

## UNTERSUCHUNG DER KRAFTEINLEITUNG BEI KUGELFÖRMIGEN TRAGWERKEN

**Zakir TAŞ \***

Technologisches Institut Gebze, Fakultät für Ingenieurwesen, 41400 Gebze – Kocaeli, TÜRKİYE

**Zusammenfassung:** Im Rahmen dieser Arbeit beschäftigte man sich mit dem Krafteinleitungsproblem, das in vielen Bereichen des Leichtbaus auftritt. Hier wurde nur das lokale Krafteinleitungsproblem behandelt, was z. B. bei der Stützung eines kugelförmigen Tragwerkes der Fall ist und als Aufgabe für diese Arbeit zugrunde gelegt wird. Das Problem der Schubkrafteinleitung über eine Einzelsteife in eine isotrope Scheibe, die beim exzentrischen Gurt mit der Platte gekoppelt wird, wurde analytisch und numerisch untersucht. Um die Rechnung durchführen zu können, wurde ein mathematisches Modell gebildet, in dem man die Symmetrieeigenschaften des Tragwerkes ausgenutzt und vereinfachte Annahmen getroffen hat. Um möglichst ein reales Problem annähern zu können, wurde die Wirkung der Schubkraft in unterschiedlichen mathematischen Funktionen (konstant, Dreieck, Cosinus) behandelt.

**Schlüsselwörter:** *Krafteinleitung, kugelförmiges Tragwerk, isotrope Scheibe.*

## KÜRESEL BİÇİMLİ TAŞIYICILARDA KUVVET İLETİMİNİN İNCELENMESİ

**Özet:** Bu çalışma çerçevesinde hafif yapı elemanlarının birçok alanında ortaya çıkan kuvvet iletim problemi araştırılmıştır. Küresel biçimli taşıyıcıların desteklenmesi örneğinde lokal kuvvet iletim problemi ele alınmış; isotrop bir levhaya bir destek üzerinden kayma kuvveti iletimi analitik ve nümerik olarak incelenmiştir. Matematiksel hesaplamaların yapılabilmesi için taşıyıcının simetri özelliklerinden yararlanılan ve basitleştirici ön kabullerin öngörüldüğü matematik bir model oluşturulmuştur. Gerçek bir probleme mümkün olduğunca yaklaşabilmek amacıyla, kayma kuvvetinin etkisi sabit, üçgen ve kosinüs şeklindeki çeşitli matematiksel fonksiyonlar kullanılmak suretiyle incelenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** *Kuvvet iletimi, küresel biçimli taşıyıcı, isotrop levha.*

---

\* Sorumlu yazar  
tas@gyte.edu.tr

## 1. MECHANISCHE GRUNDLAGEN

Ein ebenes Flächentragwerk, das nur durch Kräfte in seiner Ebene beansprucht wird und dessen Mittelfläche bei der Formänderung eben bleibt, wird Scheibe genannt [1]. Tragwerke, die sich in ihrer Fläche richtungsunabhängig verhalten, sind isotrop. Isotropie ist ein Sonderfall der Anisotropie.

### 1.1 Ebener Spannungszustand

Die Scheibenpunkte werden auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem  $x$ ,  $y$ ,  $z$  bezogen, dessen  $xy$  - Ebene in die Mittelebene der Scheibe fällt. Durch die Randkräfte wird die Scheibe belastet. Laut Scheibendefinition müssen die Spannungskomponenten  $\sigma_z$ ,  $\tau_{zx}$  und  $\tau_{zy}$  verschwinden, weil an den Belastungsebenen  $z = \pm t/2$  keine äußeren Kräfte angreifen. Es darf angenommen werden, dass die Spannungen  $\sigma_z$ ,  $\tau_{zx}$  und  $\tau_{zy}$  vernachlässigbar klein sind, wenn die Dicke der Scheibe sehr klein ist.

Dann gilt:

$$\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$$

Damit sind aber alle zur Mittelebene parallelen Flächenelemente spannungsfrei und es liegt daher ein ebener Spannungszustand vor, d.h. senkrecht zur Fläche wirken keine Spannungen [1]. Ebene Spannungszustände treten in dünnwandigen Tragwerken auf, die nur in ihrer Ebene belastet sind.

Für die Herleitung der Scheibengleichung werden die Gleichgewichtsbedingungen an einem Scheibenelement in  $x$ - und  $y$ -Richtung formuliert. Aus zwei Verschiebungen werden drei Verformungsgrößen abgeleitet.

Mit Hilfe der Airy'schen Spannungsfunktion wird die Gleichgewichtsbedingung mit der Verträglichkeitsbedingung gekoppelt. Die Gleichgewichtsbedingungen sind erfüllt, wenn man die Kräfte aus einer Spannungs- oder Kräftefunktion  $F(x,y)$  herleitet [2].

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \sigma_x \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \sigma_y \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = -\tau_{xy} \quad (3)$$

Durch die Einführung der Airy'schen Spannungsfunktion erhält man in Form einer Bipotentialgleichung:

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \quad (4)$$

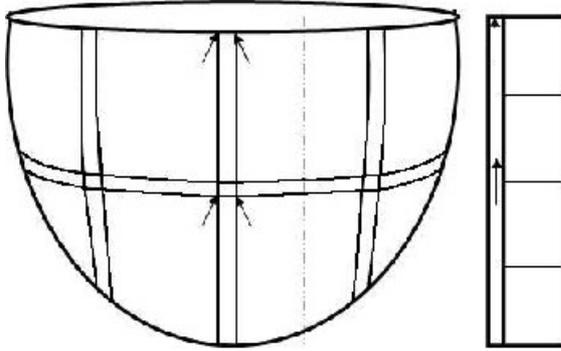
Diese Gleichung nennt man die Scheibengleichung. Danach muss eine Funktion  $F(x,y)$  gesucht werden, die die Scheibengleichung erfüllt, wobei dann die aus den Gleichungen (1 bis 3) folgenden Spannungen an den Scheibenrändern mit den Spannungen übereinstimmen müssen, die sich aus den dort wirkenden Belastungen ergeben (Randbedingungen) [3].

## 2. MECHANISCHES MODEL

Ein System mit einer Symmetrieebene wird vollständig durch sein halbes Teilsystem repräsentiert, so dass die Rechnung nur noch an diesem Teilsystem durchgeführt zu werden braucht. Diese Durchführung der Berechnung am Teilsystem ist an die folgende Voraussetzung verknüpft: Das zu untersuchende System muss hinsichtlich der Geometrie, der Materialeigenschaft und der Lagerung symmetrisch sein [4].

Da das Tragwerk (Bild 1) mit gleichen Abständen mit den Steifen versehen ist und dadurch Symmetrieebenen vorhanden sind, kann man die Symmetrieeigenschaften ausnutzen, wodurch man auf ein lokales Problem kommt. Bezüglich des Gurtes und bezüglich der Mittellinie entlang der Längsrichtung besteht Symmetrie.

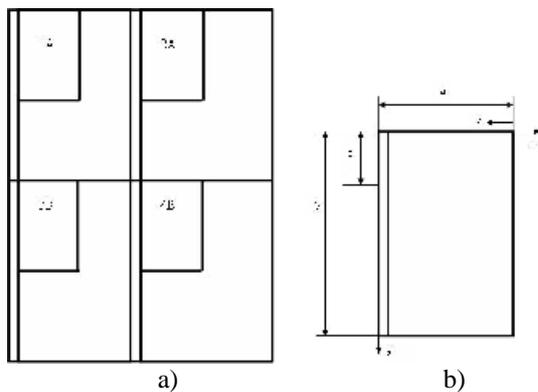
Es ist so angenommen, dass die Schübe in der vierfachen Größe des Einleitungsbereiches in Lastrichtung abgeklungen sind, so dass man auch den unteren Rand als ein Symmetrierand betrachten kann.



**Bild 1:** Das aus dem Gesamtsystem herausgeschnittene Teilsystem.

Das Problem vereinfacht sich dadurch auf eine Rechteckscheibe, wobei man infolge der Randbedingungen zwei Fälle unterscheiden muss. Diese zwei Fälle unterscheiden sich nur durch die oberen Ränder. In einem Fall ist der obere Rand ein freier Rand, und im anderen Fall ist der obere Rand ein Antimetrierand, der durch die Abschaffung der Normalkräfte entsteht, wo die einleitende Schubkraft einmal als Zug- und einmal als Druckkraft einwirkt (Bild 2). Den Fall mit dem oberen freien Rand nennt man 2A und mit dem antimetrischen Rand 4B.

Damit kann die Scheibe in kartesischen Koordinaten beschrieben werden. Die Verengung des unteren Randes wurde aus Gründen der rechnerischen Vereinfachungen vernachlässigt.



**Bild 2:** a) Einteilung der Scheiben für die Vergleichsmöglichkeit, b) Die Beschreibung der Scheibe in kartesischen Koordinaten.

Es ist so festgelegt, dass der Wert a die Breite in x-Richtung und b die Länge in y-Richtung

darstellt und die Länge doppelt so groß wie die Breite ist. Man nimmt an, dass die Schubkraft im Bereich von c angreift, wobei c  $\frac{1}{4}$  von der Länge b beträgt. Für die bessere mathematische Beschreibung des Problems führt man eine  $\chi$ -Koordinate entgegengesetzt der x-Koordinate ein. Man setzt weiterhin voraus, dass die Scheibe aus isotropem Werkstoff besteht; die Abmessungen und damit die Steifigkeiten des Gurtes sich über die Länge nicht ändern, und der Gurt für die analytische Rechnung zentriert bleibt.

Damit man eine Vergleichsmöglichkeit für die Fälle 2A und 4B hat, betrachtet man einen der Symmetrieränder entlang der y-Richtung als freier Rand, was bei 1A und 3B der Fall ist.

## 2.1 Erläuterung der einzelnen Randbedingungen

Symmetrie liegt dann vor, wenn zwei Vektoren, die zu zwei symmetrischen Punkten eines Systems gehören, bei einer Spiegelung bezüglich der Symmetrieachse die gleichen Richtungen und die gleichen Beträge aufweisen. Bei einer Spiegelung bezüglich der Symmetrieachse unterscheiden sich die Vektoren nur hinsichtlich ihrer Orientierung, dann liegt Antimetrie vor.

Die Ränder, an denen keine Verschiebungsgrößen durch Randbedingungen vorgegeben sind, werden als freie Ränder definiert. Wenn die Kraft bezüglich einer Ebene symmetrisch einwirkt, werden die Normalverschiebungen dieser Ebene behindert. Die Schubspannungen verschwinden in der Symmetrieebene. Wirkt die Kraft antimetrisch, dann werden die Verzerrungen behindert und verschwinden die Normalspannungen.

## 3. LÖSUNG DER SCHEIBEN-GLEICHUNG

Differentialgleichung der Scheibe:

$$F'''' + 2F'''' + F'''' = 0$$

Hat die Scheibe die Gestalt eines Rechtecks (Bild 2, Fall 3B), so kann man das Problem in kartesischen Koordinaten beschreiben. Die Spannungsfunktion muss dann die Scheibengleichung erfüllen [5].

Es gelten:

$$F^{**} = n_x; \quad F'' = n_y; \quad F'^* = -n_{xy}$$

Randbedingungen:

An dem Symmetrierand verschwindet die Schubkraft, d.h.  $n_{xy} = 0$ .

An dem Antimetrierand verschwinden die Normalkräfte, d.h.  $n_x = n_y = 0$ .

An dem freien Rand wird die Kraft  $n_x = 0$ .

Um die Differentialgleichung lösen zu können, muss man einen Lösungsansatz wählen, der die Randbedingungen erfüllt.

Ansatz:

$$F = X(x) * Y(y)$$

$$F = \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cosh \eta x + \eta x B_n \sinh \eta x] \sin \eta y \quad (5)$$

mit  $\eta = \frac{\pi n}{l}$ ,  $l = 2 * b$  und  $n = 1, 3, 5, 7$

wobei  $l$  die Periodenlänge und  $n$  Anzahl der Glieder ist.

Nach Differenzieren und Einsetzen des Ansatzes in die Scheibengleichung erhält man:

$$\begin{aligned} & [A_n \eta^4 C \eta x + B_n \eta^4 (4C \eta x + x S \eta x)] \sin \eta y - 2 \\ & [A_n \eta^2 C \eta x + B_n \eta^2 (2C \eta x + \eta x S \eta x)] \eta^2 \sin \eta y \\ & + [A_n C \eta x + \eta x B_n S \eta x] \eta^4 \sin \eta y = 0 \quad (6) \end{aligned}$$

### 3.1 Bestimmung der Freiwerte

Bedingung für den freien Rand:

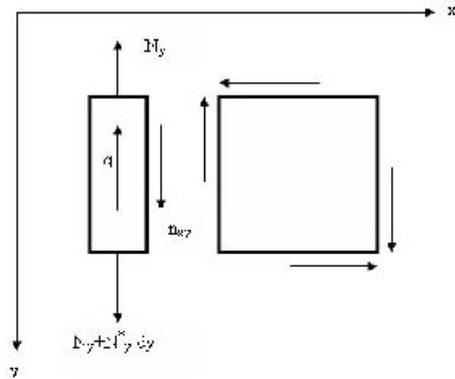
$$n_x(x) = -\sum [A_n C \eta a + \eta a B_n S \eta a] \eta^2 \sin \eta y = 0 \quad (7)$$

Dann folgt:

$$A_n = -\frac{\eta a S \eta a}{C \eta a} B_n \quad (8)$$

Gurtgleichgewicht:

Es wird ein kleines Element herausgeschnitten und die Gleichgewichtsbedingung aufgestellt (Bild 3).



**Bild 3:** Aufstellung der Gleichgewichtsbedingung an einem geschnittenen Element.

$$q = N_y^* + n_{xy}$$

wobei:

$$N_y^* = D \varepsilon_y^* = D f n_y^*$$

$$n_y^* = F'^*$$

$$n_{xy} = F'^*$$

Dann folgt:

$$q = D f F'^* + F'^* \quad (9)$$

Man beschreibe die Belastung mittels einer Funktion, d.h. man nehme den folgenden Ansatz an:

$$q(y) = \frac{a_0}{2} + \sum q_n \cos \eta y + \sum b_n \sin \eta y \quad (10)$$

Die Funktion  $q(y)$  ist eine periodische Funktion mit der Periode  $2l$ . Wenn innerhalb der Periodenlänge des Durchschnittwertes der Funktion Null ist, dann verschwindet der Beiwert  $a_0$ . Ist die zu entwickelnde Funktion hinsichtlich  $x = 0$  symmetrisch, so ist sie eine gerade Funktion von  $x$  (d.h. die Funktionswerte für  $+x$  und  $-x$  sind gleich); dann verschwindet der Beiwert  $b_n$  [1].

Den Ansatz setzen wir in die Gleichung (9) ein, daraus erhält man  $q_n$ ; wenn man das Ergebnis mit der Gleichung (8) in Verbindung setzt, dann ergibt sich der Freiwert  $B_n$  in Abhängigkeit von  $q_n$ :

$$B_n = \frac{q_n}{\eta^2 \left[ 2Df\eta C + \eta a \left( C - \frac{S^2}{C} \right) + S \right]} \quad (11)$$

### 3.2 Entwicklungen der Belastungsfälle

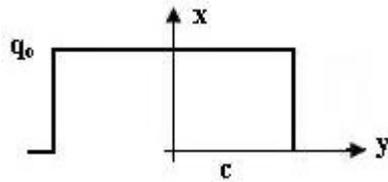
Wir bilden den Ansatz für Konstanten-, Dreiecks-, und Cosinusverläufe wie folgt:

$$q = \sum_{n=1}^{\infty} q_n \cos \eta y \quad (12)$$

Danach sind die Beiwerte  $q_n$  zu berechnen.

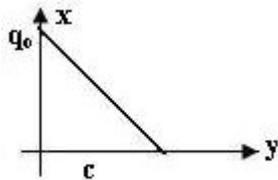
*i. Konstanter Verlauf:*

für  $q = \text{const.}$  erhält man



$$q_n = q_0 \frac{4}{\pi n} \sin \frac{n\pi}{8} \quad (13)$$

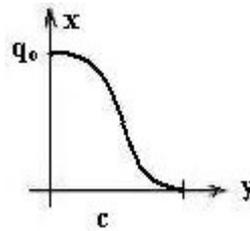
*ii. Dreieckverlauf:*



$$q(y) = 2q_0 \left( 1 - \frac{y}{c} \right)$$

$$q_n = -\frac{64q_0}{(\pi n)^2} \left( \cos \frac{\pi n}{8} - 1 \right) \quad (14)$$

*iii. Cosinusverlauf:*



$$q(y) = q_0 \left[ 1 + \cos \left( \frac{y}{c} \pi \right) \right]$$

$$q_n = \frac{256q_0}{\pi n (64 - n^2)} \sin \frac{\pi n}{8} \quad (15)$$

### 3.3 Normierungen

Um die Ergebnisse verallgemeinern zu können, ist es sinnvoll, die dimensionsbehafteten Gleichungen dimensionslos zu machen. Aus diesem Grund normiert man auf die Bezugsgröße  $l^*$ . Die Bezeichnungswiese wurde aus der Arbeit von [6] entnommen, wobei  $l^* = a$  ist.

$$\varphi_y = \frac{Df}{l^*} = \frac{Df}{a}; \quad a \Rightarrow \frac{a}{l^*} = \frac{a}{a} = 1;$$

$$b \Rightarrow \frac{b}{a} = 2; \quad c \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$$

$$q \Rightarrow \frac{q}{q^*} = 1; \quad x \Rightarrow \frac{x}{a}; \quad y \Rightarrow \frac{y}{a}$$

Nach dieser Normierung wurden auch die Freiwerte genormt und die normierten Gleichungen von  $n_x$ ,  $n_y$  und  $n_{xy}$  aufgestellt, welche sich vereinfachen.

$$n_x = -\sum_{n=1}^{\infty} \eta^2 [A_n C + \eta \chi B_n S] \sin \eta y \quad (16)$$

$$n_y = \sum_{n=1}^{\infty} \eta^2 [A_n C + B_n (2C + \eta \chi S)] \sin \eta y \quad (17)$$

$$n_{xy} = -\sum_{n=1}^{\infty} \eta^2 [A_n S + B_n (S + \eta \chi C)] \cos \eta y \quad (18)$$

#### 4. ERGEBNISSE UND DISKUSSION

Zuerst wurde der Rand entlang der y-Achse besonders im Krafeinleitungs- und Übergangsbereich auf die Konvergenz hin untersucht. Nach dem Wurzelkriterium [7, 8] konvergiert die Reihe für beliebiges n an jedem Punkt längs der y-Achse.

Die Scheibe wurde zunächst in x-Richtung viermal und in y-Richtung achtmal geteilt, danach wurde die Teilung 6 x 12 durchgeführt, sogar mit globaler und lokaler Feinunterteilung. Nach dieser Teilung hat man die Kräfte  $n_x$ ,  $n_y$  und  $n_{xy}$  entlang der y-Richtung mit Hilfe eines analytischen Programms ermittelt, wobei  $n_x$  nicht ausreichend groß war. Das Programm ist in Programmiersprache Fortran 77 geschrieben.

Da wir nicht in der Lage waren, das Krafeinleitungsproblem beim exzentrischen Gurt analytisch zu lösen, waren wir gezwungen, beim exzentrischen Gurt die Unbekannten numerisch zu berechnen. Auch der Fall 2A mit zentrischem Gurt ist analytisch nicht lösbar, weil die Freiwerte aus Randbedingungen nicht bestimmt werden können. Um die Genauigkeit dieser numerischen Ergebnisse feststellen zu können, haben wir die Scheibenkräfte beim zentrischen Gurt erst analytisch dann numerisch bei dem Fall 3B berechnet und untereinander verglichen.

Die Scheiben- und Plattenprobleme werden im allgemeinen mit Hilfe der finiten Elemente und zwar mit der Deformationsmethode berechnet. Nachteilig ist dabei, dass die Steifigkeitsmatrizen der Scheiben- und Plattenelemente völlig unterschiedlich strukturiert sind und die Schnittkräfte aus den Verschiebungen mit Hilfe eines numerischen Differentiationsprozesses, der viel Genauigkeit erfordern kann, bestimmt werden. Diese Nachteile lassen sich umgehen, wenn man die Scheibenkräfte und Verzerrungen als Unbekannte einführt [9].

Da beim Fall 2A eine virtuelle Starkkörperverschiebung entsteht, kann das Programm die  $n_x$ -Werte nicht mehr berechnen. Eine globale Gleichgewichtsaussage unter Einbeziehung der Gurnormalkraft hat sich als notwendig erwiesen, weil bei konstantem Normalkraftanteil während einer virtuellen Starkkörperverschiebung keine Arbeit leistet und damit nicht in die Rechnung eingeht [6]. In diesem Fall verwendet man numerische Integration.

Da die Schubkräfte am Gurt angreifen, kann das Programm diese Belastung nicht berücksichtigen. Diese Wirkung der am Gurt angreifenden Schubkraft muss als Zusatzarbeit mit Hilfe der virtuellen Größen in die Rechnung mit hineinbezogen werden.

Mit der geometrischen Krümmung wird das Problem eine Schale, die man folgendermaßen definiert: Flächentragwerke, deren Mittelfläche einfach oder doppelt gekrümmt ist, werden Schalen genannt.

Die praktische Berechnung der Schalen stützt sich auf die folgenden Annahmen:

- Die Schalenstärke ist klein im Vergleich zu den Seitenabmessungen der Schale,
- Die Durchbiegung ist klein gegenüber der Schalenstärke,
- Punkte, die vor der Formänderung auf einer zur Mittelfläche senkrechten Geraden liegen, befinden sich auch nach der Formänderung auf einer Gerade, die zur verformten Mittelfläche senkrecht steht,
- Die senkrecht zur Mittelfläche wirkenden Normalspannungen sind vernachlässigbar klein [3].

Wir haben auf die Untersuchungen der geometrischen Krümmungen in Lastrichtung und in beiden Richtungen verzichtet und uns auf die Krümmung in Umfangsrichtung bei den Fällen 3B und 4B begrenzt.

Nach Untersuchungen in Umfangsrichtung haben wir festgestellt, dass man bis  $\alpha_x = 50$  ohne weiteres krümmen kann, womit die Theorie der schwach gekrümmten Schale nicht verletzt wird. Bei weiteren Krümmungen über

$a_x = 50$  fangen die Spannungsverläufe an, außerhalb des Einleitungsbereiches abzulenken, was auf die numerische Instabilitäten zurückzuführen ist. Nach dieser Feststellung haben wir bei unterschiedlichen Gurtsteifigkeiten  $\varphi_y = 0.1, 0.2, 0.5$ , bei geometrischen Krümmungen  $a_x = 0, 25, 50$  und Exzentrizitäten  $\varepsilon = 0, 5, 10$  die Spannungs- und Momentenverläufe untereinander verglichen.

Die Kräfte  $n_y$  und  $n_{xy}$  wurden entlang der  $y$ -Richtung an jeder Teilungslinie untersucht. Man hat dabei festgestellt, dass die Schübe wie erwartet noch im Einleitungsbereich sehr steil und danach auf Null abklingen (Bild 4a). Ebenfalls fallen die Schübe in Umfangsrichtung ab. Entsprechend dem Belastungsverlauf macht die Normalkraft  $n_y$  ein Maximum in Einleitungsbereich dann fällt wieder ab und nimmt einen konstanten Wert an. Am Beispiel ist die Einleitung im Falle des Cosinusverlaufs im Bild 4b veranschaulicht.

Man stellt bei numerischen Untersuchungen fest, dass die Normalkräfte und die Schübe beim zentrischen Fall 3B entsprechend dem Gurtgleichgewicht mit steigender Gurtsteifigkeit und bei konstanter geometrischer Krümmung zurückgehen. Aber bei konstanter  $\varphi$  mit stärker werdender  $a_y$  reduzieren sich die Schübe (Bild 5a und 5b), während die Normalkräfte parallel zueinander bis 0.3 zunehmen, so dass die Schübe nach Gleichgewichtsaussagen auf die Normalkräfte umwandeln. Dieselben Erklärungen sind auch für den Fall 4B gültig (Bild 6a).

Die Spannungsverläufe beim exzentrischen Gurt sehen ebenfalls wie beim zentrischen Gurt aus. Nur die Beträge der Amplituden unterscheiden sich voneinander. Die Amplituden werden mit zunehmender Exzentrizität größer, weil der exzentrische Gurt auch dazu beiträgt (Bild 6b).

Infolge der Exzentrizität wird im Einleitungsbereich ein negatives und danach entlang des Gurtes positiv ansteigendes Biegemoment hervorgerufen (Bild 7).

Beim exzentrischen Gurt und der exzentrischen Kraft treten die Druckkräfte auf, wodurch die Normalkräfte im Einleitungsbereich gegenüber zentrischem und

exzentrischem Gurt mit zentrischer Krafteinleitung kleiner werden, was eigentlich noch einer eingehenden numerischen Untersuchung bedarf (Bild 8).

Infolge der geometrischen Krümmung treten auch die Momente auf, wobei nach Vertraglichkeitsaussage  $n_{xy}$  einen negativen Anstieg in beiden Richtungen haben muss.

Wenn man das Krafteinleitungsproblem auch mit exzentrischem Gurt (sogar auch mit exzentrischer Krafteinleitung) untersuchen will, treten neben den Scheibenkräften auch die Plattenkrümmungen als Unbekannten auf. Damit hat man ein gekoppeltes Scheiben-Plattenproblem. Hier muss die Biegesteifigkeit des Gurts bestimmt und in die Rechnung mit einbezogen werden.

Ein Vergleich zwischen 3B und 4B zeigt uns, dass die Normalkräfte und die Krümmungseffekte bei 4B weniger wirksam werden, was auf die Stützung des freien Randes zurückzuführen ist.

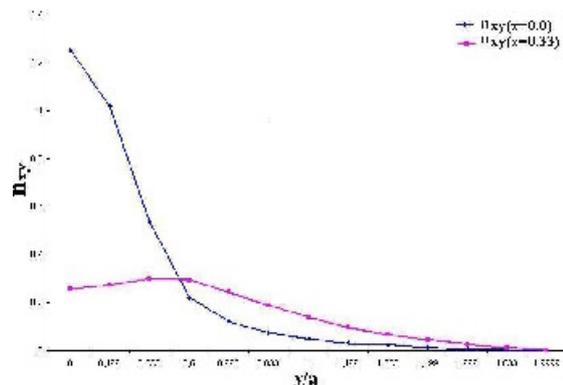


Bild 4a: Ablauf der Schubkräfte  $n_{xy}$

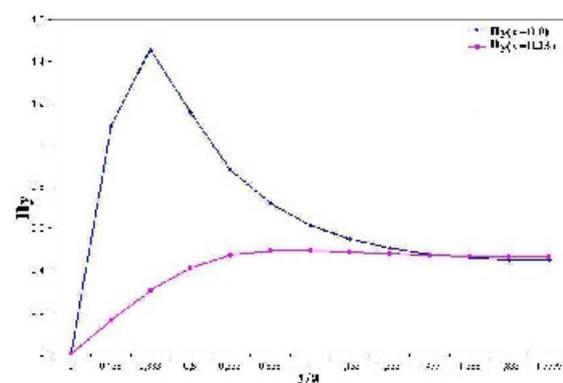
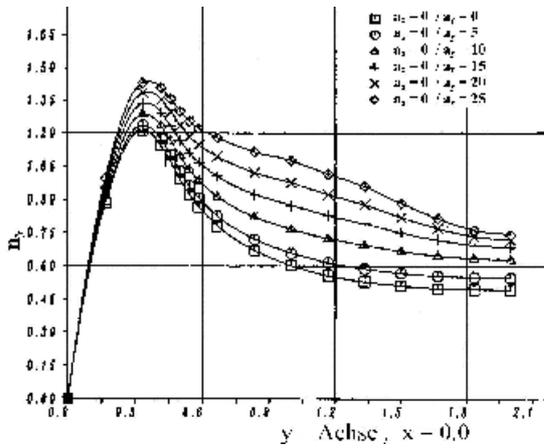
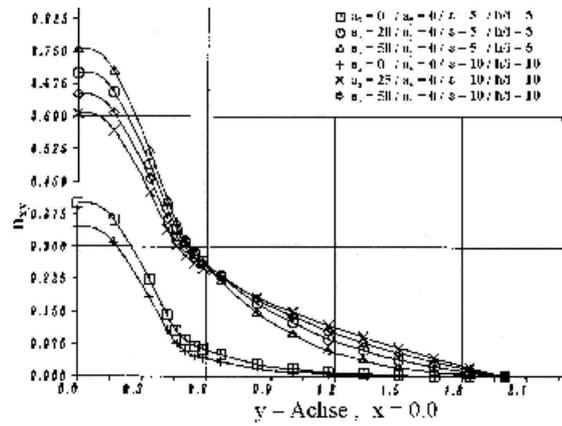


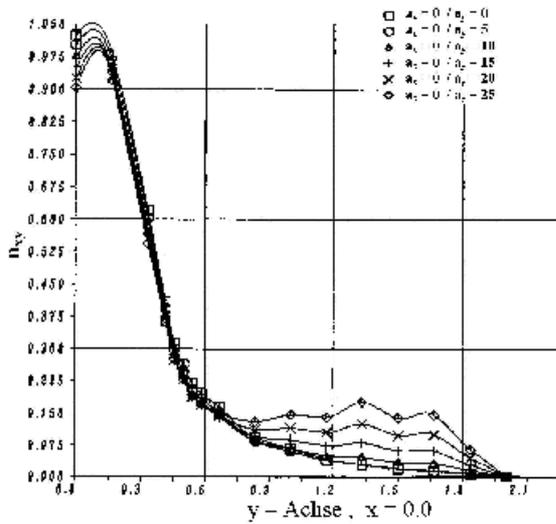
Bild 4b: Ablauf der Normalkräfte  $n_y$  im Falle des Cosinusverlaufs.



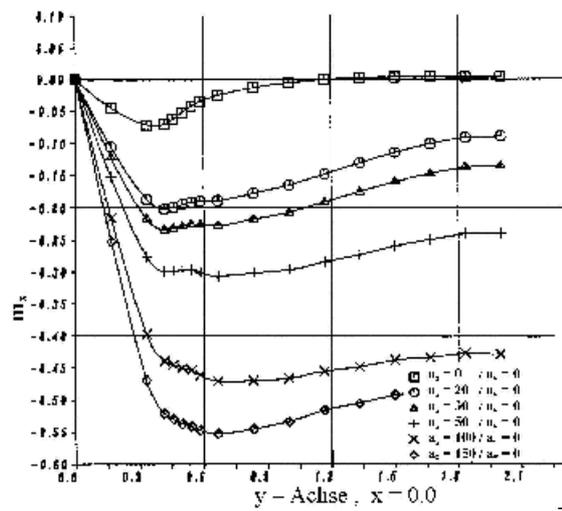
**Bild 5a:** Normalkraftverläufe im zentrischen Fall 3B -  $\varphi=0.1$



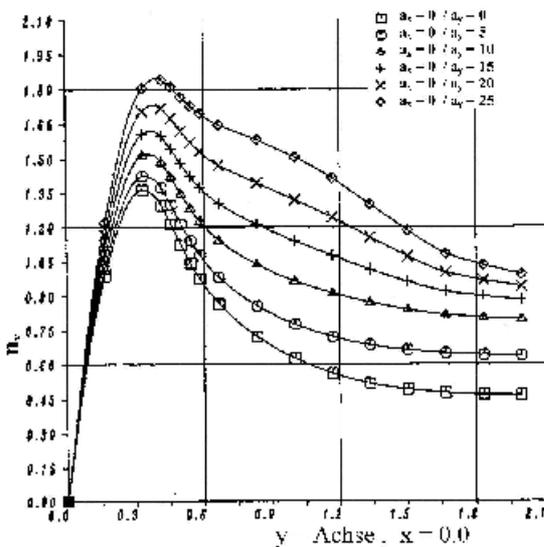
**Bild 6b:** Schubkraftverläufe im exzentrischen Fall 4B - exzentrisch -  $\varphi=0.2$



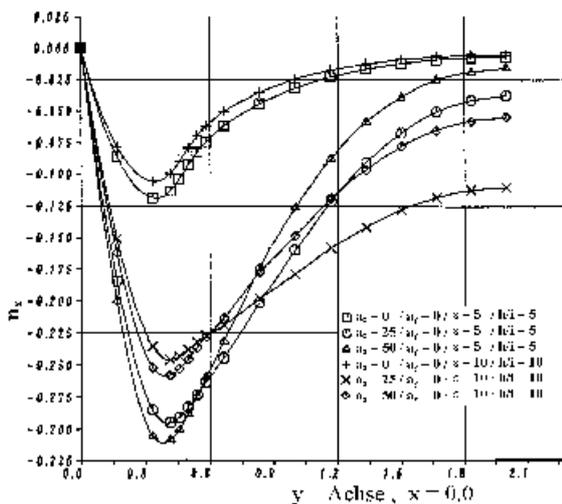
**Bild 5b:** Schubkraftverläufe 3B - zentrisch -  $\varphi=0.1$



**Bild 7:** Momentenverläufe 4B - exzentrisch -  $\varphi=0.2$



**Bild 6a:** Normalkraftverläufe (Druckkräfte) 4B - zentrisch -  $\varphi=0.1$



**Bild 8:** Normalkraftverläufe (Druckkräfte) 4B - exzentrisch -  $\varphi=0.1$

## 5. BEZEICHNUNGEN

$x, y, \chi$	Kartesische Koordinaten
$a$	Größe der Scheibe in x-Richtung
$b$	Größe der Scheibe in y-Richtung
$c$	Krafteinwirkungslänge
$l$	Periodenlänge
$A_n, B_n$	Konstanten
$C$	Abkürzung für Cosinushyperbolykus
$S$	Abkürzung für Sinushyperbolykus
$f$	Nachgiebigkeit
$F(x,y)$	Airy'sche Spannungsfunktion
$q$	Schubkraft
$t$	Dicke der Scheibe
$n$	Anzahl der Reihenglieder
$n_x, n_y, n_{xy}$	Schnittkräfte am Scheibenelement
$m_x$	Schnittmoment
$l^*$	Bezugsgröße
$n_\chi, n_{\chi y}, n_y$	Dimensionslose Kräfte
$\nu$	Querkontraktionszahl
$D$	Dehnsteifigkeit des Gurtes
$\varphi$	Normierte Dehnsteifigkeit des Gurtes
$\varepsilon$	Exzentrizität des Gurtes
$h/i$	Exzentrizität der Kraft
$h$	Gurthöhe
$i$	Trägheitsradius
$a_x, a_y$	Krümmungsparametern
$\sigma_z, \tau_{zx}, \tau_{zy}$	Normal-, und Schubspannungen

## LITERATURVERZEICHNIS

- [1]. Girkmann, K., „Flächentragwerke“, Springer Verlag Wien, 1956, s.18-26
- [2]. Wiedemann, J., „Leichtbau Band I: Elemente“, Springer Verlag Berlin, 1986, s.79
- [3]. Matheiss, J., „Platten & Scheiben“, Düsseldorf, 1982, s.124
- [4]. Knothe, K., „Finite Methoden zur Konstruktionsberechnung I“, Vorlesungsmanuskript, ILR-TU Berlin, 1988, s.82
- [5]. Eschenauer, H., „Elastizitätstheorie I“, B. I.-Wissenschaftsverlag Zürich, 1981, s.54
- [6]. zum Felde, P., „Zur numerischen Berechnung von nichtlinearen Scheiben-, Platten-, Schalenproblemen mit einem gemischten Finiten Verfahren“, Berlin, 1983, s. 47
- [7]. Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A., „Taschenbuch der Mathematik“, Nachdruck der 20. Auflage, Verlag Harri Deutsch Frankfurt/Main, 1983, s.297
- [8]. Autorengemeinschaft, Federführung: Leupold, W., „Lehr- u. Übungsbuch der Mathematik, Band III“, 7. Auflage, Harri Deutsch Verlag Frankfurt/M. und Zürich, 1966, s.486
- [9]. Giencke, E., „Ein einfaches und genaues finites Verfahren zur Berechnung von Scheiben und Platten“, Stahlbau 36, 1967.

*Geliş Tarihi: 05/12/2006*

*Kabul Tarihi: 29/03/2007*

