C.B.Ü. Fen Bilimleri Dergisi ISSN 1305-1385 C.B.U. Journal of Science
4.2 (2008) 201 – 210 4.2 (2008) 201 – 210

DÜZLEMSEL ÇELİK ÇERÇEVELERİN DOĞRUSAL OLMAYAN ANALİZİ

Muhiddin BAĞCI[1*], Ali DEMİR[2], Soner ŞEKER[3]

[1]Celal Bayar Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 45140 Manisa, TÜRKİYE
[2]Celal Bayar Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 45140 Manisa, TÜRKİYE
[3]Celal Bayar Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 45140 Manisa, TÜRKİYE

Özet: Bu çalışmada sonlu elemanlar yöntemiyle çelik çerçevelerin elasto–plastik analizi incelenmiştir. Yük-deplasman grafiklerini elde etmek için MATLAB programlama diliyle bir yazılım gerçekleştirilmiştir. Malzeme ve geometrik yönden doğrusal olmayan etkiler göz önüne alınarak düşey ve yatay yük etkisindeki bir çerçeve ele alınmıştır. Eğilme etkisinde akma bağıntısı K(M)=0, eksenel kuvvet etkisinde K(M,N)=0 durumu için sırasıyla I ve II mertebe çözümleri kullanılmıştır.

Anahtar Kelimeler: *Sonlu elemanlar , elasto-plastik analiz*

NON-LINEAR ANALYSIS OF PLANE STEEL FRAMES

Abstract: In this paper, elasto-plastic analysis of a steel frame was studied by using finite element method. A software was carried out a computer programme prepared with MATLAB to obtain load-deflection diagrams. By using non-linear material and geometric effects, a steel frame subjected to horizontal and lateral load was investigated . K(M)=0 failure criteria in the effects bending and K(M,N)=0 failure relation in the effect of axial loads were used to one and two degree solutions respectively.

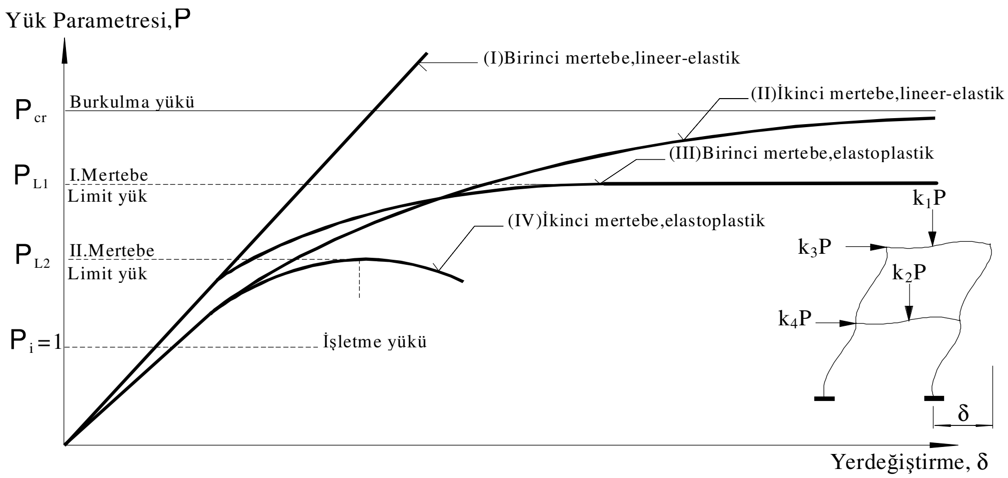
Keywords: *Finite element analysis, elasto-plastic analysis*

*** Sorumlu Yazar**

muhiddin.bagci@bayar.edu.tr

1. Giriş

Yapı mühendisliğinde sistemlerin statik hesapları gerek işletme, gerekse göçme durumları için doğrusal teoriye göre, kesit hesapları ise yerine göre lineer bazen de lineer olmayan teoriden (taşıma gücünden) yararlanılarak yapılmaktadır. Bilgisayarla hesapların gelişmesi ve yaygınlaşmasıyla sistem hesapları da doğrusal olmayan teoriye göre yapılabilmektedir[1]. Düşey ve yatay yükler etkisindeki bir yapı sisteminin doğrusal ve doğrusal olmayan teorilere göre hesabı ile elde edilen yük parametresi-yer değiştirme (P-$\wp$) bağıntıları Şekil 1'de şematik olarak gösterilmiştir [2].



Şekil 1. Yük-yerdeğiştirme değerleri

2. Analiz Yöntemi

Elastik-plastik analiz yöntemi, esas olarak sistem rijitliğinde plastik mafsal oluşumu etkisini içeren ardışık analizlerden oluşmaktadır. Bu çalışmada kullanılan elastik-plastik analiz yöntemi kısaca şöyledir.

1. Yapının üzerine gelen yükler ile elastik analizi yapılarak düğüm noktaları deplasmanları ve çubuk uç kuvvetleri hesaplanır. Bu ilk analizden elde edilen çubuk uç kuvvetleri (eğilme momenti) ΔM_1 ile gösterilir.

2. Plastik mafsal oluşma olasılığı olan noktalarda, kesitlerin M_p ile gösterilen plastik taşıma kapasitesinin elastik analiz sonuçlarına oranı

$$\Delta\wp = M_p / \Delta M_1 \qquad (1)$$

şeklinde hesaplanır. Çeşitli kesit şekilleri için farklı mukavemet durumlarındaki M_p değerleri çeşitli kaynaklardan alınabilir [3]. Yapının plastik mafsal oluşturabilecek çeşitli kritik kesitleri için hesaplanan $\Delta\wp$ oranlarının en küçüğü ilk plastik mafsalın oluşmasına neden olan $\Delta\wp_1$ katsayısı olarak alınır. Bu yük katsayısı ile elastik analiz sonucu bulunan deplasmanlar ve uç kuvvetleri çarpılarak ilk plastik mafsalı oluşturan kesit tesiri

$$M_1 = \Delta\wp . \Delta M_1 \qquad (2)$$

şeklinde bulunur.

3. İlk plastik mafsal oluşan noktaya bir gerçek mafsal konularak elde edilen yeni sistem, üzerindeki yüklerin etkisi altında ikinci kez yeniden elastik olarak çözülür ve bulunan kesit kuvvetleri ΔM_2 ile gösterilir.

4. Plastik mafsal oluşmamış kesitlerde

$$\Delta\wp = (M_p - M_1) / \Delta M_2 \qquad (3)$$

Formülü ile bulunan $\Delta\wp_2$' lerden en küçüğü $\Delta\wp_2$ olarak alınır. Bu adımdaki kesit etkileri ve deplasmanlar $\Delta\wp_2$ değeri ile çarpılıp ilk analizdeki değerlerle toplanarak

$$P=\Delta\wp_1+\Delta\wp_2 \qquad (4)$$

şeklinde ikinci plastik mafsal oluştuğundaki değerler hesaplanır.

5. İkinci plastik mafsal oluşan kesite bir gerçek mafsal daha yerleştirilerek, yapı göçünceye kadar 3. ve 4. adımlar tekrarlanır. Her i. mafsal oluştuğunda düğüm noktaları deplasmanları ile çubuk uç kuvvetleri sırasıyla

$$\delta=\Delta\wp_1\delta_1+\Delta\wp_2\delta_2+\ldots+\Delta\wp_i\delta_i$$
$$M=\Delta\wp_1 M_1+\Delta\wp_2 M_2+\ldots+\Delta\wp_i M_i \qquad (5)$$

şeklinde hesaplanır. Düğüm noktaları deplasmanları başlangıçta seçilen bir deplasman sınırını, elemanlar burkulma yükü değerini aştığında veya mekanizma durumu bilinen sistemlerde yeterli sayıda plastik mafsal oluşunca sistemin göçtüğüne karar verilir.

6.Yapının göçme mekanizmasına ulaştığı ana kadar elde edilen $\Delta\wp_{i\ \text{yük}}$ katsayılarının toplamı, plastik taşıma gücüne karşılık gelen $\Delta\wp_p$ yük katsayısını verir Yapıda oluşan toplam plastik mafsal sayısı N ise $\Delta\wp_p$ yük katsayısı,

$$\Delta\wp_p=\Delta\wp_1+\Delta\wp_2+\Delta\wp_1+\Delta\wp_2+\ldots\ldots+\Delta\wp_n$$
$$=\sum_{i=1}^{N}\Delta\wp \qquad (6)$$

olarak hesaplanır. Plastik taşıma yükü ise başlangıçta seçilmiş ve ilk analizde sisteme yüklenmiş P_o yükü kullanılarak aşağıdaki gibi

$$P_1=\Delta\wp_1 . P_o \qquad (7)$$

hesaplanır.

I kesitli kirişlerde kuvvetli eksen etrafında eğilen kesitlerde eksenel P kuvveti olması durumunda plastik moment kapasitesi M_{pc} şu formüllerle verilmektedir [4].

$$M_{pc}=M_p \qquad \frac{P}{P_Y}\le 0.15 \qquad (8)$$

$$M_{pc}=1.18.M_p\left(1-\frac{P}{P_y}\right) \qquad \left(\frac{P}{P_y}\ge 0.15\right)$$

Burada M_p taşıma gücü kapasitesini, P kesitlerdeki eksenel kuvveti, P_y plastik durumdaki normal kuvveti göstermektedir. Geometrik yönden doğrusal olmayan analiz için çözüm denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\left[K_e+K_g\right]u=P \qquad (9)$$

Burada elastik çözümdeki rijitlik $\mathbf{K_e}$, geometrik rijitlik $\mathbf{K_g}$, uygulanan yük P, deplasman $\mathbf{u}$ matrisiyle tanımlanmaktadır [5].

$$k_e=\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

$$k_g=\frac{P}{L}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & \frac{2}{15}L^2 & 0 & -\frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & \frac{L}{10} & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & \frac{L^2}{30} & 0 & -\frac{L}{10} & \frac{2}{15}L^2 \end{bmatrix}$$

(10)

Lineerleştirilmiş artımsal adımlarla denklem aşağıdaki şekli alır.

$$\left\{\Delta\bar{P}\right\}_i=\left[K_e+K_g\right]_{i-1}\left\{\Delta\bar{u}\right\}_i \qquad (11)$$

$$\left\{\Delta\bar{u}\right\}_i=\left[K_e+K_g\right]_{i-1}^{-1}\left\{\Delta\bar{P}\right\}_i \qquad (12)$$

3. Bilgisayar Programı

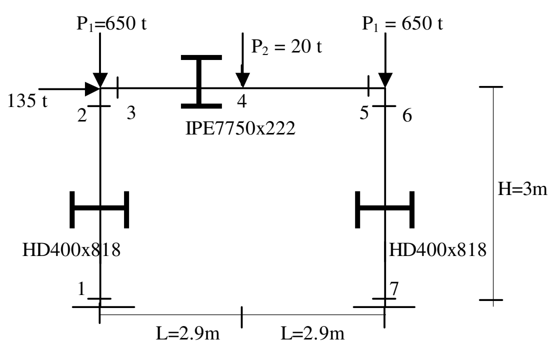
Son zamanlarda mühendislik ve bilimin çeşitli alanlarında kullanılmakta olan MATLAB, interaktif bir yazılımdır. MATLAB özellikle sonlu elemanlar ile ilgili programların yazılım ve anlaşılmasında çok kolaylık sağlamaktadır. MATLAB programında matris ve vektör işlemleri çok (8) kolay yapılabilmektedir.

Oluşturulan programın genel özelliklerini veren temel işlemler şunlardır.

1. Veri girişi
2. Her eleman için vektör ve rijitlik matrislerin hesaplanması
3. Eleman matrislerinin ve vektörlerinin birleştirilerek sistem matris ve vektörlerine dönüştürülmesi
4. Sistem matris ve vektörlerine sınır şartlarının uygulanması
5. Bilinmeyenlerin deplasman ve gerilmelerin hesabı
6. Yük parametresinin istenen noktanın rölatif deplasmanının belirlenmesi
7. Elemanların mafsallaşma durumlarının tespiti
8. İstenen yakınsamanın sağlanıp sağlanmadığının kontrolü.
9. İstenen değerlerin çıktı olarak sunumu
10. Program sonu

4. Örnek Çözüm

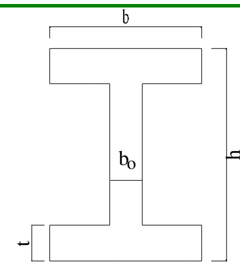
Şekil 2'de gösterilen tek açıklıklı-tek katlı düzlemsel çelik çerçeve çok katlı bir yapının zemin katını temsil etmektedir.



Şekil 2. Çözümü yapılan tek açıklıklı tek katlı çerçeve

Kirişlerde kullanılacak IPE 750x222 ve kolonlarda kullanılacak HD 400x 818 profilleri için Kesit özellikleri Çizelge 1'de verilmiştir. Kolon ve kirişler için M_p ve N_p değerleri aşağıdaki şekilde bulunur.

Çizelge 1. Kesit özellikleri

	IPE 750x222 (mm)	HD 400x818 (mm)	
b	268	437	
b_o	17	60.5	
t	29.5	97	
h	778	514	

IPE 750x222 kesitler için M_p momenti aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$M_p = \int \sigma\, y\, dF = \sigma\, y\, b(y)\, dy = \int_{-\left(\frac{d}{2}-t\right)}^{\left(\frac{d}{2}-t\right)} \sigma_e\, y\, b_o\, dy$$

$$+ \int_{-\left(\frac{d}{2}\right)}^{-\left(\frac{d}{2}-t\right)} \sigma_e\, y\, b\, dy + \int_{\left(\frac{d}{2}-t\right)}^{\left(\frac{d}{2}\right)} \sigma_e\, y\, b\, dy \qquad (13)$$

$$M_p = \sigma_e \frac{y^2}{2} b_o \Big|_{-\left(\frac{d}{2}-t\right)}^{\left(\frac{d}{2}-t\right)} + \sigma_e \frac{y^2}{2} b \Big|_{-\left(\frac{d}{2}\right)}^{-\left(\frac{d}{2}-t\right)} + \sigma_e \frac{y^2}{2} b \Big|_{\left(\frac{d}{2}-t\right)}^{\left(\frac{d}{2}\right)}$$

$$\sigma_e \left(\frac{d}{2} - t\right)^2 b_o + \sigma_e \left(\frac{d}{2}\right) b + \sigma_e \left(\frac{d}{2} - t\right)^2 b$$

IPE 750x222 kesitler için M_p momenti aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$M_p = \frac{\sigma_e}{4}\left(b\,d^2 - (b - b_o)(d - 2t)^2\right)$$

$$= 19475340,6\text{kgcm} \cong 194,75\text{tm}$$

HD 400x818 kesitler için Mp momenti aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$M_p = \frac{\sigma_e}{4}\left(b\,d^2 - (b - b_o)(d - 2t)^2\right)$$

$$= 46140031.2\text{kgcm} \cong 461.4\text{tm}$$

IPE 750x222 kesitler için Np kuvveti aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$N_p = \int \sigma\, dF = \sigma\, b(y)\, dy \qquad (14)$$

$$N_p = \int_{-\left(\frac{d}{2}-t\right)}^{\left(\frac{d}{2}-t\right)} \sigma_e\, b_o\, dy + \int_{-\left(\frac{d}{2}\right)}^{-\left(\frac{d}{2}-t\right)} \sigma_e\, b dy + \int_{\left(\frac{d}{2}-t\right)}^{\left(\frac{d}{2}\right)} \sigma_e\, b dy =$$

$$\sigma_e \frac{y}{2} b_o \Big|_{-\left(\frac{d}{2}-t\right)}^{\left(\frac{d}{2}-t\right)} + \sigma_e \frac{y}{2} b \Big|_{-\left(\frac{d}{2}\right)}^{-\left(\frac{d}{2}-t\right)} + \sigma_e \frac{y}{2} b \Big|_{\left(\frac{d}{2}-t\right)}^{\left(\frac{d}{2}\right)}$$

$$N_p = \sigma_e\left(\frac{d}{2}-t\right)b_o + \sigma_e\left(\frac{d}{2}\right)b + \sigma_e\left(\frac{d}{2}-t\right)b$$

$$= \frac{\sigma_e}{4}\left(b\,d-\left(b-b_o\right)\left(d-2t\right)\right) \cong 672,84\text{tm}$$

HD 400x818 kesitler için Np kuvveti şöyle hesaplanır.

$$N_p = \sigma_e\left(\frac{d}{2}-t\right)b_o + \sigma_e\left(\frac{d}{2}\right)b + \sigma_e\left(\frac{d}{2}-t\right)b$$

$$= \frac{\sigma_e}{4}\left(b\,d-\left(b-b_o\right)\left(d-2t\right)\right) \cong 2499.312\text{tm}$$

Çerçevede program girişi olarak kullanılacak kolon ve kirişin hesaplanan değerleri Çizelge 2'de gösterildiği gibidir. Kolonların taşıma kapasitelerinin belirlenmesinde kullanılacak etkileşim diyagramı gerçekte doğrusal değildir. Etkileşim diyagramı gerçeğe yakın şekilde doğrusallaştırıldığında çözüm için bir kolaylık sağlanacaktır.

Çizelge 2. Düzlemsel çerçeve kolon ve kiriş değerleri

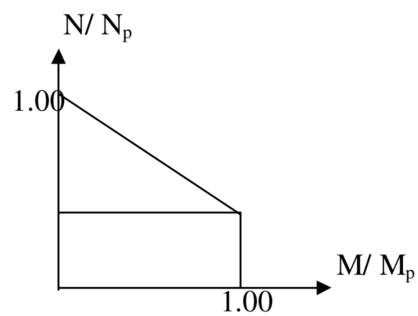
Eleman	Kesit	F(m^2)	I(m^4)	EI	EF	Mp	Np
Kolon	HD400x818	0.1043	0.003922	82362	2190300	461.4	2499.31
Kiriş	IPE7750x222	0.0283	0.002782	58422	594300	194.7	672.84

Hesaplanan kolon etkileşim diyagramının lineerleştirilmiş şekli Çizelge 3'te gösterildiği gibidir. Burada N kesitteki normal kuvveti, M eğilme momentini, Mp taşıma gücünü, Np plastikleşme durumundaki normal kuvveti ifade etmektedir.

$$\frac{M}{M_p} + \frac{\frac{N}{N_p} - 0,15}{0,85} - 1 = 0, \quad \frac{N}{N_p} > 0.15$$

$$\frac{M}{M_p} = 1, \quad \frac{N}{N_p} < 0.15$$

0.15



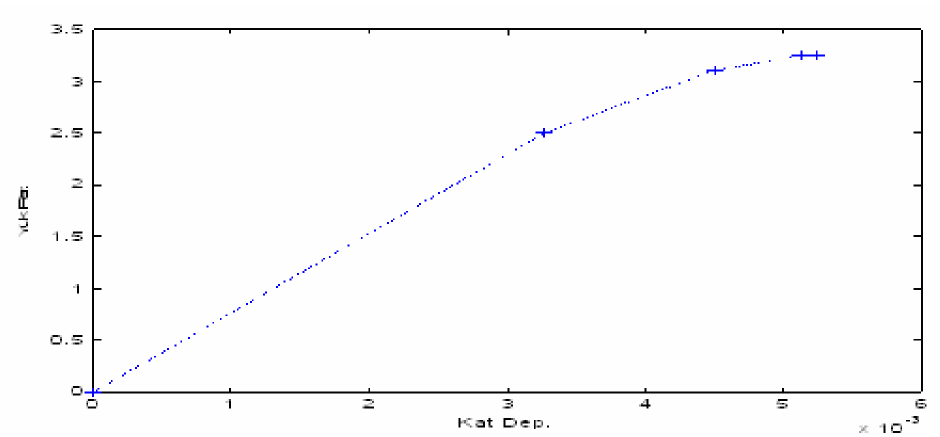
Çizelge 3. Lineerleştirilmiş K(M,N)=0 akma bağıntısı

Hazırlanan program yardımıyla yapılan çözümler gerçekleştirilmiştir. Birinci mertebe K(M)=0 durumunda oluşan yük parametresi-kat ötelenmesi çizelge 4' te gösterilmiştir.

Çizelge 4. Birinci mertebe K(M)=0, durumunda yük parametresi-kat ötelenmesi değerleri

MAFSAL NO	Δ℘	℘	δ	δ/H
5	2.50536	2.5053	0.009823	0.003274
1	0.60014	3.1054	0.013493	0.004497
7	0.14656	3.2520	0.015388	0.005129
3	0.00544	3.2574	0.015699	0.005233

Çizelge 4'de verilen değerlerin grafik olarak gösterimi ile yük parametresi- kat deplasman eğrisi Şekil 3'te çizilmiştir.
Orantılı artan düşey ve yatay yük grupları için malzeme yönünden doğrusal olmayan sistemimizin birinci mertebe teorisine göre K(M)=0 hesabında, oluşan kesitler nedeniyle sistemimiz tümüyle mekanizma durumuna gelmiştir. Bu duruma karşılık gelen birinci mertebe limit yük P_{L1}= 3. 2575 ton değerini almaktadır.

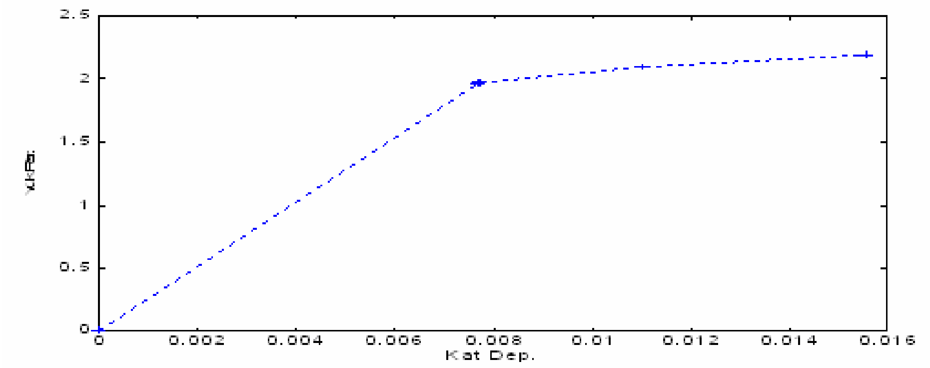


Şekil 3. Birinci mertebe K(M)=0 durumu yük parametresi-kat deplasman eğrisi

Birinci mertebe K(M,N)=0 durumu için yük parametresi-kat ötelenmesi çizelge 5' te gösterildiği gibidir. Çizelge 5'te verilen değerlerin grafik olarak gösterimi ile yük parametresi- kat deplasman eğrisi Şekil 4'te gösterildiği gibidir.

Çizelge 5. Birinci mertebe K(M,N)=0, durumu yük parametresi-kat ötelenmesi değerleri

MAFSAL NO	Δ℘	℘	δ	δ/H
7	1.9625	1.9625	0.00769	0.002563
1	0.0070	1.9695	0.00773	0.002577
5	0.1292	2.0987	0.01100	0.003667
3	0.0968	2.1955	0.01556	0.005187

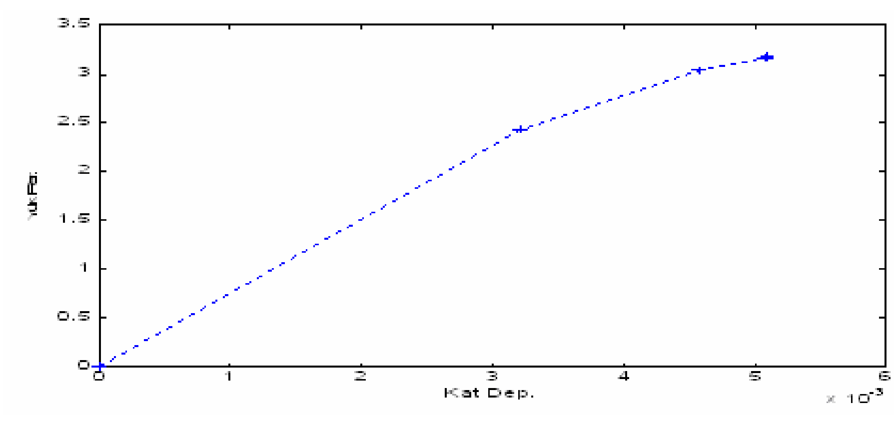


Şekil 4. I.mertebe K(M,N)=0 durumu yük parametresi-kat deplasman eğrisi

Orantılı artan düşey ve yatay yük grupları için malzeme yönünden doğrusal olmayan sistemimizin birinci mertebe teorisine göre K(M,N)=0 hesabında, oluşan kesitler nedeniyle sistemimiz tümüyle mekanizma durumuna gelmiştir. Bu duruma karşılık gelen birinci mertebe limit yük P_{L1}= 2,1955 ton değerini almaktadır. İkinci mertebe K(M)=0 durumu için yük parametresi-kat ötelenmesi çizelge 6' da gösterildiği gibidir. Çizelge 6'da verilen değerlerin grafik olarak gösterimi ile yük parametresi-kat deplasman eğrisi şekil 5'te gösterildiği gibi çizilmiştir.

Çizelge 6. İkinci mertebe K(M)=0, durumu yük parametresi-kat ötelenmesi değerleri

MAFSAL NO	$\Delta \wp$	$\wp$	δ	δ/H
5	2.43187	2.43187	0.009652	0.003217
1	0.60133	3.03320	0.013700	0.004567
7	0.14334	3.17654	0.015240	0.005080
3	0.00070	3.17724	0.015290	0.005096

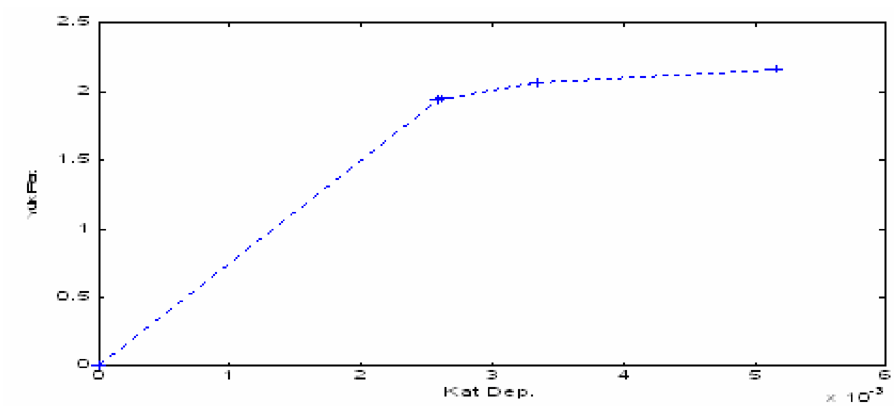


Şekil 5. ikinci mertebe K(M)=0 durumu yük parametresi-kat deplasman eğrisi

Orantılı artan düşey ve yatay yük grupları için geometri ve malzeme yönünden doğrusal olmayan sistemimizin ikinci mertebe teorisine göre K(M)=0 hesabında, oluşan kesitler nedeniyle sistemimiz tümüyle mekanizma durumuna gelmiştir. Bu duruma karşılık gelen ikinci mertebe limit yük P_{L2}= 3,17724 ton değerini almaktadır. İkinci mertebe K(M,N)=0 durumu için yük parametresi-kat ötelenmesi çizelge 7' de gösterildiği gibidir. Çizelge 7'de verilen değerlerin grafik olarak gösterimi ile yük parametresi-kat deplasman eğrisi şekil 6'da gösterildiği gibi çizilmiştir.

Çizelge 7. İkinci mertebe K(M,N)=0, durumu yük parametresi-kat ötelenmesi değerleri

MAFSAL NO	$\Delta\wp$	$\wp$	δ	δ/H
7	1.9410	1.9410	0.007795	0.002598
1	0.0090	1.9500	0.007851	0.002617
5	0.1210	2.0710	0.010028	0.003342
3	0.0954	2.1664	0.015504	0.005168



Şekil 6. İkinci mertebe K(M,N)=0 durumu yük parametresi-kat deplasman eğrisi

Orantılı artan düşey ve yatay yük grupları için geometri ve malzeme yönünden doğrusal olmayan sistemimizin ikinci mertebe teorisine göre K(M,N)=0 hesabında, oluşan kesitler nedeniyle sistemimiz tümüyle mekanizma durumuna gelmiştir. Bu duruma karşılık gelen ikinci mertebe limit yük P_{L2}= 2,1664 ton değerini almaktadır.

5. SAYISAL SONUÇLAR

Sonlu Elemanlar Yöntemi kullanılarak, MATLAB programlama dili ile yazılan bir yazılım ile, çelik çerçevelerin elastik–plastik analizi gerçekleştirilmiştir. Düşey ve yatay yük etkisindeki bir çerçeve örneğinde (tek açıklıklı, tek katlı) malzeme ve geometrik yönden doğrusal olmayan etkiler göz önüne alınarak hesaplamalar yapılmıştır. Analiz yapılırken örnek çerçeve I.mertebe ve eğilme etkisindeki kesitlerde oluşan akma bağıntısı K(M)=0, I.mertebe ile eğilme ve eksenel yük etkisindeki kesitlerde oluşan akma bağıntısı K(M,N)=0, II. mertebe ve eğilme etkisindeki kesitlerde oluşan akma bağıntısı K(M)=0, II. mertebe ile eğilme ve eksenel kuvvet etkisindeki kesitlerde oluşan K(M,N)=0 durumlarına göre incelenmiş çizilen yük parametresi-deplasman diyagramları irdelenmiştir.

Örnek çözümde sunulan grafikler incelendiğinde şu bulgular elde edilmiştir. I. mertebe hesaplarında K(M)=0 durumu göz önüne alınarak bulunan yük parametresinin normal kuvvetler etki altında %32,60 oranında azaldığı görülmüştür. Ayrıca oluşan mafsal sırasında da farklılaşma gözlenmiştir. K(M)=0 durumunda II mertebe etkisi nedeniyle sistem limit yükü %2,5, K(M,N)=0 durumunda ise %5,6 azalmaktadır. Birinci mertebe K(M)=0 ile II. mertebe K(M,N)=0 durumlarının limit yükleri karşılaştırıldığında %33,5 oranında azalma görülmektedir. Seçilen örnekte alınan kesit boyutları nedeniyle malzeme yönünden doğrusal olmayan etkilerin bu sistem üzerinde daha etkili olduğu görülmüştür. Söz konusu çıkarımların bir örnekten elde edildiği genelleme yapabilmek için daha fazla sayıda değişik geometrileri de içeren çözümlemelerin ele alınması gereği gözden uzak tutulmamalıdır.

KAYNAKLAR

[1] Bektaş, S., Sungur, İ., "Uzay çerçevelerin Elastik-Plastik Analizi", Türkiye İnşaat Mühendisliği 8. Teknik Kongresi, 35-45, 1986.

[2] Çakıroğlu, A., Özden, E., Özmen, G.," Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metodları ve Elektronik Hesap Makinası Programları", CiltII, 1992.

[3] Çakıroğlu, A., Özer, E., " Malzeme ve Geometri Değişimi Bakımından Lineer Olmayan sistemler", 1980.

[4] İrtem, E.,"Uzay Çubuk Sistemlerin İkinci mertebe Limit Yükün Hesabı için Bir Yük artımı Yöntemi", İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora, 1991.

[5] Jing ,J.,"Application of Linear Structural Analysis program for Steel frame Ultimate Limit State Analysis" The Struc. Design of tall Build., 8, 205-214, 1999

[6] Kwon, Y., Bang, h.," The Finite element Method Using MATLAB" ,CRC Press New York Washington, 1997.

Geliş Tarihi: 08/01/2008 *Kabul Tarihi: 15/05/2008*