



Aktüerya Derneği

İstatistikçiler Dergisi: İstatistik & Aktüerya

Journal of Statisticians: Statistics and Actuarial Sciences

IDIA 9, 2016, 2, 54-65

Geliş/Received:20.05.2016, Kabul/Accepted: 16.11.2016

www.istatistikciler.org

Araştırma Makalesi / Research Article

Bireysel emeklilik planlarında hedef fon büyüklüğüne ulaşmak için değişken katkı ve optimal yatırım stratejisi

Murat Kırkağaç

Hacettepe Üniversitesi
Fen Fakültesi
Aktüerya Bilimleri Bölümü
06800-Beytepe, Ankara, Türkiye
murat.k@hacettepe.edu.tr

Yasemin Gençtürk

Hacettepe Üniversitesi
Fen Fakültesi
Aktüerya Bilimleri Bölümü
06800-Beytepe, Ankara, Türkiye
yasemins@hacettepe.edu.tr

Öz

Bu çalışmada, bireysel emeklilik planı katılımcısının hedef fon büyüklüğüne ulaşması amacıyla yönelik sabit katkılı bireysel emeklilik planlarının yanı sıra, yatırım oranının sabit fakat katkı miktarının gerçekleşen fon büyüklüğü ile hedeflenen fon büyüklüğü arasındaki fark göz önünde bulundurularak değişkenlik gösterdiği değişken katkılı bireysel emeklilik planları ile katkı miktarının sabit fakat fonun yatırım araçlarında optimal oranlarla değerlendirildiği bireysel emeklilik planları birlikte incelenmiştir. Bu amaçla bir benzetim çalışması yapılmış, sabit ve değişken katkılı bireysel emeklilik planları ile optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı bireysel emeklilik planlarında dönem sonu açık miktarları karşılaştırılarak hangi planda hedeflenen fon büyüklüğüne daha çok yaklaşıldığı ve hangi planın daha riskli olduğu belirlenmiştir. Optimal yatırım stratejisi belirlenirken optimizasyon yöntemi olarak Dinamik Programlama kullanılmıştır. Uygulama sonuçlarına göre, değişken katkılı bireysel emeklilik planlarında hedeflenen fon büyüklüğüne incelenen diğer iki plana göre daha çok yaklaşıldığı görülmüştür. Değişken katkılı bireysel emeklilik planlarında yıllar itibarıyla değişkenlik gösteren yüksek tutarlı katkılar katılımcıyı finansal olarak zorlayabileceği gerçeği dikkate alındığında optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı bireysel emeklilik planlarının uygulamada yatırımcı için daha çok tercih edilebilir olduğu söylenebilir.

Anahtar sözcükler: Sabit katkılı bireysel emeklilik planları; Değişken katkılı bireysel emeklilik planları; Optimal yatırım stratejisi; Hedef fon büyüklüğü; Dinamik programlama.

Abstract

Targeted contribution and optimal investment strategy to reach fund target in individual pension plans

In this study, in an attempt to reach the fund target of the participant of individual pension plan, in addition to individual pension plans with fixed contribution, individual pension plans with targeted contribution where investment ratio is constant but contribution amount vary considering the difference between the fund target and actual fund size and individual pension plans in which contribution amount is constant but fund is valued in investment instruments with optimal ratios are analyzed together. For this purpose, a simulation was conducted, in which plan the fund target was approached more and which plan was more risky were determined by comparing final deficits in the individual pension plans with fixed and targeted contributions as well as individual pension plans using the optimal investment strategy. While the optimal investment strategy was being determined, Dynamic Programming was utilized as the optimization method. According to application results, it is seen that fund target was approached more in the pension plans with targeted contribution than the other two plans. It could be said that individual pension plans using the optimal

investment strategy are more preferable in practice for investors because of the fact that varying contribution by years with high amount could be compeller for the participant financially.

Keywords: *Individual pension plans with fixed contribution; Individual pension plans with targeted contribution; Optimal investment strategy; Fund target;; Dynamic programming.*

1. Giriş

Dünyada emeklilik sistemleri genellikle ulusal sosyal güvenlik sistemi, tamamlayıcı emeklilik planları ve özel emeklilik fonları olmak üzere üç ayaklı bir şekilde inşa edilmektedir. Birinci ayakta devletin oluşturup çalıştırdığı ve çalışana emeklilik hakkı veren ulusal sosyal güvenlik sistemi, ikinci ayakta işverenler tarafından kurulup çalıştırılan tamamlayıcı emeklilik planları, üçüncü ayakta ise özel kesimin kurduğu, isteğe bağlı tasarruf ve yatırım sisteminin ürünü olan özel emeklilik fonları yer almaktadır [6].

Üç ayaklı bu yapının üçüncü ayağını oluşturan Bireysel Emeklilik Sistemi (BES), kişilerin aktif çalışma yaşamları süresince yaptıkları tasarrufları uzun vadeli yatırıma yönlendirerek emeklilik dönemlerinde, yaşam standartlarını koruyabilecekleri bir gelir elde etmelerini sağlayan özel bir emeklilik sistemidir [7].

Temelde katkısı belirli emeklilik planları, faydası belirli emeklilik planları ve karma emeklilik planları olmak üzere üçe ayrılan emeklilik planlarında [1], bireysel emeklilik planları katkısı belirli emeklilik planlarıdır. Bu planlarda katkılar sabit veya değişken olabilir.

Sabit katkılı bireysel emeklilik planları Türkiye de dahil olmak üzere birçok ülkede çoğunlukla kullanılan geleneksel emeklilik planlarıdır. Bu planlarda emeklilik hesabına düzenli aralıklarla sabit katkılar yapılmaktadır. Bu katkılar genellikle maaşın belirli bir oranı olabileceği gibi önceden belirlenen sabit bir miktar da olabilir.

Bu çalışmada bu geleneksel planların yanı sıra değişken katkılı bireysel emeklilik planları da ele alınmıştır. Değişken katkılı bireysel emeklilik planlarında katılımcı tarafından fona yapılacak katkı miktarı; gerçekleşen fon büyüklüğü ile hedeflenen fon büyüklüğü arasındaki fark göz önünde bulundurularak, sistematik olarak belirlenmektedir [15].

Önerilen bu plan Box ve Luceno [4] tarafından sanayideki süreç kontrolünde kullanılan yöntemeye dayanmaktadır. Bu yöntemin altında yatan düşünce çıktının, girdideki son hataya ve geçmiş hataların kümülatif toplamına bağlı olmasıdır. Bu yöntemi Galdolfi ve diğerleri [8] ekonofizik literatüründe, Owadally [14] ekonomik varsayımların deterministik olduğu faydası belirli emeklilik planlarının fonlanmasında, Owadally ve diğerleri [15] kısa dönemli birikim planları için kullanılmışlardır. Bu çalışmada ise bu yöntem, uzun dönemli bireysel emeklilik planları için uygulanmıştır.

Hedeflenen fon büyüklüğü ile gerçekleşen fon büyüklüğü arasındaki sapmanın en önemli nedeni yatırım getirisi, bir başka deyişle yatırım stratejisidir. Bireysel emeklilik planlarında optimal yatırım stratejisinin belirlenmesi oldukça önemlidir. Bu nedenle yapılan bu çalışmada optimal yatırım stratejisi belirlenmiş; belirlenen bu optimal yatırım stratejisi kullanılarak hedeflenen fon büyüklüğüne ne ölçüde ulaşılacağı gösterilmiştir. Elde edilen sonuçlar sabit ve değişken katkılı bireysel emeklilik planlarında elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

Optimal yatırım stratejisi gelecekte meydana gelecek açıkların minimize edilmesi ile belirlenmiş ve optimizasyon yöntemi olarak da Dinamik Programlama (DP) kullanılmıştır. DP kullanılmasının en önemli nedeni yatırım getirisinin zaman içinde değişken bir yapıda olması, bir başka ifade ile yatırım getirisinin zamanla değişmesinden kaynaklanan dinamik yapısıdır. DP, çok aşamalı karar süreçlerinin optimizasyonu için geliştirilmiş bir tekniktir. Bu teknikte bir problemle ilgili kararlar, bütün olmaktan ziyade aşamalarda optimize edilir. Karar problemi, hesaplama açısından daha etkin yapılabilmesi için

daha küçük alt problemlere ayrılır [10]. Böylece çok aşamalı bir karar süreci, tek aşamalı alt problemlere ayrılmakta, bu sayede optimizasyon probleminin çözümü daha kolay bir hale gelmektedir.

DP tekniği emeklilik planlarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Haberman ve Sung [9] faydası belirli emeklilik planlarında katkı riskini ve yükümlülüğü yerine getirememesi riskini eş zamanlı olarak minimize etmek için, Cairns [5] sürekli zaman diliminde, Owadally [13] ise kesikli zaman diliminde fonun iki tane yatırım aracında değerlendirildiğini varsayarak katkısı belirli emeklilik planlarında optimal katkı oranını ve optimal yatırım stratejisini belirlemek için DP yöntemini kullanmışlardır. Vigna ve Haberman [18] katkısı belirli emeklilik planlarında DP yöntemi ile fonun iki yatırım aracında değerlendirildiğini ve Vigna ve Haberman [19] fonun n tane yatırım aracında değerlendirildiğini varsayarak optimal yatırım stratejisini belirlemiştir. Thomson [17] DP yöntemi ile bireyin beklenen faydasını maksimize ederek optimal yatırım stratejisini belirlemiştir. Karlstrom ve diğerleri [12] İsveç'teki emeklilik kararını modellemek, He ve Liang [11] katkısı belirli emeklilik planlarının fonun hisse senedi ve bonolarda değerlendirildiği hisse senedi bağlantılı annüitelerde optimal yatırım stratejisi belirlemek için DP yöntemini kullanmışlardır.

Bu çalışmada, sabit ve değişken katkılı bireysel emeklilik planları ile optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı emeklilik planlarında dönem sonu açık miktarları karşılaştırılarak, hangi planda hedeflenen fon büyüklüğüne daha çok yaklaşıldığı ve hangi planın daha riskli olduğu belirlenmiştir. Çalışmanın İkinci Bölüm'ünde sabit ve değişken katkılı bireysel emeklilik planları tanıtılmıştır. Üçüncü Bölüm'de DP optimizasyon yöntemi kullanılarak, fonun biri düşük diğeri yüksek riskli iki yatırım aracında değerlendirilmesi durumunda optimal yatırım stratejisinin belirlenmesi hakkında bilgi verilmiştir. Dördüncü Bölüm'de sabit ve değişken katkılı planlar ile optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı planların karşılaştırıldığı bir uygulama yapılmıştır. Uygulama sonuçları Bölüm 5'te özetlenmiştir.

2. Sabit ve değişken katkılı bireysel emeklilik planları

Bireysel emeklilik planları, belirli bir mesleğe, işverene veya iş sözleşmesine bağlı olmayan, kişinin işinden ayrılrsa bile, emeklilik planı kapsamındaki haklarının devam ettiği katkısı belirli emeklilik planlarıdır. Bireysel emeklilik planlarında katkılar sabit ya da değişken olabilmektedir.

2.1. Sabit katkılı bireysel emeklilik planları

Sabit katkılı bireysel emeklilik planları emeklilik hesabına düzenli aralıklarla, sabit katkılar yapıldığı planlardır. Bu katkılar genellikle maaşın belirli bir oranı olmakla birlikte önceden belirlenen sabit bir miktar da olabilir. Birey emekliliğe hak kazandığı zaman birikimini toplu para veya annüite şeklinde alabilir. Oluşturulan fon çeşitli yatırım araçlarında değerlendirilir ve oluşacak fonun büyüklüğü yatırım performansına ve katkının miktarına bağlıdır [3].

Sabit katkılı bireysel emeklilik planlarında katılımcı bir vade sonunda ne kadarlık bir fon miktarına ulaşmak istediğine karar verir. Finansal danışmanlar gelecekteki getiriye ilişkin bir tahminde bulunularak, katılımcının ne kadar katkı yapması gerektiğini belirler.

\hat{r} finansal danışman tarafından yapılan getiri tahminini, \hat{s}_T bu tahmin ile hesaplanan her dönem başında yapılan bir birimlik ödemenin T dönem sonundaki birikimli değerini, F_T dönem sonunda hedeflenen fon büyüklüğünü göstermek üzere, katılımcı tarafından her dönem başında yapılacak sabit katkı miktarı (C),

$$C = \frac{F_T}{\hat{s}_T \hat{r}} \quad (1)$$

biçiminde hesaplanır.

Fonun $t+1$ anındaki değeri özyineli olarak,

$$f_{t+1} = (f_t + C)[(1 - y_t)e^{\mu_t} + y_t e^{\lambda_t}] \quad (2)$$

eşitliğinden bulunur.

Eşitlik 2’de:

- f_{t+1} : Fonun t+1 anındaki değerini,
 f_t : Fonun t anındaki değerini,
 C : Sabit katkı miktarını,
 y_t : Fonun yüksek riskli yatırım aracında değerlendirilen oranını,
 $(1-y_t)$: Fonun düşük riskli yatırım aracında değerlendirilen oranını,
 μ_t : [t,t+1] zaman aralığında sabit olan, düşük riskli yatırım aracı için anlık faiz oranını,
 λ_t : [t,t+1] zaman aralığında sabit olan, yüksek riskli yatırım aracı için anlık faiz oranını,

göstermektedir.

Sabit katkılı bireysel emeklilik planlarında fonun %50’si düşük riskli, %50’si yüksek riskli yatırım araçlarında değerlendirildiği varsayıldığında Eşitlik 2,

$$f_{t+1} = (f_t + C)\left[\frac{e^{\mu_t} + e^{\lambda_t}}{2}\right] \quad (3)$$

biçiminde ifade edilebilir.

Yatırım getirisinin tahmin edilenden farklı olması, vade sonunda gerçekleşen fon büyüklüğünün hedeflenen fon büyüklüğünden farklı olmasına yani vade sonunda açığın oluşmasına neden olur. Bu açık miktarı, hedeflenen fon büyüklüğü ile gerçekleşen fon büyüklüğü arasındaki farka eşittir:

$$D_T = F_T - f_T \quad (4)$$

Katılımcı için risk, bu açığın yüksek olmasıdır. Bu açığın negatif olması ise fazlalık olarak adlandırılır. Fonda açık da fazlalık da istenmeyen durumlardır [15].

2.2. Değişken katkılı bireysel emeklilik planları

Değişken katkılı bireysel emeklilik planları, katılımcı tarafından fona yapılacak katkı miktarının, gerçekleşen fon büyüklüğü ile hedeflenen fon büyüklüğü arasındaki fark göz önünde bulundurularak belirlendiği birikim planlarıdır. Yani, değişken katkılı bireysel emeklilik planlarında katılımcı tarafından fona yapılacak katkı miktarı, gerçekleşen fon büyüklüğünün hedeflenen fon büyüklüğünden sapması dikkate alınarak belirlenmektedir. C sabit katkısı, D_t t anında fondaki açığı göstermek üzere, değişken katkı miktarı (C_t),

$$C_t = C + \lambda_1 D_t + \lambda_2 \sum_{j=0}^t D_{t-j}, \quad \lambda_1 > 0 \text{ ve } \lambda_2 > 0 \quad (5)$$

biçiminde bulunur.

λ_1 ve λ_2 ’nin değeri arttıkça katkıların değişkenliği arttığından, uygulamada λ_1 ve λ_2 ’nin değerleri küçük seçilmelidir.

Gerçekleşen fon büyüklüğü Eşitlik 3’te, Eşitlik 5’ten hesaplanan değişken katkı miktarı C_t kullanılarak hesaplanır.

D_t , fon getiri oranının r olması durumunda beklenen fon büyüklüğü F_t ile fonun t anındaki gerçekleşen değeri f_t arasındaki farka eşittir:

$$D_t = F_t - f_t = C s_{\overline{n}|r} - f_t \quad (6)$$

Gerçekleşen fon büyüklüğü hedeflenen fondan saptıkça açık veya fazlalık oluşur. Bu açık ya da fazlalığın λ_1 katı sabit katkıya eklenir. λ_1 'in uygulama değeri düşük olduğundan, t anında gözlenen açığın tamamı katkıya yansıtılmış olmaz. Bu nedenle sadece t anında değil, t anından önceki zamanlarda ortaya çıkan açıkların kümülatif toplamının λ_2 katı kadarının da katkıya ilave edilmesi gerekir. Bu sayede katılımcının yüksek miktarlarda ve değişkenlikte katkı yapmasının önüne geçilmiş olur [15].

3. Bireysel emeklilik planlarında optimal yatırım stratejisi

Bireysel emeklilik planlarında hedef fon büyüklüğüne ulaşmanın diğer bir yolu sabit katılardan oluşan fonun optimal yatırım stratejisi ile değerlendirilmesidir.

Optimal yatırım stratejisi belirlenirken, yatırım getirisinin zamanla değişmesinden kaynaklanan dinamik yapısı nedeniyle Dinamik Programlama (DP) yöntemi kullanılmıştır. DP yöntemi, Richard Ernest Bellman tarafından 1950 yılında isimlendirilmiştir. Başlangıçta yalnızca bir ekonomik sistemin zaman içindeki durumunun incelenmesinde kullanılan bu yöntem, günümüzde zamanla ilgili olan süreçlerin yanı sıra, farklı nitelikteki süreçlerin incelenmesinde de yaygın olarak kullanılmaktadır [16].

Bellman'ın Optimalite İlkesi: “Başlangıç koşulu ve başlangıç kararı ne olursa olsun geri kalan kararlar verilen ilk kararın sonucuna göre optimal bir politika oluşturmalıdırlar [2]” biçiminde tanımlanmaktadır.

DP problemlerinin çözümü, uygun bir matematiksel modelin kurulması ile başlanmaktadır. Bu çalışmada, Vigna ve Haberman [18] tarafından oluşturulan Eşitlik 2’de verilen model kullanılmıştır.

Optimal yatırım stratejisi belirlenirken, dönem sonu fon büyüklüğü hedefinin yanı sıra ara dönem hedeflerinin de belirlenmesi gerekmektedir. $t=1$ anındaki hedef fon, $t=0$ anında Eşitlik 1’den hesaplanan sabit katkı miktarı C 'nin bir dönem ileri çekilmesi ile bulunur:

$$F_1 = C e^{iA} \quad (7)$$

Diğer ara dönemlerde hedef fon büyüklüklerini bulmak için, hedef fon büyüklüğünün F_1 'den F_T 'ye doğrusal olarak arttığı varsayılmıştır.

Ara dönemlerde hedeflenen fon büyüklüğü ile gerçekleşen fon büyüklüğü arasındaki fark için maliyet fonksiyonu:

$$M(t) = \theta_1 D_t^2 = \theta_1 (F_t - f_t)^2 \quad (8)$$

ve dönem sonu için maliyet fonksiyonu:

$$M(T) = \theta_0 D_T^2 = (F_T - f_T)^2 \quad (9)$$

biçiminde tanımlanmıştır.

Eşitlik 8 ve Eşitlik 9’da θ_0 ve θ_1 sabit birer katsayı olup, vade sonunda hedef fon büyüklüğüne ulaşılması ara dönem hedeflerine ulaşılmasından daha önemli olduğundan dolayı θ_0 , θ_1 'den daha büyük seçilir.

Vade sonuna kadar her dönem oluşacak maliyetlerin t anındaki değeri:

$$G_t = \sum_{s=t}^T \gamma^{s-t} M(s) \quad (10)$$

biçimindedir. Bu eşitlikte verilen γ iskonto faktörüdür.

Optimizasyonda hedeflenen fon büyüklüğü ile gerçekleşen fon büyüklüğü arasındaki farkın minimize edilmesi amaçlandığından G_t fonksiyonu minimize edilmiştir. Yapılan optimizasyon sonucunda optimal yatırım oranı:

$$y_t^* = -\frac{M_t}{2L_t} \quad (11)$$

olarak elde edilir. Burada:

$$L_t = P_{t+1}(f_t + C)^2 (e^{2\mu+\sigma_1^2} + e^{2\lambda+\sigma_2^2} - 2e^{\mu+\lambda+\frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2}{2}}) \quad (12)$$

$$M_t = P_{t+1}(f_t + C)^2 (-2e^{2\mu+\sigma_1^2} + 2e^{\mu+\lambda+\frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2}{2}}) - 2Q_{t+1}(f_t + C)(-e^{\mu+\frac{\sigma_1^2}{2}} + e^{\lambda+\frac{\sigma_2^2}{2}}) \quad (13)$$

biçimindedir. L_t ve M_t içinde bulunan P_t ifadesi, $P_T = \theta$ son değerinden başlanarak;

$$P_t = 1 + P_{t+1} * \left[\frac{e^{2\mu+2\lambda+\sigma_1^2+\sigma_2^2} (e^{\sigma_1^2+\sigma_2^2} - 1)}{e^{2\mu+\sigma_1^2} + e^{2\lambda+\sigma_2^2} - 2e^{\mu+\lambda+\frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2}{2}}} \right] \quad (14)$$

formülü ile öz yineli olarak, Q_t ifadesi, $Q_T = \theta F_T$ son değerinden başlanarak;

$$Q_t = F_t - [v * C * \frac{e^{2\mu+2\lambda+\sigma_1^2+\sigma_2^2} (e^{\sigma_1^2+\sigma_2^2} - 1)}{e^{2\mu+\sigma_1^2} + e^{2\lambda+\sigma_2^2} - 2e^{\mu+\lambda+\frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2}{2}}} * P_{t+1}] - [v * \frac{e^{\mu+\lambda+\frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2}{2}} (e^{\mu+0,5\sigma_1^2} + e^{\lambda+0,5\sigma_2^2} - e^{\mu+1,5\sigma_1^2} - e^{\lambda+1,5\sigma_2^2})}{e^{2\mu+\sigma_1^2} + e^{2\lambda+\sigma_2^2} - 2e^{\mu+\lambda+\frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2}{2}}} * Q_{t+1}] \quad (15)$$

formülü ile özyineli olarak elde edilir [18].

4. Uygulama

Bu uygulamada, 10.000 tekrarlı bir benzetim çalışması ile sabit ve değişken katkılı bireysel emeklilik planları ile optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı bireysel emeklilik planları sonucunda oluşan dönem sonu açık miktarları karşılaştırılmıştır. Yapılan karşılaştırma ile hangi planın daha riskli olduğuna, hangi planın getiriye ilişkin yapılan tahmine karşı daha duyarlı olduğuna karar verilmiş, hangi planda hedeflenen fon büyüklüğüne daha çok yaklaşıldığı belirlenmiştir.

Aynı zamanda vade değişimi ile hedeflenen fon büyüklüğündeki değişimin sonuçlara etkisi de incelenecektir.

Katkı ve fon büyüklüğü belirlenirken:

- Katılımcının 25 yaşında sisteme girdiği ve 65 yaşında sistemden ayrıldığı,
- Sistemden emeklilik dışında ayrılmanın olmadığı,
- Katkıların yıllık olarak her yılın başında yapıldığı,
- Sabit ve değişken katkılı planlarda fonun %50'sinin düşük riskli, %50'sinin ise yüksek riskli yatırım aracıyla değerlendirildiği, optimal yatırım stratejisinde bu oranların yerini optimal oranların aldığı,

- Yatırım araçlarının getirilerinin zamandan ve birbirlerinden bağımsız oldukları,
- Merkezi limit teoremine göre; yeterince büyük sayıda ve sonlu beklenen değer ve varyansa sahip bağımsız raslantı değişkenlerinin ortalaması, örneklemin dağılımı ne olursa olsun Normal dağılıma yakınsayacağından, düşük riskli yatırım aracının yıllık logaritmik getirilerinin μ ortalama ve σ_1 standart sapma, yüksek riskli yatırım aracının yıllık logaritmik getirilerinin ise λ ortalama ve σ_2 standart sapma ile Normal dağılımlı olduğu,

varsayılmıştır.

Her yıl fona yapılacak katkı, sabit katkılı ve optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı planlarda Eşitlik 1'den değişken katkılı planlarda ise $\lambda_1=0,2$ ve $\lambda_2=0,01$ alınarak Eşitlik 5'ten; dönem sonu açık miktarları ise Eşitlik 4'ten hesaplanmıştır.

\hat{r} getiri tahminini göstermek üzere, $\mu=0,01$, $\sigma_1=0,05$ ve $\lambda=0,03$, $\sigma_2=0,15$ değerleri için getiri tahmini yaklaşık $\hat{r} = e^{0,5*[\mu+\lambda+\frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2}{4}]} - 1 = e^{0,5*[0,01+0,03+\frac{(0,05)^2+(0,15)^2}{4}]} - 1 \approx 0,02$ olarak elde edilir.

Finansal danışman vadenin başında fonun yıllık ortalama getirisine ilişkin bir tahmin yapmalıdır. Yapılan bu tahminin tam olarak gerçekleşmesi az rastlanan bir durumdur. Gerçekleşecek olan yatırım getirisinin üstünde veya altında bir tahminde bulunulabilir. Gerçekleşecek olan yatırım getirisi ile tahmin edilen yatırım getirisi arasındaki fark “yatırım getirisindeki tahmin hatası” olarak adlandırılmaktadır.

Bu bölümde sabit ve değişken katkılı bireysel emeklilik planları ile optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı bireysel emeklilik planları sonucu yıllar itibariyle oluşan fon büyüklüğü ve katkı miktarları, yatırım getirisindeki tahmin hatasının çeşitli değerleri için incelenmiştir.

1. Durum: Yatırım getirisindeki tahmin hatasının 0 olduğu durum ($\hat{r} \approx 0,02$)

Yatırım getirisindeki tahmin hatasının 0 olduğu, yani yatırım getirisinin doğru tahmin edildiği durumda, sabit ve değişken katkılı bireysel emeklilik planları ile optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı bireysel emeklilik planlarında yıllar itibariyle oluşan fon büyüklüğü, katkı miktarları ve optimal yatırım oranları Çizelge 1'de yer almaktadır.

Çizelge 1. Birinci Durum İçin Fon Büyüklükleri, Katkı Miktarları ve Optimal Yatırım Oranları

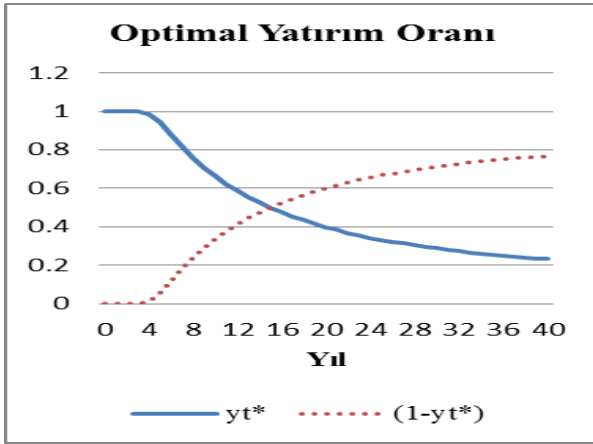
Yıl	Sabit Katkılı Planlar	Değişken Katkılı Planlar		Optimal Yatırım Stratejisi	
	Fon Büyüklüğü(TL)	Değişken Katkı Miktarı	Fon Büyüklüğü(TL)	Optimal Yatırım Oranı(y_i^*)	Fon Büyüklüğü(TL)
0	0	1.502	0	1	0
5	8.048	1.503	8.049	0,9426	6.664
10	17.053	1.510	17.057	0,6219	18.406
20	38.643	1.491	38.687	0,3842	41.104
30	65.708	1.509	65.750	0,2802	67.634
40	100.106	1.505	99.981	0,2332	98.057

Sabit ve değişken katkılı planlarda tüm yıllarda fonun %50'si düşük riskli, %50'si yüksek riskli yatırım araçlarında değerlendirilmekte iken optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı planlarda fonun yüksek riskli yatırım aracında değerlendirilen oranı y_i^* Çizelge 1'deki gibi değişmektedir. Sabit katkılı ve optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı planlarda katkı miktarı yıllık 1.502 TL olarak hesaplanmıştır. Değişken katkılı planlarda katkı miktarı yıllar itibariyle farklılık göstermektedir. Ancak yatırım getirisinin doğru tahmin edilmesi nedeniyle değişken katkılar sabit katkılara oldukça yakın olmaktadır.

Çizelge 1'den dönem sonu fon büyüklüğünün sabit katkılı planlarda yaklaşık 100.106 TL, değişken katkılı planlarda yaklaşık 99.981 TL, optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı planlarda ise yaklaşık 98.057 TL olduğu görülmektedir. Hedeflenen fon büyüklüğü 100.000 TL olduğundan dönem sonu açık miktarları sabit katkılı planlarda -106 TL, değişken katkılı planlarda 19 TL, optimal yatırım stratejisinin

kullanıldığı planlarda 1943 TL'dir. Dolayısıyla yatırım getirisinin doğru tahmin edilmesi durumunda hedeflenen fon büyüklüğüne en çok değişken katkılı planlarda, en az optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı planlarda ulaşıldığı söylenebilir.

Çizelge 1'den ulaşılan bir diğer önemli sonuç fonun yüksek riskli yatırım aracında değerlendirilen oranı y_t^* 'in vadenin başında 1 değerini aldığı ve yıllar içinde azalarak vade sonunda yaklaşık 0,2332 değerine düştüğü, dolayısıyla fonun düşük riskli yatırım aracında değerlendirilen oranı $(1 - y_t^*)$ 'in vade başında 0 değerini aldığı ve yıllar içinde artarak vade sonunda yaklaşık 0,7668 değerine ulaştığıdır. Bu yatırım stratejisi aslında tüm emeklilik planlarında kabul edilmiş ve tavsiye edilen bir yatırım stratejisidir. Bu stratejiye göre birikim döneminin başlarında fonun büyük bir kısmı hisse senedi gibi yüksek riskli ve getirili yatırım araçlarında değerlendirilmeli, vade ilerledikçe fonun yüksek riskli yatırım araçlarında değerlendirilen oranı azaltılarak devlet tahvili gibi düşük riskli ve getirili yatırım araçlarında değerlendirilen oranı artırılmalı ve emeklilik dönemine yaklaşıldığında ise fonun büyük bir kısmı düşük riskli ve getirili yatırım araçlarında değerlendirilmelidir. Optimal yatırım oranının zaman içerisindeki değişimi Şekil 1'de gösterilmektedir:



Şekil 1. Birinci Durum İçin Optimal Yatırım Oranı



Şekil 2. Birinci Durum İçin Yıllık Katkı Miktarları

Şekil 2'de hedeflenen fon büyüklüğüne ulaşmak için yapılan sabit ve değişken katkı miktarları gösterilmektedir. Şekil 2'den yatırım getirisinin doğru tahmin edilmesi durumunda, değişken katkılı planlarda hedeflenen fon büyüklüğüne ulaşmak için her yıl yapılacak katkı miktarlarının, sabit katkılı ve optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı planlarda yıllar itibariyle fona yapılması gereken katkı miktarı olan 1.502 TL'den çok büyük bir farklılık göstermediği, yatırım getirisinin düşük olduğu zamanlarda daha yüksek, yüksek gerçekleştiği zamanlarda ise daha düşük olduğu görülmektedir.

2. Durum: Yatırım getirisindeki tahmin hatasının %1 olduğu durum ($\hat{r} \approx 0,03$)

Yatırım getirisindeki tahmin hatasının %1 olduğu durumda, sabit ve değişken katkılı planları ile optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı planlarda yıllar itibariyle oluşan fon büyüklüğü, katkı miktarları ve optimal yatırım oranları Çizelge 2'de yer almaktadır.

Çizelge 2. İkinci Durum İçin Fon Büyüklükleri, Katkı Miktarları ve Optimal Yatırım Oranları

Yıl	Sabit Katkılı Planlar	Değişken Katkılı Planlar		Optimal Yatırım Stratejisi	
	Fon Büyüklüğü(TL)	Değişken Katkı Miktarı	Fon Büyüklüğü(TL)	Optimal Yatırım Oranı(y_t^*)	Fon Büyüklüğü(TL)
0	0	1.187	0	1	0
5	6.363	1.219	6.410	0,9967	6.731
10	13.484	1.286	13.822	0,8894	14.942
20	30.555	1.451	32.884	0,6425	35.228
30	51.955	1.724	59.156	0,4848	60.595
40	79.153	2.078	95.757	0,3953	90.621

Çizelge 2’den sabit katkılı planlarda dönem sonu fon büyüklüğünün yaklaşık 79.153 TL, açık miktarının 20.847 TL, değişken katkılı planlarda dönem sonu fon büyüklüğünün yaklaşık 95.757 TL, açık miktarının 4.243 TL, optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı planlarda ise dönem sonu fon büyüklüğünün yaklaşık 90.621 TL, açık miktarının 9.379 TL olduğu görülmektedir. Her üç planda da birinci duruma göre hedeften uzaklaşılmasına rağmen, değişken katkılı planlar ve optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı planlarda açık miktarının sabit katkılı planlara göre daha düşük olduğu yani hedefe daha çok yaklaşıldığı, hedefe en çok yaklaşılacak planın ise değişken katkılı planlar olduğu söylenebilir.

İncelenen bu durumda sabit katkılı planlarda katkı miktarı 1.187 TL olarak hesaplanmıştır. Bu katkı miktarının birinci durumda hesaplanandan daha düşük olduğu görülmektedir. Değişken katkılı planlarda hedef fona yaklaşılması için yıllar itibariyle fona yapılması gereken katkı miktarının 1.187 TL’den itibaren artarak vade sonunda 2.078 TL’ye ulaştığı görülmektedir.

Çizelge 2’den ayrıca yatırım stratejisinin birinci durum ile aynı olduğu, fakat yatırım getirisinin yüksek tahmin edilmesi sonucu fonun birinci duruma göre daha yüksek oranlarda yüksek riskli yatırım aracında değerlendirilmesi gerektiği söylenebilir.

Tahmin hatasının %2 olması durumu da ayrıca incelenmiş, ikinci durum ile benzer sonuçlar elde edildiğinden sonuçlar ayrıntılı olarak verilmemiştir.

3. Durum: Yatırım getirisindeki tahmin hatasının -%1 olduğu durum ($\hat{r} \approx 0,01$)

Yatırım getirisindeki tahmin hatasının -%1 olduğu durumda, sabit ve değişken katkılı planlar ile optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı planlarda yıllar itibariyle oluşan fon büyüklüğü, katkı miktarları ve optimal yatırım oranları Çizelge 3’te yer almaktadır.

Çizelge 3. Üçüncü Durum İçin Fon Büyüklükleri, Katkı Miktarları ve Optimal Yatırım Oranları

Yıl	Sabit Katkılı Planlar	Değişken Katkılı Planlar		Optimal Yatırım Stratejisi	
	Fon Büyüklüğü(TL)	Değişken Katkı Miktarı	Fon Büyüklüğü(TL)	Optimal Yatırım Oranı(y_i^*)	Fon Büyüklüğü(TL)
0	0	1.880	0	0,7304	0
5	10.078	1.849	10.006	0,3246	10.190
10	21.355	1.754	20.852	0,2138	21.220
20	48.389	1.504	45.177	0,1438	45.563
30	82.281	1.255	72.790	0,1242	73.423
40	125.354	941	104.474	0,1204	105.298

Çizelge 3’ten sabit katkılı planlarda dönem sonu fon büyüklüğünün yaklaşık 125.354 TL, açık miktarının -25.354 TL, değişken katkılı planlarda dönem sonu fon büyüklüğünün yaklaşık 104.474 TL, açık miktarının -4.474 TL, optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı planlarda ise dönem sonu fon büyüklüğünün yaklaşık 105.298 TL, açık miktarının -5.298 TL olduğu görülmektedir. Her üç planda da birinci duruma göre hedeften uzaklaşılmasına rağmen, değişken katkılı planlar ve optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı planlarda açık miktarının sabit katkılı planlara göre daha düşük olduğu yani hedefe daha çok yaklaşıldığı, hedefe en çok yaklaşılacak planın ise değişken katkılı planlar olduğu söylenebilir.

İlk bakışta oluşan fon büyüklüğünün sabit katkılı planlarda daha yüksek olması katılımcı açısından olumlu bir sonuç gibi gözükmeyle birlikte, fon büyüklüğünün yüksek olmasının nedeni birikim döneminde daha yüksek katkı yapılmasıdır ki bu durum katılımcının birikim döneminde ödeme güçlüğü çekmesine neden olabilmektedir.

İncelenen bu durumda sabit katkılı planlarda katkı miktarı 1.880 TL olarak hesaplanmıştır. Bu katkı miktarının birinci durumda hesaplanandan daha yüksek olduğu görülmektedir. Değişken katkılı planlarda hedef fona yaklaşılması için yıllar itibariyle fona yapılması gereken katkı miktarının 1.880 TL’den azalarak vade sonunda 941 TL’ye ulaştığı görülmektedir.

Çizelge 3'ten ayrıca yatırım stratejisinin birinci durum ile aynı olduğu, fakat yatırım getirisinin düşük tahmin edilmesi sonucu fonun birinci duruma göre daha düşük oranlarda yüksek riskli yatırım aracında değerlendirilmesi gerektiği söylenebilir.

Tahmin hatasının -%2 olması durumu da ayrıca incelenmiş, üçüncü durum ile benzer sonuçlar elde edildiğinden sonuçlar ayrıntılı olarak verilmemiştir.

İncelenen beş durum için dönem sonu gözlenen açıkların ortalaması, standart sapması ve %95'e bölün değerleri Çizelge 4'te verilmiştir.

Çizelge 4. Dönem Sonu Açıklar İçin Bazı Temel İstatistikler

	Ortalama Açık			Açıkların Standart Sapması			Açıkların %95'e Bölün Değeri		
	Sabit Katkılı Planlar	Değişken Katkılı Planlar	Optimal Yatırım Stratejisi	Sabit Katkılı Planlar	Değişken Katkılı Planlar	Optimal Yatırım Stratejisi	Sabit Katkılı Planlar	Değişken Katkılı Planlar	Optimal Yatırım Stratejisi
Yatırım Getirisindeki Tahmin Hatası									
-%2	-55.313	-9.234	-19.607	54.277	14.264	22.952	13.240	12.117	13.156
-%1	-25.354	-4.474	-5.298	43.807	13.523	20.496	29.975	15.737	24.490
0	-106	19	1.943	34.984	12.821	26.454	44.079	19.212	37.453
%1	20.847	4.243	9.379	27.661	12.158	36.483	55.784	22.450	52.685
%2	37.984	8.200	20.295	21.672	11.537	41.864	65.357	25.514	65.597

Çizelge 4'ten, ortalama açık miktarının incelenen tüm durumlar için en düşük değişken katkıli planlarda, yatırım getirisindeki tahmin hatasının sıfır olduğu birinci durum dışında en yüksek sabit katkıli planlarda gerçekleştiği dolayısıyla hedeflenen fon büyüklüğüne en çok değişken katkıli planlarda, en az sabit katkıli planlarda yaklaşıldığı söylenebilir. Ayrıca değişken katkıli planlarda dönem sonu açıkların standart sapması ve %95'e bölün değeri tüm tahmin hataları için diğer iki plana göre daha düşük olduğundan, değişken katkıli planların daha az riskli olduğu söylenebilir.

Sabit katkıli planlar ile optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı planlar karşılaştırıldığında ise yatırım getirisindeki tahmin hatasının -%2, -%1 ve 0 olduğu durumlarda sabit katkıli planların daha riskli, yatırım getirisindeki tahmin hatasının %1 ve %2 olduğu durumlarda ise optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı planların daha riskli olduğu söylenebilir. Bunun nedeni optimal yatırım stratejisinde yatırım getirisindeki tahmin hatasının -%2, -%1 ve 0 olduğu durumlarında fonun ağırlıklı olarak düşük riskli ve %1 ve %2 olduğu durumlarında ise ağırlıklı olarak yüksek riskli yatırım araçlarında değerlendirilmesidir.

Çizelge 4'ten ayrıca incelenen beş durum için yatırım getirisindeki tahmin hatası arttıkça her üç planda da dönem sonu açık miktarının arttığı, bu artış miktarları incelendiğinde en büyük artışın sabit katkıli planlarda gerçekleştiği: sabit katkıli planların yatırım getirisine ilişkin yapılan tahmine karşı en duyarlı planlar olduğu, yani tahmin hatasından en çok etkilendiği; en küçük artışın ise değişken katkıli planlarda gerçekleştiği: değişken katkıli planların yatırım getirisine ilişkin yapılan tahmine karşı en az duyarlı planlar olduğu, yani tahmin hatasından en az etkilendiği söylenebilir.

Çalışmada vadedeki değişimin etkisini incelemek amacıyla, vadenin 10, 20 ve 30 yıl olduğu durumlar da ele alınmıştır. Tahmin hatasının %2 olduğu durumda dönem sonu gözlenen açıkların ortalaması, standart sapması ve %95'e bölün değerleri Çizelge 5'te verilmiştir.

Çizelge 5'ten incelenen tüm vadeler için dönem sonu açıkların değişken katkıli planlarda en düşük ve bu planların daha az riskli olduğu, sabit katkıli planlarda ise en yüksek ve bu planların daha riskli olduğuna ilişkin tespit vade değişiminden etkilenmediği; vade arttıkça her üç planda da ortalama açık miktarının arttığı söylenebilir. Bu artış incelendiğinde değişken katkıli planlardaki artışın çok daha az olduğu, dolayısıyla değişken katkıli planların vade değişiminden daha az etkilendiği, vade değişiminden en çok etkilenen planların ise sabit katkıli planlar olduğu söylenebilir.

Çizelge 5. Farklı Vadelerde Dönem Sonu Açıklar İçin Bazı Temel İstatistikler

Vade(Yıl)	Ortalama Açık			Açıkların Standart Sapması			Açıkların %95'e Bölen Değeri		
	Sabit Katkılı Planlar	Değişken Katkılı Planlar	Optimal Yatırım Stratejisi	Sabit Katkılı Planlar	Değişken Katkılı Planlar	Optimal Yatırım Stratejisi	Sabit Katkılı Planlar	Değişken Katkılı Planlar	Optimal Yatırım Stratejisi
10	10.785	6.234	10.284	14.507	10.599	10.783	32.004	22.512	27.509
20	20.073	7.296	15.665	18.648	11.336	20.376	45.644	24.130	43.292
30	29.386	7.984	17.861	20.654	11.519	31.568	56.489	25.417	56.036
40	37.984	8.200	20.294	21.672	11.537	41.864	65.357	25.514	65.599

Hedef fon büyüklüğündeki değişimin etkisini incelemek amacıyla, hedef fon büyüklüğü 50.000 TL ve 200.000 TL olduğu durumlar da ele alınmıştır. Yatırım getirisindeki tahmin hatasının %2 olması durumunda dönem sonu gözlenen açıkların ortalaması, standart sapması ve %95'e bölen değerleri Çizelge 6'da verilmiştir.

Çizelge 6. Farklı Hedef Fon Büyüklüklerinde Dönem Sonu Açıklar İçin Bazı Temel İstatistikler

Hedef Fon Büyüklüğü (TL)	Ortalama Açık			Açıkların Standart Sapması			Açıkların %95'e Bölen Değeri		
	Sabit Katkılı Planlar	Değişken Katkılı Planlar	Optimal Yatırım Stratejisi	Sabit Katkılı Planlar	Değişken Katkılı Planlar	Optimal Yatırım Stratejisi	Sabit Katkılı Planlar	Değişken Katkılı Planlar	Optimal Yatırım Stratejisi
50.000	18.991	4.099	10.147	10.836	5.768	20.932	32.678	12.757	32.798
100.000	37.984	8.200	20.294	21.672	11.537	41.864	65.357	25.514	65.599
200.000	75.967	16.398	40.588	43.345	23.074	83.728	130.714	51.029	131.194

Çizelge 6'dan değişken katkılı planlarda açığın en düşük ve bu planların en az riskli olduğuna ilişkin tespitin hedef fon büyüklüğü değişiminden etkilenmediği ve hedef fon büyüklüğü arttıkça her üç planda da ortalama açık miktarının hedef fon büyüklüğü ile aynı oranda arttığı söylenebilir. Bu artış incelendiğinde değişken katkılı planlardaki artışın çok daha az olduğu, dolayısıyla değişken katkılı planların hedef fon büyüklüğü değişiminden en az etkilendiği söylenebilir. Açıkların standart sapma ve %95'e bölen değerleri incelendiğinde ise incelenen planlarda hedef fon büyüklüğü arttıkça bu değerlerin arttığı, yani hedef fon büyüklüğündeki artışın tüm planlardaki riski artırdığı söylenebilir.

4. Sonuç

Bu çalışmada, fonun %50'sinin düşük riskli %50'sinin yüksek riskli yatırım aracında değerlendirilmesi durumunda sabit katkılı bireysel emeklilik planları, hedeflenen fon büyüklüğüne ulaşmak için katkılarının hedeflenen fon büyüklüğü ile gerçekleşen fon büyüklüğü arasındaki fark dikkate alınarak sistematik olarak belirlendiği değişken katkılı bireysel emeklilik planları ile gelecekte ortaya çıkacak hedef fondan sapmaları minimize eden, katkılarının sabit, yatırım oranının değişken olduğu optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı bireysel emeklilik planları ele alınmıştır. Bu üç plandaki dönem sonu açık miktarları benzetim çalışması ile karşılaştırılarak hangi planda hedeflenen fon büyüklüğüne daha çok yaklaşıldığı, hangi planın daha riskli ve hangi planın yatırım getirisine ilişkin yapılan tahmine karşı daha duyarlı olduğu belirlenmiştir.

Uygulama sonuçlarından, incelenen tüm yatırım getiri tahminleri için hedeflenen fon büyüklüğüne en çok değişken katkılı bireysel emeklilik planlarında, en az sabit katkılı bireysel emeklilik planlarında yaklaşıldığı görülmüştür. Ancak, değişken katkılı bireysel emeklilik planlarında yıllar itibariyle değişkenlik gösteren yüksek tutarlı katkılarının katılımcıyı finansal olarak zorlayabileceği gerçeği dikkate alındığında; sabit katkılı planlarla aynı katkının yapıldığı ancak hedef fona daha çok yaklaşılan optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı bireysel emeklilik planlarının uygulamada yatırımcı için daha çok tercih edilebilir olduğu söylenebilir.

Vade boyunca gerçekleşen yatırım getirisinin, vade başında katkının belirlenmesi amacıyla kullanılan beklenen yatırım getirisine ilişkin tahminden farklı olmasının yol açtığı etki incelenmiş, sabit katkılı planların bu sapmaya karşı en duyarlı olduğu; yani tahmin hatasından en çok etkilendiği, değişken katkılı planların ise en az etkilendiği görülmüştür. Her üç plan için dönem sonu açıkların ortalaması, standart sapması ile %95'e bölen değerleri incelenmiş, değişken katkılı bireysel emeklilik planlarının diğer iki plana göre daha az riskli olduğu görülmüştür. Sabit katkılı ve optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı bireysel emeklilik planları karşılaştırıldığında ise gerçekleşen getirin tahmin edilen getiriye eşit ya da daha yüksek olması durumunda sabit katkılı bireysel emeklilik planlarının, gerçekleşen getirin tahmin edilenden daha düşük olması durumunda ise optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı bireysel emeklilik planlarının daha riskli olduğu görülmüştür. Bunun nedeni optimal yatırım stratejisinin kullanıldığı bireysel emeklilik planlarında fonun yüksek riskli yatırım aracında farklı oranlarda değerlendirilmesidir.

Optimal yatırım stratejisinin ise; birikim döneminin başlarında fonun büyük bir kısmının hisse senedi gibi yüksek riskli ve getirili yatırım araçlarında değerlendirilmesi, vade ilerledikçe fonun yüksek riskli yatırım araçlarında değerlendirilen oranı azaltılarak devlet tahvili gibi düşük riskli ve getirili yatırım araçlarında değerlendirilen oranının artırılması ve emeklilik dönemine yaklaştığında ise fonun büyük bir kısmının düşük riskli ve getirili yatırım araçlarında değerlendirilmesi olduğu görülmüştür.

Kaynaklar

- [1] W.H. Aitken, 1996, *Pension Funding and Valuation*, Second Edition, Actex Publications, Waterloo, Ontario.
- [2] R. Bellman, 1957, *Dynamic Programming*, Princeton University Press, New Jersey.
- [3] Z. Bodie, A. J. Marcus, R. C. Merton, 1988, *Defined Benefit versus Defined Contribution Plans: What are the Real Trade-offs?*, 139-162, *Pensions in the US Economy*, University of Chicago Press, <http://www.nber.org/chapters/c6047.pdf>
- [4] G. E. P. Box, George, A. Luceño, 1995, Discrete Proportional Integral Control with Constrained Adjustment, *The Statistician*, 44(4), 479-495.
- [5] A. J. G. Cairns, 1996, An Introduction to Stochastic Pension Fund Management, Working Paper 9607, Pensions Institute.
- [6] H. Dalğar, 2007, *Kurumsal Yatırımcılar Olarak Emeklilik Yatırım Fonları ve Performanslarının Değerlendirilmesi*, Türkiye Bankalar Birliği, Yayın No:249, Burdur.
- [7] Emeklilik Gözetim Merkezi A.Ş., <http://www.egm.org.tr/?pid=480>
- [8] G. Gandolfi, A. Sabatini, M. Rossolini, 2007, PID Feedback Controller Used as a Tactical Asset Allocation Technique: The GAM Model, *Physica A*, 383(1), 71-78.
- [9] S. Haberman, J. H. Sung, 1994, Dynamic Approaches to Pension Funding, *Insurance: Mathematics and Economics*, 15(2), 151-162.
- [10] O. Halaç, 1978, *Kantitatif Karar Verme Teknikleri: Yöneylem Araştırması*, Arpaz Matbaacılık, İstanbul.
- [11] L. He, Z. Liang, Optimal Dynamic Asset Allocation Strategy for ELA Scheme of DC Pension Plan during The Distribution Phase, 2013, *Insurance: Mathematics and Economics*, 52(2), 404-410.
- [12] A. Karlstrom, M. Palme, I. Svensson, 2004. A Dynamic Programming Approach to Model The Retirement Behaviour of Blue-Collar Workers in Sweden, *Journal of Applied Econometrics*, 19(6), 795-807.
- [13] M. I. Owadally, 1988, The Dynamics and Control of Pension Funding, PhD diss., City University.
- [14] M. I. Owadally, 2003, Pension Funding and The Actuarial Assumption Concerning Investment Returns, *Astin Bulletin*, 33(2), 289-312.
- [15] M. I. Owadally, S. Haberman, D. G. Hernández, 2013, A Savings Plan with Targeted Contributions, *The Journal of Risk and Insurance*, 80(4), 975-1000.
- [16] H. K. Sezen, 2007, *Yöneylem Araştırması*, 2. Baskı, Ekin Basım Yayın Dağıtım, Bursa.
- [17] R. J. Thomson, 2003, The Use of Utility Functions for Investment Channel Choice in Defined Contribution Retirement Funds I: Defence, *British Actuarial Journal*, 9(3), 653-710.
- [18] E. Vigna, S. Haberman, 2001, Optimal Investment Strategy For Defined Contribution Pension Schemes, *Insurance: Mathematics and Economics*, 28(2), 233-262.
- [19] E. Vigna, S. Haberman, 2002, Optimal Investment Strategies and Risk Measures in Defined Contribution Pension Schemes, *Insurance: Mathematics and Economics*, 31(1), 35-69.