bir Timoshenko kirişi kabulüyle elde edilmiştir. Boşluklu perdenin dolu kısmına ait fleksibilite matrisinin

elemanları çerçeve tipi yapılar için literatürde [8] yer alan yaklaşımın bu çalışma kapsamında boşluklu perdeler uyarlanması ile aşağıdaki bağıntılarla hesaplanabilir.

$$d_{ij} = d_{i-1,j} + d'_{i-1,j} \cdot h_i + \frac{(3h_i^2 H_j - H_i^3 - 2H_{i-1}^3 + 3H_i H_{i-1}^2)}{6EI_i} + \frac{h_i}{G(A_{si} - A_{si-1})}$$

$$d'_{ij} = d'_{i-1,j} + \frac{(2h_i H_j - H_i^2 - H_{i-1}^2)}{2EI_i} + \frac{1}{G(A_{si} - A_{si-1})} \quad (3)$$

$$d_{0j} = d'_{0j} = 0 \quad (4)$$

Bağıntılarda, H katın bina tabanından olan yüksekliğini, h kat yüksekliğini, EI ve GA sırasıyla boşluklu perde elemanın dolu kısmının toplam eğilme rijitliğini ve toplam kayma rijitliğini göstermektedir. Rijitlik

matrisi fleksibilite matrisinin tersine eşit olacağından, boşluklu perde elemanın dolu kısmına ait indirgenmiş rijitlik matrisi $k_{boşl}$,

$$\mathbf{k}_{boşo} = \mathbf{d}^{-1} \quad (5)$$

işlemi ile elde edilebilir. Şekil 1. de sağ taraftaki eşdeğer Timoshenko kirişinin fleksibilite matrisinin elemanları ise, özellikle

$$d_{ij} = d_{i-1,j} + d_{i-1,j}^l h_i + \frac{(3h_i^2 H_j - H_i^3 - 2H_{i-1}^3 + 3H_i H_{i-1}^2)}{6D_i} + \frac{h_i}{(S_i - S_{i-1})} \quad (6)$$

$$d_{ij}^l = d_{i-1,j}^l + \frac{(2h_i H_j - H_i^2 - H_{i-1}^2)}{2D_i} + \frac{1}{(S_i - S_{i-1})} \quad (7)$$

$$d_{0j} = d_{0j}^l = 0 \quad (8)$$

eşitliklerindeki ifadelerle kurulabilir. Bu bağıntılarda, S kayma rijitliğini göstermektedir. D_i ise eksenel

$$D_i = \sum EA_{ci} c_i^2 \quad (9)$$

bağıntısıyla hesaplanabilmektedir. Burada $\sum A_{ci} c_i^2$ ifadesi, dolu perdelerin ağırlık merkezlerine göre atalet momentlerini

$$\mathbf{k}_{boşo} = \mathbf{d}^{-1} \quad (10)$$

ifadesi ile elde edilebilir. Boşluklu perdenin toplam indirgenmiş rijitlik matrisi ise, paralel

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_{boşo} + \mathbf{k}_{boşo} \quad (11)$$

bağıntısıyla bulunabilmektedir.

2.2 Yatay Yükler Altında Statik Analiz

Kat hizalarına etkiyen yatay yük vektörü F olmak üzere indirgenmiş rijitlik matrisi ile kat hizalarına etkiyen yatay yükler arasında

$$F = k.u \quad (12)$$

bağıntısı vardır. Buradan u yatay kat yer değiştirmeleri vektörü

$$u = k^{-1}.F \quad (13)$$

bağıntısı ile bulunur. Boşluklu perdenin dolu kısmına düşen kuvvet vektörü ise

$$F_1 = k_{boş1}.u \quad (14)$$

dar ve yüksek yapılarda önem kazanan eksenel deformasyonların katkısı ile,

deformasyonların katkısını gösteren eğilme rijitliği olup,

göstermektedir. Kayma rijitliği ile birlikte eksenel rijitliğin oluşturduğu indirgenmiş rijitlik matrisi

bağlanmış yaylar için yay katsayılarının toplanabilirliğinden hareketle

şeklinde bulunur. Dolu kısma gelen kesme kuvveti ve moment değerleri ise (14) nolu bağıntı ile bulunan kuvvet vektörü yardımıyla kolaylıkla bulunabilir.

2.3 Dinamik Analiz

a) Serbest Titreşim Durumu:

Çok katlı boşluklu perdelerin serbest titreşim durumundaki dinamik analizi (11) nolu bağıntı

kullanılarak elde edilen indirgenmiş rijitlik matrisi ile m kütle matrisi yardımıyla

$$(\mathbf{k} - \omega^2 \mathbf{m}) \cdot \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (15)$$

denkleminin çözümünden elde edilebilir. Burada ω açısal frekansı ve u mod vektörlerini göstermektedir. (15) nolu frekans denklemi oluşturulduktan sonra açısal frekans ve modlar matematikten bilinen, özdeğer-özvektör problemi yardımıyla bulunabilir. Bunun için, literatürde sıkça kullanılan [9] Vektör İterasyonu (Stodola Vianello), Ters Vektör

İterasyonu (Rayleigh), Dunkerley Formülasyonu gibi herhangi bir yöntem kullanılabilir. (15) nolu bağıntıda geçen kütle matrisi, toplanmış kütle kabulüne göre oluşturulmuş bir köşegen matris olup indirgenmiş rijitlik matrisi boyutundadır.

b) Zorlanmış Titreşim Durumu :

Zorlanmış titreşim durumunda (11) numaralı indirgenmiş rijitlik matrisi k ve toplanmış kütle

matrisi m yardımıyla kabulüne uygun olarak oluşturulmuş kütle matrisi m yardımıyla

$$\mathbf{m} \cdot \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c} \cdot \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{P}(t) \quad (16)$$

şeklinde genel hareket denklemi elde edilir. Burada $P(t)$ zamana bağlı kuvvet vektörüdür. c ise, sönüm matrisini göstermekte olup yapı dinamiğinden bilindiği üzere m ve k matrisi şeklinde genel hareket denklemi elde edilir. Yukarıdaki diferansiyel denklemin

nümerik olarak çözümü için farklı bir çok yöntem kullanılabilir. Bunlardan başlıcaları Newmark-Beta, Wilson-Teta, Runge Kutta, M yer ivmesinin değişimini lineer olarak kabul eden ve ilk defa W.D.Iwan tarafından geliştirilen yöntemdir [10-11].

2.4 İşlem Aşamaları

Boşluklu perdelerin bu çalışmada önerilen indirgenmiş rijitlik matrisi kullanılarak statik kullanılarak statik ve dinamik analizi için aşağıda sunulan işlem adımları uygulanabilir

- Sırasıyla her bir kat için eğilme rijitliği, kayma rijitliği ile eksenel deformasyonların katkısını gösteren global eğilme rijitlikleri (EI,GA,S,D,) hesaplanır.

- (2) (11) nolu bağıntılarla tanımlanan indirgenmiş rijitlik matrisinin elemanları bulunur.
- Statik hesap için dış yük vektörü ile dinamik analize esas kütle matrisi oluşturulur.
- (13) nolu bağıntı ile kat deplasmanları,
- periyotlar ve modlar (15) nolu bağıntı ile tanımlanan frekans denklemi yardımıyla hesaplanır.

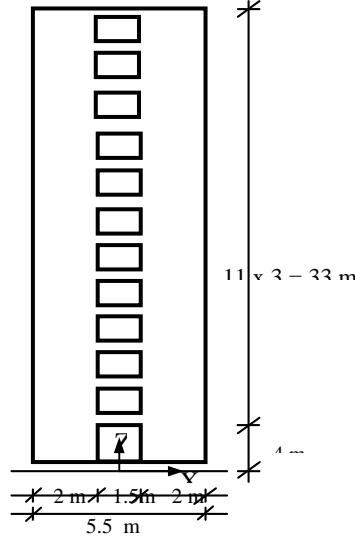
3. SAYISAL ÖRNEKLER

Bu çalışmada sunulan yöntemin uygunluğunu test etmek üzere literatürden alınmış üç örnek çözülmüş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Sayısal Örnek 1. Şekil 3'te görülen 12 katlı boşluklu perdeli sistem MATLAB [12]

programı yardımıyla önerilen yöntemle çözülmüştür. Aynı örnek Özmen ve diğerleri [13] tarafından sonlu elemanlar deplasman yöntemi ile analiz yapan SAP 2000 paket programı kullanılarak çözülmüştür. İlk beş moda ait elde edilen periyot değerleri ile ilk üç moda ait etkin kütle oranları Çizelge 1 ile

Çizelge 2’de karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. Sistemde perde ve bağ kirişlerinin kalınlıkları 25 cm, bağ kirişlerinin yükseklikleri 60 cm dir. Kat ağırlıkları, normal katlarda 350 kN çatı katında ise 250 kN olarak alınmıştır



Şekil 3. Örnek 1'e ait boşluklu perde taşıyıcı sistem

Çizelge 1. Örnek 1'e ait periyotlar (s)

Mod	Bu çalışma	Özmen vd.[13]
1.	0.99	0.96
2.	0.20	0.21
3.	0.09	0.09
4.	0.05	0.06
5.	0.04	0.04

Çizelge 2. Örnek 1'e ait etkin kütle oranları

Mod	Bu çalışma	Özmen vd. [13]
1.	0.684	0.691
2.	0.206	0.205
3.	0.054	0.053

Sayısal Örnek 2: Ref [5] den alınan ve özellikleri şekil 4 te görülen örnek, bu çalışmada sunulan yöntem ile MATLAB [12] programı kullanılarak çözülmüş ve maksimum tepe noktası deplasmanı ile perde tabanındaki moment değerleri referansla çizelge 3 ve çizelge 4 te karşılaştırılmıştır. Rijit temele oturan kat yüksekliği 2.9 m ve sistem yüksekliği 34.80 m olan çok sıra boşluklu perde, değişik genişlikte 3 duvardan oluşmaktadır. Sisteme tepe noktasında 1500

kN'luk tekil yük etki etmektedir. Bağlantı kirişlerinin boşluk bina yüksekliği boyunca sabit olup bağlantı kirişi yüksekliği 0.80 m'dir. Perde kalınlıkları tüm perdeler için 0.30 m olup tüm elemanlar için $E=20 \times 10^6$ kN/m² alınmıştır.

Verilen sayısal örneğin bu çalışmada önerilen indirgenmiş rijitlik matrisi yaklaşımıyla çözümünde aşağıdaki işlem adımları uygulanmıştır.

- (1) nolu bağıntı yardımıyla her katta eşit olan S_k değeri 7.5350×10^6 kN olarak hesaplanır.
- (9) nolu bağıntı yardımıyla eksenel deformasyonların katkısını gösteren D eğilme rijitliği her katta eşit olmak üzere 236631288 kNm² olarak hesaplanır.
- Boşluklu perdenin dolu kısımlarına ait toplam eğilme rijitliği ifadesi her bir katta aynı değeri almak üzere 18814036 kNm² olarak bulunur.
- Bulunan bu değerler yardımıyla (2)- (11) nolu bağıntılarla elemanları tanımlanan indirgenmiş rijitlik matrisi oluşturulur.
- Yatay yük vektörü $[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1500]^T$ şeklinde oluşturulur.
- (13) nolu bağıntı yardımıyla kat deplasmanları elde edilir.
- 14) nolu bağıntı kullanılarak dolu perde kısımlara gelen yatay yük hesaplanır ve buradan yararlanılarak moment ve kesme kuvveti ifadeleri bulunur.

Çizelge 3. Örnek 2'e ait Tepe noktası deplasmanları

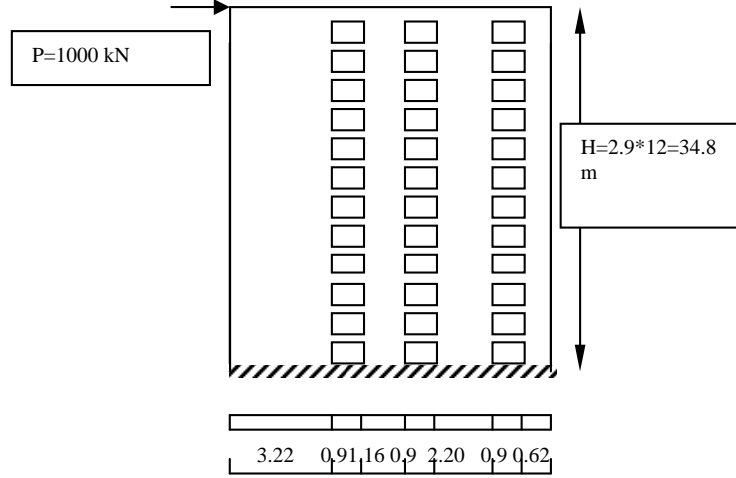
	Tepe noktası deplasmanı (m)
Bu çalışma	0.088
PAFEC [5]	0.089
Bikçe vd. [5]	0.088

Çizelge 4. Örnek 2'e ait Perde taban momentleri

	Tabandaki Perde Momenti (kNm)
Bu çalışma	5695.90
PAFEC [5]	6315.21
Bikçe vd. [5]	5857.87

Sayısal Örnek 3 Ref [5] ten alınan, rijit temele oturan kat yüksekliği 2.9 m ve sistem yüksekliği 34.80 m olan çok sıra boşluklu perde örneği, değişik genişlikteki 4 duvardan oluşmakta ve sisteme tepe noktasında 1000 kN'luk tekil yük etkimektedir. Bağlantı kirişlerinin boşluk genişliği bina yüksekliği boyunca sabittir. Perde kalınlıkları tüm

perdeler için 0.16 m olup tüm elemanlar için $E=20 \times 10^6$ kN/m² alınmıştır. Örnekte bağlantı kirişi yüksekliği ise 0.31 m alınmıştır. Sunulan örnek bu çalışmada açıklanan yöntem ile çözümlenerek referansta verilen çözümle Çizelge 5 ve 6 da karşılaştırılmıştır.



Şekil 4. Örnek 3'e ait çok sıra boşluklu perde ve enkesiti.

Verilen sayısal örneğin bu çalışmada önerilen indirgenmiş rijitlik matrisi yaklaşımıyla çözümünde aşağıdaki işlem adımları uygulanmıştır

matrisi yaklaşımıyla çözümünde aşağıdaki işlem adımları uygulanmıştır

- (1) nolu bağıntı yardımıyla her katta eşit olan S_k değeri 5.4682×10^6 kN olarak hesaplanır.
- (9) nolu bağıntı yardımıyla eksenel deformasyonların katkısını gösteren D eğilme rijitliği her katta eşit olmak üzere 192000000 kNm² olarak hesaplanır.
- Boşluklu perdenin dolu kısımlarına ait toplam eğilme rijitliği ifadesi her bir

katta aynı değeri almak üzere 12222259.20 kNm² olarak bulunur.

- Bulunan bu değerler yardımıyla (2)-(11) nolu bağıntılarla elemanları tanımlanan indirgenmiş rijitlik matrisi oluşturulur.
- Yatay yük vektörü $[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1000]^T$ şeklinde oluşturulur.
- (13) nolu bağıntı yardımıyla kat deplasmanları elde edilir.
- (14) nolu bağıntı kullanılarak dolu perde kısımlara gelen yatay yük hesaplanır ve buradan yararlanılarak moment ve kesme kuvveti ifadeleri bulunur

Çizelge 5. Örnek 3'e ait Tepe noktası deplasmanları

	Tepe noktası deplasmanı (m)
Bu çalışma	0.080
SAP 90 [5]	0.077
Bikçe vd. [5]	0.074

Çizelge 6. Örnek 3'e ait Perde taban momentleri

	Tabandaki Perde Momenti (kNm)
Bu çalışma	3262.9
SAP 90 [5]	4104
Bikçe vd. [5]	3483.5

4. SONUÇ:

Bu çalışmada boşluklu perdelerin statik ve dinamik analizi için indirgenmiş rijitlik matrisini esas alan bir yaklaşım sunulmuştur. Çalışmada sunulan yöntemde indirgenmiş

rijitlik matrisi, literatürde yer alan indirgenmiş rijitlik matrislerinden daha kolay ve pratik olarak oluşturulmaktadır. Çalışmanın sonunda yöntemin yakınsaklığını araştırmak üzere sunulan sayısal örneklerden yöntemin yeter derecede yakınsak olduğu görülmüştür. Sonuç olarak bu çalışmada sunulan yöntemin boşluklu perdelerin ön boyutlandırma ve nihai boyutlandırma aşamalarında güvenle kullanılabilmesine inanılmaktadır.

5.KAYNAKLAR:

- [1]Rosman,R.,“Approximate Analysis of Shear Walls Subject to Lateral Loads”, Proceedings of the American Concrete Institute, 61(6),717-734. (1964)
- [2] Basu, A., Nagpal, A., K., Bajaj, R., S., Guliani, A., , “Dynamic Characteristics of Coupled Shear walls”, ASCE, Journal of Structural Division,Vol.105, pp1637-1651 (1979)
- [3] Li G.Q, Choo B., S., “A Continuous-discrete Approach to the Free Vibration Analysis of Stiffened Pierced Walls on Flexible Foundations”, International Journal of Solids and Structures, 33(2):249-263.(1996)
- [4] Aksoğan, O., Arslan, H., M., Choo, B., S., “Forced Vibration Analysis of Stiffened Coupled Shear Walls Using Continuous Connection Method,Engineering Structures”, 25, pp499-506.(2003)
- [5] Bikçe, M., Aksoğan, M., “Çok Sıra Boşluklu Perdelerin Sürekli Bağlantı Yöntemi Kullanılarak Analizi”, Ç.Ü.Müh Mim Fak.Dergisi, Cilt:12, Sayı:1-2 (1997)
- [6]Emsen,E,Arslan,H,M,Aksoğan,O, ”İki Sıra Boşluklu Perdelerde Sürekli Bağlantı ve Sonlu Elemanlar Yöntemlerine Göre Elde Edilen Sonuçların Karşılaştırılması”, XIII.Ulusal

Mekanik Kongresi Bildiriler Kitabı,s:349-358 (2003)

[7]Potzta,G.,Kollar,L.P, ”Analysis of Building Structures by Replacement Sandwich Beams”., International Journal of Solids and Structures vol:40, pp.535-553

[8]Kılar, V., Fajfar, P.,1997. “Simple Push-Over Analysis of Asymmetric Buildings”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol:26,233-249,(1997)

[9]Chopra, A.K, ”Dynamics of Structures”, Prentice Hall International, Inc, New Jersey (1995).

[10] Clough, R.W, Penzien, J, “Dynamics of Structures”, McGraw-Hill, Singapore(1993)

[11] Paz, M., “Structural Dynamics”, Chapman,Hall , New-York (1997)

[12] MATLAB V7.1 2004, Users Manual, Mathworks Inc. , USA

[13] Özmen,G, Orakdöğen, E, Darılmaz, K, , “Örneklerle Sap 2000-V8”, Birsen Yayınları, 293s, (2004)

