

Matematik Öğretmenlerinin Fark Etme Becerilerinin Sessiz Video Görevi Aracılığıyla Analizi

Analysis of Mathematics Teachers' Noticing Skills Through Silent Video Task

Selen Galiç¹, Şenol Dost²

¹Sorumlu yazar, Dr., selengalic@gmail.com (<https://orcid.org/0000-0002-3524-6428>)

²Prof. Dr., Hacettepe Üniversitesi, dost@hacettepe.edu.tr (<https://orcid.org/0000-0002-5762-8056>)

Geliş Tarihi: 30.01.2025

Kabul Tarihi: 02.05.2025

ÖZ

Bu çalışmada, matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerileri sessiz video görevi aracılığıyla incelenmektedir. Sessiz video görevi, öğrencilerin matematiksel bir kavramı anlamalarını ortaya çıkarmak için tasarlanan herhangi bir metin veya diyalog içermeyen dinamik matematiksel görevlerdir. Bu çalışmada matematik öğretmenlerinin fark etme becerileri; dikkate alma, yorumlama ve şekillendirme olmak üzere üç boyutta ele alınmıştır. Çalışma, 11 ortaokul matematik öğretmeniyle yürütülmüştür. Keşfedici durum çalışması olarak yürütülen çalışmada ortaokul öğrencisi tarafından seslendirilen eğitim konusuna ilişkin bir sessiz video görevi matematik öğretmenleriyle paylaşılmış ve öğretmenlerden öğrencinin matematiksel düşünme sürecini analiz etmeleri istenmiştir. Bulgular, öğretmenlerin öğrencinin matematiksel tanımlarını ve strateji kullanımını dikkate aldıklarını fakat öğrencinin matematiksel dil kullanımını göz ardı etme eğiliminde olduklarını göstermektedir. Yorumlama boyutunda öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel anlayışlarını betimleyici veya değerlendirmeye yönelik bir yaklaşım benimsedikleri görülmüştür. Şekillendirme boyutunda ise matematik öğretmenlerinin öğrencinin stratejisini anlamaya yönelik etkileşimler oluşturdıkları gözlemlenmiştir. Bu çalışmadan elde edilen bulgular fark etme becerisinin dinamik yapısına yönelik bir örnek sunmaktadır. Ayrıca, sessiz video görevlerinin fark etme becerisini destekleyen etkili bir araç olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ancak sessiz video görevleri aracılığıyla öğretmenlerin fark etme becerilerinin nasıl iyileştirileceği gelecek çalışmalarda derinlemesine araştırılmalıdır.

Anahtar Kelimeler: Fark etme, matematik eğitimi, sessiz video görevi, eğitim, öğretmen eğitimi.

ABSTRACT

This study explores how in-service mathematics teachers notice students' mathematical thinking through the use of silent video tasks. A silent video task is a dynamic mathematical task designed to capture students' understanding of a mathematical concept without the use of text or dialogue. Teacher noticing is analysed across three dimensions: attending, interpreting, and shaping. The study was conducted with 11 elementary school mathematics teachers. In this exploratory case study, a silent video task related to the concept of slope, narrated by a middle school student, was shared with the mathematics teachers, and they were asked to analyse the student's mathematical thinking. The findings reveal that teachers primarily focused on students' definitions and their use of mathematical strategies, often overlooking their use of mathematical language in the attending dimension. In the interpretation dimension, teachers adopted a descriptive or evaluative stance. In the shaping dimension, teachers mostly create interactions aimed at understanding students' strategies. The findings from this study provide an example of the dynamic nature of teacher noticing. Moreover, it concludes that silent video task is an effective tool for helping teachers

develop a deeper understanding of students' mathematical thinking and fostering teacher noticing. However how teacher noticing improves thorough silent video task should be investigated in future studies.

Keywords: Teacher noticing, mathematics education, silent video task, slope, professional development.

GİRİŞ

Matematik öğretmenlerinin sınıf içinde öğrencilerin düşünme süreçlerini fark etme becerisi, etkili bir öğretimin temel bileşenlerinden biridir. Öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini gözlemleyerek, yorumlayarak ve doğru pedagojik kararlar alarak sınıf etkileşimini ve öğrenmeyi desteklemeleri, öğretimin niteliğini artırmaktadır. Bu beceri, öğretmenlerin pedagojik bilgilerini ve matematiksel içeriğe dair derin anlayışlarını içeren bir süreci ifade etmektedir (Dreher & Kuntze, 2015; Friesen & Kuntze, 2021). van Es ve Sherin (2002), öğretmenlerin sınıf etkileşimlerinde neyi dikkate aldıklarını ve bunları nasıl yorumladıklarını ele alan güçlü bir çerçeve sunmuşlardır. Bu çerçeve, fark etmenin dinamik bir süreç olduğunu vurgulamakta ve dikkate alma, yorumlama ve şekillendirme olmak üzere üç temel boyutta gerçekleştiğini belirtmektedir (van Es & Sherin, 2021). Bu boyutlar, öğretmenlerin sınıf içindeki etkileşimlerde derinlemesine bir anlayış geliştirmelerine olanak tanımaktadır. Öğretmenlerin sınıf içi etkileşimlerde öğrencilerin düşünme süreçlerini, pedagojik kararlarını, sınıf iklimini ve sınıf yönetimini fark etmelerine rağmen (van Es, 2011), yapılan çalışmalar öğretmenlerin zaman içerisinde diğer etkileşimleri göz ardı ederek öğrenci düşüncelerine odaklanma eğiliminde olduğunu ortaya koymaktadır (van Es & Sherin, 2021). Bu nedenle pek çok çalışma, öğretmenlerin fark etme becerilerini öğrenci düşünmesi bağlamında ele almaktadır (Fernández vd., 2024; Rotem vd., 2024; Scheiner, 2023). Öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini fark etme becerisi, öğretim hamlelerinin belirlenmesinde önemli bir rol oynamaktadır (Friesen & Dreher, 2024; Son, 2025). Öğretmenlerin, öğrenci düşüncelerini dikkate alarak uygun öğretim stratejileri geliştirmeleri, öğrenci merkezli bir eğitim anlayışının uygulanabilmesi için kritik öneme sahiptir (Jacobs & Empson, 2016).

Günümüzde öğretmenlerin fark etme becerilerini incelemek ve geliştirmek için video kulüpler (Ulusoy & Çakıroğlu, 2021), öğrenci çözümleri (Parodi vd., 2024), ders planları (Tataroğlu Taşdan & Didiş Kabar, 2022) ve ders imcesi (Yun vd., 2024) gibi çeşitli araçlar ve yöntemler kullanılmaktadır. Video kulüplerin kullanımı, gerçek sınıf senaryolarını analiz etme ve öğretim kararları üzerinde düşünme fırsatı sağlayarak öğretmenlerin fark etme becerilerini geliştirdiğini ortaya koymaktadır (Santagata vd., 2021; van Es & Sherin, 2006, 2008). Böylece video kulüpler, öğretmenlerin sınıf içi etkileşimleri analiz etmeleri için yaygın olarak kullanılan bir araç olarak kabul görmektedir (Amador vd., 2023; Gaudin & Chaliès, 2015; Larison vd., 2024). Video kulüplerin güçlü yanları olsa da fark etme becerisini incelemek için kapsamlı yöntemlere ihtiyaç duyulmaktadır (Friesen & Dreher, 2024; Sherin & Russ, 2011).

Teknolojinin eğitim ve araştırma alanında giderek daha fazla yer edinmesiyle birlikte, öğretmen fark etmesinin geliştirilmesinde teknolojik araçların rolü de artmıştır (Galiç, Urhan vd., 2025; Huang vd., 2025; Sherin & Russ, 2011; Son, 2025). Animasyon tabanlı araçlar (Amador vd., 2017; Lee, 2020) ve göz izleme teknolojileri gibi yenilikçi yaklaşımlar (Kosko vd., 2024) öğretmen fark etmesini inceleme ve geliştirme potansiyeline sahiptir. Bu bağlamda, sessiz video görevleri, hem öğretmen fark etmesini inceleyen hem de fark etme becerisinin gelişimini destekleyen yenilikçi bir araç olarak öne çıkmaktadır (Galiç, Dost & Lavicza, 2024). Sessiz video görevleri, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini analiz etmelerine, stratejilerini incelemelerine ve gerekçelendirmelerini yorumlamalarına olanak tanıyan yapılandırılmış bir yöntem sunmaktadır (Galiç, Dost & Lavicza, 2025). Bu yönüyle, video kulüplerin sağladığı esnekliği korurken, öğretmenlerin öğrenci muhakemesini derinlemesine anlamalarına katkıda bulunan teknoloji tabanlı bir uygulama olarak değerlendirilmektedir.

Kristinsdóttir (2023), sessiz video görevlerini, öğrencilerin matematiksel bir kavramı anlamalarını ortaya çıkarmak için tasarlanmış matematiksel görevler olarak tanımlamıştır. Sessiz video görevleri, herhangi bir metin veya diyalog içermeyen kısa ve dinamik matematiksel görevlerdir. Her bir görev belirli bir matematik kavramına odaklanmaktadır (Kristinsdóttir, 2021, 2023). Sessiz video görevleri, öğrencilerle paylaşılarak öğrencilerin videodaki matematiksel içeriği sesli bir şekilde açıklamaları istenir. Bu görevler, öğretmenlerin öğrencilerin düşünme süreçlerini daha derinlemesine anlamalarına ve öğrencilerin matematiksel fikirlerini tanımlama, açıklama ve gerekçelendirme becerilerini desteklemelerine olanak tanımaktadır (Galiç, Tekşen & Dost, 2024). Sessiz video görevleri, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerini daha iyi kavramalarına ve bilişsel süreçlerini anlamalarına yardımcı olurken, öğrencilerin görevler sırasında verdikleri tepkileri inceleyerek matematiksel anlayışlarını ortaya çıkarmalarını ve öğretim stratejilerini bilinçli bir şekilde yönlendirmelerini sağlar (Kristinsdóttir, 2023). Bu bağlamda, sessiz video görevleri öğrencilerin matematiksel kavramları nasıl anladıklarını ortaya çıkarmayı amaçlayan dinamik bir yöntemdir. Sessiz video görevleri, video tabanlı analizlerin sunduğu tekrar dinleme/izleme, durdurma, geriye sarma gibi avantajları içerirken aynı zamanda öğrencilerin düşünmelerini kendi ifadeleriyle seslendirmelerine olanak tanımasıyla öğrencilerin yazılı çözümlerinden daha kapsamlı bir analiz imkânı sunmaktadır. Ayrıca sessiz video görevleri, öğretmenlerin öğrenci düşünme süreçlerini derinlemesine incelemelerine ve öğrencilerin matematiksel fikirlerini tanımlama, açıklama ve gerekçelendirme becerilerini desteklemelerine imkân tanımaktadır (Kristinsdóttir vd., 2020). Öğretmen fark etmesini dikkate alma, yorumlama ve şekillendirme boyutlarıyla ele alan bu yaklaşım (van Es & Sherin, 2021), öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarını sağlayarak öğretim stratejilerini bilinçli bir şekilde yönlendirmelerine yardımcı olmaktadır. Bu doğrultuda, sessiz video görevlerinin öğretmen fark etme becerisini geliştirmede etkili bir araç olduğu ve matematik eğitiminde öğretim uygulamalarını iyileştirmek için kullanılması önerilmektedir (Galiç, Dost & Lavicza, 2024). Öğretmenler, bu görevler aracılığıyla öğrencilerin düşünme süreçlerine odaklanarak neye dikkat etmeleri belirleyebilir, yorumlayabilir ve pedagojik kararlarını bilinçli bir şekilde yapılandırabilir. Bu çalışmanın amacı, matematik öğretmenlerinin eğitim kavramına yönelik öğrencilerin matematiksel düşünmelerini sessiz video görevleri aracılığıyla incelemektir. Bu kapsamda mevcut çalışmada, “ortaokul matematik öğretmenlerinin sessiz video görevi aracılığıyla öğrenci düşünmelerini fark etmeleri (dikkate alma, yorumlama ve şekillendirme boyutları) nasıldır” problemine yanıt aranmaktadır.

1.1. Teorik Çerçeve

Fark etme kavramı, araştırmacılar tarafından farklı yönlerden ele alınmış; ve altı farklı perspektifte toplanmıştır (Coles & Helliwell, 2025; König vd., 2022; Santagata vd., 2021; Scheiner & Kaiser, 2023): Uzmanlıkla ilgili bakış açısı (an expertise-related perspective), disipline özgü bakış açısı (a discipline-specific perspective), bilişsel-psikolojik bakış açısı (a cognitive-psychological perspective), sosyokültürel bakış açısı (a sociocultural perspective), ekolojik-bedensel bakış açısı (an ecological-embodied perspective) ve enaktivist bakış açısı (enactivist perspective). Bilişsel-psikolojik perspektife dayanan van Es ve Sherin'in (2002) öncü çalışmasında, fark etme kavramı öğretmenlerin sınıf içinde önemli olayları dikkate almasını ve bunları yorumlamasını içeren dinamik bir süreç olarak tanımlanmıştır. Yazarlar, öğretmenlerin öğretim stratejileri ve öğrencilerin düşünme süreçleri ile etkileşimlerini göz önünde bulundurarak, fark etmenin öğrenilebilir olduğunu vurgulamış ve Fark Etmeyi Öğrenme Çerçevesi'ni (van Es & Sherin, 2002, 2006, 2008, 2021) geliştirmişlerdir.

Bu çalışmada fark etme bilişsel-psikolojik perspektif ile ele alınmış ve öğretmenlerin öğrenci düşünmelerini fark etme sürecine odaklanılmıştır. van Es ve Sherin'in (2021) geliştirdiği çerçeve kullanılarak öğretmenlerin öğrenci düşünmelerini fark etmeleri incelenmiştir. Çerçeve; öğretmenlerin, öğrencilerin düşünme süreçlerini derinlemesine anlamalarına dair bir yapı sunarak, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünmelerini fark etmelerini geliştirmelerine

olanak sağlamaktadır. Bu çerçeve öğretmen fark etmesini yalnızca önemli anları belirleme ve bunlara tepki verme süreci olarak değil, öğretmenlerin fark etme becerilerini gelişen dinamik ve öğrenilebilir bir süreç olarak ele almaktadır. van Es ve Sherin (2021), fark etme sürecini genişleterek, öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini dikkate alıp yorumlamalarının ötesinde, bu süreci şekillendirme (shaping) yoluyla aktif olarak yönlendirebileceğini vurgulamaktadır.

van Es ve Sherin (2021) fark etmeyi üç boyutta incelemektedir: dikkate alma (attending), yorumlama (interpreting) ve şekillendirme (shaping). Fark etmenin ilk boyutu, öğretmenlerin sınıf içi etkileşimlerde hangi unsurların dikkate değer olduğunu belirleme sürecini içerir (van Es & Sherin, 2002, 2021). Bu süreç, öğretmenlerin karmaşık öğretim durumlarında, her zaman tüm olan bitene odaklanmak yerine, yalnızca önemli gördükleri noktalara dikkat etmelerini gerektirir (van Es & Sherin, 2021). Dikkate alma, öğretmenin belirli anlarda neye odaklanacağına karar vermesini sağlar ve öğretmen, sınıf içindeki bazı olayları göz ardı ederek, önemli olanlara yönelir. Böylece, öğretmen sınıf etkileşimlerinde neyi fark edeceğini bilinçli bir şekilde seçer ve verimli bir öğretim ortamı yaratır (van Es & Sherin, 2021). Öğrenme ortamında öğretmenin neyi dikkate aldığı kadar neye dikkat etmediği de önemlidir. Öğretmenin göz ardı ettiği unsurlar, öğretimi etkileyebilir. Fark etmenin ikinci boyutu olarak yorumlama, gözlemlenen olayları daha geniş öğretim ve öğrenme ilkeleriyle ilişkilendirme sürecidir (van Es & Sherin, 2002, 2021). Öğretmenler, sınıf içindeki durumları yalnızca yüzeysel olarak gözlemlemekle kalmaz, aynı zamanda bu gözlemler üzerinden anlam çıkararak, öğrencilerin öğrenme süreçlerini derinlemesine anlarlar. Bu süreç, öğretmenlerin deneyimlerine ve pedagojik bilgilerine dayanarak, sınıf içi etkileşimlerde bilinçli bir şekilde anlam oluşturmaya olanak tanır (van Es & Sherin, 2002, 2021). Öğretmenler, öğrencilerin matematiksel anlayışını yorumlarken betimleyici, değerlendirici ve sorgulayıcı olmak üzere üç farklı yorumlayıcı duruş sergilemektedir (van Es, 2011). Yorumlama öğretmenlerin gözlemlerini kendi kriterlerine göre değerlendirmenin ya da öğrenci anlayışını betimlemenin ötesine geçip öğrenci düşüncelerini sorgulayan bir tutum benimsemeyi içermelidir; bu da öğretmenin sınıf dinamiklerini daha etkili bir şekilde yönlendirmesini sağlar (van Es & Sherin, 2021). Fark etmenin üçüncü boyutu olarak şekillendirme, öğretmenlerin gözlem yaptıkları sırada, öğrencilerle etkileşimler kurarak daha fazla bilgi edinmelerini ve öğrenci düşüncelerine yönelik fark etmelerini yönlendirmelerini sağlar (van Es & Sherin, 2021). Öğretmenler, öğrenci düşüncelerine derinlemesine odaklanarak, onlara sorular sorarak daha fazla bilgi almak için etkileşime girerler. Bu süreç, öğretmenin öğrenci düşüncelerini yalnızca gözlemlemekle kalmayıp, aynı zamanda öğrencilerin öğrenme süreçlerini şekillendirecek aktif müdahalelerde bulunmalarını gerektirir (van Es & Sherin, 2021). Şekillendirme, öğretmenin fark etme sürecini derinleştirerek, daha anlamlı bir öğretim deneyimi yaratır ve fark etmenin aktif bir süreç olduğunu vurgular (van Es & Sherin, 2021).

Öğretmenin fark etmesi, mesleki yeterliğin önemli bir boyutu olarak ele alınmakta ve fark etmenin alan bilgisine dayalı olarak şekillendiği vurgulanmaktadır (Kaiser vd., 2017; Friesen & Kuntze, 2021). Bu nedenle alanyazında, öğretmenlerin matematiksel kavramları fark etme süreçleri çeşitli konular üzerinden ele alınmıştır (Bastian vd., 2022; Ivars vd., 2020). Bu çalışmada öğretmenlerin fark etmesi, eğitim kavramı özelinde incelenmiştir. Eğitim, doğrusal ilişkilerin hem cebirsel hem de geometrik temsilleri arasında bağlantı kuran temel kavramlardan biri olarak öne çıkmaktadır (Nagle vd., 2019). Öğretmenlerin öğrencilerin eğitim kavramıyla ilgili düşüncelerini fark etme süreçleri incelendiğinde, çoğunlukla öğrencilerin kullandığı terimlere odaklandıkları, ancak kavramsal anlayışlarını derinlemesine yorumlamakta zorlandıkları görülmektedir (Styers vd., 2020). Ancak bu alanda yapılan çalışmalar hâlâ sınırlıdır (örn., Styers vd., 2020; Galiç, Dost & Lavicza, 2024; Galiç, Urhan vd., 2025). Bu nedenle, öğretmenlerin eğitim kavramına yönelik fark etme becerilerinin analiz edilmesi ve bu analizlere dayalı olarak fark etme becerilerinin geliştirilmesine yönelik çalışmaların, öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini derinlemesine anlamalarına ve öğretim süreçlerini daha etkili biçimde şekillendirmelerine katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

YÖNTEM

Bu araştırma, sessiz video görevleri aracılığıyla ortaokul öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerilerini desteklemeyi amaçlayan ilk yazarın doktora tez çalışmasının parçasıdır. Çalışmanın amacı doğrultusunda, araştırma yöntemi olarak Gravemeijer ve Cobb (2006) tarafından öğrenme tasarımı perspektifinden tasarı araştırması (design research from a learning design perspective) yaklaşımı benimsenmiştir. Tasarı araştırması; uygulama için hazırlık, sınıf içi uygulama ve geriye dönük analiz olmak üzere üç aşamadan oluşmaktadır (Gravemeijer & Cobb, 2006, s.19). Tasarı araştırmasının ilk aşamasında, araştırmanın amacı ve problemi belirlenerek, geliştirilebilir bir yerel öğretim teorisi (local instruction theory) oluşturulur. Bu süreçte öğrenme hedefleri tanımlanır ve deney sürecinin planlaması yapılır. İkinci aşamada, belirlenen öğretim süreci ve araçlar sınıfta uygulanarak yerel öğretim teorisinin test edilmesi ve geliştirilmesine yönelik çalışmalar yapılır. Son aşamada ise, deney sürecinden elde edilen veriler analiz edilerek ilk aşamadaki varsayımlar değerlendirilir ve öğretim süreci etkili hâle getirilir (Gravemeijer & Cobb, 2006). Çalışmanın uygulama için hazırlık aşamasında çevrimiçi öğrenme modülünün tasarımında alan uzmanları, matematik öğretmenleri, GeoGebra uzmanları ve sessiz video görevinde uzman matematik eğitimcileri ile çalışılmış ve GeoGebra kullanılarak eğitime ilişkin sessiz video görevleri hazırlanmıştır (bkz. Galiç, Dost & Lavicza, 2024). Geliştirilen sessiz video görevlerinin temel amacı, matematik öğretmenlerinin öğrencilerin düşünme süreçlerini fark etme becerilerini geliştirmektir. Sessiz video görevlerinin öğrenciler tarafından seslendirilmesi süreci hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin bu görevlerden en üst düzeyde yararlanmasını sağlamayı hedeflemektedir. Bu doğrultuda mevcut çalışmada, tasarı araştırmasının ikinci aşaması olan sınıf içi uygulama süreci için geliştirilen sessiz video görevlerinden biri ele alınmış ve matematik öğretmenlerinin eğitim kavramına yönelik öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerilerinin belirlenmesi incelenmiştir. Bu bağlamda, çalışma keşfedici durum çalışması (Yin, 2003) olarak yapılandırılmıştır.

2.1.Çalışma Grubu

Çalışma, farklı mesleki deneyim yılına sahip 11 ortaokul matematik öğretmeniyle gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar, amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilmiştir. Seçim kriterleri arasında öğretmenlerin, eğitim kavramına yönelik öğretim deneyimlerinin olması, gönüllü katılımları ve çalışmaya vakit ayırabilmeleri yer almaktadır (Tablo 1). Tüm katılımcılar ortaokul kademesinde görev almaktadır.

Tablo 1

Çalışmanın Katılımcıları

Kod	Cinsiyet	Mesleki deneyim yılı	Kod	Cinsiyet	Mesleki deneyim yılı
Ö1	Kadın	20	Ö7	Kadın	10
Ö2	Erkek	18	Ö8	Erkek	8
Ö3	Kadın	15	Ö9	Kadın	4
Ö4	Kadın	15	Ö10	Kadın	3
Ö5	Kadın	11	Ö11	Kadın	1
Ö6	Erkek	11			

Tablo 1’de verildiği gibi, katılımcıların mesleki deneyim yıllarının farklılaşmasına dikkat edilmiştir. Böylece sessiz video görevi aracılığıyla öğretmenlerin fark etme becerisinin analizinin çeşitliliği sağlanmıştır. Ayrıca her katılımcı daha önce eğitim konusuna ait ulusal öğretim programında yer alan kazanımları matematik sınıfında uygulama deneyimine sahiptir.

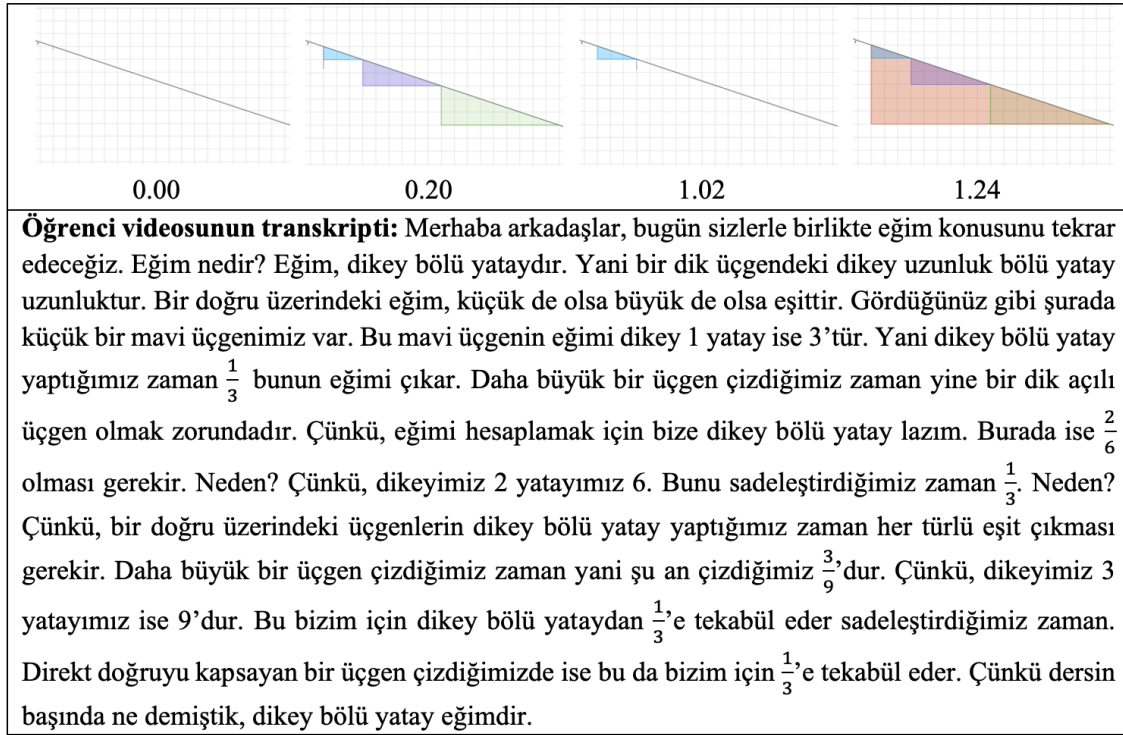
2.2. Veri Toplama Aracı ve Süreci

Çalışmanın veri toplama aracı, van Es ve Sherin’in (2021) ortaya koyduğu fark etme boyutları (dikkate alma, yorumlama, şekillendirme) temel alınarak hazırlanmıştır. van Es ve Sherin’in (2021) yaklaşımına dayalı olarak, öğretmenlerin fark etmesi, öğrencilerin matematiksel düşünceleri bağlamında kavramsallaştırılmıştır. Öğrencilerin matematiksel düşünceleri; açıklamalarını gerekçelendirmeleri, stratejileri bilinçli ve amacına uygun seçip kullanmaları ve matematiksel dili doğru kullanarak başkalarına anlaşılır şekilde açıklama yapabilmeleri (Boero, 2006; Morselli & Boero, 2009) olarak tanımlanmıştır.

Çalışma kapsamında altı farklı sessiz video görevi geliştirilmiştir (Galiç, Dost & Lavicza, 2024). Sessiz video görevleri, GeoGebra kullanılarak eğitim kavramının kavramsallaştırmasına dayalı olarak tasarlanmıştır. Tasarım süreci, ulusal öğretim programı ve eğitim kavramının öğretimine yönelik içerikler temel alınarak oluşturulmuştur. Bu içerikler önce GeoGebra’da taslak olarak hazırlanmış, ardından matematik eğitimi, GeoGebra ve sessiz video görevi uzmanları ile matematik öğretmenlerinin değerlendirmeleri doğrultusunda iteratif olarak geliştirilmiştir. Öğrenci videolarının hazırlanması sürecinde, sessiz video görevleri matematik sınıflarında uygulamış ve öğrencilerin videoları seslendirmeleri sağlanmıştır. İlk olarak bir pilot çalışma gerçekleştirilmiş, ardından yedi gönüllü öğretmenle uygulamalar yapılmıştır. Öğrencilerin seslendirdiği videolar analiz edilerek videolar arasından matematiksel düşünmeyi en iyi temsil edenler seçilmiş ve transkript edilmiştir. Bu aşamada matematik eğitimi uzmanlarından görüşler alınarak çalışmanın amacına uygun ve teknik problem içermeyen videolar tercih edilmiştir. Videoların seçimi sürecinde öğrencilerin doğru veya yanlış açıklamaları kriter olarak belirlenmemiştir. Son aşamada, her bir sessiz video için bir öğrenci tarafından seslendirilen görev belirlenmiştir. Bu çalışmada kullanılan sessiz videonun belirli saniyelerine ait ekran görüntüleri ve öğrenci videosunun transkripti Şekil 1’de verilmiştir.

Şekil 1

Sessiz Video Görevi ve Öğrenci Videosunun Transkripti



Matematik öğretmenlerinin öğrenci düşüncelerini fark etmelerine yönelik van Es ve Sherin'in (2021) çerçevesi ve öğrencilerin matematiksel düşünmeye yönelik Morselli ve Boero'nun (2009) tanımı temel alınarak hazırlanan yansıtma kağıdı veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Yansıtma kağıdı fark etme becerisinin boyutlarıyla ilişkili üç soru içermektedir:

- Öğrencinin seslendirmesinden yola çıkarak eğim kavramına yönelik öğrencinin matematiksel açıklamasını tanımlayınız (dikkate alma).
- Öğrencinin seslendirmesinden yola çıkarak öğrencinin eğime ilişkin anlayışını yorumlayınız (yorumlama).
- Öğrencinin seslendirmesinden yola çıkarak öğrencinin eğime yönelik anlayışı hakkında daha fazla bilgi edinmek için oluşturacağınız etkileşimleri belirleyiniz (şekillendirme).

Çalışmada önce katılımcılarla çevrimiçi bir toplantı yapılmış ve sessiz video görevi, çalışmanın amacı ve süreci tanıtılmıştır. Matematik öğretmenlerinin içerik ve süreç ile ilgili soruları yanıtlanmıştır. Bu aşamada matematik öğretmenleri sessiz videoların içeriği, sessiz video görevinin eğim konusunu temsil etme gücü ve analiz sürecinde birkaç kez videoyu izleme/dinleme ihtiyacına yönelik sorular yöneltilmişlerdir. Daha sonra öğretmenlerle sessiz video görevi, öğrencinin seslendirmesi ve yansıtma kağıdı paylaşılmıştır. Öğretmenlerin öğrencinin seslendirmesini bireysel olarak incelemeleri ve yansıtma kağıdına analizlerini yazılı bir şekilde aktarmaları istenmiştir. Veri toplama aracı, katılımcılarla Google Form aracılığıyla paylaşılmış ve doldurmaları istenmiştir. Katılımcıların formu yanıtlaması ile veri toplama süreci tamamlanmıştır.

2.3. Veri Analizi

Öğretmenlerin sessiz video görevi aracılığıyla fark etme becerilerini incelemek amacıyla yapılan bu çalışmada verilerin analizi için içerik analizi kullanılmıştır. Öğretmenlerin sessiz video görevleri aracılığıyla eğim kavramına yönelik fark etmelerini analiz etmek amacıyla, van

Es ve Sherin'in (2021) tanımladığı fark etme boyutları, öğrencilerin matematiksel düşüncelerine odaklanılarak incelenmiş; matematiksel düşünme ise Morselli ve Boero'nun (2009) tanımına dayalı olarak ele alınmıştır (Tablo 2). Öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etmeleri; gerekçelendirmeler, stratejiler ve matematiksel ifadeler başlıkları altında incelenmiştir.

Tablo 2

Çalışmanın Analiz Birimi

Boyut	Kodlar	Kodların açıklamaları
Dikkate Alma	D1	Öğrencilerin eğitim kavramını tanımlamasını ve/veya eğimi kavramını açıklarken kullandıkları gerekçeleri dikkate alma
	D2	Öğrencilerin eğitim kavramına yönelik işlem yapabilme becerilerini dikkate alma
	D3	Öğrencilerin eğitim kavramına yönelik kullandıkları matematiksel dili (örneğin, semboller, temsiller) dikkate alma
	D4	Öğrencilerin eğitim kavramına yönelik düşüncelerini dikkate almadan öğrenci çözümünü veya eğitim kavramını tanımlama
Yorumlama	Y1	Kanıt sağlayarak öğrencilerin eğitim kavramına yönelik bilgilerini yorumlama
	Y2	Kanıt sağlayarak öğrencilerin eğitim ile ilgili işlem yapabilme becerilerini yorumlama
	Y3	Kanıt sağlayarak öğrencilerin eğitim kavramına yönelik kullandıkları matematiksel dili (örneğin, semboller, temsiller) yorumlama
	Y4	Öğrencilerin eğitime kavramına yönelik düşüncelerini kanıt sağlamadan betimleyici veya değerlendireci bir şekilde yorumlama
Şekillendirme	Ş1	Öğrencilerin eğitim kavramına yönelik bilgilerine ait kanıt toplamak için etkileşim oluşturma
	Ş2	Öğrencilerin eğitim ile ilgili işlem yapabilme becerilerine ait kanıt toplamak için etkileşim oluşturma
	Ş3	Öğrencilerin eğitim kavramına yönelik matematiksel dili nasıl kullandıklarına (örneğin, semboller, temsiller) ait kanıt toplamak için etkileşim oluşturma
	Ş4	Öğrencinin eğitime yönelik düşünmesine ait kanıt aramayı sağlamayan etkileşim oluşturma

Çalışmanın analiz birimi, öğretmenlerin veri toplama aracında bulunan her soru için verdiği yazılı yanıtlardan oluşmaktadır. Veriler, Tablo 2'de belirtilen boyutlar ve kodlara uygun bir şekilde analiz edilmiştir. Veri analizi çalışmanın ilk yazarı tarafından yapılmış ve ikinci yazarı tarafından kontrol edilmiştir. Kodlar arasındaki uyumsuzluklar, araştırmacılar arasında uzlaşa sağlanana kadar tartışılmıştır. Bu süreçte, kodların kapsayıcı olup olmadığı ve birbirinden tamamen ayık olup olmadığı gözden geçirilmiştir. Geçerlik ve güvenilirlik, araştırmacılar arasındaki kontrol ve uzlaşa süreciyle sağlanmıştır. Her bir kodun doğru şekilde uygulanması ve kodlar arasındaki tutarsızlıkların giderilmesi için kod uyumu sağlanmıştır. Bulgular, kodların açıklamaları ve sıklıklarıyla birlikte sunulmuştur. Kodların sıklığı ve dağılımlarının okuyucuya yansıtılması için bulgular görselleştirilmiş ve Sankey diyagram aracılığıyla sunulmuştur.

BULGULAR

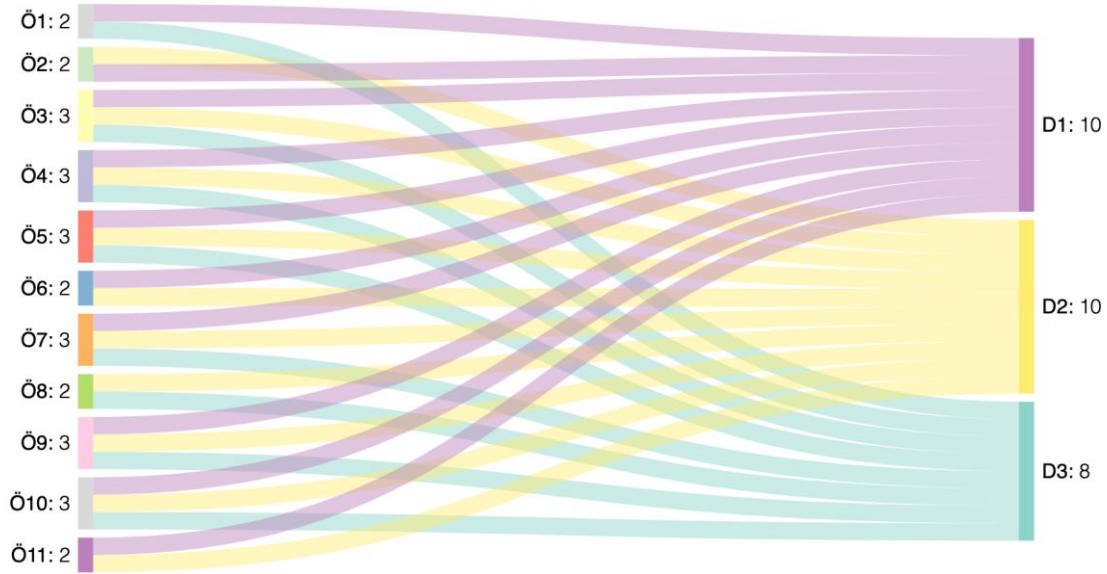
Bu çalışmada, öğretmenlerin eğitim kavramına yönelik öğrenci düşüncelerini sessiz video görevleri yoluyla fark etme becerileri incelenmiş; bulgular, van Es ve Sherin'in (2021) çerçevesindeki dikkate alma, yorumlama ve şekillendirme boyutları doğrultusunda sunulmuştur. Çalışmanın bulguları, Sankey diyagramı aracılığıyla sunulmuş ve fark etme boyutlarının kodları ile matematik öğretmenleri arasındaki bağlantılar vurgulanmıştır. Sankey diyagramda, sol taraftaki düğümler matematik öğretmenlerini, sağ taraftaki düğümler ise Tablo 2'de sunulan fark etme boyutlarının kodlarını temsil etmektedir. Sol ve sağ tarafta yer alan numaralar ise matematik öğretmenin ve/veya kodun ilişki frekansını göstermektedir.

3.1. Dikkate Alma

Dikkate alma becerilerini belirlemek adına öğretmenlere “Öğrencinin seslendirmesinden yola çıkarak eğitim kavramına yönelik öğrencinin matematiksel açıklamasını tanımlayınız” sorusu yöneltilmiştir. Matematik öğretmenlerinin dikkate alma becerisine ait bulgular Şekil 2’de gösterilmiştir.

Şekil 2

Dikkate Alma Boyutu



Şekil 2’de görüldüğü gibi, her öğretmenin en az iki farklı dikkate alma boyutuna ait kod ile ilişkisi bulunmaktadır. Bulgulara göre, en sık rastlanan kodlar D1 (öğrencilerin eğitim kavramını tanımlamasını ve/veya eğimi kavramını açıklarken kullandıkları gerekçeleri dikkate alma) ve D2 (öğrencilerin eğitim kavramına yönelik işlem yapabilme becerilerini dikkate alma) iken, D3 (öğrencilerin eğitim kavramına yönelik kullandıkları matematiksel dili dikkate alma) kodu daha az sıklıkla tespit edilmiştir. D4 (öğrencilerin eğitim kavramına yönelik düşüncelerini dikkate almadan öğrenci çözümünü veya eğitim kavramını tanımlama) koduna ise rastlanmamıştır. Bu durum, öğretmenlerin daha çok öğrencilerin tanımları ve işlem yapabilme becerileri üzerine yoğunlaştığını, ancak matematiksel dil ve temsillerin kullanımına daha az dikkat ettiklerini göstermektedir.

D1 (öğrencilerin eğitim kavramını tanımlamasını ve/veya eğimi kavramını açıklarken kullandıkları gerekçeleri dikkate alma) kodu, Ö8 dışında tüm matematik öğretmenlerinin ifadelerinde tespit edilmiştir. Matematik öğretmenlerinin, öğrencinin seslendirmesinde öğrencinin eğitim tanımına dikkat ettikleri belirlenmiştir. Öğretmenlerin ifadelerinden bazı örnekler aşağıda verilmiştir.

Ö4: "Öğrenci eğimi dikey bölü yatay olarak tanımlamıştır."

Ö6: "Eğimin dikey uzunluğun yatay uzunluğa bölümü olduğunu ifade ediyor."

Ö7: "Eğimin tanımını yapmış, dikey uzunluk bölü yatay uzunluk kavramını kullanmış."

Diğer katılımcılardan farklı olarak, Ö10 öğrencinin gerekçelendirmeye yer verip vermemesini de dikkate almıştır.

Ö10: "Eğim hesaplamasının neden dikey uzunluk/yatay uzunluk olduğu ile ilgili herhangi bir gerekçe sunmamıştır. Ayrıca, öğrenci, bir doğru üzerindeki eğim küçük de olsa büyük de olsa eşittir ifadesinde herhangi bir gerekçe sunmamıştır."

D1 kodu gibi, D2 (öğrencilerin eğim kavramına yönelik işlem yapabilme becerilerini dikkate alma) kodu da en sık rastlanan dikkate alma kodlarından biri olmuştur. Ö1 dışındaki tüm öğretmenler öğrencilerin eğim hesaplamasını dikkate almıştır.

Ö3: "Dik üçgenlerin kenarlarını birbirine oranlıyor ve oranın sabit olup eğimi verdiğini söylüyor. Eğim formülünden yola çıkarak açıklama yapıyor."

Ö9: "Öğrenci, işlemsel düzeyde öğrendiği eğim formülünü uygulamıştır. Dikey bölü yatay şeklinde öğrendiği için bunu uygulamış ve sürekli bunu tekrarlamıştır."

Ö11: "Verilen üçgenlerin eğimlerini bulmuş ve eğimlerinin eşit olduğunu ifade etmiştir."

Yukarıda sunulan alıntılar, öğretmenlerin öğrencilerin eğimi hesaplama stratejilerini dikkate aldıklarını göstermektedir.

Dikkate alma boyutunda D3 (öğrencilerin eğim kavramına yönelik kullandıkları matematiksel dili dikkate alma) kodu en az rastlanan kod olmasına rağmen, katılımcıların yarısından fazlasında tespit edilmiştir. Üç matematik öğretmeni (Ö2, Ö6 ve Ö11), öğrencinin seslendirmesindeki matematiksel dile dikkat etmemiştir. Aşağıda sunulan alıntılar matematik öğretmenlerinin öğrencinin kullandığı eğim, dikey, yatay, formül, ilişki gibi matematiksel terimlere dikkat ettiği ve öğrencinin tanım ve örneklerini dikkate aldığını göstermektedir.

Ö3: "Eğim formülünden yola çıkarak eğim dikey bölü yataydır gibi günlük terimler kullanıyor."

Ö5: "Eğim, dik üçgen, doğru gibi matematiksel kavramlardan bahsediyor ancak bu kavramların formül ile olan ilişkisine değinmiyor."

Ö7: "Eğim tanımını örnekler kullanarak açıklama yapıyor."

Altı matematik öğretmeni (Ö3, Ö4, Ö5, Ö7, Ö9 ve Ö10) öğrencinin matematiksel düşünmesinin gerekçelendirmeler, stratejiler ve matematiksel ifade yönlerini dikkate almışlardır. Diğer matematik öğretmenleri (Ö1, Ö2, Ö6, Ö8 ve Ö11) ise öğrencinin matematiksel düşünmesine iki farklı yönde dikkat etmişlerdir. Çalışmada D4 (öğrencilerin eğim kavramına yönelik düşünmelerini dikkate almadan öğrenci çözümünü veya eğim kavramını tanımlama) koduna ait herhangi bir veriye rastlanmamıştır. Şekil 2'de sunulan bulgular, matematik öğretmenlerinin dikkate alma süreçlerinde farklı yaklaşımlar benimsediklerini ve belirli eğilimler sergilediklerini göstermektedir. Özellikle D1 ve D2 kodlarının en sık rastlanan kodlar olması, öğretmenlerin öğrencilerin eğim kavramına ilişkin tanımlamalarına ve matematiksel araçları nasıl kullandıklarına odaklandığını ortaya koymaktadır. Çalışmanın katılımcılarının büyük çoğunluğu, öğrencinin eğimi nasıl tanımladıklarını dikkatle incelemiş ve açıklamalarında bu tanımlara referans vermiştir. Örneğin, Ö4 ve Ö6'nın açıklamalarında görüldüğü gibi, öğretmenler eğimin dikey değişimin yatay değişime oranı olduğu bilgisini öğrencinin tanımına dayalı olarak vurgulamaktadır. Bununla birlikte, Ö10'un yorumlarında, tanımlamanın ötesine geçerek öğrencinin gerekçelendirme yapıp yapmadığını da değerlendirdiği görülmektedir. Bu durum, öğretmenlerin büyük çoğunluğunun öğrenci tanımlamalarına odaklanırken, bazılarının öğrencinin matematiksel anlayışına daha eleştirel bir bakış açısıyla yaklaştığını göstermektedir. Bulgular ayrıca, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel dil kullanımına daha az odaklandıklarını göstermektedir. D3 kodunun daha düşük sıklıkta tespit edilmesi, öğretmenlerin öğrencilerin kullandıkları matematiksel dilin ve terimlerin doğruluğunu daha az dikkate aldıklarını göstermektedir. Ayrıca, öğretmenlerin öğrencilerin eğim kavramına

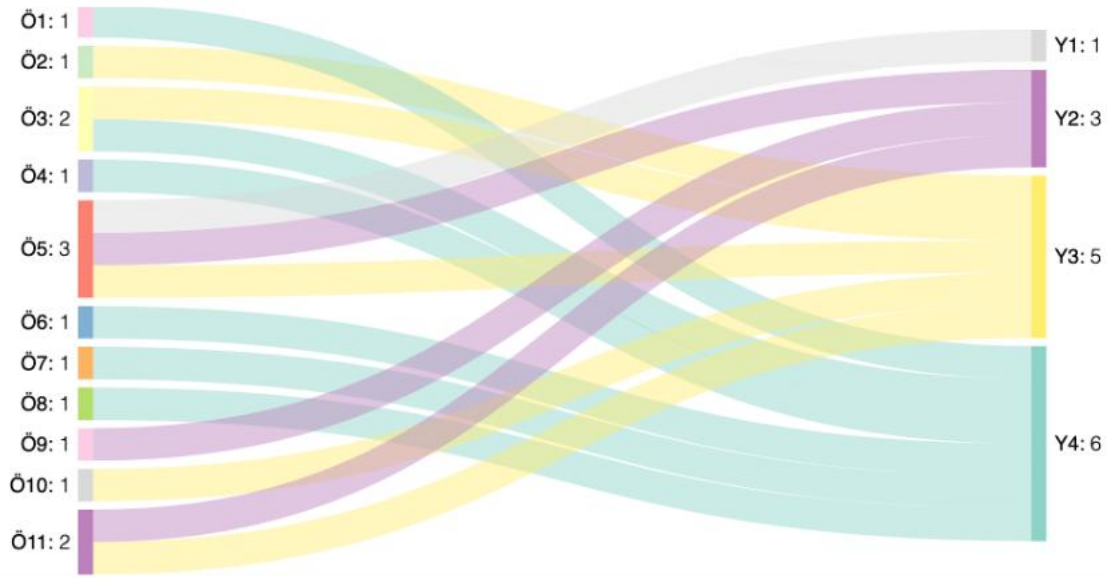
ilişkin ifadelerini yüzeysel bir şekilde tanımlamadığı (D4) görülmektedir. Bu bulgu, öğretmenlerin öğrencilerin eğitim anlayışını belirleme eğiliminde olduklarını göstermektedir.

3.2. Yorumlama

Yorumlama becerilerini belirlemek adına öğretmenlere “Öğrencinin seslendirmesinden yola çıkarak öğrencinin eğitime ilişkin anlayışını yorumlayınız” sorusu yöneltilmiştir. Matematik öğretmenlerinin yorumlama becerisine ait bulgular Şekil 3’te gösterilmiştir.

Şekil 3

Yorumlama Boyutu



Şekil 3’te görüldüğü gibi, Y4 (öğrencilerin eğitime kavramına yönelik düşüncelerini kanıt sağlamadan betimleyici veya değerlendirmeci bir şekilde yorumlama) en sık rastlanan kod iken Y3 (kanıt sağlayarak öğrencilerin eğitim kavramına yönelik kullandıkları matematiksel dili yorumlama) ve Y2 (kanıt sağlayarak öğrencilerin eğitim ile ilgili işlem yapabilme becerilerini yorumlama) kodu daha az sıklıkla görülmüştür. Y1 kodu (kanıt sağlayarak öğrencilerin eğitim kavramına yönelik bilgilerini yorumlama) en az rastlanan yorumlama boyutuna ait kod olarak yalnızca bir öğretmende görülmektedir. Bu durum, öğretmenlerin daha çok betimleyici ve değerlendirmeci bir duruş (stance) benimsediklerini, sorgulayıcı bir duruş benimsediklerinde öğrencilerin matematiksel dil ve temsil kullanımını yorumlama eğiliminde olduklarını göstermektedir.

Y1 (kanıt sağlayarak öğrencilerin eğitim kavramına yönelik bilgilerini yorumlama) kodu yalnızca Ö5 tarafından ifade edilmiştir. Aşağıda sunulan alıntı Ö5’in, öğrencinin matematiksel tanımları temelinde öğrencinin matematiksel anlayışına yönelik sorgulayıcı bir yorumlama yaptığını göstermektedir. Diğer katılımcılar, öğrencinin matematiksel bilgi ve gerekçelendirmelerine yönelik sorgulayıcı bir yorumlama yapmamıştır.

Ö5: Dik üçgende hipotenüs uzunluğundan, dik kenar uzunluklarına bağlı değişimden bahsedilmeyip sadece dik üçgen denmesi eğitim ile ilgili anlamsal olarak sınırlı bilgi olduğunu göstermektedir. Doğrusal bir çizginin eğiminin neden sabit olduğunu anlama bağlı olarak yorumlayamamaktadır.

Y2 (kanıt sağlayarak sağlayarak öğrencilerin eğitim ile ilgili işlem yapabilme becerilerini yorumlama) kodu üç matematik öğretmeninin ifadelerinde (Ö5, Ö9 ve Ö11) yer almaktadır. Aşağıda sunulan alıntılar katılımcıların öğrencinin eğitim hesaplamasından yola çıkarak formül kullanımına yönelik yorumlamada bulunduklarını örneklemiştir.

Ö5: Eğimi sadece formül ile ilişkilendirerek anlatmak, ezber yoluyla işleme dönük bir yanıt. Bu nedenle anlamdan uzak kalmakta ve yorumlamasını kısıtlamakta. Bu, eğitim için doğru bir tanımlama değildir. Öğrenci formülü ezberlemiş, bunu anlamsal olarak ilişkilendirememekte. Açıklama yaparken dikey bölü yatay diyerek sadece formülü aktarıyor.

Ö9: Öğrenci dik üçgen yerine geniş açılı üçgen gördüğünde eğitim hesaplamayı reddedebilir. Öğrenci işlemsel olarak yaklaşmıştır. Eğimi dikey/yatay şeklinde aktarmış ve her aşamada bunu uygulamak istemiştir. Öğrencinin söyledikleri yeterli gibi dursa da aslında dikeydeki değişim ve yataydaki değişim şeklinde bir yorumlama aktarmamaktadır.

Y3 (kanıt sağlayarak öğrencilerin eğitim kavramına yönelik kullandıkları matematiksel dili yorumlama) kodu beş matematik öğretmenin (Ö2, Ö3, Ö5, Ö10 ve Ö11) ifadelerinde yer almaktadır. Aşağıda sunulan alıntılar matematik öğretmenlerinin öğrencinin kullandığı matematiksel dilin doğruluğunu ve farklı temsiller kullanabilme becerisini yorumladıklarını göstermektedir.

Ö2: Tanım dili güzel, anlaşılır ancak doğrunun eğitimindeki iki nokta arasındaki ilişkiyi daha fazla ve anlaşılır bir şekilde vurgulamalı.

Ö3: Konu anlaşılabilir fakat matematiksel dil daha geliştirilebilir. Dikey ne demek, dikey bölü yatay derken ne demek istediği net değil.

Ö10: Öğrenci matematiksel dili yeterince iyi kullanamamaktadır. Çünkü verilen kavramların neyi ifade ettiğini belirtirken uzunluk kavramını belirtmeden ifade ediyor. Örneğin eğitim dikey bölü yatay diyor peki dikey bölü yatay ne anlaşılıyor.

Yorumlama boyutunda en fazla rastlanan kod olan Y4 (öğrencilerin eğitime kavramına yönelik düşüncelerini kanıt sağlamadan betimleyici veya değerlendirci bir şekilde yorumlama), matematik öğretmenlerinin sorgulayıcı bir duruş benimsemeyen öğrencinin matematiksel anlayışını betimledikleri ve/veya kendi kriterlerine göre değerlendirdiklerine işaret etmektedir. Aşağıda sunulan alıntılar matematik öğretmenlerinin kendi kriterleriyle öğrencinin bilgisinin yeterli olup olmadığını değerlendirdiklerini ve öğrencinin ifadelerini betimlediklerini örneklemiştir.

Ö3: Konuyu anlamış ve kendi ifadelerini kullanarak eğimi hesaplayabiliyor. Eğitim formülünden yola çıkarak açıklamada bulunuyor. Ortaokul öğrencisi için kâfi derecede açıklama yapıyor.

Ö4: Öğrenci bir doğrunun tek bir eğimi olacağını geometrik yoldan açıklamıştır. Öğrencinin matematiksel bilgisinde herhangi bir hata yoktur.

Ö8: Aslında bazen matematiğe çok uzaktan bakan, anlamak için çok fazla odaklanması gerektiğini düşünen ya da "ya ben zaten anlamıyorum" ön yargısıyla derse giren öğrencilere başlangıç için günlük dili kullanmayı doğru buluyorum. [...] Dediğim gibi bu dili kullanmanın zaman zaman doğru olduğunu düşünüyorum.

Beş matematik öğretmenin (Ö1, Ö4, Ö6, Ö7 ve Ö8) sadece betimleyici ve/veya değerlendirci bir duruş sergilediği gözlemlenmiştir. Ö5, yorumlama boyutunda tüm alt kodlara ait yanıt verirken Ö11 iki farklı koda ait sorgulayıcı bir duruş benimseyerek yorumlamada bulunmuştur. Diğer matematik öğretmenlerinin ise bir koda ait yorumlama yaptıkları,

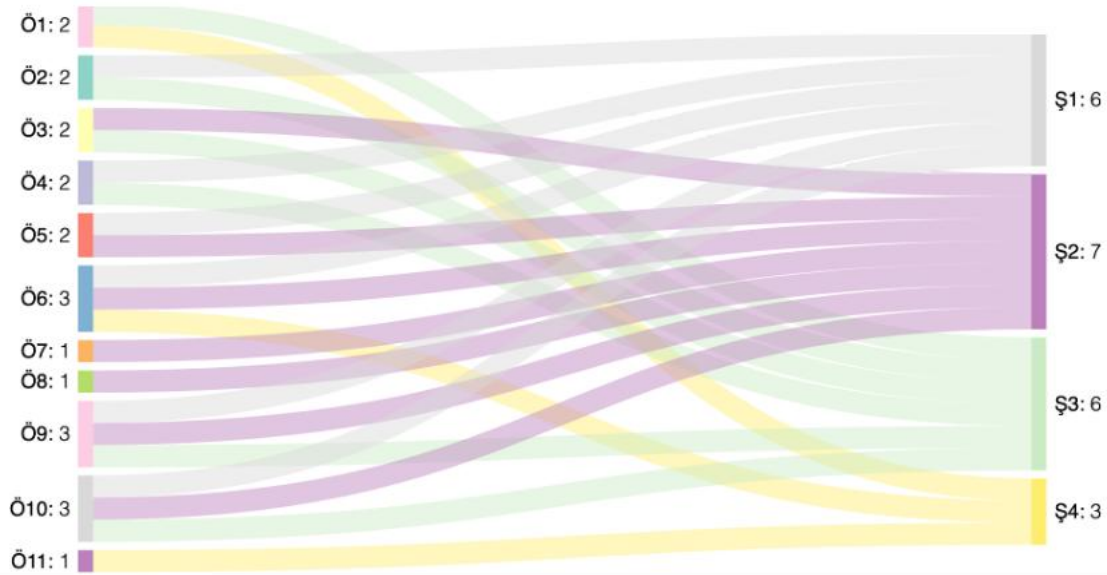
öğrencinin matematiksel düşünmesinin bir yönünü yorumladıkları görülmüştür. Şekil 3'te sunulan bulgular, matematik öğretmenlerinin yorumlama süreçlerinde büyük ölçüde betimleyici ve değerlendirici bir yaklaşım benimsediklerini göstermektedir. En sık görülen kod olan Y4'ün baskın olması, öğretmenlerin öğrencilerin düşünme süreçlerini sorgulamak yerine mevcut ifadeleri tanımlama ve değerlendirme eğiliminde olduklarını ortaya koymaktadır. Buna karşılık, öğrencinin eğime yönelik kavramsal anlayışını derinlemesine inceleyerek sorgulayan öğretmen sayısı oldukça azdır. Örneğin, yalnızca Ö5, öğrencinin eğitim kavramını nasıl anladığını sorgulayan bir açıklama (Y1) yapmıştır. Öğrenci açıklamalarını değerlendiren öğretmenlerin ise genellikle öğrencinin formülü ezberleyip ezberlemediğini veya hesaplamada hangi stratejileri kullandığını yorumladığı görülmektedir. Öğretmenlerin matematiksel araç kullanımı ve dil ile ilgili yorumları incelendiğinde, öğrencinin matematiksel işlem yapabilme becerilerini değerlendirenlerin (Y2) sayısının da az olduğu görülmektedir. Ö3 ve Ö10'un ifadeleri, öğrencinin matematiksel dilinin geliştirilmesi gerektiğini belirtse de, bu tür sorgulamaların öğretmenlerin genel yaklaşımında sınırlı kaldığını göstermektedir. Genel olarak, öğretmenlerin öğrencinin eğime ilişkin anlayışını sorgulamak yerine tanımlamalarının ve işlem basamaklarının doğruluğunu değerlendirdikleri görülmektedir.

3.3. Şekillendirme

Şekillendirme becerilerini belirlemek adına öğretmenlere “Öğrencinin seslendirmesinden yola çıkarak öğrencinin eğime yönelik anlayışı hakkında daha fazla bilgi edinmek için oluşturacağınız etkileşimleri belirleyiniz” sorusu yöneltilmiştir. Matematik öğretmenlerinin şekillendirme becerisine ait bulgular Şekil 4'te gösterilmiştir.

Şekil 4

Şekillendirme Boyutu



Şekil 4'te görüldüğü gibi, Ş1 (öğrencilerin eğitim kavramına yönelik bilgilerine ait kanıt toplamak için etkileşim oluşturma), Ş2 (öğrencilerin eğitim ile ilgili işlem yapabilme becerilerine ait kanıt toplamak için etkileşim oluşturma) ve Ş3 (öğrencilerin eğitim kavramına yönelik matematiksel dili nasıl kullandıklarına ait kanıt toplamak için etkileşim oluşturma) kodları sıklıkla rastlanmıştır. Ş4 (öğrencinin eğime yönelik düşünmesine ait kanıt aramayı sağlamayan etkileşim oluşturma) kodu ise en az tespit edilen şekillendirme boyutuna ait kod olarak yalnızca

bir öğretmenin ifadelerinde yer almaktadır. Bu durum, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel araç kullanımı üzerinde yoğunlaştığını; gerekçelendirme, matematiksel dil ve temsillerin kullanımına yönelik etkileşimlerin daha az olduğunu göstermektedir.

Ş1 (öğrencilerin eğitim kavramına yönelik bilgilerine ait kanıt toplamak için etkileşim oluşturma) kodu altı matematik öğretmeninde (Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö9 ve Ö10) görülmektedir. Aşağıda sunulan alıntılar matematik öğretmenlerinin öğrencinin kullandığı tanımlı gerekçelendirmesine yönelik sorular yönelttiğini örneklendirmektedir.

Ö4: Üçgenlerin boyutları değiştiği halde dik kenar uzunlukları arasındaki oran neden değişmedi?

Ö5: Verilen bir doğru üzerinde farklı noktalar arasında büyük ya da küçük üçgenler çizdiğinde eğimin hep aynı olduğunu fark ettin mi? Bu sence neden böyle?

Ö6: Dikey/yatay oranını neden kullandığını açıklayabilir misin?

Ş2 (öğrencilerin eğitim ile ilgili işlem yapabilme becerilerine ait kanıt toplamak için etkileşim oluşturma) kodu yedi matematik öğretmeninde (Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9 ve Ö10) rastlanmıştır. Aşağıda sunulan alıntılar matematik öğretmenlerinin, öğrencinin seçtiği ve kullandığı strateji ve eğitim hesaplaması ile ilgili sorular yönelttiğini göstermektedir.

Ö3: Dikey/yatay oranı olarak düşündüğünde bu oranın nasıl değişeceğini düşünüyorsun?

Ö7: Dikey uzunluk eğimi nasıl etkiler? Sadece yatay uzunluğu değiştirsek dik üçgen için eğim nasıl değişir?

Ö8: Üçgenlerin eğimlerinin eşit olduğunu söyledin. Bu durum ve f doğrusunun eğimi arasında nasıl ilişki kurabilirsin?

Ş1 kodu gibi Ş3 (öğrencilerin eğitim kavramına yönelik matematiksel dili nasıl kullandıklarına ait kanıt toplamak için etkileşim oluşturma kodu da altı matematik öğretmenin (Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö9 ve Ö10) ifadelerinde yer almaktadır. Aşağıda sunulan alıntılar matematik öğretmenlerinin, öğrencilerin açıklamalarında açıklama yapabilme, matematiksel dile ve farklı temsiller kullanmasına yönelik sorular yönelttiklerini örneklendirmektedir.

Ö1: Burada verilen doğrunun eğimini gösterdin. Peki eğimi verilen bir doğruyu çizebilir miyiz?

Ö3: Dikeydeki değişim ve yataydaki değişim şeklinde aktarmak istesen bunu nasıl açıklarsın?

Ö4: Eğimi dikey bölü yatay yerine başka nasıl ifade edebiliriz?

Ö9: Bir doğru üzerindeki eğim küçükte olsa büyükte olsa eşittir, dedin. Bunu göstermek için bana doğrunun altında veya üstünde eğimi birbirinden farklı dik üçgenler çizer misin?

Bu çalışmada Ş4 (öğrencinin eğime yönelik düşünmesine ait kanıt aramayı sağlamayan etkileşim oluşturmakoduna üç matematik öğretmeninde (Ö1, Ö6 ve Ö11) rastlanmıştır. Bu sorular öğrencinin evet veya hayır olarak yanıtlayabileceği ve açıklama yapmasını teşvik etmemesi sebebiyle öğrencinin matematiksel düşünmesine yönelik bir soru olarak değerlendirilmemiştir. Aşağıda sunulan alıntılar matematik öğretmenlerinin, öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelik ek bilgiye ulaşmak yerine matematiksel anlayışı teşvik etmeyen soruları örneklendirmektedir.

Ö1: Doğrunun yönünün eğime herhangi bir etkisi var mıdır?

Ö6: Tüm doğrularda bu strateji kullanılabilir mi?

Ö11: Yatay ve dikey kavramını farklı renklerle gösterseydik senin için daha anlaşılır olur muydu?

Sonuç olarak, bir matematik öğretmeni dışında tüm öğretmenlerin öğrencinin matematiksel düşünmesine yönelik yönelttiği soruların en az birinin gerekçelendirmeler, stratejiler ve matematiksel ifadelerle ait olduğu gözlemlenmiştir. İki matematik öğretmeni (Ö9 ve Ö10) şekillendirme boyutunda tüm alt kodlara ait etkileşimde bulunmuştur. Şekil 4'te sunulan bulgular, matematik öğretmenlerinin öğrencilerin eğitim kavramına yönelik anlayışlarını geliştirmek için yönelttikleri sorularda farklı yaklaşımlar sergilediklerini göstermektedir. Öğretmenlerin en sık kullandıkları stratejiler, öğrencilerin gerekçelendirme yapmasını sağlamak, strateji kullanımını açıklamalarına yardımcı olmak ve matematiksel dili kullanmaya yönelik sorular sormaktır. Buna karşılık, öğrencinin düşünmesini açığa çıkarmayı sağlamayan soruların daha az kullanıldığı görülmektedir. Öğretmenlerin öğrenci gerekçelendirmelerini desteklemeye yönelik etkileşimler (Ş1) yöneltmeleri, öğrencilerin eğitim kavramını daha derinlemesine anlamalarına katkı sağlamayı amaçladıklarını göstermektedir. Örneğin, Ö4 ve Ö5'in soruları, öğrencinin eğitim kavramını sorgulamasını sağlayacak şekilde yönlendirilmiştir. Benzer şekilde, strateji seçimi ve kullanımına yönelik etkileşimler (Ş2) de öğretmenlerin sık kullandığı bir yaklaşım olmuştur. Öğrencilerin matematiksel dili ve temsil becerilerini açığa çıkarmaya yönelik etkileşimler (Ş3), öğretmenlerin bu alanda da destekleyici bir rol üstlendiğini göstermektedir. Öğrencilerin eğitim kavramını yalnızca formüle dayalı işlem yaparak değil, kavramsal düzeyde anlamalarını sağlamak için öğretmenlerin farklı temsil biçimleri ve matematiksel dil kullanımını da teşvik etme eğilimleri olduğu görülmektedir. Ayrıca, bazı öğretmenlerin şekillendirme sürecinde öğrencinin düşünmesini derinleştirmeyen, evet/hayır ile yanıtlanabilecek yüzeysel sorular yönelttikleri de gözlemlenmiştir. Bu durum, öğretmenlerin sorgulayıcı bir pedagojik yaklaşımı geliştirmelerini ortaya koymaktadır.

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, devam etmekte olan tasarı araştırmasının ve birinci yazarın doktora tezinin bir parçası olarak, matematik öğretmenlerinin öğrencilerin eğitime ilişkin matematiksel düşünmelerini sessiz video görevi aracılığıyla fark etme becerileri incelenmiştir. Bu incelemede, van Es ve Sherin'in (2021) ortaya koyduğu fark etmenin üç boyutundan (dikkate alma, yorumlama, şekillendirme) yararlanılmıştır. Bu boyutlar Morselli ve Boero'nun (2009) yaklaşımı benimsenerek gerekçelendirmeler, stratejiler ve matematiksel ifadeler kapsamında değerlendirilmiştir. Bulgular, matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel tanımları ve kullandıkları stratejilere dikkat ettiklerini; yorumlama aşamasında öğretmenlerin çoğunlukla betimleyici veya değerlendirci bir yaklaşım sergilediklerini; şekillendirme aşamasında ise öğretmenlerin, öğrencilerin kullandıkları strateji ve yöntemlere, özellikle eğitim hesaplama ile ilgili sorular sormaya eğilimleri olduklarını göstermektedir.

Matematik öğretmenlerinin dikkate alma boyutuna ait yanıtlarının, yorumlama ve şekillendirmeye kıyasla daha fazla olduğu görülmektedir. Bu bulgu, önceki çalışmalarda (örn., Amador vd., 2016; Dışbudak-Kuru vd., 2022) öğretmenlerin dikkate alma becerilerinin yüksek olmasıyla tutarlılık göstermektedir. Ayrıca öğretmenlerin yorumlamada sorgulayıcı duruş benimsememeleri dikkat çekicidir. Çalışmanın yorumlama boyutuna ait bulgular, öğretmenlerin özellikle yorumlama aşamasında desteğe ihtiyaç duyduğunu göstermektedir. Bu bulgu, Dışbudak-Kuru vd. (2022) tarafından prizmaların hacmi üzerine yapılan çalışmada, öğretmenlerin öğrencilerin düşünmelerini fark etme becerilerine dair benzer bir desteğe ihtiyaç duyulduğunu ortaya koyan bulgularla paralellik göstermektedir. Bu benzerlik, matematiksel konudan bağımsız olarak öğretmenlerin yorumlama becerisinde zorluk yaşadığına işaret edebilir (Scheiner, 2021; Styers vd., 2020). Bu durum matematik öğretmenlerinin sorgulayıcı bir

yaklaşım benimsememesiyle ilişkili olabilir. Öğretmenlerin yorumlama esnasında betimleyici veya değerlendirici bir duruş benimsememeleri (örn., van Es vd., 2017; van Es & Sherin, 2002) beklenir. Scheiner (2023) öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etmelerine yönelik hazırlanan bir ders kapsamında öğretmen adaylarının betimleyici ve değerlendirici bir duruştan uzaklaşarak sorgulayıcı bir duruş benimsediklerini ortaya koymuştur. Mesleki gelişim programlarında, matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel anlayışlarını yorumlarken sorgulayıcı bir yaklaşımı benimsemeleri teşvik edilmelidir. Ayrıca, matematik öğretmenlerinin matematiksel tanımlar ve stratejileri daha fazla dikkate aldıkları gözlemlenirken yorumlama boyutunda sadece bir matematik öğretmenin öğrencinin gerekçelendirmesine yönelik sorgulama yapması ve diğer öğretmenlerin D1 (öğrencilerin eğitim kavramını tanımlamasını ve/veya eğimi kavramını açıklarken kullandıkları gerekçeleri dikkate alma) koduna yönelik yorumda bulunmaması dikkat çekicidir. Şekillendirme boyutunda bir matematik öğretmeni (Ö11) dışında tüm katılımcıların öğrencinin matematiksel düşünmesini açıklamasını sağlayarak ek bilgilere ulaşacak veya öğrencinin anlayışını derinleştirecek sorular yönelttikleri görülmüştür. Bu boyutta öğretmenlerin öğrencileri tanıma yönelik gerekçelendirme yapmalarını teşvik edecek etkileşimler oluşturdıkları görülmektedir.

Matematik öğretmenlerinin eğitim kavramına yönelik işlem yapabilme becerilerini dikkate alması (D2) incelendiğinde neredeyse tüm öğretmenlerin öğrencinin eğitim hesaplaması için kullandığı matematiksel formülü ve formülü doğru veya yanlış kullanımını dikkate aldıkları görülmektedir. Tanım ve gerekçelendirme de olduğu gibi matematik öğretmenleri bu yönde sınırlı yorum yaparken şekillendirme boyutu incelendiğinde öğrencinin eğitim hesaplamasına yönelik sorular yönelttiği görülmektedir. Benzer dağılım öğrencinin kullandığını matematiksel dil ve temsiller için de görülmektedir. Bu durum, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel anlayışını derinlemesine kavrayabilmek için ek bilgilere ulaşma eğilimlerini göstermektedir. van Es ve Sherin'in (2021) çerçevesine göre fark etme, yalnızca öğretmenin belirli öğrenci düşüncelerini gözlemleyip yorumlamasıyla sınırlı değildir; aynı zamanda fark etme, öğretmenlerin öğrencilerin düşünme süreçlerini aktif olarak yönlendirdiği bir süreçtir. Bu bağlamda, öğretmenlerin öğrencinin matematiksel düşünmesini şekillendirmek için yönlendirici sorular sorması ve belirli kavramlar üzerine düşünmeye teşvik etmesi, fark etmenin aktif bir süreç olduğunu (van Es & Sherin, 2021) göstermektedir. Çalışmanın öğretmenlerin öğrenci cevaplarına yönelik sorular yöneltmesi ve açıklamalar istemesine yönelik bulguları bu sonucu desteklemektedir. Ayrıca bulgular fark etme sürecini pasif bir gözlem olmanın ötesinde, öğretim sürecinin etkin bir parçası olduğunu göstermektedir. Öğretmenlerin öğrenci düşünmesini yönlendirmek amacıyla ek sorular sormaları, açıklamalar istemeleri ve öğrencilerin kullandıkları matematiksel temsilleri daha iyi anlamak için etkileşimde bulunmaları, fark etmenin dinamik bir süreç olduğunu desteklemektedir. Bulgular, öğretmenlerin fark etme sürecinin durağan bir gözlem süreci olmadığını, aksine öğretmenin sürekli olarak öğrenci düşünmesine yönelik ipuçlarını değerlendirip yanıtlar geliştirdiği ve gerektiğinde öğretim sürecini bu doğrultuda yönlendirdiği bir yapı sergilediğini ortaya koymaktadır.

Bu çalışmanın ilgi çekici bulgularından biri D4 (öğrencilerin eğitim kavramına yönelik düşüncelerini dikkate almadan öğrenci çözümünü veya eğitim kavramını tanımlama) koduna rastlanmamasıdır. D4, öğretmenlerin öğrencilerin eylemlerini veya çalışmalarını, öğrencilerin düşüncelerine odaklanmadan tanımlamalarıdır. Bu çalışmanın tüm katılımcıları sessiz video görevi aracılığıyla öğrencilerin matematiksel düşüncelerini dikkate almıştır. Bu bulgu, sessiz video görevlerinin öğrencilerin fark etme becerisine yönelik güçlü bir araç olduğuna yönelik önceki çalışmalar (Galiç, Dost & Lavizca, 2024, 2025) ile tutarlılık göstermekte; sessiz video görevlerini fark etme becerisinin analizi için bir araç olarak kullanımını desteklemektedir. Öte yandan, bu durum, sessiz video görevlerinin öğretmenleri öğrencilerin matematiksel düşüncelerine odaklamaya yönlendiren bir sınırlılığı olabilir. Çalışmanın kapsamı ve odak noktası, öğretmenlerin öğrencilerin çalışmalarına dair doğrudan gözlemlere odaklanmasını teşvik ettiğinden, bu durumun çalışmanın sınırlılığı olarak değerlendirilebilir.

Öğrenci düşünmelerini derinlemesine anlamak ve matematiksel kavramların daha iyi yapılandırılmasını sağlamak için öğretmenlerin öğrencilerin düşünmelerini fark etmeleri gerekir. Bulgular, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerine dair farklı boyutlara nasıl odaklandıklarını anlamada önemli ipuçları sunmaktadır. Öğretmenlerin odaklandığı yönlerin farklılığı, matematiksel düşünme süreçlerine ilişkin fark etmeleri hakkında bilgi sağlar. Bu yaklaşım, öğretilerle ilgili belirtilen fark etme becerisinin (Freisen & Dreher, 2024; van Es & Sherin, 2002; 2021) geliştirilmesine yönelik mesleki gelişim programlarının ve öğretmen adayları yetiştirme kurumlarının içeriklerinin revize edilme süreci için değerlendirilmelidir. Ayrıca, fark etme becerisi ile öğretim hamleleri (teaching moves) arasındaki ilişki (Son, 2025) göz önünde bulundurulduğunda öğretmenlerin belirli kodlara yönelimlerinin, öğretim stratejilerini ve öğrencilerin öğrenme süreçlerine yaklaşımlarını şekillendirebileceği düşünülmektedir. Bu nedenle, öğretmenlerin fark etmelerini geliştirmeyi amaçlayan profesyonel gelişim programlarına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu çalışmada sessiz video görevlerinin, fark etme becerisi için güçlü bir araç olduğu (Galiç, Dost & Lavicza, 2024, 2025) desteklenmektedir. Sessiz video görevleri, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünmelerini dikkate almalarına olanak tanıyan yapılandırılmış bir ortam sunmaktadır. Öğretmenler, yalnızca öğrencilerin sözel ifadelerine değil, aynı zamanda matematiksel temsil ve stratejilerine odaklanabilmektedir. Videoların tekrar izlenebilmesi, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünmelerini daha ayrıntılı incelemelerine olanak tanımakta ve öğrencilerin ek bilgilerine yönelik soru sorma stratejisi üretmelerine fırsat sunmaktadır. Gelecek çalışmalarda, öğretmen ve öğretmen adayları eğitimlerinde fark etme becerisinin incelenmesi ve geliştirilmesi amacıyla kullanılması önerilmektedir.

Bu çalışmadan elde edilen bulgular fark etme becerisinin dinamik yapısına (Scheiner, 2021) yönelik bir örnek sunmaktadır. Mevcut çalışma öğretmenlerin fark etme becerilerinin gelişimini uzun vadeli inceleyen bir çalışma olmadığı için bu becerilerin zaman içindeki değişimi gözlemlenememiştir. Ancak bu sürecin nasıl geliştiği ve öğretmenlerin fark etme becerilerinin zaman içinde nasıl değiştiği derinlemesine araştırılmalıdır. Gelecek çalışmalar, öğretmenlerin fark etme sürecindeki dinamikliği uzun vadede nasıl geliştirdiğini incelemek için boylamsal araştırmalar yapabilir. Özellikle, öğretmenlerin fark etme becerilerini nasıl geliştirdikleri, öğretmen eğitimi bağlamında ele alınarak fark etme süreçlerini destekleyen mesleki gelişim programlarının tasarlanmasına katkı sağlayabilir. Ayrıca, bu çalışmada öğretmenlerin fark etme süreçleri eğitim kavramı bağlamında incelenmiş ve bu durum çalışmanın sınırlılığı olarak ele alınmıştır. Gelecek çalışmalar, farklı matematiksel konular ve öğretim ortamlarında öğretmen fark etme süreçlerinin nasıl değiştiğini inceleyerek, fark etmenin dinamik doğasının konuya, öğrenci etkileşimlerine ve öğretim bağlamına bağlı olarak nasıl şekillendiğini ortaya koyabilir. Matematik öğretmenlerinin yorumlama boyutunda sınırlı yanıtlar verdiği durumlarda, bu eksikliği gidermek amacıyla şekillendirme boyutunda ek sorular sordukları ve öğrencilerden daha fazla açıklama talep ettikleri görülmüştür. Bu bulgu, öğretmenlerin yorumlama becerilerini geliştirmek için desteğe ihtiyaç duyabileceğini göstermektedir. Gelecek çalışmalar, öğretmenlerin yorumlama becerilerinin nasıl geliştirebileceğini araştırabilir. Bu çalışmada öğretmenlerin öğrenci düşünmelerini anlamak için ek sorular sormaya yöneldikleri göz önünde bulundurulduğunda, birebir etkileşimlerin fark etme sürecini nasıl şekillendirdiğini araştırmak önemli bir çalışma alanı olabilir. Çalışmada öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünmelerini fark etme süreçleri bireysel olarak analiz edilmiştir. Ancak, bu süreçte öğretmenlerin öğrencilere anında geri bildirim verme fırsatları olmadığı için etkileşim eksikliği yaşanmıştır. Gelecek çalışmalarda matematik öğretmenlerinin öğrencilerle birebir etkileşimde bulunmaları ve bu süreçte öğrencinin matematiksel anlayışını nasıl fark ettikleri incelenmelidir. Bu tür bir yaklaşım öğrenme ortamında öğretmen-öğrenci etkileşiminin doğal yapısını etkileyebilir (Sherin & Russ, 2011). Bu sınırlılıktan dolayı, gelecekte öğretmenlerin öğrencilerle birebir etkileşim kurabilecekleri sanal ve/veya etkileşimli ortamların fark etme becerilerinin gelişimini destekleyebileceği önerilmektedir. Bu nedenle gerçek öğrenci yerine sanal öğrencilerin kullanılması ve yapay zekâ

destekli sohbet botlarının (örn., ChatGPT) sanal öğrenci olarak (Galiç, Urhan vd., 2025; Son, 2025) kullanılması önerilmektedir. Öğretmenlerin fark etme süreçlerini desteklemek için yapay zeka ve dijital araçların nasıl kullanılabileceği de önemli bir araştırma alanıdır. Yapay zeka destekli analiz araçlarının öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini fark etme becerilerine nasıl katkı sağladığını araştırmak, öğretmen eğitime yönelik yenilikçi yaklaşımlar sunabilir.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın gerçekleşmesinde en büyük katkıyı sağlayan katılımcı matematik öğretmenlerimize gönüllü katılımları ve verdikleri destek için içten teşekkür ederiz. Kodlama sürecinin ön hazırlık aşamasında değerli katkılarıyla ve inancıyla her zaman destek olan Doç. Dr. Selin Urhan'a sonsuz teşekkür ederiz. Son olarak, çalışmamızın niteliğini geliştirmemize katkı sunan alan editörümüze ve değerli hakemlerimize emekleri, zamanları ve geri bildirimleri için teşekkür ederiz.

KAYNAKÇA

- Amador, J. M., Carter, I. & Hudson, R. A. (2016). Analyzing preservice mathematics teachers' professional noticing. *Action in Teacher Education*, 38(4), 371-383. <https://doi.org/10.1080/01626620.2015.1119764>
- Amador, J. M., Estapa, A., de Araujo, Z., Kosko, K. W. & Weston, T. L. (2017). Eliciting and analyzing preservice teachers' mathematical noticing. *Mathematics Teacher Educator*, 5(2), 158-177. <https://doi.org/10.5951/mathteduc.5.2.0158>
- Amador J.M., Wallin, A., Keehr, J. & Chilton, C. (2023). Collective noticing: teachers' experiences and reflection on a mathematics video club. *Mathematics Education Research Journal*, 35(3), 557–582. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00403-9>
- Bastian, A., Kaiser, G., Meyer, D., Schwarz, B. & König, J. (2022). Teacher noticing and its growth toward expertise: An expert–novice comparison with pre-service and in-service secondary mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 110(2), 205–232. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10128-y>
- Boero, P. (2006). Habermas' theory of rationality as a comprehensive frame for conjecturing and proving in school. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (v.2, pp. 185–192). PME.
- Coles, A. & Helliwell, T. (2025). Re-conceptualising mathematics teacher noticing through critical events from an enactivist perspective. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Erken çevrimiçi yayın. <https://doi.org/10.1007/s10857-024-09676-w>
- Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9577-8>
- Dışbudak Kuru, Ö., Ucuzoğlu, A. N., Işıksal, M., Yemen Karpuzcu, S. & Tekin Sitrava, R. (2022). Ortaokul matematik öğretmenlerinin mesleki fark etme becerileri: dikdörtgenler prizmasının hacmine ilişkin problem durumu. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(2), 154–174. <https://doi.org/10.17860/mersinefd.1093364>

- Fernández, C., Moreno, M. & Sánchez-Matamoros, G. (2024). Prospective secondary teachers' noticing of students' thinking about the limit concept: pathways of development. *ZDM - Mathematics Education* 56(6), 1137–1151. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01573-z>
- Friesen, M. & Kuntze, S. (2021). How context specific is teachers' analysis of how representations are dealt with in classroom situations? Approaching a context-aware measure for teacher noticing. *ZDM - Mathematics Education*, 53(1), 181–193. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01204-3>
- Friesen, M. & Dreher, A. (2024). Teacher noticing regarding aspects of instructional quality in the mathematics classroom. In A. Gegenfurtner & R. Stahnke (Eds.), *Teacher Professional Vision: Theoretical and Methodological Advances* (v.2, pp. 101–115). <https://doi.org/10.4324/9781003370604-9>
- Galiç, S., Dost, Ş., & Lavicza, Z. (2024). Designing silent video tasks as a tool to support teacher noticing in mathematics education. In E. Faggiano, A. Clark-Wilson, M. Tabach & H.G. Weigand (Eds.), *Proceedings of the Mathematics Education in the Digital Age* (pp. 185–190). University of Bari Aldo Moro and ERME. <https://community.ict.uniba.it/comunicazionedigitale/it/fuori-collana/meda4-proceedings-30.pdf>
- Galiç, S., Dost, Ş., & Lavicza, Z. (2025). Teacher noticing of students' mathematical thinking through a silent video task in the context of slope. *Journal of Mathematics Teacher Education*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1007/s10857-025-09703-4>
- Galiç, S., Tekşen, A. S., & Dost, Ş. (2024). *Matematik derslerinde bir değerlendirme aracı olarak sessiz video görevi: Örnek ders uygulaması ve öğretmen deneyimleri* [Konferans sunum özeti]. Matematik Öğretiminde Örnek Uygulamalar Kongresi II (pp. 135-137). Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi. https://www.tmed.org.tr/index/wp-content/uploads/2024/05/9-Mayis_Ozet-Kitapcigi.pdf
- Galiç, S., Urhan, S., Dost, Ş. & Lavicza, Z. (2025). Examining Mathematics Teachers Noticing the Rationality: Scenario-Based Training with AI Chatbot. *Science & Education*, 34(2), 2752-2790. <https://doi.org/10.1007/s11191-025-00618-3>
- Gaudin, C. & Chaliès, S. (2015). Video viewing in teacher education and professional development: A literature review. *Educational research review*, 16, 41-67. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2015.06.001>
- Gravemeijer, K. & Cobb, P. (2006). *Design research from a learning design perspective*. In J. Van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 17–51). London, England: Routledge.
- Huang, Y., Hansen, M., Richter, E., Kleickmann, T., Scheiter, K. & Richter, D. (2025). Enhancing preservice teachers' noticing via adaptive feedback in a virtual reality classroom. *Learning and Instruction*, 95, 102053. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2024.102053>
- Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A learning trajectory as a scaffold for pre-service teachers' noticing of students' mathematical understanding. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(3), 529-548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>
- Jacobs, V. R. & Empson, S. B. (2016). Responding to children's mathematical thinking in the moment: An emerging framework of teaching moves. *ZDM - Mathematics Education*, 48(1-2), 185-197. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0717-0>

- Kaiser, G., Blömeke, S., König, J., Busse, A., Döhrmann, M. & Hoth, J. (2017). Professional competencies of (prospective) mathematics teachers—cognitive versus situated approaches. *Educational Studies in Mathematics*, 94(2), 1–22. <https://doi.org/10.1007/%20s10649-016-9713-8>
- Kosko, K. W., Ferdig, R. E., Lenart, C., Heisler, J. & Guan, Q. (2024). Exploring teachers' eye-tracking data and professional noticing when viewing a 360 video of elementary mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Erken çevrimiçi yayın. <https://doi.org/10.1007/s10857-024-09667-x>
- König, J., Santagata, R., Scheiner, T., Adleff, A. K., Yang, X. & Kaiser, G. (2022). Teacher noticing: A systematic literature review of conceptualizations, research designs, and findings on learning to notice. *Educational Research Review*, 36, 100453. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2022.100453>
- Kristinsdóttir, B. (2021). *Silent video tasks—their definition, development, and implementation in upper secondary school mathematics classrooms*. (Yayın no. 978-9935-9534-8-3) [Doktora tezi, İzlanda Üniversitesi]. Open Visindi.
- Kristinsdóttir, B. (2023). Opportunities and challenges that silent video tasks bring to the mathematical classroom. In A. Clark-Wilson, O. Robutti & N. Sinclair (Eds.), *The Mathematics Teacher in the Digital Era* (pp. 119-148). Springer Nature.
- Kristinsdóttir, B., Hreinsdóttir, F., Lavicza, Z. & Wolff, C. E. (2020). Teachers' noticing and interpretations of students' responses to silent video tasks. *Research in Mathematics Education*, 22(2), 135-153. <https://doi.org/10.1080/14794802.2020.1722959>
- Larison, S., Richards, J. & Sherin, M.G. (2024) Tools for supporting teacher noticing about classroom video in online professional development. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 27(2). 139-161. <https://doi.org/10.1007/s10857-022-09554-3>
- Lee, M. Y. (2020). Using a technology tool to help pre-service teachers notice students' reasoning and errors on a mathematics problem. *ZDM - Mathematics Education*, 53(1), 135-149. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01189-z>
- Morselli, F. & Boero, P. (2009). Proving as a rational behaviour: Habermas' construct of rationality as a comprehensive frame for research on the teaching and learning of proof. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne ve F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 211–220). CERME.
- Nagle, C. R., Martínez-Planell, R. & Moore-Russo, D. (2019). Using APOS theory as a framework for considering slope understanding. *Journal of Mathematical Behavior*, 54, 100684. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.12.003>.
- Rotem, S.H., Potari, D. & Psycharis, G. (2024). Using critical incidents as a tool for promoting prospective teachers' noticing during reflective discussions in a fieldwork-based university course. *Educational Studies in Mathematics* 117(1), 67–95. <https://doi.org/10.1007/s10649-024-10336-2>
- Parodi S., Filgueiras, C. O. & Andalón, J. L. (2024). Mirada profesional del futuro profesor en torno al signo igual. Enseñanza de las Ciencias. *Revista de investigación y experiencias didácticas*, 42(1), 43-63. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5806>
- Santagata, R., König, J., Scheiner, T., Nguyen, H. Adleff, A.K., Yang, X & Kaiser, G. (2021). Mathematics teacher learning to notice: a systematic review of studies of video-based

- programs. *ZDM - Mathematics Education* 53(1), 119–134. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01216-z>
- Scheiner, T. (2021). Towards a more comprehensive model of teacher noticing. *ZDM - Mathematics Education* 53(1), 85–94. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01202-5>
- Scheiner, T. (2023). Shifting the ways prospective teachers frame and notice student mathematical thinking: From deficits to strengths. *Educational Studies in Mathematics*, 114(1), 35–62. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10235-y>
- Scheiner, T. & Kaiser, G. (2023). Established and emerging theoretical perspectives on teacher noticing. In M. Ayalon, B. Koichu, R. Leikin, L. Rubel & M. Tabach (Eds.), *Proceedings of the 46th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (v. 1, pp. 104–108). PME.
- Sherin, M. G. & Russ, R. S. (2011). Accessing mathematics teachers' in-the-moment noticing. In M. Sherin, V. Jacobs & R. Philipp (Eds.), *Mathematics Teacher Noticing* (pp. 109–124). Routledge.
- Son, T. (2025). Noticing classes of preservice teachers: relations to teaching moves through AI chatbot simulation. *Education and Information Technologies* 30(7), 9161–9184. <https://doi.org/10.1007/s10639-024-13188-8>
- Styers, J. L., Nagle, C. R. & Moore-Russo, D. (2020). Teachers' noticing of students' slope statements: attending and interpreting. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 20(3), 504–520. <https://doi.org/10.1007/s42330-020-00107-5>
- Tatarağlu Taşdan, B. & Didiş Kabar, M. G. (2022). Pre-service mathematics teachers' responding to student thinking in their teaching experiences. *Journal of Pedagogical Research*, 6(1), 87–109. <https://dx.doi.org/10.33902/JPR.2022175553>
- Ulusoy, F. & Çakıroğlu, E. (2021). Exploring prospective teachers' noticing of students' understanding through micro-case videos. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24(3), 253–282. <https://doi.org/10.1007/s10857-020-09457-1>
- van Es, E. A. (2011). A framework for learning to notice student thinking. In M. G. Sherin, V. Jacobs & R. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 134–151). Routledge.
- van Es, E. A., Cashen, M., Barnhart, T. & Auger, A. (2017). Learning to notice mathematics instruction: Using video to develop preservice teachers' vision of ambitious pedagogy. *Cognition and Instruction*, 35(3), 165–187. <https://doi.org/10.1080/07370008.2017.1317125>
- van Es, E. & Sherin, M. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571–596.
- van Es, E. A. & Sherin, M. G. (2006). How different video club designs support teachers in learning to notice. *Journal of Computing in Teacher Education*, 22(4), 125–135. <https://doi.org/10.1080/10402454.2006.10784548>
- van Es, E. A. & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers learning to notice in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 244–276. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2006.11.005>
- van Es, E.A. & Sherin, M.G. (2021) Expanding on prior conceptualizations of teacher noticing. *ZDM - Mathematics Education* 53(1), 17–27. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01211-4>

Yun, H., Zhang, Q., Cao, W. & Zhang, X. (2024). Teacher noticing within the context of lesson study: a systematic review and prospective trends. *International Journal for Lesson & Learning Studies*, 13(4), 361-381. <https://doi.org/10.1108/IJLLS-03-2024-0057>

Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods*. SAGE.

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Teacher noticing (TN) is defined as the ability to attend to and interpret students' mathematical thinking processes during classroom interactions. It involves the integration of pedagogical knowledge with a deep understanding of mathematical content, enabling teachers to make informed instructional decisions. The theoretical framework by van Es and Sherin (2021) conceptualises teacher noticing as a dynamic process, structured around three dimensions: attending to significant classroom events, interpreting them within broader pedagogical principles, and shaping to gain deeper insights into students' mathematical understanding. Silent video task is a dynamic mathematical activity designed to capture students' understanding of a mathematical concept without the use of text or dialogue (Kristinsdóttir, 2021, 2023), thereby supporting the development of teacher noticing. By analysing this task, teachers can systematically attend to, interpret, and shape students' mathematical thinking.

This study examines how in-service mathematics teachers notice students' mathematical thinking through silent video task in the context of slope. The following research question is addressed: How do in-service mathematics teachers notice students' mathematical thinking through silent video tasks in the context of slope? The study aims to contribute to the existing literature by offering insights into how teachers attend to, interpret, and shape students' mathematical reasoning, particularly in the context of using innovative tools such as silent video task.

Method

This study is part of an ongoing design-based research project of the first author's dissertation, which aims to improve teacher noticing through silent video tasks in an online learning module. Design-based research follows three phases: (1) preparing for the experiment, (2) experimenting in the classroom, and (3) conducting retrospective analyses (Gravemeijer & Cobb, 2006, p. 19). The preparation phase involved the development of silent video tasks centered on the concept of slope, created in collaboration with field experts, mathematics educators, and GeoGebra specialists. These tasks were designed to enhance teachers' ability to notice students' mathematical thinking.

This study employed an exploratory case study approach, involving 11 mathematics teachers with varying levels of teaching experience. Participants were purposefully selected based on their experience teaching slope and their willingness to participate. The data collection process involved participants watching a silent video task and analysing a corresponding student voice-over video. Data were gathered through a structured reflection form, aligned with van Es and Sherin's (2021) noticing framework.

The data were analysed using a coding process. Teachers' written responses were categorised according to the dimensions of noticing: attending, interpreting, and shaping. Sub-codes were applied to examine specific aspects, such as the justification of students' reasoning, the strategic use of mathematical tools, and the usage of mathematical language and representations. The reliability of the coding process was ensured through discussions among researchers to resolve discrepancies.

Results and Discussion

The findings of this study reveal significant insights into how in-service mathematics teachers notice students' thinking about the concept of slope through silent video tasks. The results are discussed based on van Es and Sherin's (2021) framework, which categorises noticing into three dimensions: attending, interpreting, and shaping.

In the attending dimension, in-service mathematics teachers primarily focused on students' definitions and mathematical strategies. In most cases, students' description of slope as a ratio of vertical to horizontal change emphasised the procedural aspects of their understanding. While teachers recognised students' ability to use formulas and computational strategies, they did not always attend to the reasoning behind these choices. A notable finding was that teachers paid less attention to students' use of mathematical language and representations. Some acknowledged the presence of mathematical symbols and diagrams but rarely evaluated their correctness in conveying conceptual understanding. Notably, none of the teachers engaged in purely descriptive observations without considering students' reasoning. This suggests that silent video tasks directed their attention toward students' thought processes rather than just observable actions.

The interpreting dimension revealed that in-service mathematics teachers predominantly adopted a descriptive or evaluative approach rather than an inquiry-based stance. They often described what students had said or done without deeply questioning their reasoning. While some teachers evaluated students' understanding based on their own mathematical knowledge, only one consistently connected students' reasoning to broader mathematical principles. This finding aligns with previous research (e.g., Dışbudak-Kuru et al., 2022), which highlights teachers' challenges in interpreting students' mathematical thinking. These results suggest a need for professional development to support teachers in adopting a more inquiry-driven approach.

In the shaping dimension, teachers posed questions aimed at deepening students' understanding of slope, particularly regarding their choice of strategies and ability to justify their reasoning. They encouraged students to explore multiple representations and clarify their mathematical language. However, some teachers used closed-ended questions that did not facilitate deeper exploration of students' thinking. Despite this, the findings indicate that teachers generally attempted to shape students' understanding by prompting them to reflect on their reasoning. The emphasis on procedural strategies over conceptual reasoning suggests that teachers could benefit from training on how to pose open-ended questions to foster deeper mathematical discussions.

These findings highlight the need for professional development programs that focus on strengthening teachers' interpretive skills to promote a more inquiry-based understanding of student thinking. Silent video tasks proposed to be an effective tool for assessing and developing teacher noticing, as they helped teachers focus on students' thought processes rather than merely observable actions. Future studies should explore how AI-based tools, such as chatbots, can further support teachers in developing their noticing skills by providing dynamic and interactive ways to analyse student understanding. Moreover, research should examine silent video tasks across different mathematical topics and contexts to compare their potential in supporting teacher noticing.