

Sigorta priminin benzetim yöntemi ile belirlenmesi ve otomobil sigortası örneği

Cenap ERDEMİR

Ufuk Üniversitesi
İstatistik Bölümü
06520-Çankaya, Ankara, Türkiye
cerdemir@ufuk.edu.tr

Meral SUCU

Hacettepe Üniversitesi
Aktüerya Bilimleri Bölümü
06800-Çankaya, Ankara, Türkiye
msucu@hacettepe.edu.tr

Özet

Bu çalışmada, bir risk süreci altında poliçe başına brüt gelire ve iflas olasılığına göre prim belirleyebilmek için bir dinamik benzetim modeli önerilmiştir. Poliçe sayılarının ve toplam hasar miktarlarının zaman içerisinde değiştiği bir risk sürecinde, yıllık prim miktarının belirlenmesi için önerilen benzetim yöntemi kullanılmıştır. Türkiye'deki otomobillerin zorunlu trafik sigortasının yıllık primini belirlemek amacıyla, önerilen yöntem uygulanmıştır. Uygulamada kullanılan bireysel hasar tutarlarının, log normal dağılıma, hasar sayılarının ise Poisson dağılıma uyduğu görülmüş, dağılım parametrelerinin zaman içerisinde değişmediği varsayımı altında sürecin dinamik benzetim modeli kurulmuştur. Model uygulaması sonucunda poliçe başına brüt gelire göre prim miktarları belirlenmiştir.

Anahtar sözcükler: Dinamik benzetim modeli, iflas olasılığı, trafik sigortası, prim hesabı, risk süreci

Abstract

Determining the insurance premium via simulation method and a car insurance example

In this study, a dynamic simulation model is proposed for the determination of premium in terms of the ruin probability levels and the gross income. Model assumes that the number of policies and claim amounts are altering over time. Model also used for determining the premium for compulsory traffic car insurance in Turkey. On the application, individual claim amounts and the number of loss distribution have been detected to fit log normal distribution and Poisson distribution respectively. Assuming that distribution parameters do not change over time, the dynamic simulation model of the process has been established. After the run of the model some premiums obtained from the simulation model for some gross income per policy.

Keywords: Car insurance, dynamic simulation model, insurance premium, risk process, ruin probability

1. Giriş

Sigortacının artık değeri, sigortacının risk altındaki parasal birikimleri olarak da ifade edilebilir. Bu sebeple artık süreci risk süreci olarak da tanımlanmaktadır. Risk sürecinin temel olarak üç bileşene sahip olduğu varsayılır: Başlangıç sermayesi, toplanan primler ve ödenen hasarlar. t sürekli dizin parametresi olmak üzere, sürekli zamanlı risk süreci, $\{U(t)\}$,

$$U(t) = u + ct - S(t) \quad (1)$$

biçiminde ifade edilir. Burada u başlangıçtaki artık düzeyini, ct başlangıçtan t zamanına kadar poliçe sahiplerinden toplanan primi göstermektedir. Bu modelde poliçe sayısı sabit kabul edildiğinden birim zamanda toplanan prim c ile gösterilmektedir. $S(t)$ ise t zamanına kadar ödenen toplam hasar ödemelerini göstermektedir. Klasik risk süreci olarak da adlandırılan bu süreçte bireysel hasar büyüklükleri X rastlantı değişkeni ile gösterilmekte ve $F(x)$, bireysel hasarların dağılımını göstermektedir. Bu risk sürecinde bir hasarın ortaya çıkması ile hasar ödemelerinin hemen ve tam olarak yapıldığı varsayılır. Ayrıca sürecin mevcut pozitif artık düzeyini gösteren birikimler için herhangi bir faiz ödemesinin ve aynı zamanda herhangi bir masraf veya harcamasının da söz konusu olmadığı varsayılmaktadır. Klasik risk modelinin en önemli varsayımlarından biri de t zamanına kadar olan hasar sayısının, $\{N(t)\}$, λ parametresi ile Poisson süreci olduğunun kabul edilmesidir. Bu durumda $\{S(t)\}$, toplam hasar sürecini gösterir. $S(t)$ rastlantı değişkeni ise $N(t)$ tane bireysel hasarı gösteren rastlantı değişkeninin toplamından oluşur:

$$S(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i$$

Klasik risk sürecinde nihai iflas olasılığı, u ile başlayan sürecin bir t zamanında ilk kez negatif değer alması olasılığı olarak ifade edilir :

$$\psi(u) = P(U(t) < 0 \quad \exists t > 0)$$

u başlangıç sermayesi ile başlayan sürecin ilk kez $T(u)$ zamanında negatif değer alması, yani iflas olasılığının ortaya çıkması olasılığı, böyle bir zamanın sonlu ve mevcut olması durumunda aşağıdaki biçimde ifade edilir:

$$\psi(u) = P(T(u) < \infty)$$

İflas olasılığının hesaplanabilmesi için bir çok araştırmacı iflas kuramı alanında yapılan çalışmalara katkıda bulunmuştur. Bir risk süreci için risk ölçümü veren ve R ile gösterilen düzeltme katsayısı kullanılarak iflas olasılığının üst sınırı için Lundberg eşitsizliği

$$\psi(u) \leq \exp\{-Ru\}$$

biçiminde verilmiştir. Klasik risk süreci için R düzeltme katsayısı,

$$\lambda + cr = \lambda M_x(R)$$

eşitliğinin çözümü ile elde edilir. Burada eğer bireysel hasar dağılımının moment çıkarıcı fonksiyonu elde edilebilirse R düzeltme katsayısı denklemden kolayca çözülebilmektedir. Klasik risk modeline dayanan iflas olasılığı hesaplama yöntemleri, risk modeli için yapılan varsayımlar altında geliştirilmiştir. Klasik risk modeli altında prim hesabı beklenen değer prensibine göre

$$c = (1 + \theta)E(X)$$

eşitliğinden hesaplanır [1][5].

Gerçek sigorta süreçlerinde klasik risk süreci varsayımında belirtilenin aksine portföydeki toplam poliçe sayısı sabit değil değişendir; çünkü mevcut poliçelere yenileri eklenebileceği gibi poliçelerini yenilemeyenler ve portföyden ayrılmalar da olabilmektedir. Portföydeki bu değişimler sürecin dinamik özellikleri olup, hasar sayılarını da etkilemektedir. Portföydeki poliçe sayısında sürekli bir artışın olması ister istemez hasar sayılarını da artıran önemli bir etken olmaktadır. Aylık bazda gözlemlenmiş bir risk sürecinde aylık hasar sayısındaki artışlar toplam hasar miktarını da artırmaktadır. Bunun yanında portföyden ayrılan poliçeleri de dikkate alan bir genel risk sürecini matematiksel olarak ifade etmek mümkün olsa bile süreçten analitik çözümler elde etmek çok karmaşık işlemleri gerektirecektir. Bu koşulları sağlayan bir risk sürecinden analitik çözümler elde etmek yerine sürecin benzetim modelini ifade edip buradan analitik çözümlere yakın olan sonuçlar elde etmenin daha pratik olduğu söylenebilir.

Prim de değişken olmakla birlikte, enflasyonun olmadığı veya düşük seyrettiği bir ortamda belirli bir zaman aralığı için prim sabit kabul edilebilir. Ancak, t zamanındaki toplam prim geliri, t zamanında

portföyde bulunan poliçe sayısına bağlıdır. Üzerinde çalıştığımız risk sürecinde sigorta primi dönemin başında belirlenmekte ve dönem sonuna kadar değişmemektedir. Bu çalışmada ele alınan asıl sorun primin doğru belirlenmesidir. Rekabetçi ortamda, çoğu zaman sigorta primi olması gerekenin altında belirlenebilmektedir. Bazen de, Türkiye’de geçmiş dönemlerde olduğu gibi zorunlu motorlu araç sigortasının primi bir merkezi yetkili organ tarafından belirlenebilmektedir. Her iki durumda da primin belli bir prim ilkesine göre hesaplandığı varsayılsa da sigorta portföyünün zarar ettiği, diğer bir deyişle ilgili portföyde teknik anlamda iflas durumu ile karşılaşılabilir.

Bu çalışmada yukarıda ifade edilen bir risk sürecinin benzetim modeli kurulmuştur. Modelde poliçe primi karar değişkeni olarak belirlenmiş ve süreci iflasa götürmeyecek bir poliçe priminin belirlenmesinin mümkün olabileceği gösterilmiştir. Prim belirleme üzerine yapılmış çalışmalar incelendiğinde, primin benzetim yöntemi ile belirlendiği bir makale veya kitap bölümüne rastlanmamıştır. Ancak iflas olasılıklarının benzetim yöntemi ile hesaplanması için Ross, S.M.(2006) tarafından verilmiş olan benzetim algoritması kullanılarak bunun trafik sigortası uygulaması Bulut, B. ve Erdemir, C.(2012) tarafından yapılmıştır [3][5].

2. Risk süreci benzetimi ile prim hesaplama

Bir risk sürecinin benzetimi ile sigorta priminin hesaplanabilmesi için öncelikle risk süreci modelinin kurulması gerekmektedir. Modelin gerçeğe yakın olmasını sağlamak için portföydeki poliçe sayısının zaman içerisinde rastlantıya bağlı olarak değiştiği varsayılmıştır. Dolayısıyla portföye katılmalar ve portföyden ayrılmalar birer rastlantı olayı olarak düşünülmüştür. Bu varsayımın sonucu olarak kurulan model, stokastik ve dinamik özelliklere sahip bir sistem benzetim modeli olarak belirlenmiştir. Benzetim modelinin sistem yaklaşımı ile modellenebilmesi için modelin amacı ve varsayımları, sistemin girdileri ve çıktıları aşağıdaki paragrafta açıklanmıştır.

2.1. Benzetim modelinin amacı ve varsayımları

Kurulan stokastik dinamik sistem benzetim modelinin amacı belli bir zaman dönemine kadar sermayenin pozitif kalmasını sağlayan, diğer bir deyişle iflasa gitmeyen bir süreç için poliçe primini belirlemektir.

Stokastik dinamik sistem benzetim modelinin varsayımları:

- Sistemdeki risk birimleri, bağımsız ve λ parametresine sahip Poisson sürecine göre hasar üretmektedir. Hasarlar arasında geçen süre λ parametresi ile üstel dağılım göstermektedir.
- Yeni müşteriler ν parametrelili Poisson sürecine göre sisteme katılmakta ve poliçeleri portföye dahil olmaktadır. Müşteri gelişleri veya poliçe katılımları arasındaki süreler ν parametresi ile üstel dağılım göstermektedir.
- Sistemde mevcut n tane poliçeden her biri ortalama olarak $1/\mu$ birim zamanda, μ parametrelili üstel dağılıma uygun olarak sigorta şirketi ile sözleşmesini sonlandırmaktadır.
- Bireysel hasar miktarı bağımsız ve aynı dağılıma sahip bir rastlantı değişkenidir.
- Her poliçe sahibi her birim zaman için c kadar sabit prim ödemektedir.
- Risk süreci n_0 kadar müşteri ve u_0 kadar başlangıç sermayesi ile sürece başlamaktadır.

2.2. Benzetim modeli

Sistem parametreleri ve karar değişkenleri sistemin girdilerini, durum değişkenleri ve sistem başarımlar ölçütü ise sistemin çıktıları oluşturmaktadır. Risk sürecini betimleyen sistem benzetim modelinin girdi ve çıktıları aşağıdaki gibi belirlenmiştir [2][3].

Sistem parametreleri:

ν, μ, λ : Poisson süreçlerinin (veya üstel dağılımların) parametreleri,

n_0 : Başlangıçtaki poliçe sayısı.

Karar değişkenleri:

u_0 : Başlangıç sermayesi,
 c : Birim zaman için prim miktarı,
 T : Dönem uzunluğu.

Durum değişkenleri:

t_E : olay listesindeki bir olayın oluş zamanı,
 n : t_E zamanındaki poliçe sayısı,
 u : t_E zamanındaki artık miktarı.

Sistem başarımlı göstergesi:

p : iflas olasılığı

Olaylar:

- Yeni poliçe girişi,
- Mevcut bir poliçenin çıkışı,
- Hasar bildirim.

Sabit bir zaman dilimi içerisinde bir poliçenin sisteme katılması, bir poliçenin sistemden ayrılması ve bir hasarın ortaya çıkma sayılarının Poisson dağılımına uyduğu ve zaman üzerinde de Poisson süreçleri oluşturduğu varsayılmıştır. Bu varsayım altında her bir olayın oluşum zamanları arasındaki zaman uzunluklarının da üstel dağılıma uyduğu bilinmektedir. Her biri Poisson sürecine uyan bu olaylardan her birinin oluş zamanları arasındaki zaman aralıkları üstel dağılım gösterdiği bilindiğine göre, zaman içerisinde bu üç olaydan hangisinin ortaya çıkacağını belirlemek için üstel dağılıma ait bir teoremin sonuçlarından yararlanılır. Bu teoreme göre, Y_1, Y_2, \dots, Y_n bağımsız üstel rastlantı değişkenleri $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ parametreleri ile üstel dağılıma sahipse, $\min(Y_1, Y_2, \dots, Y_n), \sum \lambda_i$ ile üstel dağılıma sahiptir. Bu durumda bir Y_k değişkeninin en küçük olması olasılığı,

$$\Pr(Y_k = \min\{Y_1, \dots, Y_n\}) = \lambda_k / (\lambda_1 + \dots + \lambda_n)$$

ile ifade edilir[4].

Sistem t zamanında iken, sonraki olay $t+Y$ zamanında olsun. Üstel dağılımın özelliğini kullanarak, burada Y 'nin $2n+1$ tane üstel dağılıma sahip rastlantı değişkenleri arasında en küçük değer alan rastlantı değişkeni olduğu söylenebilir. Üstel dağılımın özelliğine göre en küçük Y rastlantı değişkeni, $v+n\mu+n\lambda$ parametresi ile üstel dağılım gösterir. Buna göre, en küçük zamanda ortaya çıkan olay, üç olaydan biridir. Hangi olayın ortaya çıkacağı bir K gösterge değişkeninin olasılık fonksiyonuna bağlı olarak belirlenebilir. Üç olay söz konusu olduğundan $K=1, 2, 3$ değerlerinden birini almaktadır.

Yeni bir poliçenin portföye katılması olasılığı;

$$P(K=1) = v / (v+n\mu+n\lambda),$$

bir poliçenin portföyden ayrılması olasılığı;

$$P(K=2) = n\mu / (v+n\mu+n\lambda),$$

bir hasarın bildirilme olasılığı;

$$P(K=3) = n\lambda / (v+n\mu+n\lambda)$$

şeklinde elde edilmektedir. Bu durumda $(0,1)$ aralığında tekdüze dağılıma sahip bir U rastgele sayısı çekilerek;

$$U \leq P(K=1) \text{ olması durumunda } K=1;$$

$$P(K=1) < U \leq P(K=1) + P(K=2) \text{ olması durumunda } K=2;$$

$$P(K=1) + P(K=2) < U \leq P(K=1) + P(K=2) + P(K=3) \text{ olması durumunda ise } K=3$$

olarak alınmaktadır [3].

Benzetim modelinin algoritması aşağıda adım adım ifade edilmiştir. Algoritma, S.M. Ross(2006)'un algoritmasına benzemektedir [3]. Ross'un algoritması iflas olasılığını benzetim yöntemi ile hesaplamaktadır. Burada verilen algoritmada ise benzetim yöntemi ile iflas olmaması durumunda prim belirlemesi yapılmaktadır. Algoritmada artık değerinin herhangi bir zamanda sıfırın altına düşmesi iflas durumu olarak kabul edilmiştir. Algoritmadaki açıklamalar // işaretinden sonra yazılmıştır. Algoritma bir deneme için verilmiştir. Her c prim değeri için bir deneme yapılmaktadır. Her bir prim değeri için hem yaklaşık iflas olasılığının hesaplanması hem de ortalama artık değeri hesaplamak amacıyla, M tane deneme yapılmıştır. M tane deneme içindeki iflas sayısı S hesaplanarak $p=S/M$ 'den elde edilmiştir. Her deneme sonunda elde kalan artık değer u hesaplanmış, M tane deneme sonunda elde edilen artık değerlerinin ortalaması "ortalama artık değer" olarak belirlenmiştir. Ortalama artık değerden başlangıç sermayesi çıkartıldığında elde edilen miktar portföyün brüt geliri olarak adlandırılır. Her prim değeri için benzetim modelinden farklı bir artık değer elde edilir. Değerlendirme belirli bir portföy üzerinde yapılacağı için elde edilen artık değer poliçe sayına bölünerek poliçe başına artık değere ulaşılabilir. Poliçe başına artık değerler farklı prim miktarları için elde edilebilir. Ayrıca poliçe başına (artık değer)/(prim) oranı, portföyün net getirisi hakkında da bilgi veren başka bir gösterge olarak elde edilebilir. Bu noktada karar verici, rekabetçi ortamı da değerlendirerek, farklı prim miktarı için elde edilen bu göstergelere göre en uygun prim miktarına karar verebilir. Artık değer net olarak hesaplanabilmesi için poliçe başına genel giderlerin hesaplanması ve artık değerden çıkartılması gerekmektedir. Poliçe başına genel giderler hesaplamaya katılmaz ise bu durumda poliçe başına brüt gelir hesaplanarak brüt gelir / prim oranları elde edilerek değerlendirme yapılabilir.

```

A1. Oku  $T, v, \mu, \lambda, c, u_0, n_0$ 
A2.  $t=0, u=u_0, n=n_0, i=1$ 
A3. Üret  $Y$  //  $Y \sim \text{Exp}(v+n\mu+n\lambda)$ 
A4.  $t_E = Y$ 
A5. Eğer  $t_E > T$  veya  $i=0$  ise yaz(i,u) ve dur //  $i=0$  ise iflas var
    Aksi halde
    A5.1  $u = u + n * c * (t_E - t)$  //
    A5.2  $t = t_E$ 
    A5.3 Üret  $U$  //  $U \sim \text{Uniform}(0,1)$ 
    A5.4 Eğer  $U \leq v / (v+n\mu+n\lambda)$  then  $n=n+1$  //  $K=1$  durumu
        aksi halde Eğer  $U \leq (v+n\mu) / (v+n\mu+n\lambda)$  ise  $n=n-1$  //  $K=2$  durumu
            Aksi halde
                A5.4.1 Üret  $X$  // Hasar miktarı  $K=3$  durumu
                A5.4.2 Eğer  $u < X$  ise  $i=0$  ve Dur
                    Aksi halde  $u = u - X$ 
    A5.5 Üret  $Y$ 
    A5.6  $t_E = t + Y$ 
A6. Git A5

```

3. Uygulama: Otomobil trafik sigortasında primin belirlenmesi

Çalışmanın bu bölümünde önce Ankara ilindeki otomobil sınıfına ait araçların trafik sigorta poliçelerinden oluşan verinin özellikleri incelenmiş, ardından risk süreci benzetim modelinin girdileri ve çıktıları belirlenmiştir. Üçüncü aşamada benzetim modeli kullanılarak farklı prim değerleri için risk sürecinin benzetimi yapılmış ve tüm sigorta şirketlerinin oluşturduğu bir sistemin yükümlülüklerini karşılama durumu incelenmiştir.

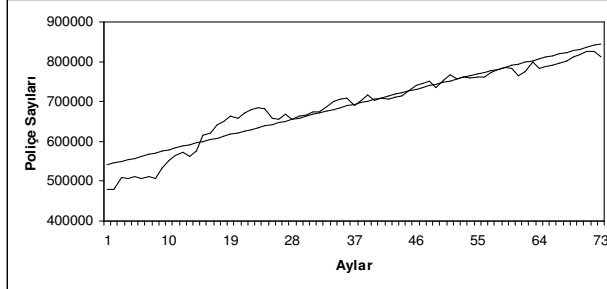
3.1. Veri kaynağı

Sigorta Bilgi ve Gözetim Merkezi bünyesindeki Trafik Sigortaları Merkezi (TRAMER)'den elde edilen veri aylık bazda olup 2003 yılından 2009 yılının Aralık ayına kadar olan zamanı kapsamaktadır [6]. Veri il ve taşıt türü ayırımında verilmektedir. Mevcut veri içerisinde bu araştırmaya esas oluşturan bilgi alınmıştır. Bunlar, 2003 yılı Aralık ayından 2009 yılı Aralık ayına kadar olan aylık bazda toplam poliçe, toplam hasar sayıları ve toplam hasar ödemelerine (muallaklar hariç) ilişkin bilgidir.

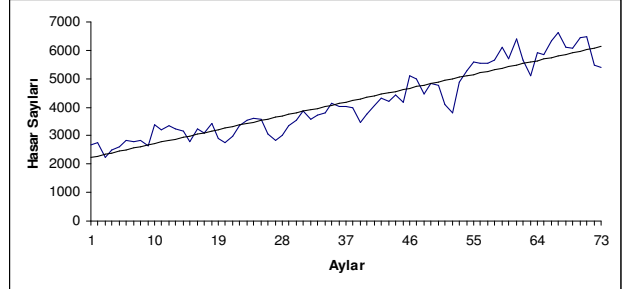
Bulut, B. ve Erdemir,C.(2012)'in poliçe sayısındaki bazı aylarda eksik olan veri tamamlanmış, hasar sayılarına ilişkin veri ise aynen alınıp yazarların izniyle kullanılmıştır [5].

Modelde kullanılan verinin grafikleri Çizim 1'de gösterilmiştir. TRAMER, aylık toplamaların sigorta şirketlerine dağılımlarını gizlilik sebebiyle kullanıcılara vermemektedir. Bu durumda şirket bazında bir portföyün risk sürecini oluşturmak mümkün olamamıştır. Buna karşılık zorunlu trafik sigortası poliçelerinin şirketlere homojen dağıldığı ve şirketlerin poliçe sahipleri tarafından özel olarak seçilmediği varsayımı altında Ankara ilindeki otomobil sınıfına ait poliçelerin bir portföy oluşturduğu ve Ankara ilini kapsayan bir göstermelik şirketin varlığı kabul edilmiştir. Farklı tarifeleri modele katmamak için yalnızca otomobil poliçeleri modele dahil edilmiştir.

Ankara ilindeki hasar bildiren tüm otomobiller için gerçekleşen hasarlara ilişkin bireysel hasar büyüklükleri elde olmadığından tüm portföyü temsil edecek biçimde bir sigorta şirketinden Ankara iline kayıtlı 2009 yılına ait hasarlar içerisinde rastgele olarak 300 dosya seçilmiş ve bu dosyalardan hasar ödemeleri alınarak yeterli büyüklükte bir örneklem oluşturulmuştur. Kolmogorov-Smirnov, Anderson Darling ve ki-kare uyum iyiliği testleri sonucunda hasar tutarının $\mu=6,1327$ ve $\sigma=0,45195$ parametreleriyle log-normal dağılıma uyduğu %95 güven düzeyinde kabul edilmiştir. Bulut,B. ve Erdemir, C.(2012) çalışmalarından alınan bu parametre tahminlerinin 2010 yılı için de aynı kalacağı varsayılmıştır [5].



Çizim 1. Ankara ili aylık otomobil sigorta poliçe sayıları ve model kestirim değerleri



Çizim 2. Ankara ili aylık otomobil hasar sayıları ve model kestirim değerleri

3.2. Model parametrelerinin belirlenmesi

Poliçe ve hasar sayılarının modelleri:

Poliçe sayılarının zaman içerisinde artan bir eğilim gösterdiği ve $N_t = b_0 + b_1 t + \varepsilon_t$ biçimindeki basit doğrusal regresyon modeline uyduğu gösterilmiştir. Model parametre tahminleri parantez içindeki standart hataları ile birlikte

$$N_t = 537078 + 4213t$$

(6244) (146)

olarak elde edilmiştir. Buna göre poliçe sayılarında her ay 4213 artış olmaktadır. Benzer olarak aylık hasar sayıları aşağıdaki basit doğrusal regresyon modeline uymaktadır.

$$C_t = 2180.75 + 54.05t$$

(101,14) (2,38)

Buna göre aylık hasar artış sayısı yaklaşık 54,05 tir.

Dinamik benzetim modelinin doğası gereği gözlemlenen aktüeryal risk süreci sürekli zaman üzerinde evrilir. Sürekli olan zamanı mümkün olduğunca küçük zaman aralıklarında kesikli duruma getirmek gerçek süreci daha iyi temsil edecektir. Bu sebeple benzetim modelinde zaman birimi olarak “dakika” kullanılmıştır. Benzetim modelini 2010 yılından başlayarak çalıştırmak için, başlangıç değerleri olarak 2009 yılı sonu değerleri alınmıştır. Buna göre poliçe sayısı 844641, hasar sayısı ise 5414 olarak belirlenmiştir.

Sistem parametreleri:

Başlangıçtaki poliçe sayısı $n_0 = 8165$.

Bir ayda net olarak (ayrılanlar çıkarıldıktan sonra) giren poliçe sayısı, $b_1 = 4213$

Yeni bir poliçenin katılması (girişi) için geçen ortalama zaman ($v = 4213 / 43200$) 0,0975 dakika.

Başlangıçtaki hasar sayısı 5414, aylık hasar artış sayısı 54.

Herhangi bir poliçenin bir hasar getirmesi için gerekli ortalama zaman $\lambda = 33900 / 43200 = 1,2743$ dakika,

Bireysel hasar miktarını gösteren log-normal dağılımın parametreleri, $\mu = 6,1327$ ve $\sigma = 0,45195$.

Karar değişkenleri:

u_0 , başlangıç sermayesi : 10 000 000

c , yıllık prim miktarı : 100, 120, 140, ..., 7000 için çözümler elde edilir.

T , dönem sayısı : 12 ay

Durum değişkenleri:

t_E : olay listesindeki bir olayın oluş zamanı

n : t_E zamanındaki poliçe sayısı,

u : t_E zamanındaki artık değer,

X : Hasar miktarı.

Sistem başarımlı göstergesi:

q : iflas etmeme olasılığı. İflas etmeme olasılığı $q = f / M$ eşitliğinden elde edilir. Burada M toplam deneme sayısını, f toplam M deneme içerisinde iflasa gitmeyen deneme sayısını göstermektedir.

3.3. Benzetim modelinin sonuçları

Benzetim modeli, farklı prim değerleri için çalıştırılmış ve sistemin iflas durumu ile brüt gelir durumu incelenmiştir. Prim için 100, 120, 140, ..., 700 değerleri belirlenmiş, bu değerler için elde edilen toplam brüt gelir, poliçe başına brüt gelir ve poliçe başına prim/brüt gelir oranları elde edilmiştir. Genel masraflar düşünülmediğinden sistemde iflas durumu gözlenmemiştir. Diğer bir deyişle iflas durumu ancak elde edilen gelirin portföyün genel giderlerini karşılayamadığında ortaya çıkacaktır. Poliçe başına gelir/prim oranları ise bir poliçenin getirisinin prim içerisindeki payını göstermekte olup, bir poliçenin prime göre brüt kazanç oranını ifade etmektedir.

Çizelge 1. Prim miktarına göre toplam gelir, poliçe başına gelir ve gelir/prim oranları

Prim Miktarı (TL)	Brüt Gelir (Milyon TL)	Poliçe Başına Brüt Gelir (TL)	Poliçe Başına (Brüt Gelir/Prim) Oranı(%)
100	52,80	5,90	5,90
120	70,30	7,85	6,54
140	87,66	9,79	6,99
160	105,04	11,73	7,33
170*	113,74	12,71	7,47
180	122,46	13,68	7,60
200	139,5	15,62	7,81
220	157,25	17,57	7,98
240	174,67	19,51	8,13
260	192,05	21,45	8,25
280	209,42	23,39	8,35
300	226,87	25,34	8,45
320	244,25	27,28	8,53
340	261,65	29,23	8,60
360	279,04	31,17	8,66
380	296,43	33,11	8,71
400	313,81	35,06	8,76
420	331,12	36,99	8,81
440	348,64	38,95	8,85
460	366,03	40,89	8,89
480	383,44	42,83	8,92
500	400,83	44,78	8,96
520	418,21	46,72	8,98
540	435,63	48,66	9,01
560	453,00	50,60	9,04
580	470,40	52,55	9,06
600	487,78	54,49	9,08
620	505,21	56,44	9,10
640**	522,60	58,38	9,12
660	540,00	60,32	9,14
680	557,39	62,27	9,16
700	574,82	64,21	9,17

* 2010 yılı primi, ** Prim ilkesine göre hesaplanan yaklaşık prim

Ayrıca beklenen prim ilkesine göre prim,

$$c=(1+\theta)E(X) =(1+\theta)(\text{Exp}(\mu+\sigma^2/2))$$

eşitliğinden, $\theta=0,25$; $\mu= 6,1327$; $\sigma= 0,45195$ değerleri için 637,76 olarak hesaplanmıştır. Hasar dağılımı esas alınarak hesaplanan bu prim değeri piyasa fiyatlarına göre normal düzeyde sayılabilir. Benzetim yöntemi ile hesaplanan bu prim miktarları için poliçe başına yaklaşık 58,3 TL brüt gelir görünmektedir. Bu gelir içerisinde sigorta acentelerinin komisyonları da dahil olmak üzere tüm masraflar bulunmaktadır. Bu prim miktarı portföy kârlılığı açısından akla yatkın bir değerdir. Ancak net kazanç oranları portföye ilişkin genel masraflar ve vergilerin düşülmesinden sonra ortaya çıkabilecek bir değerdir.

2010 yılı için gerçekleşen otomobil sigorta primleri ortalama 170 TL civarında gerçekleşmiştir. Kademeli indirimin uygulandığı bu yılda prim Hazine Müsteşarlığı tarafından belirlenmişti. Bu prim için benzetim

denemesi sonucunda tahminen 895183 poliçe üzerinden 113,74 Milyon TL brüt gelir elde edilmiştir. Bu prim için poliçe başına 12,71 TL gelir anlamına gelmektedir ki prim/gelir oranı 7,47 dir. Bu brüt gelirin genel masrafları karşılayıp karşılamadığı ancak şirketlerin yıl sonu hesaplamaları sonucunda ortaya çıkacaktır. Bir örnek olarak, eğer poliçe başına genel giderlerin poliçe primine oranı %9 olursa, portföy prim ancak 540 TL olduğunda iflastan kurtulabilmektedir. Eğer oran %7,5 olursa primin 170 TL olması durumunda portföy iflası ortaya çıkacaktır. 2010 yılında kullanılan ortalama prim miktarı 170 TL gerçekleşmiştir ve bu yıl sonunda firmalar otomobil sigortaları portföyünden net bir pozitif kazanç elde edemediklerini ifade etmişlerdir. Bu yıldan sonra Hazine Müsteşarlığı prim üst sınırını belirleme yetkisini bırakmıştır.

Bütün bu hesaplamalar TRAMER in vermiş olduğu aylık hasar bildirim sayılarına ve aylık poliçe sayılarına dayanmaktadır. Eğer bu sonuçlarda bir tutarsızlık olduğu yorumu yapılırsa, bunun nedeninin benzetim modelinin yetersizliğinde değil eldeki verinin doğruluğunda aramak gerekecektir. Burada yapılan yalnızca gerçeğe yakın bir sayısal örnek oluşturmaktır. Bu çalışmanın Türkiye’de otomobil sigortası primi hesaplama iddiası bulunmamaktadır. Bu çalışmanın bir yararı da otomobil sigortaları ile ilgili üretilen istatistik bilgilerin ne kadar sağlıklı olduğu konusunda da ilgililerin dikkatlerini çekmek olmuştur. Sonuç olarak sağlıklı veri elde edildiği takdirde bu çalışmada tanıtılan bir benzetim modeli ile de prim hesabı yapılabilir ve ayrıca rekabetçi ortamda çeşitli prim senaryolarına göre portföy gelirlerinin de analiz edilmesi mümkün olabilmektedir.

4. Sonuç ve Öneriler

Sonuç olarak bu çalışmada verilen bir benzetim modeli ile prim belirlenebilmekte ve rekabetçi ortamda çeşitli prim büyüklüklerine göre portföy gelirlerinin de analiz edilmesi mümkün olabilmektedir. Dinamik stokastik benzetim modeline dayanan bu prim tahmin yöntemi reasürans antlaşmaları da dikkate alınarak geliştirilebilir. Ayrıca belirlenen bir sermaye düzeyinin altına düşmeme kısıtı altında da primin belirlenebilmesi için benzetim modelleri geliştirmek mümkün görülmektedir.

Kaynaklar

- [1] Dickson, D. C. M., 2005, *Insurance Risk and Ruin*, Cambridge University Pres.
- [2] Gottfried, B. S., 1984, *Elements of Stochastic Process Simulation*, Prentice-Hal, New Jersey.
- [3] Ross, S. M., 2006, *Simulation*, Elsevier, Amsterdam.
- [4] Ross, S. M., 2003, *Introduction to Probability Models*, Academic Pres, Amsterdam.
- [5] Bulut, B. ve Erdemir, C., 2012, Kalın kuyruklu hasar modellerinde iflas olasılığının benzetim yöntemi ile hesabı: Trafik sigortası örneği, *İstatistikçiler Dergisi: İstatistik ve Aktüerya*, Cilt: 5, Sayı: 1
- [6] Sigorta Bilgi ve Sigorta Merkezi, <https://www.sbm.org.tr/>