



Aktüerya Derneği

İstatistikçiler Dergisi: İstatistik & Aktüerya

Journal of Statisticians: Statistics and Actuarial Sciences

IDIA 9, 2016, 2, 66-78

Geliş/Received:11.07.2016, Kabul/Accepted: 13.12.2016

www.istatistikciler.org

Araştırma Makalesi / Research Article

Robust Coplots: Veri zarflama analizi sonuçlarının grafiksel gösterimi için bir yaklaşım

Yasemin Kayhan Atılğan

Hacettepe Üniversitesi
Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü
06800-Beytepe, Ankara, Türkiye
ykayhan@hacettepe.edu.tr

Arslan Söylemez

asoyl58@hotmail.com

Öz

Bu çalışmanın amacı, çok kriterli karar verme ve veri analizi alanlarında mevcut olan iki yöntemin nasıl birleştirildiğini anlatmak, bu iki yöntemin bir arada nasıl etkili bir biçimde kullanıldığını göstermektir. Literatürde veri zarflama analizi sonuçlarının coplot grafiği yardımı ile görsellenmesine ilişkin çalışmalar vardır. Ancak veri kümesi aykırı değer içerdiğinde kullanılan yöntem güvenilirliğini yitirmektedir. Bu sorunun bir çözümü olarak önerilen robust coplot yöntemi ile ilgili ise, böyle bir çalışma bilindiği kadarıyla literatürde yer almamaktadır. Burada, robust coplot ile veri zarflama analizi sonuçlarının nasıl incelendiği, yorumlandığı açıklanacak ve neden robust yöntemlerin tercih edilmesi gerektiği vurgulanacaktır. Elde edilen grafik, veri kümesindeki şüpheli gözlemleri veya ihmal edilebilecek değişkenleri de tespit etme imkânı sunmaktadır. Grafiğin elde edilmesine ilişkin her bir aşama, yine literatürde veri zarflama analizi çalışmalarında sıklıkla kullanılan bir veri kümesi üzerinden açıklanmıştır. Ayrıca, çalışmada robust coplot grafiklerinin elde edilmesi amacıyla geliştirilmiş olan RobCop paket programı da kısaca tanıtılmaktadır.

Anahtar sözcükler: Robust Coplots; veri zarflama analizi; robust çokboyutlu ölçekleme; RobCop; veri analizi; robust korelasyon katsayısı.

Abstract

Robust Coplots: A graphic approach to visualize results of data envelopment analysis

The purpose of this study is to show how to combine and use two methodologies, available in the multi criteria decision making and exploratory data analysis fields. In the literature Data envelopment analysis(DEA) efficient units and variables can be visualized in the two dimensional space with the help of Coplot map. However, outliers make results of these analyses unreliable. Besides, there is no study which indicates the combination of DEA and Robust Coplot that would produce reliable graphs in the presence of outlier(s). Here, examination and interpretations of DEA results with the help of robust coplot is explained, and why robust methods should be preferred will be highlighted. Obtained map helps to detect suspicious observations and potentially negligible variables in the data set. Every step of graphing is given by means of a well known illustration. This study serves for usefull purpose in studying the implementation of this novel robust coplot method by providing a brief description of that software package (RobCop).

Keywords: Robust Coplots; data envelopment analysis; robust multidimensional scaling; RobCop; exploratory data analysis; robust correlation coefficient.

1. Giriş

Veri zarflama analizi, çok sayıda girdi ve çıktı değişkeninin olduğu homojen karar verme birimlerinin (KVB) optimizasyon tekniği kullanılarak görelî etkinliklerinin ölçülmesi esasına dayanan, parametrik olmayan bir yöntem olarak tanımlanabilir [6]. Hesaplanan etkinlik skorları kullanılarak, etkin KVB'ler ve etkin olmayan KVB'ler belirlenir. Etkin bulunan KVB(ler) girdi veya çıktısında herhangi bir kötüleştirme yapmaksızın daha fazla iyileştirmenin yapılamayacağını ifade eder [5]. Etkin KVB'ler, etkin olmayan KVB'ler için bir referans küme oluşturur. Bu kümenin yardımı ile etkin olmayan KVB'nin etkinlik sınırına çekilmesi için ihtiyaç duyduğu girdi ve çıktı değişkenlerinin değerleri hesaplanabilmektedir. Literatürde Veri Zarflama Analizi'nde (VZA) kullanılan çeşitli modeller vardır ve belli bir çalışmada hangi modelin kullanılacağına, veri kümesinin yapısına, çalışmanın amacına, değişkenlerin türüne vb. dikkat edilerek karar verilmektedir. Mevcut modeller içerisinde en çok kullanılan iki tanesi CCR ve BCC modelleridir. CCR modelindeki temel varsayım, KVB'lerin ölçüğe göre sabit getiriye sahip oldukları, BCC modelinde ise değişken getirilerin bulunduğudur [6]. Her iki model de girdi ya da çıktı odaklı olarak oluşturulabilir. Girdi odaklı kurulan modellerde amaç, mevcut çıktı miktarında girdi miktarlarını mümkün olduğunca azaltmak, çıktı odaklı modeller de ise mevcut girdi miktarı ile çıktı miktarını arttırmaktır [13].

Coplot yöntemi, çok boyutlu ölçekleme (ÇBÖ) yönteminin bir uzantısı olarak ortaya çıkmıştır. Temelde, üst üste çizdirilen iki grafikten oluşmaktadır. İlk grafikte p değişkenli n gözlemin iki boyutlu düzlemdeki dağılımı elde edilir; üzerine çizdirilen ikinci grafikte ise, her biri bir değişkeni ifade eden vektörler yer almaktadır [1]. Bu sayede araştırmacı çok boyutlu veri kümesindeki gözlemler ve değişkenleri ve bunların birbirleri ile olan ilişkilerini tek bir grafik üzerinden değerlendirebilmektedir. Temel bileşenler analizi ya da kümeleme analizi gibi birçok, çok boyutlu analiz yönteminin aksine, coplot yönteminde değişkenlerin birleşiminden elde edilen yeni değişken yerine, verinin orijinalinde yer alan değişkenler ile çalışılmaktadır. Coplot yöntemi veri kümesindeki aykırı gözlemlerden olumsuz etkilenmektedir; bu gözlemler değişkenleri temsil eden vektörleri kendi doğrultularında çekerek elde edilecek yorumların hatalı olmasına sebebiyet verebilmektedir. Bu sorunu ortadan kaldırmak ve olası aykırı değer ve etkin gözlemlerin varlığında da güvenilir sonuçlar elde edebilmek amacıyla robust coplot yöntemi geliştirilmiştir [2].

Literatürde VZA sonuçlarının görsel sunumu üzerinde çalışmalar yer almaktadır ve son zamanlarda coplot yönteminin bu amaçla kullanıldığı çalışmaların sayısı artmaktadır [1, 8, 10]. Ancak mevcut çalışmalarda aykırı değerlerin elde edilen grafik üzerindeki etkileri ve elde edilen sonuçları ne şekilde değiştireceği dikkate alınmamıştır. Bu çalışmada robust coplot yönteminin kullanılması ile bu sorunun ortadan kaldırılması amaçlanmıştır. Amaç veri zarflama analizinde kullanılacak veri kümesinin ön incelemesini yaparak şüpheli gözlemleri tespit etmek ve değişkenler arasındaki ilişkilere bakarak analizden çıkartılabilecek değişken olup olmadığını değerlendirmektir. Daha sonra da gözlemlerin grafikteki yerleşimlerinden yararlanarak, etkin olan KVB'ler ile etkin olmayan KVB'leri gözlemlenmek ve son olarak da etkin KVB'ler üzerinde hangi girdi veya çıktı oranının etkisinin daha fazla veya daha az olduğunu tek bir grafik üzerinden değerlendirmektir. Robust coplot grafiğinde birbirleri ile benzer özellikleri daha fazla olan KVB'ler iki boyutlu düzlemde yine birbirlerine yakın konumlar alacaklardır, bu gözlemler ile aynı doğrultuda çıkan vektörler ise, ilgili değişkenin bu gözlemlere ait değerlerinin büyük olduğunu göstereceklerdir. Birbirleri ile yüksek korelasyona sahip olan değişkenler aynı yönlü ve aralarındaki açı küçük çıkacaktır. Diğer taraftan, bir vektörün diğer vektörler ile arasındaki açı 90 dereceye yakın ve korelasyon katsayısı da yüksek ise, bu değişkenin VZA analizi için önemli olduğu düşünülür. Birbiri ile aynı yönde ve yakın çıkan iki vektör, bunların taşıdıkları bilginin de aynı olduğunu gösterebilir. Ayrıca robust coplot grafiğinde; etkin KVB'ler, etkin olmayan KVB'ler, BCC etkin, CCR etkin ve her iki modelde de etkin bulunan KVB'ler farklı renkler ile resmedilmektedir. Benzer biçimde çıktı/girdi oranları dikkate alınarak çizdirilen oranlar grafiği yardımı ile, etkin olmayan KVB'lerin grafiğin orijinalinde toplandığını, etkin olan KVB'lerin ise orijinden uzakta yer aldığını görmek mümkündür. Etkin olan KVB'ler üzerinde hangi çıktı/girdi oranının etkisinin daha yüksek olduğunu da söylemek mümkün olmaktadır [1].

Bu çalışmanın bir sonraki bölümünde mevcut yöntemlerden kısaca bahsedilecek ve uygulamaya yönelik olarak kullanılan RobCop programına değinilecektir. Uygulama bölümünde, bir veri kümesi üzerinden

her iki metodun bir arada kullanımını ve sonuçların yorumlanması, ayrıca robust coplot kullanılmasının avantajları açıklanacaktır. Son olarak bu iki yöntemin bir arada kullanılmasının ve dolayısıyla VZA sonucunda elde edilen tablonun grafik üzerinden yorumlanmasının araştırmacıya sağlayacağı faydalar tartışılacaktır.

2. Metodoloji

Bu bölümde ilk olarak verinin ön incelemesine ve VZA sonuçlarının görsel sunumuna imkân tanıyan robust coplot yönteminden bahsedilecektir. Veri kümesinin iki boyutlu düzlemde nasıl gösterileceği ve nasıl yorumlanacağı açıklanacaktır.

2.1. Robust Coplot

Robust coplot yöntemi temel olarak üç adımdan oluşmaktadır [2]. İlk adımda $n \times p$ boyutlu veri matrisi standartlaştırılır [3]. Standartlaştırma işleminde her bir gözlemden örneklem ortancası çıkartılarak, ortanca mutlak sapmasına bölünür. İkinci adımda, p boyutlu veri kümesinin iki boyutlu düzlemdeki yerleşimine ilişkin grafik, robust ÇBÖ [7] yöntemi kullanılarak elde edilir. Son aşamada elde edilen robust çok boyutlu ölçekleme (RMDS) grafiğinin üzerine değişkenleri temsil eden vektörler yerleştirilir. Yerleştirilen vektörlerin yönü, doğrultusu ve büyüklüğüne, ortanca mutlak sapma korelasyon katsayısı (MADCC) [11] kullanılarak karar verilir. Üç aşamanın her bir adımında aykırı değerlere karşı robust olan yöntemler kullanılmış, bu sayede bu gözlemlerin, analiz sonucu elde edilen grafik üzerindeki olumsuz etkileri ortadan kaldırılmıştır [2].

Çalışmada robust coplot yönteminin uygulanması MATLAB (MathWorks INC. 2014) programlama dilinde geliştirilen RobCop paketi ile gerçekleştirilmiştir. RobCop paket programı ile araştırmacılar coplot çizimlerini klasik ve robust seçenekleri ile elde edebilirler. Veri kümesinin aykırı değer içermediği biliniyor ise, programda sırasıyla, standartlaştırma işlemi için örneklem ortalaması ve standart sapması, gözlemlerin iki boyutlu iz düşüm grafiği için metrik olmayan ÇBÖ yöntemi ve yine vektör yerleşimi için Pearson korelasyon katsayısı seçilerek analizler gerçekleştirilebilir. Eğer veriler aykırı değer içermiyor ise, hem klasik hem de robust sonuçların hemen hemen aynı olacağı kolaylıkla görülebilir. Yine programda, ÇBÖ yerleşimi için iterasyonlara ilişkin başlangıç noktası seçimi de esnek tutulmaktadır. Literatürde robust coplot için bir başka paket bilindiği kadarı ile mevcut değildir.

2.2. Veri Zarflama Analizi

VZA, farklı sektörlerde KVB'lerin etkinliklerini değerlendirmek amacıyla literatürde sıklıkla kullanılan, parametrik olmayan bir yaklaşımdır. En basit biçimiyle KVB'lerin etkinlik skorlarını en büyük kılmaya çalışan bir amaç fonksiyonunun KVB'lerin ağırlıklı girdi ve çıktı değişkenlerini, problemin kısıtları gibi ele alan bir doğrusal programlama problemi olarak düşünülebilir [13]. Etkinlik skorları ise toplam ağırlıklandırılmış çıktının, toplam ağırlıklandırılmış girdiye oranıdır. Yine bu yöntem, temelde üç adımdan oluşuyormuş gibi düşünülebilir. İlk adımda ağırlıklı çıktının, ağırlıklı girdiye oranı biçiminde bir kesirli programlama problemi oluşturulur. Daha sonra kesirli programlama problemi, doğrusal programlama problemi olarak yeniden tanımlanır. Son aşamada doğrusal programlama probleminin duali alınır ve minimizasyon probleminin çözümü ile KVB'lerin etkinlik skorları belirlenir.

Girdi odaklı CCR modelinin dual formu Eş.1 ile verilmektedir [6]. Burada m tane girdi ile s tane çıktı üreten n tane KVB yer almaktadır.

$$\min \theta_k - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_{ik}^- + \sum_{r=1}^s s_{rk}^+ \right)$$

Kısıtlar

$$\theta_k x_{ik} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_{ik}^- = 0; \quad i = 1, \dots, m \quad (1)$$

$$y_{rk} - \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} + s_{rk}^+ = 0; \quad r = 1, \dots, s$$

$$\lambda_j, s_{ik}^-, s_{rk}^+ \geq 0, \quad \forall i, j, r$$

Burada θ_k , k. KVB'nin göreceli etkinliğini ifade eder. ε , girdi ve çıktı katsayılarını pozitif yapmak için kullanılan yeterince küçük pozitif bir sayıdır. s_{ik}^- k. KVB'nin i. girdisine karşılık gelen aylak değişken, s_{rk}^+ k. KVB'nin r. çıktısına karşılık gelen aylak değişken olarak verilmiştir. λ_j , j. KVB'nin dual ağırlığıdır. x_{ij} , j. KVB tarafından kullanılan i. girdi miktarını, y_{rk} , k. KVB tarafından üretilen r. çıktı miktarını ifade etmektedir.

CCR modelinin kısıtlarına $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ konvekslik kısıtı eklenir ise girdi odaklı BCC modeli elde edilmiş olur [6].

Bu çalışmada KVB'lere ilişkin etkinlik skorları hem BCC hem de CCR modeline göre hesaplanmıştır. Girdi odaklı modeller optimize edilerek, KVB'lerin etkinlik skorları elde edilmiştir. Hesaplamalar için EMS (Efficiency Measurement System) programından yararlanılmıştır.

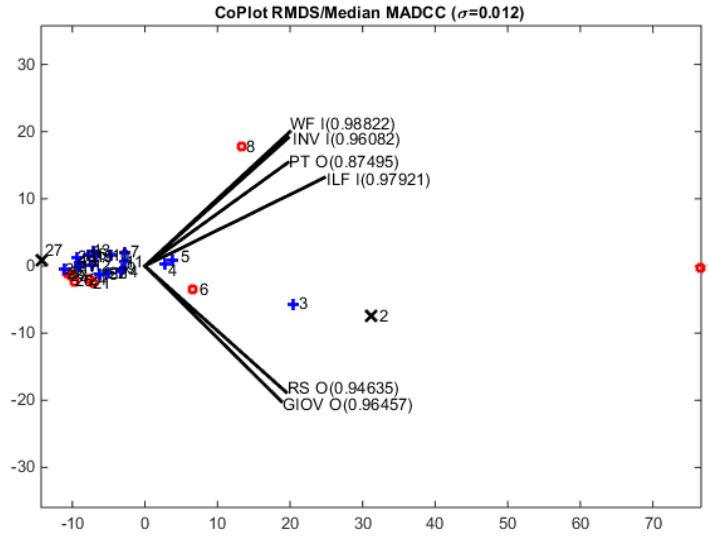
3. Uygulama

Çalışmada, literatürde farklı VZA çalışmalarında sıklıkla kullanılan bir veri kümesi üzerinden uygulama gerçekleştirilmiştir [5]. Veri kümesi üç girdi ve üç çıktı olan, Çin'in ekonomik ve endüstriyel performansında önemli yer tutan 28 tane önemli şehrinin 1983 yılına ait bilgilerini içermektedir. Değişkenler aşağıdaki gibidir;

Girdiler: Endüstriyel İşgücü (industrial labor force (ILF 1)), çalışma fonları (working funds (WF 2)), yatırım (investment (INV 3))

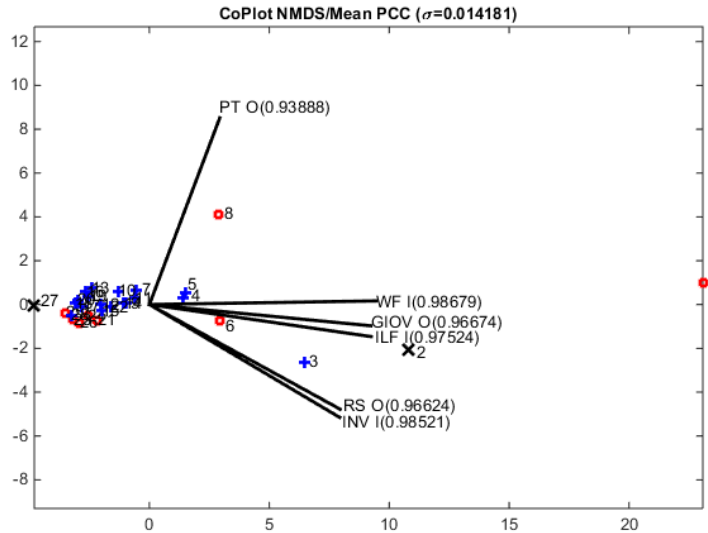
Çıktılar: Gayri safi sanayi üretimi (gross industrial output (GIOV 1)), kâr ve vergiler (profit and taxes (P&T 2)), perakende satışlar (retail sales (RS 3)).

Veri kümesindeki KVB'ler, değişkenler ile olan ilişkileri, aynı zamanda değişkenlerin kendi aralarındaki ilişkilerini ortaya koymak için robust coplot grafiği Şekil 1 ile verilmiştir.



Şekil 1. 28 Çin şehri için 1983 verisine ilişkin robust coplot grafiği.

Şekil 1 ile verilen robust coplot grafiği, Şekil 2 ile verilen coplot grafiği ile karşılaştırıldığında, veri kümesinde ortaya çıkacak olası bir aykırı değerin, değişkenleri temsil eden vektörlerin doğrultularını ne şekilde olumsuz etkileyeceği gözlemlenebilmektedir. 1 numaralı gözlem coplot yöntemi robust olmadığı için WF, ILF ve GIOV değişkenlerini kendi doğrultusunda çekmektedir.

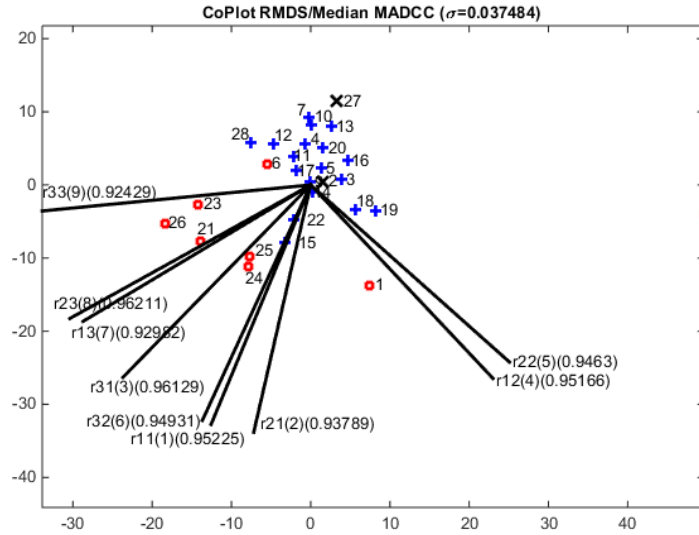


Şekil 2. 28 Çin şehri için 1983 verisine ilişkin coplot grafiği.

Şekil 1 ile elde edilen robust coplot grafiğine ilişkin Kruskal stress değeri $\sigma = 0,012$ olarak hesaplanmıştır. Bu değer 0,05'den küçük olduğu için çok boyutlu veri kümesindeki gözlemlerin iki boyutlu düzlemdeki gösterimine özgü uyumun iyi olduğunu söyleyebiliriz [2, 9]. KVB'lerin dağılımı değerlendirildiğinde, 1 numaralı KVB'nin (Shanghai) verinin çoğundan uzakta bulunduğunu, dolayısıyla bu KVB'nin taşıdığı özelliklerin diğer KVB'lerden daha farklı olduğunu söyleyebiliriz. Veri kümesi değerlendirildiğinde, Shanghai şehrinin girdi ve çıktı değişkenlerine ilişkin değerlerinin tüm veri kümesindeki en yüksek değerler olduğu görülmektedir. Benzer şekilde 8 numaralı gözlem (Chongqing) de veri kümesinin çoğundan uzakta yer almaktadır. Yine 2 ve 3 numaralı KVB'lerin de verinin çoğundan uzakta yerleştiklerini görmekteyiz. Değişkenleri temsil eden vektörlerin hepsinin MADCC değerleri 0,87 ve üzerinde buldukları için bu değişkenlerin veri kümesi ile ilişkilerinin yüksek olduğunu söyleyebiliriz [2]. Girdi ve çıktı değişkenleri arasındaki ikili ilişkiler değerlendirildiğinde ise, RS ve GIOV çıktılarının

birbirleri ile aynı yönlü ve pozitif korelasyona sahip oldukları görülmektedir ve bu iki çıktı, veri kümesindeki tüm girdi değişkenleri ile neredeyse ortogonal olarak yerleşmiştir. Bu nedenle girdi değişkenlerinin bu iki çıktı değişkeninin açıklanması bakımından önemli olduğunu ve VZA'da yer almaları gerektiğini söyleyebiliriz. PT çıktı değişkeni ise girdi değişkenleri ile pozitif korelasyona sahip çıkmıştır. Etkinlik hesabında ilişkinin yüksek olması, arzu edilen bir durum değildir. Bu durumu açıklamak için bir çıktı ve bir girdili bir problem ele alınsın. Burada girdi ve çıktı değişkenleri arasındaki korelasyon ne kadar yüksek olursa, girdi miktarını değiştirerek çıktı miktarını arttırmak yani Çıktı / Girdi oranını yükseltmek o kadar zor olacaktır. Çünkü hesaplanan oran neredeyse sabit kalacaktır. Bu nedenle VZA sonucunda, ağırlıkların dağılımında GIOV ve RS çıktılarının ağırlıklarının PT çıktısının ağırlığından daha yüksek çıkması beklenmektedir. VZA da veri indirgemesi gerekli ise, bu üç çıktıdan PT çıktısının çıkartılabileceği düşünülebilir. Girdi değişkenlerine bakıldığında, WF ve INV değişkenlerinin oldukça yüksek korelasyona sahip olduğu görülmektedir. Buna göre çıktı değişkenlerini açıklamak bakımından bu iki değişkenin birbiri ile benzer bilgiyi taşıdığı düşünülebilir. Değişkenleri azaltmak gerekli ise, bu iki değişkenden bir tanesi analizden çıkartılabilir.

Şekil 2 ile verilen coplot grafiği incelendiğinde, yine çokboyutlu indirgemenin başarılı olduğu, Kruskal stress değeri 0,05'den küçük olduğu için söylenebilir. Bu grafiğin elde edilmesinde metrik olmayan çok boyutlu ölçekleme (NMDS) [3] ve Pearson korelasyon katsayısından (PCC) yararlanmıştır. Robust coplot yönteminde kullanılan alternatiflerine kıyasla bu yöntemler, aykırı değerlerden etkilenmektedir [2]. Elde edilen grafik değerlendirildiğinde GIOV, WF, ILF, INV değişkenlerinin başta 1 numaralı gözlem olmak üzere, 2 ve 3 numaralı gözlemlerden fazlaca etkilendiği, o gözlemler doğrultusunda yerleştiği görülmektedir. Veri kümesine bakıldığında, bu gözlemlerin değişkenlere ilişkin değerlerinin çok büyük olduğu görülür. Dolayısıyla değişkenler arasındaki korelasyon yapısı ve elde edilecek yorumlar tamamen değişmektedir. Şekil 2'ye bakıldığında WF ve INV girdileri arasındaki yüksek korelasyon yapısı gözlemlenmemektedir. PT çıktısı VZA için çok önemli bir değişken gibi görülmektedir. GIOV ve RS çıktıları ise girdi değişkenleri ile daha ilişkili görüldüğünden VZA da bu iki çıktının ağırlıkları PT'ye göre daha düşük çıkacaktır şeklinde düşünülmektedir. Bu yorumlamanın ise VZA sonuçları ile çelişkili olacağı aşağıda verilen çizelgeler ile net bir biçimde ortaya konulacaktır.



Şekil 3. Çıktı / Girdi oranları ile elde edilen 9 vektör ve KVB'lerin BCC, CCR etkinlik skorlarına ilişkin robust coplot grafiği.

Şekil 3 ile verilen robust coplot grafiğinde, her bir çıktı değişkeninin girdi değişkenlerine oranından elde edilen 9 adet vektör ile BCC (siyah çarpı), CCR (kırmızı yuvarlak) etkin KVB'ler ve etkin olmayan KVB'ler (mavi artı) bir arada gösterilmektedir. CCR etkin olan bir KVB aynı zamanda BCC etkin olduğundan [6], BCC etkin KVB'ler değerlendirilirken siyah çarpı ve kırmızı yuvarlak ile gösterilen

KBV'ler birlikte düşünülmelidir. Şekil 3'teki vektörler şu şekilde yorumlanır; r31, 1 numaralı çıktının (GIOV), 3 numaralı girdiye (INV) oranını göstermektedir. 8 numaralı KVB hariç geri kalan CCR etkin gözlemlerin bir tarafta ve orijinden uzakta, etkin olmayan KVB'lerin de, bir grup olarak orijinde toplandığı görülebilmektedir. Oranlar grafiğinde etkin olmayan KVB'lerin merkeze daha yakın, etkin olan KVB'lerin merkezden daha uzakta olması beklenir. Çıktı/Girdi oranlarını temsil eden vektörlerin etkin gözlemlerin hemen hemen hepsi ile aynı doğrultuda olması, bu KVB'lerin bu oranlara ilişkin değerlerinin yüksek olduğunu göstermektedir. 8 numaralı KVB ise diğerlerinden farklı özelliğe sahip olduğu için daha uzakta yer almıştır. Bu KVB'ye daha yakın yerleşmiş olan r12 ve r22 vektörleri değerlendirilecek olursa, PT çıktısının ILF ve WF girdilerine olan oranlarının 8 numaralı KVB için yüksek olacağı düşünülebilir (28 şehir için r12 ve r22 oranları orijinal veri kümesinden hesaplandığında, en yüksek sonuçlar 8 numaralı KVB için bulunmuştur).

Şekil 1 ve Şekil 3 bir arada düşünüldüğünde, 1 ve 8 numaralı KVB'lerin hem CCR etkin olması, (CCR etkin olan bir gözlem aynı zamanda BCC etkin de olacaktır) hem de diğer gözlemlerden daha uzakta olması, bu iki KVB'nin VZA etkinlik sınırının belirlenmesinde önemli olacağını, dolayısıyla etkin olmayan KVB'lerin referans kümesinde yer alacağını düşündürtebilir. VZA'da aykırı değerlerin ya da etkin gözlemlerin etkinlik sınırına olan etkileri ve analiz sonuçlarını ne şekilde değiştirebileceği literatürde araştırılan bir konudur [12, 14]. Ayrıca VZA'da ILF girdisi ile GIOV ve RS çıktılarının önemli değişkenler olduğu, analiz sonucunda bu değişkenlerin ağırlıklarının yüksek olmasının beklendiği söylenebilir.

Aynı veri kümesi için girdi odaklı VZA gerçekleştirilmiş ve elde edilen CCR, BCC etkinlik skorları ile KVB'lerin ağırlıklarına ilişkin sonuçlar Çizelge 1 ve Çizelge 2 ile verilmiştir.

Çizelge 1. 28 Çin şehrinin 1983 yılı verisine ilişkin CCR etkinlik skorları, ağırlıklar ve referans kümeler.

KVB no	CCR	ILF	WF	INV	GIOV	PT	RS	Referans Küme
1	1.0000	1	0	0	0.78	0.22	0	
2	0.7176	1	0	0	0.03	0.12	0.85	6 (0.257866) 8 (0.247281) 21 (2.252828)
3	0.6574	1	0	0	0.47	0.08	0.45	1 (0.211668) 21 (0.752438) 24 (0.233312)
4	0.5217	0.71	0	0.29	0.42	0.09	0.49	8 (0.031695) 21 (0.702699) 24 (0.405576) 26 (0.272955)
5	0.5804	0.06	0	0.94	0.85	0.15	0	8 (0.071937) 24 (0.933963) 26 (0.598954)
6	1.0000	1	0	0	0	0.06	0.94	
7	0.4877	0.99	0	0.01	0.02	0.07	0.91	6 (0.097062) 8 (0.022470) 21 (0.355744) 26 (0.353851)
8	1.0000	0	0	1	0	1	0	
9	0.6254	1	0	0	0.27	0.11	0.62	1 (0.022071) 8 (0.035263) 21 (0.771662)
10	0.5383	1	0	0	0.03	0.08	0.9	6 (0.095427) 8 (0.017277) 21 (0.549068)
11	0.6942	0.99	0	0.01	0.02	0.08	0.91	6 (0.199453) 8 (0.032513) 21 (0.144402) 26 (0.569121)
12	0.6528	0.99	0	0.01	0	0.06	0.94	6 (0.038979) 8 (0.018528) 26 (0.905440)
13	0.4535	1	0	0	0.29	0.12	0.58	1 (0.032519) 8 (0.004904) 21 (0.309707)
14	0.7189	1	0	0	0.26	0.12	0.62	1 (0.015289) 8 (0.051765) 21 (0.792754)
15	0.8655	0.71	0	0.29	0.4	0.11	0.49	8 (0.042540) 21 (0.575415) 24 (0.147242) 26 (0.177587)
16	0.5979	1	0	0	0.27	0.17	0.55	1 (0.032723) 8 (0.033979) 21 (0.271129)
17	0.6356	0.99	0	0.01	0.02	0.09	0.89	6 (0.030273) 8 (0.021825) 21 (0.433342) 26 (0.081362)
18	0.6707	0	0.74	0.26	0.79	0.21	0	8 (0.049802) 21 (0.090641) 24 (0.445007)
19	0.6603	0.76	0	0.24	0.76	0.24	0	1 (0.000439) 8 (0.083977) 24 (0.619709)
20	0.5675	1	0	0	0.03	0.12	0.86	6 (0.025475) 8 (0.031979) 21 (0.369899)
21	1.0000	0.79	0.21	0	0.48	0	0.52	
22	0.7882	1	0	0	0.26	0.11	0.63	1 (0.011278) 8 (0.040099) 21 (0.822833)

23	1.0000	0	1	0	0.67	0.08	0.25	
24	1.0000	0.15	0	0.85	0.91	0.09	0	
25	1.0000	0.76	0.24	0	1	0	0	
26	1.0000	0	0	1	0	0	1	
27	0.5358	0.75	0.25	0	1	0	0	1 (0.010927) 25 (0.118472)
28	0.7046	0.99	0	0.01	0	0.04	0.96	6 (0.004534) 8 (0.002536) 26 (0.735631)

Çizelge 1 değerlendirildiğinde, 28 şehirden 8 tanesi (1, 6, 8, 21, 23, 24, 25, 26 sıra sayılı olanlar), CCR etkin bulunmuştur. Çıktı değişkenlerinin ağırlıklarına bakıldığında GIOV ve RS değişkenlerinin daha önemli olduğu gözlenmektedir. Robust coplot grafiğinde bu iki çıktı değişkeninin aynı yönlü pozitif korelasyona sahip olduğu gözlemlenmiştir. PT çıktısının ise, 8 numaralı (şüpheli gözlem) KVB dışındaki tüm KVB'lerde ağırlığının nispeten daha küçük olduğu görülmektedir. Aynı şekilde girdi değişkenleri incelendiğinde ILF girdisinin ağırlıklarının WF ve INV girdilerinin ağırlıklarından genellikle daha yüksek olduğu görülmektedir. Ayrıca WF değişkeninin 23 şehirde ağırlığı 0 olarak hesaplanmıştır. Etkin olmayan KVB'lerin referans kümelerine bakıldığında, ya 8 numaralı KVB'nin ya da 1 numaralı KVB'nin tüm kümelerde yer aldığı gözlenmektedir. Dolayısıyla analizin etkinlik sınırı belirlenirken, bu iki şüpheli gözlemin önemli olduğu anlaşılmaktadır.

Çizelge 2. 28 Çin şehrinin 1983 yılı verisine ilişkin BCC etkinlik skorları, ağırlıklar ve referans kümeler.

KVB	BCC	ILF	WF	INV	GIOV	PT	RS	Referans Kümesi
1	1.0000	0.73	0.02	0.25	0.71	0.29	0	
2	1.0000	0	1	0	0	0	1	
3	0.6652	1	0	0	0.36	0	0.64	1 (0.238534) 6 (0.040148) 21 (0.721318)
4	0.7377	0	0	1	0.28	0	0.72	1 (0.043149) 6 (0.110052) 21 (0.846799)
5	0.7479	0	0	1	0.79	0.06	0.14	1 (0.062958) 8 (0.032184) 21 (0.903565) 24 (0.001293)
6	1.0000	0.83	0.17	0	0	0	1	
7	0.4884	1	0	0	0.02	0.07	0.91	6 (0.014756) 8 (0.031490) 21 (0.137599) 26 (0.816154)
8	1.0000	0	0	1	0	1	0	
9	0.6304	1	0	0	0.3	0.12	0.58	8 (0.048440) 21 (0.618023) 24 (0.257358) 25 (0.076179)
10	0.5460	1	0	0	0.07	0.08	0.84	8 (0.026286) 21 (0.178585) 23 (0.658062) 26 (0.137066)
11	0.6945	1	0	0	0.02	0.08	0.91	6 (0.173196) 8 (0.035391) 21 (0.074809) 26 (0.716605)
12	0.6532	1	0	0	0	0.06	0.94	6 (0.016555) 8 (0.020025) 26 (0.963419)
13	0.5046	1	0	0	0.13	0.17	0.7	8 (0.026824) 23 (0.160763) 25 (0.577968) 27 (0.234446)
14	0.7237	1	0	0	0.29	0.13	0.58	8 (0.061248) 21 (0.693456) 24 (0.121150) 25 (0.124147)
15	0.8692	0.83	0	0.17	0.33	0.11	0.56	8 (0.043280) 21 (0.563129) 24 (0.028175) 25 (0.165706) 26 (0.199710)
16	0.6647	1	0	0	0.12	0.23	0.65	8 (0.056205) 23 (0.120913) 25 (0.549383) 27 (0.273498)
17	0.6983	0.93	0	0.07	0	0.14	0.86	8 (0.013515) 23 (0.140794) 25 (0.643624) 26 (0.202067)
18	0.7924	0.15	0	0.85	0	1	0	8 (0.047257) 25 (0.678451) 26 (0.274292)
19	0.6906	0.14	0	0.86	0	1	0	8 (0.087451) 25 (0.834722) 26 (0.077827)
20	0.6609	0.91	0	0.09	0	0.18	0.82	8 (0.027113) 23 (0.336620) 25 (0.357408) 27 (0.278859)
21	1.0000	0	0	1	0.3	0	0.7	
22	0.7932	1	0	0	0.29	0.11	0.59	8 (0.047459) 21 (0.756929) 24 (0.030549) 25 (0.165063)
23	1.0000	0	1	0	0.84	0.14	0.02	
24	1.0000	0.42	0	0.58	0.94	0.06	0	
25	1.0000	0.61	0	0.39	0.74	0.26	0	
26	1.0000	0	0	1	0	0	1	

27	1.0000	1	0	0	0.12	0.7	0.18	
28	0.9147	0.28	0	0.72	0	0.5	0.5	25 (0.067110) 26 (0.932890)

Çizelge 2 ile verilen BCC etkinlikleri incelendiğinde 10 tane şehrin etkin olduğu görülmektedir. Zaten CCR etkin çıkan bir KVB'nin BCC etkin çıkması beklenen bir durumdur. CCR etkin şehirlere ek olarak 2 ve 27 numaralı KVB'ler de etkin şehirler olarak bulunmuştur. Çizelge 1 için yapılan çıkarsamaların neredeyse tamamı burada da geçerlidir.

Robust coplot grafiği değerlendirildiğinde, eğer VZA'dan değişken çıkartılması gerekli ise, girdi değişkenlerinden WF ya da INV'nin, çıktı değişkenlerinden de PT değişkeninin çıkartılması düşünülebilir denilmiştir. Bu değişkenlerin olmadığı durumda VZA sonuçlarının ne şekilde değişeceğini gözlemlemek için Çizelge 3 ve Çizelge 4 verilmiştir.

Çizelge 3. 28 Çin şehrinin 1983 yılı verisine ilişkin CCR etkinlik skorları ve değişken indirilmesi yapıldığında skorların yüzde değişimleri.

KVB No	Şehirler	Tam Veri	WF yok			INV yok		PT yok		WF-PT yok	
		CCR	CCR	CCR %	CCR	CCR %	CCR	CCR %	CCR	CCR %	
1	Shanghai	1	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%	
2	Beijing	0.7176	0.7176	0,00%	0.7176	0,00%	0.6576	-8,36%	0.6576	-8,36%	
3	Tianjin	0.6574	0.6574	0,00%	0.6574	0,00%	0.6448	-1,92%	0.6448	-1,92%	
4	Shenyang	0.5217	0.5217	0,00%	0.5142	-1,44%	0.5075	-2,72%	0.5075	-2,72%	
5	Wuhan	0.5804	0.5804	0,00%	0.5388	-7,17%	0.5406	-6,86%	0.5406	-6,86%	
6	Guangzhou	1	1	0,00%	1	0,00%	0.9791	-2,09%	0.9791	-2,09%	
7	Harbin	0.4877	0.4877	0,00%	0.4873	-0,08%	0.4702	-3,59%	0.4702	-3,59%	
8	Chongqing	1	1	0,00%	1	0,00%	0.5566	-44,34%	0.5566	-44,34%	
9	Nanjing	0.6254	0.6254	0,00%	0.6254	0,00%	0.5954	-4,80%	0.5954	-4,80%	
10	Xian	0.5383	0.5383	0,00%	0.5383	0,00%	0.5198	-3,44%	0.5198	-3,44%	
11	Chengdu	0.6942	0.6942	0,00%	0.6933	-0,13%	0.6661	-4,05%	0.6661	-4,05%	
12	Changchun	0.6528	0.6528	0,00%	0.6508	-0,31%	0.637	-2,42%	0.637	-2,42%	
13	Taiyuan	0.4535	0.4535	0,00%	0.4535	0,00%	0.4386	-3,29%	0.4386	-3,29%	
14	Dalian	0.7189	0.7189	0,00%	0.7189	0,00%	0.6735	-6,32%	0.6735	-6,32%	
15	Qingdao	0.8655	0.8655	0,00%	0.856	-1,10%	0.8202	-5,23%	0.8202	-5,23%	
16	Lanzhou	0.5979	0.5979	0,00%	0.5979	0,00%	0.5441	-9,00%	0.5441	-9,00%	
17	Jinan	0.6356	0.6356	0,00%	0.6354	-0,03%	0.609	-4,19%	0.609	-4,19%	
18	Fushun	0.6707	0.6596	-1,65%	0.6642	-0,97%	0.5874	-12,42%	0.5855	-12,70%	
19	Anshan	0.6603	0.6603	0,00%	0.6555	-0,73%	0.5623	-14,84%	0.5623	-14,84%	
20	Kunming	0.5675	0.5675	0,00%	0.5675	0,00%	0.5267	-7,19%	0.5267	-7,19%	
21	Suzhou	1	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%	
22	Hangzhou	0.7882	0.7882	0,00%	0.7882	0,00%	0.7489	-4,99%	0.7489	-4,99%	
23	Ningbo	1	0.9778	-2,22%	1	0,00%	1	0,00%	0.975	-2,50%	
24	Wuxi	1	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%	
25	Changzhou	1	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%	
26	Nantong	1	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%	
27	Yichang	0.5358	0.5214	-2,69%	0.5358	0,00%	0.5358	0,00%	0.5214	-2,69%	
28	Changsha	0.7046	0.7046	0,00%	0.7036	-0,14%	0.7013	-0,47%	0.7013	-0,47%	
	Ortalama	0.7384	0.7367		0.7357		0.6972		0.6958		

Çizelge 3 incelendiğinde, WF girdi değişkeni VZA'dan çıkartıldığında CCR etkin olan KVB'lerin hiç birinde bir değişiklik yaratmamıştır. Etkin olmayan 18 KVB üzerinde de etkinlik skorları açısından bir fark gözlenmemiştir. Sadece 18, 23 ve 27 numaralı KVB'lerin etkinlik skorları değişmiştir ve bu değişim sırası ile %1 ve %2 kadar olmuştur. 28 şehir üzerinden ortalama etkinlik skoru karşılaştırıldığında, binde 2'lik bir azalma olduğu görülmektedir. INV girdi değişkeni VZA'dan çıkartıldığında, yine etkin olan KVB'lerde bir değişim olmadığını, ancak ortalama etkinliğin nispeten daha çok etkilendiğini (binde 3) söyleyebiliriz. PT çıktı değişkenini VZA'dan çıkarttığımızda, daha önce CCR etkin olan 6 ve 8 numaralı KVB'lerin etkinlik değerlerinin değiştiğini görüyoruz. 6 numaralı KVB'nin etkinlik değeri 0.98'e düşerken, 8 numaralı KVB'nin etkinlik değeri 0,56'ya kadar düşmüştür. 8 numaralı KVB, robust coplot grafiklerinde şüpheli gözlem olarak tespit edilen gözlemlerden biridir. Bu KVB'nin çıktı/girdi oranları incelendiğinde, PT çıktısına ilişkin oranlarının çok yüksek olduğu görülmektedir. Çizelge 1 ve Çizelge 2 deki ağırlıklarına bakıldığında ise, PT değişkeninin ağırlığının 1.00 olduğu görülmektedir. Dolayısıyla bu değişkenin çıkarılması, KVB üzerindeki etkisinin büyük olması beklenen bir durumdur. Şekil 3 ile verilen oranlara ilişkin robust coplot grafiği incelendiğinde, 8 numaralı KVB'ye yakın olan oranların PT değişkenine ait olduğu görülmektedir. Şekil 3'ten, aslında bu KVB üzerindeki PT çıktısının nispeten önemli olduğu zaten anlaşılmaktadır. PT değişkeni olmadığında ortalama etkinlik skoru 0,70 olarak bulunmuştur. Bu sonuçlar doğrultusunda, hem WF hem de PT değişkeni VZA'dan çıkartıldığında ortalama etkinlik yine yaklaşık 0,70 olarak hesaplanmış ve 12, 23 ve 27 numaralı KVB'ler dışında hiçbir KVB'nin etkinlik skorunda PT değişkeninin olmadığı durum ile bir fark elde edilmemiştir.

Çizelge 4. 28 Çin şehrinin 1983 yılı verisine ilişkin BCC etkinlik skorları ve değişken indirilmesi yapıldığında skorların yüzde değişimleri.

KVB No	Şehirler	Tam Veri	WF Yok		INV Yok		PT Yok		WF - PT Yok	
		BCC	BCC	BCC %	BCC	BCC %	BCC	BCC %	BCC	BCC %
1	Shanghai	1	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%
2	Beijing	1	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%
3	Tianjin	0.6652	0.6652	0,00%	0.6652	0,00%	0.6652	0,00%	0.6652	0,00%
4	Shenyang	0.7377	0.7377	0,00%	0.5263	-28,66%	0.7377	0,00%	0.7377	0,00%
5	Wuhan	0.7479	0.7479	0,00%	0.5388	-27,96%	0.7403	-1,02%	0.7403	-1,02%
6	Guangzhou	1	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%
7	Harbin	0.4884	0.4884	0,00%	0.4884	0,00%	0.4714	-3,48%	0.4714	-3,48%
8	Chongqing	1	1	0,00%	1	0,00%	0.7699	-23,01%	0.7699	-23,01%
9	Nanjing	0.6304	0.6304	0,00%	0.6304	0,00%	0.5958	-5,49%	0.5958	-5,49%
10	Xian	0.546	0.546	0,00%	0.546	0,00%	0.5268	-3,52%	0.5268	-3,52%
11	Chengdu	0.6945	0.6945	0,00%	0.6945	0,00%	0.6726	-3,15%	0.6726	-3,15%
12	Changchun	0.6532	0.6532	0,00%	0.6532	0,00%	0.6379	-2,34%	0.6379	-2,34%
13	Taiyuan	0.5046	0.5046	0,00%	0.5046	0,00%	0.4772	-5,43%	0.4772	-5,43%
14	Dalian	0.7237	0.7237	0,00%	0.7237	0,00%	0.6743	-6,83%	0.6743	-6,83%
15	Qingdao	0.8692	0.8692	0,00%	0.8667	-0,29%	0.8242	-5,18%	0.8242	-5,18%
16	Lanzhou	0.6647	0.6647	0,00%	0.6647	0,00%	0.5933	-10,74%	0.5933	-10,74%
17	Jinan	0.6983	0.6983	0,00%	0.681	-2,48%	0.6769	-3,06%	0.6769	-3,06%
18	Fushun	0.7924	0.7924	0,00%	0.7034	-11,23%	0.7042	-11,13%	0.7042	-11,13%
19	Anshan	0.6906	0.6906	0,00%	0.6648	-3,74%	0.5783	-16,26%	0.5783	-16,26%
20	Kunming	0.6609	0.6609	0,00%	0.6518	-1,38%	0.6165	-6,72%	0.6165	-6,72%
21	Suzhou	1	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%
22	Hangzhou	0.7932	0.7932	0,00%	0.7932	0,00%	0.7503	-5,41%	0.7503	-5,41%
23	Ningbo	1	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%
24	Wuxi	1	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%	1	0,00%

27	Yichang	0.5358	1.0000	0.5556	3.70%	1.0000	0.00%	0.5358	0.00%	1.0000	0.00%	0.5556	3.70%	1.0000	0.00%
28	Changsha	0.7046	0.9147	0.7046	0.00%	0.9147	0.00%	0.7140	1.33%	0.9147	0.00%	0.7140	1.33%	0.9147	0.00%
	Ortalama	0.7384	0.8027	0.7325		0.8220		0.7798		0.8462		0.821142		0.884562	

Çizelge 5 değerlendirildiğinde, 1 numaralı KVB'nin veri kümesinden çıkartılması sonucunda daha önce BCC etkinlik skoru 0,66 olan 3 numaralı KVB'nin etkin olduğu, 0,58 olan 5 numaralı KVB'nin etkin olduğu ve daha önce etkin olarak hesaplanan KVB'lerin yine etkin olarak bulunduğu görülmektedir. 3, 4 ve 5 numaralı KVB'lerin BCC etkinlik skorundaki artış yüksek olarak gözlenmiştir. 8 numaralı KVB analizden çıkartıldığında 15 adet KVB'nin etkinlik skorunda artış gözlenmektedir. Daha önce etkin bulunmayan 15,18 ve 19 numaralı KVB'ler de BCC etkin olarak hesaplanmıştır. 1 ve 8 numaralı iki KVB analizden çıkartıldığında ise, daha önce etkin olarak hesaplanmayan KVB'lerin etkinlik skorlarındaki değişim miktarı yüksektir. Etkin olarak hesaplanmayan 5 KVB bu iki gözlem analizden çıkartıldığında BCC etkin KVB'ler olarak görülmektedir. Araştırmacı, bu noktada etkinlik sınırını etkileyen bu KVB'lerin özelliklerini iyi değerlendirmelidir. Her bir şehrin, kendi performansının etki sınırında yer alan KVB'lere göre değerlendirilmesi yapılırken, Shanghai ve Chongqing şehirlerinin Çin'de endüstriyel alanda önemli 2 şehir olduğunun [5] bilinmesi gerekmektedir. Bu şehirlere göre kıyaslama yapıldığında etkin olmayan Tianjin, Wuhan, Qingdao, Fushun ve Anshan; bu iki şehir analiz dışı bırakıldığında etkin bulunmuştur.

4. Sonuç ve öneriler

Grafiksel gösterime dayanan coplot yöntemi, birçok alanda çok boyutlu veri kümesindeki gözlemler ile değişkenler arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla kullanılmaktadır. Benzer biçimde VZA da, farklı alanlardaki KVB'lerin etkinliklerini ölçmek amacıyla sıklıkla tercih edilen bir yöntemdir. Yine literatürde bu iki yöntemin VZA sonuçlarının grafiksel gösterimi amacıyla bir arada kullanıldığı çalışmalar, kısıtlı sayıda olsa da mevcuttur. Ancak gerçek hayatta üzerinde çalışılan veri kümeleri, sıklıkla aykırı gözlem içerir ve analizlerde bu durumun da hassasiyetle dikkate alınması gerekmektedir. Bu çalışmada kullanılan mevcut robust coplot yöntemi, aykırı değerlerin varlığında da elde edilen sonuçların güvenilir olmasını sağlamaktadır. Aynı zamanda VZA sonuçlarını tek bir grafik üzerinde incelemeyi ve hatta verinin analiz öncesi incelemesini de mümkün kılmaktadır. Analiz sonucu elde edilen grafikler yardımı ile etkin ve etkin olmayan KVB'ler kolaylıkla ayırt edilebilmektedir. Aynı zamanda belirli bir Çıktı/Girdi oranına ilişkin vektör ile aynı doğrultuda ve ondan uzakta bulunan etkin KVB üzerinde, bu çıktı/girdi oranının daha etkili olduğunu söylemek de mümkündür. VZA öncesinde elde edilen robust coplot grafiği sayesinde veri kümesindeki şüpheli gözlemler, ihmal edilebilir değişkenler veya analiz için önemli olan değişkenler hakkında da fikir sahibi olmak mümkündür.

Kaynaklar

- [1] Adler, N., Raveh, A., Yazhensky, E., 2006, Presenting dea graphically, The International Journal Of Management Science, 36, 715–729.
- [2] Atılğan, Y. K., 2016, Robust Coplot Analysis, Communications in Statistics - Simulation and Computation, 45, 1763-1775.
- [3] Borg, I., Groenen, P. J. F., 2005, Modern Multidimensional Scaling, New York: Springer.
- [4] Charnes, A., Cooper, W., Rhodes, E., 1978, Measuring the efficiency of decision making units, European Journal of Operational Research, 2, 429–444.
- [5] Charnes, A., Cooper, W., Li, S., 1989, Using Data Envelopment Analysis to Evaluate Efficiency in the Economic Performance of Chinese Cities, Socio-Econ, Plan, Sci., 23(6), 323–344.
- [6] Cooper W., Seiford L., Kaore, T., 2007, Data Envelopment Analysis A Comprehensive Text with Models, Applications, References, and DEA – Solver Software, Springer Books, New York.
- [7] Forero, P. A., Giannakis, G. B., 2011, Robust multi-dimensional scaling via outlier sparsity control, In:45th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, Pacific Grove, CA., 1183–1187.
- [8] Huang, H., Liao, W. A., 2012, Co-Plot- based efficiency measurement to commercial banks, Journal of Software, 7(10), 2247–2251.

- [9] Kruskal, J. B., 1964, Multidimensional scaling by optimizing goodness of fit to a nonmetric hypothesis, *Psychometrika*, 29, 1-27.
- [10] Nath, P., Mukherjee, A., Pal, M., 2001, Identification of Linkage Between Strategic Group and Performance of Indian Commercial Banks: A Combined Approach using DEA and Co-Plot, *The International Journal of Digital Accounting Research*, 1(2), 125–152.
- [11] Shevlyakov, G., Smirnov, P., 2011, Robust estimation of the correlation coefficient: An attempt of survey, *Austrian Journal of Statistics*, 40, 147–156.
- [12] Simar L 2003, Detecting Outliers in Frontier Models: A Simple Approach. *Journal of Productivity Analysis* 20, 391 – 424.
- [13] Söylemez, A., 2015, Veri Zarflama Analizinin Robust Coplot Yöntemi İle Grafiksel Gösterimi, Yüksek Lisans Tezi, <http://hdl.handle.net/11655/2098>.
- [14] Wilson, P.W., 1993, Detecting outliers in deterministic nonparametric frontier models with multiple outputs. *Journal of Business and Economic Statistics*, 11 (3), 319-323.