

ÇOK KATLI YAPILARIN İNDİRGENMİŞ RİJİTLİK MATRİSİ İLE STATİK VE DİNAMİK ANALİZİ

Kanat Burak BOZDOĞAN, Duygu ÖZTÜRK

Ege Üniv. Müh Fak. İnşaat Müh. Böl.

Özet: Çok katlı çerçevelerin yatay yükler tesirindeki analizi, Sigalov Yöntemi ile pratik olarak yapılabilmektedir. Bu çalışmada, Sigalov Yöntemi çerçeveler ile birlikte perde ve/veya boşluklu perde düşey elemanlarının da yer aldığı üç boyutlu çok katlı yapıların statik ve dinamik analizine adapte edilmiştir. Bu makalede, eğilme ve eksenel deformasyon etkilerinin ikisi de göz önüne alınmıştır. Döşemeler kendi düzlemlerinde rijit diyafram olarak kabul edildiğinden, her katta, asal eksenler yönünde iki öteleme ve düşey eksen etrafında bir dönme olarak üç serbestlik derecesi alınmıştır. Çerçeve, perde ve boşluklu perde elemanlarından oluşabilen taşıyıcı sistemler için indirgenmiş rijitlik matrisleri elde edilmiş ve işlem prosedürü açıklanmıştır. Sunulan hesap yöntemi Matlab ortamında kolaylıkla programlanabilmekte ve sonuca kısa zamanda ulaşılabilir. Yöntem literatürden alınan çeşitli sayısal örneklerle test edilmiş ve sonuçlar karşılaştırılarak değerlendirilmiştir.

Anahtar Kelimeler : *Sigalov Yöntemi, Çok Katlı Yapı, İndirgenmiş Rijitlik Matrisi*

STATIC AND DYNAMIC ANALYSIS OF MULTISTOREY BUILDINGS BY CONDENSED STIFFNESS MATRIX

Abstract: The Sigalov Method has been used for static analysis of multistory planar frames subjected to horizontal loads. In this study, The Sigalov Method is adapted to the static and dynamic analyses of multistory structures which consists of frames, shear walls and/or coupled shear walls. In this paper, the bending deformations and axial deformations are both considered. As the floor systems are accepted rigid in their own planes, three degrees of freedom; two displacements and a rotation, are taken at each storey. The condensed stiffness matrices of frames, shear walls and coupled shear walls are obtained and the calculation procedure is explained. The presented method can be programmed easily by using the Matlab and the results can be obtained without time consuming. The method is tested by some examples taken form the literature and the results are compared and evaluated.

Keywords: *Sigalov Method, Multistory Building, Condensed Stiffness Matrix*

*Sorumlu Yazar

kanat.burak.bozdogan@ege.edu.tr

1.GİRİŞ:

Literatürde çok katlı yapıların statik ve dinamik analizine yönelik olarak bir çok çalışma mevcuttur bunlardan en önemlisi Çakıroğlu ve Özmen tarafından sunulmuş olan çalışmadır [1].Çalışmada perde ve çerçeveler arasındaki bağ kuvvetleri bilinmeyen olarak dikkate alınarak kuvvet yöntemine dayanan bir yöntem önerilmiştir.

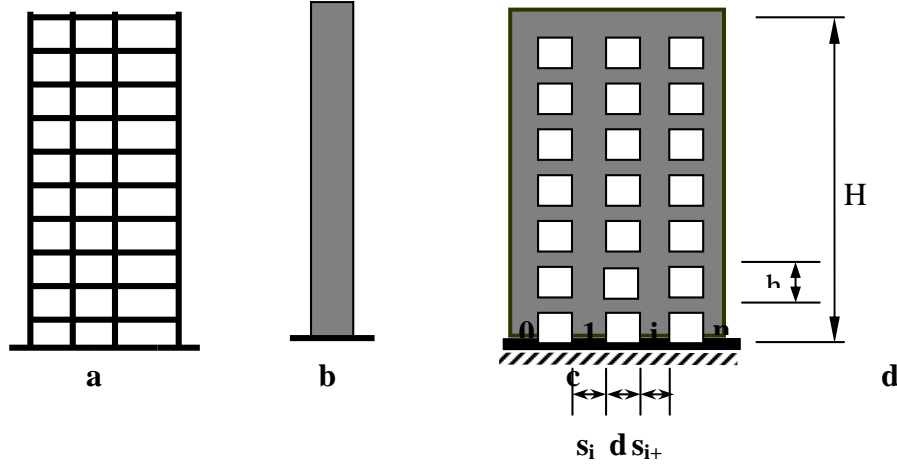
Çok katlı çerçevelerde yatay yükler altında oluşacak deplasmanların bulunması için kullanılan yöntemlerden birisi de Sigalov yaklaşımıdır. Yöntemde, kolonlarda birinci kat dışında moment sıfır noktalarının kolon ortalarında, birinci katta ise tek katlı bir yapının moment sıfır noktasıyla aynı yerde olduğu, kayma ve eksenel şekil değiştirmelerin ihmal edildiği kabulleri yapılmıştır [2],[3],[4],[5]. Yöntem yardımıyla çok katlı

düzlem çerçevelerin indirgenmiş esneklik matrisi kolaylıkla kurulabilmektedir. Dolu perde elemanlar ise perde davranışına uygun olarak eşdeğer konsol eğilme kirişi gibi dikkate alınmakta ve indirgenmiş esneklik matrisi bu kabule bağlı olarak yazılabilmektedir. Bu çalışmada, çok katlı yapıların statik ve dinamik analizi için bu yöntemi esas alan bir yaklaşım sunulmuştur. Sigalov metodunda verilmiş olan bağıntılara literatürdeki çalışmalarda ihmal edilen eksenel şekil değiştirme etkileri de adapte edilmiştir. Ayrıca taşıyıcı sistemde çerçeveler ile birlikte dolu perde ve boşluklu perde elemanlarının da kullanılabilmesi sağlanmıştır. Böylece elde edilen bir dizi bağıntı Matlab ortamında kolayca programlanabilmekte ve çok katlı bir yapının statik ve dinamik analizi pratik olarak yapılabilmektedir.

2. Kullanılan Yöntem

Çalışmada, Şekil 1. de görülen, sırasıyla çerçeve, dolu perde ve boşluklu perde

elemanların indirgenmiş rijitlik matrisleri aşağıdaki gibi elde edilmiştir.



Şekil 1. a). Çerçeve b) Dolu perde c). Boşluklu perde

2.1.Çerçeve Eleman

Çerçeve elemanların esneklik matrisinin kurulmasında ülkemizde Sigalov yöntemi adıyla anılan prosedürdeki bağıntılar

kullanılmıştır [1],[5]. Söz konusu eşitlikler genel olarak aşağıda verilmiştir

$$dk_{11} = \frac{h_1^2}{12} \left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{4b_1 + 0.33c_1} \right) \quad dk_{12} = dk_{1j} = dk_{11} + \frac{h_1 h_2}{48b_1 + 4c_1} \quad (1)$$

$$dk_{22} = dk_{11} + \frac{h_2^2}{12} \left(\frac{1}{c_2} + \frac{1}{4b_1} + \frac{1}{4b_2} \right) + \frac{h_1 h_2}{24b_1 + 2c_1} \quad (2)$$

$$dk_{ii} = dk_{i-1,i-1} + \frac{h_i^2}{12} \left(\frac{1}{c_i} + \frac{1}{4b_{i-1}} + \frac{1}{4b_i} \right) + \frac{h_{i-1} h_i}{24b_{i-1}} \quad (3)$$

$$dk_{ij} = dk_{ii} + \frac{h_i h_{i+1}}{48b_i} \quad (4)$$

$$c_i = \sum \frac{EI_{cik}}{h_i}, \quad b_i = \sum \frac{EI_{bik}}{L_k} \quad (5)$$

Bu ifadelerde yer alan c ve b sırasıyla kolon ve kirişlerin bir kattaki redörlerini, dk_{ij} esneklik matrisinin elemanlarını, n yapının kat sayısını, h ise kat yüksekliklerini temsil etmektedir.

Yukarıdaki bağıntıların elde edilmesinde özellikle dar ve yüksek yapılarda önem kazanan kolonlardaki eksenel deformasyonlarının etkisi dikkate

alınmamıştır. Bu çalışma kapsamında bu etkiler de dikkate alınmıştır. Bunun için (1) – (5) eşitlikleri ile oluşturulan ve yalnızca eğilme rijitliklerinin esas alındığı fleksibilite matrisine, eksenel deformasyonların oluşturduğu fleksibilite matrisi eklenmelidir. Eksenel deformasyonların oluşturduğu fleksibilite matrisinin elemanları ise,

$$de_{ij} = de_{i-1,j} + de'_{i-1,j} h_i + \frac{(3h_i^2 H_j - H_i^3 - 2H_{i-1}^3 + 3H_i H_{i-1}^2)}{6ER_i} \quad (6)$$

$$de'_{ij} = de'_{i-1,j} + \frac{(2h_i H_j - H_i^2 - H_{i-1}^2)}{2ER_i} \quad (7)$$

$$de_{0j} = de'_{0,j} = 0 \quad (8)$$

ifadeleri ile elde edilebilirler. Bu eşitliklerde, de_{ij} eksenel deformasyonların oluşturduğu esneklik matrisinin elemanlarını, h kat yüksekliklerini, H incelenen katın yapı

tabanından olan yüksekliğini göstermektedir. ER ise bir katın eksenel rijitliğini ifade etmekte olup,

$$ER_i = \sum EA_{cti}^2 \quad (9)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır. Burada ise, $\sum A_{cti}^2$ kolonların plandaki ağırlık merkezlerine göre atalet momentleri toplamını

göstermektedir. Bu durumda çerçeve elemana ait toplam fleksibilite matrisi d,

$$d = dk + de \quad (10)$$

toplamı ile oluşturulmaktadır.

2.2 Dolu Perde Eleman

Taşıyıcı dolu perdelerin esneklik matrisi, bu tür düşey elemanların yatay yükler altında eğilme davranışı gösterdikleri kabulüyle,

eşdeğer bir eğilme kirişine analog olarak elde edilmiştir. Perde elemana ait sonuç fleksibilite matrisinin elemanları aşağıda sunulmuştur.

$$d_{ij} = d_{i-1,j} + d'^{i-1,j} \cdot h_i + \frac{(3h_i^2 H_j - H_i^3 - 2H_{i-1}^3 + 3H_i H_{i-1}^2)}{6EI_i} + \frac{h_i}{G(A_{si} - A_{si-1})} \quad (11)$$

$$d'^{i,j} = d'^{i-1,j} + \frac{(2h_i H_j - H_i^2 - H_{i-1}^2)}{2EI_i} + \frac{1}{G(A_{si} - A_{si-1})} \quad (12)$$

$$d_{0j} = d'^{0j} = 0 \quad (13)$$

Bağıntılarda, H katın bina tabanından olan yüksekliğini, h kat yüksekliğini, EI perde

elemanın eğilme rijitliğini ve GA ise perde elemanın kayma rijitliğini göstermektedir.

2.3 Boşluklu Perde Eleman:

Boşluklu bir perde yatay yükler altında tam olarak ne bir Euler Bernouilli kirişi ne de bir Timoshenko kirişi davranışı gösterir. Bu durumda bu iki davranışı içeren Sandviç olarak adlandırılan bir kiriş davranışı sergilemektedir [6]. Bu nedenle boşluklu perdeler bağlantısız perdeler ile bağlantı kirişlerinin yerini alan çok

katlı fiktif bir çerçeve olarak ele alınmaktadır. Bu tür düşey elemanlardaki indirgenmiş esneklik matrisi ise dolu kısımdaki perdenin ve fiktif çerçevenin oluşturduğu kayma davranışını göstermek üzere iki kısımdan oluşmaktadır. Boşluklu kirişin eşdeğer kayma rijitliği ifadesi ise,

$$S_k = \sum \frac{6EI_{bi}[(d_i + s_i)^2 + (d_i + s_{i+1})^2]}{d_i^3 h (1 + \frac{12pEI_{bi}}{Gd_i^2 A_{bi}})} \quad (14)$$

bağıntısıyla hesaplanmaktadır [6]. Bu eşitlikte, d_i boşluklu perdenin i. boşluk açıklığını, s_i ise boşluğun iki kenarı arasında kalan perde eksenleri arasındaki mesafeyi, EI_{bi} ve GA_{bi} , sırasıyla bağ kirişinin eğilme ve kayma

rijitliklerini, p ise poisson oranını göstermektedir.

Boşluklu perdenin dolu kısmına ait fleksibilite matrisi, dolu elemana benzer şekilde aşağıdaki bağıntılarla hesaplanabilir.

$$d_{ij} = d_{i-1,j} + d^l_{i-1,j} h_i + \frac{(3h_i^2 H_j - H_i^3 - 2H_{i-1}^3 + 3H_i H_{i-1}^2)}{6EI_i} + \frac{h_i}{G(A_{Si} - A_{Si-1})} \quad (15)$$

$$d^l_{ij} = d^l_{i-1,j} + \frac{(2h_i H_j - H_i^2 - H_{i-1}^2)}{2EI_i} + \frac{1}{G(A_{Si} - A_{Si-1})} \quad (16)$$

$$d_{0j} = d^l_{0j} = 0 \quad (17)$$

Bağıntılarda, H katın bina tabanından olan yüksekliğini, h kat yüksekliğini, EI ve GA sırasıyla boşluklu perde elemanın dolu kısmının toplam eğilme rijitliğini ve toplam

kayma rijitliğini göstermektedir. Rijitlik matrisi fleksibilite matrisinin tersine eşit olacağından, boşluklu perde elemanın dolu kısmına ait indirgenmiş rijitlik matrisi $k_{boş1}$,

$$k_{boş1} = d^{-1} \quad (18)$$

İşlemi ile elde edilebilir. Bağ kirişlerin fleksibilite matrisinin elemanları ise özellikle

dar ve yüksek yapılarda önem kazanan eksenel deformasyonların katkısı göz önüne alınarak

$$d_{ij} = d_{i-1,j} + d^l_{i-1,j} h_i + \frac{(3h_i^2 H_j - H_i^3 - 2H_{i-1}^3 + 3H_i H_{i-1}^2)}{6D_i} + \frac{h_i}{(S_i - S_{i-1})} \quad (19)$$

$$d^l_{ij} = d^l_{i-1,j} + \frac{(2h_i H_j - H_i^2 - H_{i-1}^2)}{2D_i} + \frac{1}{(S_i - S_{i-1})} \quad (20)$$

$$d_{0j} = d^l_{0j} = 0 \quad (21)$$

eşitliklerindeki ifadelerle kurulabilir. Bu bağıntılarda, H katın bina tabanından olan yüksekliğini, h kat yüksekliğini, S kayma

rijitliğini göstermektedir. D ise eksenel deformasyonları temsil etmek üzere eksenel rijitlik olup,

$$D_i = \sum EA_{ci} c_i^2 \quad (22)$$

Bağıntısıyla hesaplanabilmektedir. Burada $\sum A_{ci} c_i^2$ ifadesi dolu perdelerin ağırlık merkezlerine göre atalet momentlerini göstermektedir. Kayma rijitliği ile birlikte

eksenel rijitliğin oluşturduğu kısmın indirgenmiş rijitlik matrisi ise (18) eşitliğine benzer olarak,

$$k_{boş2} = d^{-1} \quad (23)$$

ifadesi ile elde edilebilir. Boşluklu perdenin toplam indirgenmiş rijitlik matrisi ise paralel

bağlanmış yayların, yay katsayılarının toplanabilirliğinden hareketle,

$$k = k_{boş1} + k_{boş2} \quad (24)$$

olarak yazılabilir.

3. İşlem Prosedürü

Yukarıda farklı taşıyıcı elemanlar için detaylı bağıntıların verildiği yonteme ait sayısal işlemler Matlab ortamında [7] hazırlanan küçük boyutlu bir program ile pratik olarak yapılmıştır. İşlemlerde takip edilen ana aşamalar aşağıda sıralanmıştır.

- 1) Düşey kesitlerdeki her bir aksta yer alan elemanların (çerçeve, perde, boşluklu perde, birleşik çerçeve) indirgenmiş rijitlik matrislerinin yukarıda verilen ilgili bağıntılar yardımıyla kurulması.
- 2) Bulunan rijitlik matrislerinin, öteleme matrisleri yardımıyla kütle merkezine taşınarak

toplanması. Öteleme matrisleri, hesap yapılan aksdaki rijitlik ifadelerini kütle merkezine taşınmasını sağlarlar ve taşıyıcı elemanların ağırlık merkezlerinin kütle merkezinde yer alan global eksenlerine göre olan koordinatlarına bağlı olarak oluşturulurlar.

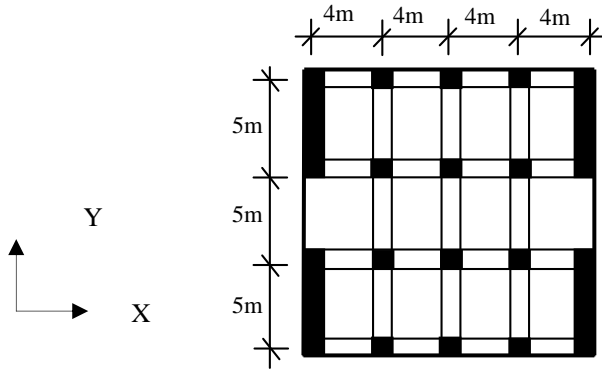
- 3) Kütle merkezindeki sistem rijitlik matrisi, kuvvet vektörü ve kütle matrisi yardımı ile statik ve dinamik haldeki bilinmeyenler hesaplanır. Kuvvet vektörü kat hizalarına etki eden dış yükleri temsil etmektedir. Kütle matrisi ise kat ağırlıklarına bağlı olarak ayrık kütle hesap modeline göre oluşturulur.

4. Sayısal Örnekler

Çalışmada sunulan yaklaşımın test edilmesi amacıyla literatürden alınan çeşitli sayısal örnekler incelenmiştir.

Örnek 1. Şekil 2. de planı verilen 6 katlı yapıda tüm kolonlar 0.30m x 0.60 m, tüm kirişler 0.25m x 0.50m, perdeler 0.30m x 5m, döşeme kalınlığı $d=0.12$ m, düşey zati yük $g=5$ kN/m², düşey hareketli yük $p=2$ kN/m² ve $E=$

3×10^9 kN/m² olarak alınmıştır. Örnek yapı kat hizalarına etkiyen yatay yükler altında eşdeğer deprem yükü yöntemi kullanılarak Y eksen yönünde hem bu çalışmada sunulan yöntemle hem de SAP 2000 hazır paket programıyla [8] çözülmüş ve elde edilen kat deplasmanları ile kat kesme kuvvetleri Çizelge 1. ve Çizelge 2 de karşılaştırılmıştır.



Şekil 2. Örnek 1e ait kat planı

Çizelge 1. Örnek 1.e ait kat deplasmanları

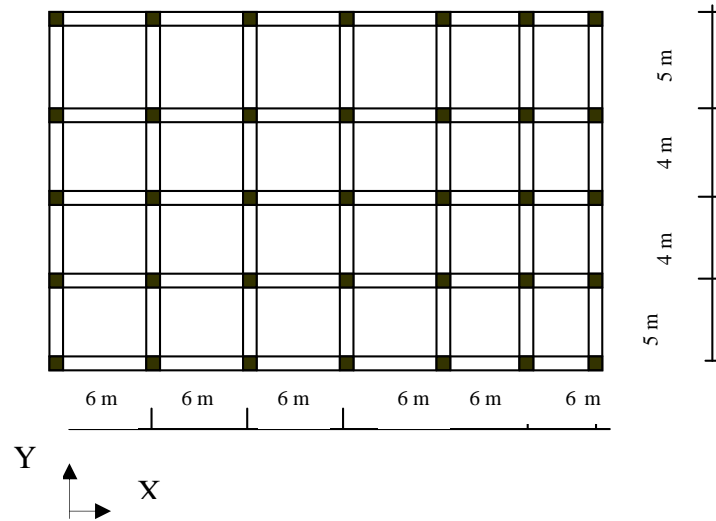
Kat	Bu çalışma (mm)	SAP 2000 (mm)
1. kat	0.2	0.3
4.kat	1.9	2.0
6 kat	3.4	3.4

Çizelge 2. Örnek 1. e ait kat kesme kuvvetleri

Kat	Bu çalışma (ton)	SAP 2000 (ton)
1. kat	1009.1	1016.5
4.kat	622.9	609.3
6 kat	174.9	164.5

Örnek 2. Şekil 3. de normal kat kalıp planı verilen 8 katlı yerinde dökme betonarme çerçevesi sistemde, kat yükseklikleri 3.5m, kirişler 25cm/50cm ve kolonlar 60cm/60cm olarak verilmiştir [9]. Birinci derece deprem bölgesi ile Z3 yerel zemin sınıfı

üzerinde yapılması düşünülen yapının dinamik analizi ve Y yönündeki statik analizi burada sunulan yöntem ile yapılmış ve sonuçlar Çizelge 3 ve 4. de karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Örnekte % 5 lik ek eksantrisite dikkate alınmıştır.



Şekil3. Örnek 2. e ait kat planı

Çizelge 3. Örnek 2. e ait kat deplasmanları

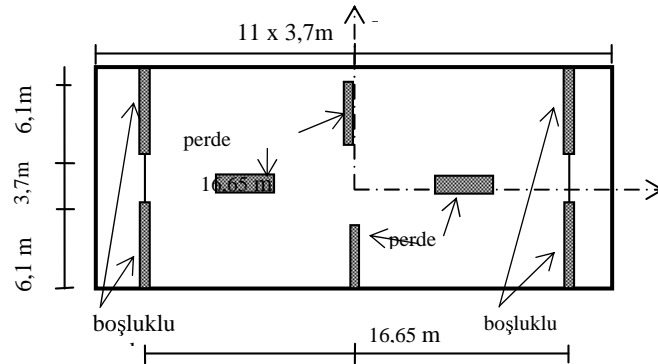
Kat	Bu çalışma (m)	Ref [9] (m)
1. kat	0.037	0.040
4.kat	0.0278	0.0270
8 kat	0.0464	0.0466

Çizelge 4. Örnek 2. e ait 1. doğal titreşim periyodu

Bu çalışma (sn)	Ref [9] (sn)
1.11	1.11

Örnek 3 .Kaynak [10] ‘dan alınan ve Şekil 4 de planı görülen çok katlı yapıda kat adedi 28, kat yükseklikleri 2.97 m ve birim boya düşen ağırlık ise 280640 kg/m dir. Dolu perde elemanlarının her birinin eğilme rijitliği $EI=8.85 \times 10^7$ kNm², boşluklu perdelerin her birinin eğilme rijitliği $EI=1.77 \times 10^8$ kNm² ve yine boşluklu perdelerde eksenel deformasyonların oluşturduğu eğilme rijitliği

$D_o=1.37 \times 10^9$ kNm², boşluklu perdeleri birleştiren bağ kirişlerinin kesit alanları ve atalet momentleri ise sırasıyla $A_b=1.4640$ m², $I_b=5.97 \times 10^{-4}$ m⁴ olarak verilmiştir [10]. Taşıyıcı sistemin z eksenine doğrultusundaki 1. periyot ve taban kesme kuvveti Eurocode 8. de yer alan spektrum dikkate alınarak çalışmada açıklanan prosedüre göre bulunmuş ve sonuçlar Çizelge 5 te karşılaştırılmıştır.

**Şekil 4.** Örnek 3. 'e ait taşıyıcı

Yöntemin uygulanmasında gerekli olan parametrelerin hesabı aşağıda sunulmuştur;

- $H=83.2\text{m}$, $h=2.97\text{m}$, $\nu=0.2$ olarak verilmiştir.
- GA , Kayma rijitliği ifadesi (14) nolu bağıntıdan her katta aynı olmak üzere, her iki boşluklu perde için eşit değerlerde olan, $d_i=3.7\text{m}$, $s_i = s_{i+1}=6.1\text{m}$
- $EI_b=2.3 \times 10^7 \times 5.79 \times 10^{-4}=13.317 \times 10^3 \text{ kNm}^2$,
 $GA_b=9.58 \times 10^6 \times 0.07=6.706 \times 10^5 \text{ kNm}^2$
yerlerine yazılırsa $S=9.99 \times 10^4 \text{ kN}$ olarak hesaplanır.

Tüm yapı için z eksenini yönündeki taşıyıcı sistemin toplam eğilme rijitliği EI , dolu ve boşluklu perdelerin eğilme rijitliklerinin toplamından,

$$EI=(8.85 \times 10^7 + 1.77 \times 10^8) \times 2 \text{ adet} = 5.31 \times 10^8 \text{ kNm}^2,$$

toplam eksenel rijitlik ifadesi, $D=2 \text{ adet} \times 1.37 \times 10^9 = 2.74 \times 10^9 \text{ kN m}^2$ ve 2 adet boşluklu perde için toplam eşdeğer kayma rijitliği; $S=2 \times 9.99 \times 10^4 = 19.98 \times 10^4 \text{ kN}$ olarak bulunur.

Çizelge 5. Örnek 3. e ait 1. doğal titreşim periyodu ve Taban Kesme Kuvveti (V_t)

	Bu çalışma	[10]	Etabs [10]
1.Periyot (sn)	7.0397	7.197	6.888
$V_t(\text{kN})$	1442.46	1310.30	1481.45

5.Sonuç

Bu çalışmada taşıyıcı sistemi perde ve/veya çerçevelerden oluşan çok katlı yapıların indirgenmiş rijitlik matrisi ile statik ve dinamik analizi için bir yaklaşım sunulmuştur. Geliştirilen işlem prosedürü ile çerçeve, perde, boşluklu perde ve bileşik çerçeve elemanlarının indirgenmiş rijitlik matrisine doğrudan ulaşılmaktadır. Taşıyıcı sistemde eksenel deformasyon ve burulma etkileri de çözüme esas olan indirgenmiş rijitlik matrisine adapte edilmiştir. Matlab ortamında hazırlanan

program kullanılarak literatürden alınan çeşitli sayısal örnekler test edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, literatürde Sonlu Elemanlar Yöntemi ile yapılan analiz sonuçları ile karşılaştırıldığında, birbiriyle uyumlu değerlerin elde edildiği görülmüştür. Sunulan prosedürün özellikle çok katlı yapıların ön ve nihai tasarımlarında ve hazır paket program çıktılarının kontrolü aşamalarında güvenle ve kolaylıkla kullanılabilmesi değerlendirilmiştir.

6.KAYNAKLAR

- [1]Çakıroğlu,A.,Özmen,G.,Özer,E.,1979, "Betonarme Sistemlerin Yatay Yüklere Göre Projelendirilmesi",TMMOB İnşaat Mühendisleri Odası İstanbul Şubesi 1979.
- [2] Sıgalov,E.,Murasev,S.,Baikov,V., 1976, "Design of Reinforced Concrete Structures", Mir Publishers, Moscow
- [3]Çelebi, Ü., Ertutar, Y., Çatal, H. H., 1994. "Çok Katlı Çerçevelerin Yatay Yüklere Altında Dinamik Hesabı İçin Bir Yöntem", Dinamik Sistemler Sempozyumu, Uludağ, Bursa

- [4] Ertutar, Y., 1995. "Betonarme Yüksek Yapılarda Yatay Yük Etkisi", DEÜ Mühendislik Fakültesi Yayınları no:253, 25s.
- [5]Kılar, V., Fajfar, P.,1997. "Simple Push-Over Analysis of Asymmetric Buildings", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol:26,233-249
- [6]Potzta,G,Kollar,L.P,2003,"Analysis of Building Structures by Replacement Sandwich Beams".International Journal of Solids and Structures vol:40,pp.535-553
- [7]MATLAB V7.1 2004, Users Manual, Mathworks Inc. , USA
- [8]SAP2000 6.10, 2000, Computers and Structures, Inc. Berkeley, California, USA

- [9]Çağatay,H,İ, Güzeldağ, S, 2002,“Yeni Deprem Yönetmeliği (Tdy-98) Sap 2000N Uygulamaları”, Birsen Yayınları, 214s
[10] Tarjan G., Kollar P. L.,2004, “Approximate Analysis of Building

Structures with Identical Stories Subjected Earthquakes” International Journal of Solids and Structures,Vol.41, No.5-6,p.1411-1423.

Geliş Tarihi: 17/01/2006

Kabul Tarihi: 04/03/2006