

Atıf/Citation:

Süzülmüş, S., (2025). Laguerre Polinomları Yardımıyla Çok Kriterli Karar Verme Yöntemi Geliştirilmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi*, 26(1): 198-226. <https://doi.org/10.24889/ife.1645218>

**LAGUERRE POLİNOMLARI YARDIMIYLA ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME YÖNTEMİ
GELİŞTİRİLMESİ**

Seval SÜZÜLMÜŞ*

ÖZ

Polinom ve polinom yaklaşımları tanım aralıklarının geniş olması, kolay türevlenebilir ve integrallenebilir olmaları nedeniyle matematik alanında sık kullanılmaktadır. Bu polinomlardan biri olan genellikle fizik ve mühendislikte kullanılan ortogonal polinom olan Laguerre polinomlarının Çok Kriterli Karar Verme (ÇKKV) yöntemi olarak kullanılabileceğini göstermek amacıyla bu araştırma ele alınmıştır. Çalışmada ÇKKV problemlerinin çözümleri için Laguerre polinomlarına dayalı alternatif sıralama yöntemi geliştirilmiştir. Yöntemin uygulanabilirliğini göstermek amacıyla örnek olarak bir şirkete işe alınmak için başvuran beş kişinin “iletişim”, “iş deneyimi”, “sınav” ve “dış görünüş” olmak üzere dört kritere göre uygulaması ele alınmıştır. Uygulanan örneğin verileri veri simülasyonu yapılarak elde edilmiştir. Kriter ağırlıkları Analitik Hiyerarşi Prosesi (AHP) ile belirlenerek, kişilerin performans sıralaması Ağırlıklı Toplam Model (SAW), Ağırlıklı Çarpım Yöntemi (WPM), TOPSIS Yöntemi, WISP Yöntemi, ARLON Yöntemi ile yapıldığında aynı alternatif sıralama sonucunu verdiği belirlenmiştir. Ayrıca, Laguerre Polinomları yardımıyla geliştirilen yöntemin (LÇKKV) ikinci, üçüncü ve dördüncü dereceden polinomu uygulamasının alternatif sıralama sonuçlarının aynı olduğu ortaya çıkmıştır. SAW, WPM, TOPSIS, WISP, ARLON yöntemi alternatif sıralama sonuçları ile geliştirilen LÇKKV yöntemi uygulama sonuçlarının birbirlerine benzer olduğu ortaya çıktığından, çalışma sonucunda LÇKKV yönteminin ÇKKV problemlerinin çözümlerinde alternatif sıralama yöntemi olarak kullanılabileceği sonucuna varılmıştır. Bu nedenle araştırma sonucunda ÇKKV yöntemleri konusunda gelecekte araştırma yapacak araştırmacılara LÇKKV yöntemini uygulayabilecekleri önerisinde bulunulmuştur. LÇKKV yönteminin literatüre katkı sağlayacağı beklenilmektedir.

Anahtar Kelimeler: ÇKKV, Laguerre Polinomları, LÇKKV, WISP, ARLON

Jel Sınıflandırılması: C0, C1

**DEVELOPMENT OF MULTI CRITERIA DECISION MAKING METHOD WITH THE HELP
OF LAGUERRE POLYNOMIALS**

ABSTRACT

Polynomials and polynomial approximations are frequently used in mathematics due to their wide domains of definition, ease of differentiation, and integrability. This study was conducted to demonstrate that Laguerre polynomials, a type of orthogonal polynomial commonly used in physics and engineering, can be utilized as a method for Multi-Criteria Decision Making (MCDM). In the study, an alternative ranking method based on Laguerre polynomials was developed for solving MCDM problems. To demonstrate the applicability of the method, a simulated case study was conducted in which five candidates applying for a job at a company were evaluated based on four criteria: “communication”, “work experience”, “exam performance”, and “appearance.” The data used in the application were obtained through data simulation. The criteria weights were determined using the Analytic Hierarchy Process (AHP), and the candidates’ performance rankings were calculated using the Simple Additive Weighting (SAW), Weighted Product Method (WPM), TOPSIS, WISP, and ARLON methods. The results showed that all methods produced the same alternative ranking. Furthermore, the results revealed that the Laguerre-based MCDM method (LMCDM) produced identical rankings when second-, third-, and fourth-degree Laguerre polynomials were applied. Since the results obtained from the SAW, WPM, TOPSIS, WISP, and ARLON methods were similar to those from the developed LMCDM method, it was concluded that LMCDM could be used as an alternative ranking method for solving MCDM problems. Therefore, it is recommended that

*Dr., Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi, Osmaniye Meslek Yüksekokulu, Osmaniye, Türkiye. E-posta: sevalsuzulmus@osmaniye.edu.tr, <https://orcid.org/0000-0001-8519-3187>

researchers working on MCDM in future studies consider using the LMCDM method. It is expected that the proposed method will contribute to the MCDM literature.

Key words: MCDM, Laguerre Polynomials, LMCDM, WISP, ARLON

Jel Classification: C0, C1

1. GİRİŞ

Kişiler gerek özel yaşamlarında, gerek meslek yaşamlarında çoğu zaman karar verme durumu ile karşı karşıya kalırlar. Verilen kararların bazıları uygulanırken bazılarıysa uygulama kısmında bırakılır. Karar bir sorunu ortadan kaldırmak ya da bir fırsatı değerlendirmek için verilir. Karar verme, bireyin, yöneticinin ya da karar vericinin birçok alternatif arasından birini seçmesi şeklinde tanımlanabilir. Karar verme süreci, bütün alternatifler arasından en iyi alternatifi bulma işlemi olarak tanımlanır ve hem karmaşık sistemleri hem de bireye özgü durumları içerir. Karar verme eyleminin gerçekleşebilmesi için karar vericinin, karar ortamının, alternatiflerin, kriterlerin ve yöntemin olması gereklidir (Jahanshahloo vd., 2006: 1375; Aktaş vd., 2015: 3; Hoşgör vd., 2016: 305).

ÇKKV yöntemleri ise bir amaca varabilmek için alternatifleri belirlenen kriterlerle değerlendirilerek en iyi kararın alınmasında yardımcı olan yöntemlerdir. Karar vericiye birden fazla alternatif ve kriter arasından seçim yapmasına olanak sağlayan ÇKKV yöntemleri son yıllarda sıklıkla kullanılmaktadır. Bir ÇKKV probleminin olması için en az iki alternatif ve birbirleriyle çelişen en az iki kritere gerek vardır. ÇKKV yöntemleri alternatifler, kriterler ve kriter ağırlıkları olmak üzere üç temel unsurdan oluşur. Alternatifler, son karara varabilmek amacıyla karar verici/vericilerin içlerinden seçim yapacağı farklı yolları temsil eder. Kriterler, alternatiflerin seçilmesinde etkili olan elemanları oluşturur. Her bir kriterin önem derecesi ise kriter ağırlıklarını belirtir (Ömürbek vd., 2016: 228; Ersoy, 2022: 1450; Kumar ve Pamucar, 2025).

Kriterleri ağırlıklandırmada kullanılan yöntemler; literatürde objektif, subjektif ve bütünleşik olmak üzere üç kategoride sınıflandırılır. Objektif yöntemler, değerlendirme kriterlerini karar vericinin/vericilerin kararlarına gereksinim duyulmadan sadece karar matrisi elemanlarını kullanarak ağırlıklandırırken, subjektif yöntemlerde ağırlıklandırma, karar vericilerin değerlendirmelerine ve tercihlerine göre yapılır. Karar vericilerin kararları ve karar matrisi verilerinin birlikte kullanımı ile bütünleşik yöntemlerde ağırlıklandırma yapılır (Wang ve Luo, 2010: 1).

ÇKKV yöntemleri, farklı kriterlere dayalı olarak alternatiflerin sıralanması ve en iyi seçeneğin belirlenmesi için kullanılan sistematik yaklaşımlardır. Bu yöntemler, mühendislikten finansal karar vermeye, sürdürülebilirlikten tedarik zinciri yönetimine kadar birçok alanda geniş uygulama alanına sahiptir (Yoon ve Hwang, 1995). Ancak, klasik ÇKKV yöntemleri genellikle kriterlerin doğrusal olarak ağırlıklandırılmasını ve karar matrisinin normalizasyonunda sabit dönüşüm fonksiyonlarının kullanılmasını temel alır. Bu durum, özellikle veri setlerinde uç değerler bulunduğu veya kriterler arasında doğrusal olmayan ilişkiler mevcut olduğunda karar süreçlerinin güvenilirliğini düşürebilir.

Polinom ve polinom yaklaşımları gerek tanım aralıklarının genişliği, türevlenebilir ve integrallenebilir özelliklerinin olmasından dolayı uygulamalı matematik alanında oldukça sık kullanılırlar. Çalışmada bu polinomlardan biri olan Laguerre Polinomları yardımıyla ÇKKV problemlerinin çözümleri için bir alternatif sıralama yöntemi geliştirilmiştir. Yöntemin

uygulanabilirliğini göstermek amacıyla ele alınan örnek, veri simülasyonu ile elde edilmiş ve kriter ağırlıkları AHP ile ağırlıklandırılmıştır. Alternatif sıralamaları Laguerre Polinomları yardımıyla geliştirilen yöntem (LÇKKV) ile basit ve kolay uygulanabilen ÇKKV yöntemlerinden olan SAW ve WPM yöntemleri, gelişmiş ÇKKV yöntemlerinden olan TOPSIS yöntemi, yeni ÇKKV yöntemlerinden olan WISP ve ARLON yöntemleriyle yapılmıştır. Bu yöntemler ile önerilen yöntem olan LÇKKV yöntemi işlem adımları benzerlik gösterdiğinden, sözedilen yöntemler seçilmiştir. Araştırma sonucunda SAW, WPM, TOPSIS, WISP ve ARLON yöntemlerinin aynı alternatif sıralama sonucunu verdiği görülmüştür. Laguerre polinomları yardımıyla geliştirilen yöntemin (LÇKKV) ikinci, üçüncü, dördüncü dereceden polinomlarının aynı alternatif sıralama sonucunu verdiği belirlenmiştir. Ayrıca SAW, WPM, TOPSIS, WISP, ARLON yöntemleri ile LÇKKV yönteminin birbirine oldukça benzer sonuç verdiği görülmüştür. Araştırma sonucunda LÇKKV yönteminin, ÇKKV problemlerinde alternatif sıralama yöntemi olarak kullanılabileceği sonucuna varılarak, bundan sonra ÇKKV yöntemlerini kullanarak çalışma yapacak araştırmacılara LÇKKV Yönteminin alternatif sıralamada kullanılabileceği önerilmiştir.

2. VERİ VE YÖNTEM

2.1. Veri

Laguerre Polinomları yardımıyla geliştirilen yöntemin (LÇKKV), ÇKKV yöntemi olarak alternatifleri sıralamada kullanılabileceğini göstermek amacıyla kullanılan araştırma verileri veri simülasyonu yapılarak elde edilmiştir. Bir şirkete işe alınmak için başvuran beş kişinin dört kritere göre uygulaması ele alınmıştır. Kriter ağırlıkları AHP ile belirlenip, kişilerin performans sıralaması ise SAW, WPM, TOPSIS, WISP, ARLON yöntemleri ve önerilen LÇKKV ile yapılacağından, bu bölümde söz edilen yöntemler, Laguerre Polinomları, önerilen LÇKKV yöntemi ve yöntemlerin seçim gerekçeleri hakkında bilgi verilmiştir.

2.2. AHP Yöntemi

ÇKKV yöntemlerinden olan Analitik Hiyerarşi Prosesi (AHP) yöntemini 1970’li yıllarda Thomas Saaty geliştirmiştir (Duxbury vd., 2024: 3). İnsanların var olduğu günden beri kendisine öğretilmeyen, bilmediği bir karar verme sorunuyla karşılaştığında içgüdüsel olarak benimsediği bir karar verme mekanizması olan AHP, literatürde oldukça yaygın olarak kullanılan pek çok alana uygulanabilen bir yöntemdir (Saaty, 2003: 86; Saaty ve Niemira, 2006; Hoşgör vd., 2016: 305; Pinheiro ve de Mello Sant’Ana, 2025: 3). AHP Yönteminin işlem adımları aşağıda belirtildiği gibidir (Saaty, 1994: 429; Doğan ve Önder, 2014: 5802-5803; Rajak ve Shaw, 2019: 3; Süzölmüş ve Polat, 2023: 163; Erdoğan, 2024: 20-24; Al Saleh vd., 2025: 3-4; Bian vd., 2025: 2-3; Li vd., 2025: 1204-1205; Pinheiro ve de Mello Sant’Ana, 2025: 6):

Adım1: İkili Karşılaştırma Matrisi Oluşturulur: AHP yönteminde ilk önce satırlarda ve sütunlarda kriterlerin yer aldığı ikili karşılaştırma matrisi oluşturulur. Bu matris kriterlerin birbirine göre önemini belirler ve köşegen elemanları 1, köşegen dışındaki elemanları ise (1) eşitliğinden hesaplanır.

$$x_{ij} = \frac{1}{x_{ji}} \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1)$$

Adım2: İkili Karşılaştırma Matrisi Normalleştirilir: (2) eşitliğinden ikili karşılaştırma matrisi normalleştirilir.

$$p_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^n x_{ij}} \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2)$$

Adım3: Ağırlık Vektörü Bulunur: (3) eşitliği kullanılarak ağırlık vektörü elde edilir.

$$w_j = \frac{\sum_{j=1}^n p_{ij}}{n} \quad (3)$$

Adım4: Öncelikler Vektörü Bulunur: İkili karşılaştırma matrisinin sütunlarındaki değerler ile, karşılık gelen kriter ağırlıkları (w_j) çarpımının toplamından öncelikler vektörü hesaplanır.

Adım5: Tutarlılık İndeksi Hesaplanır: (4) eşitliğinden Tutarlılık İndeksi (CI) elde edilir.

$$CI = \frac{V_{max} - n}{n - 1} \quad (4)$$

Öncelikler vektörünün elemanlarının, ağırlık vektörünün elemanlarına bölünmesinden oluşan değerlerin ortalaması V_{max} değerini oluşturur.

Adım6: Tutarlılık Oranı Hesaplanır: (5) eşitliğinden tutarlılık oranı bulunur. CR tutarlılık oranının 0,1'den küçük olması üçüncü adımda hesaplanan ağırlık vektörünün tutarlı olduğunu gösterir.

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (5)$$

2.3. SAW Yöntemi

Ağırlıklı Toplam Model olarak bilinen SAW yöntemini, ilk kez Churchman ve Ackoff (1954) çalışmalarında bir portföy seçimi problemine uygulanarak literatüre kazandırmışlardır. Puanlama yöntemi olarak da bilinen yöntem, ÇKKV problemlerinin çözümünde en çok kullanılan ve en iyi bilinen yöntemlerden biridir (Jain ve Raj, 2013:225; Çakır ve Perçin, 2013: 452). Matematiksel olarak basit hesaplama prosedürüne sahip olan SAW yönteminde ilk önce alternatifler ve kriterler belirlenir. Yöntemin uygulamasını yapabilmek için kriter değerlerinin sayısal ve karşılaştırılabilir olması gerekir. Yöntemin temeli, her bir alternatifin tüm kriterlere göre ağırlıklı performans puanlarının elde edilmesidir (Memariani vd., 2009: 14; Afshari vd., 2010: 511; Savitha ve Chandrasekar, 2011: 21; Chabuk vd., 2017: 4; Adriyendi, 2019: 10; Güzel ve Çelik, 2021: 264). Yöntemin adımları aşağıda belirtildiği gibidir (Yoon ve Hwang, 1995: 33; Yeh ve Willis, 2001: 42-43; Yeh, 2003: 291; Özbek, 2015; Ömürbek vd., 2016: 242; Ersoy, 2022: 1455; Grybaitė ve Burinskienė, 2024: 10-11; Trung vd., 2024: 340):

Adım1: Karar Matrisi Oluşturulur: m değeri karşılaştırılacak alternatifleri ve n ise kriterlerin sayısını göstermek üzere karar matrisi (6) eşitliğindeki gibi oluşturulur:

$$X = [x_{ij}]_{m \times n}, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

Adım2: Karar Matrisi Normalize Edilir: Kriterler maksimizasyon yönlüyse (7) eşitliği ile; minimizasyon yönlü ise (8) eşitliği uygulanarak, karar matrisi normalize edilir:

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max_i x_{ij}} \quad (7)$$

$$r_{ij} = \frac{\min_i x_{ij}}{x_{ij}} \quad (8)$$

r_{ij} ($0 \leq r_{ij} \leq 1$) normalleştirilmiş performans derecesidir.

Adım3: Alternatifler Sıralanır: (9) eşitliğinden her bir alternatifin (S_i) ile gösterilen toplam puanı hesaplanarak, büyükten küçüğe doğru sıralanır. En yüksek puanı olan alternatif en iyi alternatifi gösterir. (9) eşitliğindeki w_j , j . kriterin önem ağırlığını göstermektedir.

$$S_i = \sum_{j=1}^n w_j r_{ij} \quad (9)$$

2.4. Ağırlıklı Çarpım Yöntemi (WPM) Yöntemi

İlk kez Bridgman (1922) tarafından tanıtılan WPM (Weighted Product Model) yönteminde de SAW yönteminde olduğu gibi karar kriterlerinin sayısal ve karşılaştırılabilir olması gerekmektedir (Azar, 2000). Yöntemin işlem adımları aşağıda denklemler eşliğinde gösterilmiştir (Chang ve Yeh, 2001; Savitha ve Chandrasekar, 2011: 22; Taka vd., 2017: 1201-1202; Keleş vd., 2019: 516; Güzel ve Çelik, 2021: 265; Chang vd., 2024: 3-4):

Adım1: Karar Matrisi Oluşturulur: (10) eşitliği ile gösterilen karar matrisi oluşturulur. Matrisin satırları alternatifleri, sütunları ise kriterleri göstermektedir:

$$X = [x_{ij}]_{m \times n}, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

Adım2: Karar Matrisi Normalize Edilir: Karar matrisinin kriterleri maksimizasyon yönlüyse (11) eşitliği; minimizasyon yönlü ise (12) eşitliği uygulanarak, karar matrisi normalize edilir:

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max_j x_{ij}} \quad (11)$$

$$r_{ij} = \frac{\min_j x_{ij}}{x_{ij}} \quad (12)$$

r_{ij} ($0 \leq r_{ij} \leq 1$) normalleştirilmiş performans derecesidir.

Adım3: Alternatifler Sıralanır: (13) eşitliğinden her bir alternatifin (V_i) ile gösterilen çarpım puanı hesaplanarak, büyükten küçüğe doğru sıralanır. En büyük puana sahip olan alternatif en iyi alternatifi gösterir. (13) eşitliğindeki w_j , j . kriterin önem ağırlığını göstermektedir ve $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ dir.

$$V_i = \prod_{j=1}^n r_{ij}^{w_j}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (13)$$

(13) denkleminde kriterler maksimizasyon yönlü ise $r_{ij}^{w_j}$; minimizasyon yönlü ise $r_{ij}^{-w_j}$ formülü ile hesaplanır.

2.5. TOPSIS Yöntemi

Alternatif sıralama yöntemi olan TOPSIS yöntemi; ilk kez Hwang ve Yoon (1981) tarafından tanıtılmış ve Yoon (1987) tarafından geliştirilmiştir. Yöntemin uygulanmasında aşağıdaki adımlar izlenir (Atan ve Altan, 2020; Unay vd., 2021; Mojaver vd., 2022: 4; Süzölmüş ve Polat, 2023: 163; Hesami, 2025: 81-82; Hussain vd., 2025: 1331-1332; Li vd., 2025: 1205-1206):

Adım1: Karar Matrisi Oluşturulur: m alternatif, n kriter sayısını göstermek üzere, (14) eşitliği ile gösterilen karar matrisi oluşturulur.

$$X = [x_{ij}]_{m \times n} \quad (14)$$

Adım2: Standart Karar Matrisi Hesaplanır: $P = [p_{ij}]_{m \times n}$ ile gösterilen Standart Karar Matrisinin elemanları (15) eşitliğindeki gibi hesaplanır:

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}} & \text{fayda (maksimum) kriteri için} \\ \frac{1/x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (1/x_{ij})^2}} & \text{maliyet (minimum) kriteri için} \end{cases} \quad (15)$$

Adım3: Ağırlıklı Standart Karar Matrisi Hesaplanır: $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ ile gösterilen Ağırlıklı Standart Karar matrisinin elemanları (16) eşitliğindeki gibi hesaplanır:

$$a_{ij} = p_{ij} * w_j \quad (16)$$

(16) eşitliğindeki w_j , j . kriterin önem ağırlığını göstermektedir

Adım4: Pozitif İdeal ve Negatif İdeal Çözümler Hesaplanır: Pozitif ideal (α^+) ve negatif ideal (α^-) çözümleri sırasıyla (17) ve (18) eşitliklerinden hesaplanır:

$$\alpha^+ = \{a_1^+, a_2^+, \dots, a_n^+\} = \{(\max_i a_{ij} | \text{fayda kriteri}), (\min_i a_{ij} | \text{maliyet kriteri})\} \quad (17)$$

$$\alpha^- = \{a_1^-, a_2^-, \dots, a_n^-\} = \{(\min_i a_{ij} | \text{fayda kriteri}), (\max_i a_{ij} | \text{maliyet kriteri})\} \quad (18)$$

Adım5: Pozitif İdeal ve Negatif İdeal Uzaklık Değerleri Hesaplanır:

Pozitif İdeal Uzaklık (s_i^+) değerleri (19) eşitliğinden,

$$s_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (a_{ij} - a_j^+)^2} \quad (19)$$

Negatif İdeal Uzaklık (s_i^-) değerleri (20) eşitliğinden,

$$s_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (a_{ij} - a_j^-)^2} \quad (20)$$

hesaplanır.

Adım6: Her Bir Alternatif İçin Yakınlık Katsayısı Hesaplanır: (21) eşitliğinden her bir alternatif için yakınlık katsayısı (C_i^+) hesaplanır:

$$C_i^+ = \frac{s_i^-}{s_i^- + s_i^+} \quad 0 \leq C_i^+ \leq 1 \quad (21)$$

Adım7: Alternatifler Sıralanır: (21) eşitliğinden elde edilen C_i^+ yakınlık katsayı değerleri büyükten küçüğe doğru sıralanarak alternatiflerin sıralaması elde edilir.

2.6. WISP Yöntemi

İlk kez Stanujkić vd. (2021a) tarafından ÇKKV problemlerinin kullanımında önerilen WISP yöntemi ağırlıklı toplam ve ağırlıklı çarpım yaklaşımlarıyla farklı ÇKKV yöntemlerindeki yapıların bir araya gelmesiyle oluşturulmuştur. WISP yönteminin işlem adımları aşağıdaki gibidir (Stanujkić vd., 2021a; Stanujkić vd., 2021b: 2-3; Stanujkić vd., 2022: 640-642; Zavadskas vd., 2022: 3-5; Altıntaş, 2023: 225-227; Pala, 2023: 67-69):

Adım1: Karar Matrisi Oluşturulur: m değeri karşılaştırılacak alternatifleri ve n ise kriterlerin sayısını göstermek üzere karar matrisi (22) eşitliğindeki gibi oluşturulur:

$$X = [x_{ij}]_{m \times n}, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (22)$$

Adım2: Karar Matrisi Normalize Edilir: (23) eşitliği uygulanarak karar matrisi normalize edilir:

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max_i x_{ij}} \quad (23)$$

Adım3: Fayda Skorları Hesaplanır: (24), (25), (26) ve (27) eşitlikleri kullanılarak her bir alternatife ait fayda skorları elde edilir.

$$f_i^{tfp} = \sum_{j=1, j \in \Theta_{mak}}^n r_{ij} w_j - \sum_{j=1, j \in \Theta_{min}}^n r_{ij} w_j, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (24)$$

$$f_i^{cfp} = \prod_{j=1, j \in \Theta_{mak}}^n r_{ij} w_j - \prod_{j=1, j \in \Theta_{min}}^n r_{ij} w_j, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (25)$$

$$f_i^{to} = \frac{\sum_{j=1, j \in \Theta_{mak}}^n r_{ij} w_j}{\sum_{j=1, j \in \Theta_{min}}^n r_{ij} w_j}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (26)$$

$$f_i^{co} = \frac{\prod_{j=1, j \in \Theta_{mak}}^n r_{ij} w_j}{\prod_{j=1, j \in \Theta_{min}}^n r_{ij} w_j}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (27)$$

Yukarıdaki eşitliklerde;

- w_j, j . kriterin önem ağırlığını,
- Θ_{mak} , maksimum yönlü kriterleri,
- Θ_{min} , minimum yönlü kriterleri
- f_i^{tfp} , i . alternatifin toplamsal fark puanını,
- f_i^{cfp} , i . alternatifin çarpımsal fark puanını,

f_i^{to} , i . alternatifin toplam oranını,
 f_i^{co} , i . alternatifin çarpım oranını,

ifade etmektedir.

Adım4: Fayda Skorları Standartlaştırılır: (28), (29), (30) ve (31) eşitlikleri kullanılarak her bir alternatife ait fayda skorları standartlaştırılır.

$$f_i^{tfp*} = \frac{1+f_i^{tfp}}{1+mak_i\{f_i^{tfp}\}}, \quad i = 1,2, \dots, m \quad (28)$$

$$f_i^{cfp*} = \frac{1+f_i^{cfp}}{1+mak_i\{f_i^{cfp}\}}, \quad i = 1,2, \dots, m \quad (29)$$

$$f_i^{to*} = \frac{1+f_i^{to}}{1+mak_i\{f_i^{to}\}}, \quad i = 1,2, \dots, m \quad (30)$$

$$f_i^{co*} = \frac{1+f_i^{co}}{1+mak_i\{f_i^{co}\}}, \quad i = 1,2, \dots, m \quad (31)$$

Adım5: Alternatifler Sıralanır: (32) eşitliği kullanılarak her bir alternatifin nihai puan değerleri (f_i) hesaplanarak büyükten küçüğe doğru dizilir. En yüksek puanlı alternatif en iyi alternatifi belirtmektedir.

$$f_i = \frac{f_i^{tfp*} + f_i^{cfp*} + f_i^{to*} + f_i^{co*}}{4}, \quad i = 1,2, \dots, m \quad (32)$$

2.7. ARLON Yöntemi

ARLON yöntemini, Kara vd. (2024a) iki adımlı bir logaritmik normalleştirme yaklaşımına dayanarak geliştirerek ÇKKV problemlerinin kullanımında önermişlerdir. ARLON yönteminin işlem adımları aşağıdaki gibidir (Kahreman, 2024: 1625-1626; Kara vd., 2024a: 5-6; Kara vd., 2024b; Qu vd., 2025: 564-565; Yuan, 2025: 629-630):

Adım1: Karar Matrisi Oluşturulur: m alternatif, n kriter sayısını göstermek üzere, (33) eşitliği ile gösterilen karar matrisi oluşturulur:

$$X = [x_{ij}]_{m \times n} \quad (33)$$

Adım2: Birinci Logaritmik Normalizasyonu Hesaplanır: (34) eşitliğinden Birinci Logaritmik Normalizasyonu hesaplanır:

$$N_{ij}^{1st} = \begin{cases} N_{ij}^{1st(+)} = \frac{\ln(x_{ij})}{\ln(\prod_{i=1}^m x_{ij})}, & i = 1,2, \dots, m \text{ fayda (maksimum)kriteri için} \\ N_{ij}^{1st(-)} = \frac{1 - \frac{\ln(x_{ij})}{\ln(\prod_{i=1}^m x_{ij})}}{m-1}, & i = 1,2, \dots, m \text{ maliyet (minimum) kriteri için} \end{cases} \quad (34)$$

Adım3: İkinci Logaritmik Normalizasyonu Hesaplanır: (35) eşitliğinden İkinci Logaritmik Normalizasyonu hesaplanır:

$$N_{ij}^{2st} = \begin{cases} N_{ij}^{2st(+)} = \frac{\log_2(x_{ij})}{\sum_{i=1}^m (\log_2(x_{ij}))}, & i = 1, 2, \dots, m \text{ fayda kriteri için} \\ N_{ij}^{2st(-)} = 1 - \frac{\log_2(x_{ij})}{\sum_{i=1}^m (\log_2(x_{ij}))}, & i = 1, 2, \dots, m \text{ maliyet kriteri için} \end{cases} \quad (35)$$

Adım4: Birleştirilmiş Normalleştirilmiş Karar Matrisi Hesaplanır: (36) eşitliğinden birleştirilmiş normalleştirilmiş karar matrisi hesaplanır:

$$N_{ij}^{kom} = (1 - \rho) * \sqrt{(N_{ij}^{1st} + N_{ij}^{2st})} + \rho * \left(\frac{N_{ij}^{1st} + N_{ij}^{2st}}{2} \right) \quad (36)$$

(36) denkleminde ρ değeri $[0, 1]$ aralığında değişen bir katsayı olup, hesaplanan her logaritmik normalizasyon değerinin toplama işlemi üzerindeki etkisini gösterir.

Adım5: Ağırlıklı Normalleştirilmiş Karar Matrisi Hesaplanır: $P = [P_{ij}]_{m \times n}$ ile gösterilen Ağırlıklı Normalleştirilmiş Karar matrisinin elemanları (37) eşitliğindeki gibi elde edilir:

$$P_{ij} = w_j * N_{ij}^{kom} \quad (37)$$

(37) eşitliğindeki w_j, j . kriterin ağırlığını göstermektedir

Adım6: Toplam Ağırlıklı Normalleştirilmiş Değerler Hesaplanır: Her bir alternatif için toplam ağırlıklı normalleştirilmiş değerler; fayda kriterleri için (38) eşitliğinden, maliyet kriterleri için (39) eşitliğinden elde edilir:

$$A_i^- = \sum_{j=1, j \in \Theta_{mak}}^n P_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (38)$$

$$A_i^+ = \sum_{j=1, j \in \Theta_{min}}^n P_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (39)$$

(38) ve (39) eşitliklerindeki eşitliklerde;

w_j, j . kriterin ağırlığını,

Θ_{mak} , fayda kriterlerini,

Θ_{min} , maliyet kriterlerini

A_i^- , i . alternatif için fayda kriterlerinin toplam ağırlıklı normalleştirilmiş değerini,

A_i^+ , i . alternatif için maliyet kriterlerinin toplam ağırlıklı normalleştirilmiş değerini,

belirtmektedir.

Adım7: Alternatifler Sıralanır: (40) eşitliğinden elde edilen A_i toplam ağırlıklı normalleştirilmiş değerler büyükten küçüğe doğru sıralanarak alternatiflerin sıralaması elde edilir.

$$A_i = (A_i^+)^{\beta} + (A_i^-)^{(1-\beta)}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (40)$$

(40) eşitliğindeki β değeri, alternatif sıralamayı etkileyen toplam fayda kriteri sayısının toplam kriter sayısına oranıdır.

2.8. Laguerre Polinomları

Laguerre Polinomları, genellikle fizik ve mühendislikte kullanılan ortogonal polinomlardır. n bir doğal sayı olmak üzere n . dereceden $L_n(x)$ ile gösterilen Laguerre Polinomlarının formülü (41) eşitliğinde gösterildiği gibi tanımlanır (Van Iseghem, 1993; Gülsu vd., 2011; Domizio ve Noce, 2024: 6; Gallo, 2025: 13; Martínez-Finkelshtein vd., 2025; Tang vd., 2025: 3; Zaidi, 2025: 3):

$$L_n(x) = \frac{e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x} x^n) \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (41)$$

Bu denklemde $n!$, n faktöriyelini, $\frac{d^n}{dx^n}$, n -inci türevi ifade eder. İlk beş Laguerre Polinomu (42), (43), (44), (45) ve (46) eşitliklerindeki gibi sıralanabilir:

$$L_0(x) = 1 \quad (42)$$

$$L_1(x) = 1 - x \quad (43)$$

$$L_2(x) = 1 - 2x + \frac{x^2}{2} \quad (44)$$

$$L_3(x) = 1 - 3x + \frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \quad (45)$$

$$L_4(x) = 1 - 4x + 3x^2 - \frac{2x^3}{3} + \frac{x^4}{24} \quad (46)$$

Laguerre Polinomları, diferansiyel denklemler ve optimizasyon problemlerinde kullanılan önemli polinom ailesindendir (Laudadio vd., 2025).

- Laguerre polinomları, bir ağırlık fonksiyonu e^{-x} ile $[0, \infty)$ aralığında ortogonaldır:

$$\int_0^\infty e^{-x} L_m(x) L_n(x) dx = 0 \quad (m \neq n) \quad (47)$$

- Laguerre polinomları, (48) eşitliğinde verilen

$$xy'' + (1 - x)y' + ny = 0 \quad (48)$$

Laguerre diferansiyel denklemini sağlar (Wang vd., 2024: 164; Gallo, 2025: 18; Laudadio vd., 2025; Mahmoudi vd., 2025: 3; Martínez-Finkelshtein vd., 2025; Tang vd., 2025: 3).

2.9. Laguerre Polinomları Yardımıyla ÇKKV Yöntemi Geliştirilmesi

Literatürde, ÇKKV problemlerini çözmek için çeşitli alternatif sıralama yöntemleri vardır. Alternatifleri sıralamak amacıyla kriterlerle ilişkili değerleri normalleştirmek için çeşitli normalleştirme teknikleri ve toplama işlemleri uygulanmaktadır. Literatürde bilinen SAW, WPM, TOPSIS, WISP, ARLON yöntemlerinin işlem adımları birbirine benzerlik gösterdiğinden önerilen LÇKKV yöntemi ile söz edilen yöntemlerinin sonuçları karşılaştırılmıştır. Uygulama sonucunda LÇKKV yönteminin söz edilen yöntemlerle oldukça benzer alternatif sıralama sonucu verdiği görülmüştür. LÇKKV yönteminin işlem adımlarının karşılaştırılan yöntemlerden özellikle TOPSIS, WISP ve ARLON yöntemlerinin işlem adımlarından daha kısa ve kolay olduğu görülmüştür. Bu nedenlerden dolayı Laguerre polinomları yardımıyla geliştirilen LÇKKV yönteminin ÇKKV problemlerinde alternatif sıralamada kullanılabileceği sonucuna varılmıştır.

ÇKKV yöntemlerine alternatif olarak önerilen LÇKKV yönteminin işlem adımları aşağıdaki şekilde gösterilmiştir:

Adım1: Karar Matrisi Oluşturulur: m alternatiflerin ve n ise kriterlerin sayısını göstermek üzere karar matrisi (49) eşitliğindeki gibi oluşturulur:

$$X = [x_{ij}]_{m \times n}, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (49)$$

Adım2: Kriter Ağırlıkları 100 ile Çarpılır: Kriter ağırlıklarının her bir değeri 100 ile çarpılarak (50) eşitliğinden k_j yüzdelik oranları bulunur.

$$\begin{aligned} k_j &= 100 * w_j \quad j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n k_j &= 100 \end{aligned} \quad (50)$$

Adım3: k_j Değerleri Laguerre Polinomunda Yerine Yazılır: k_j değerleri (41) eşitliğinde belirtilen n . dereceden $L_n(x)$ Laguerre Polinomunda yerine yazılarak $L_n(k_j)$ $j = 1, 2, \dots, n$ değerleri bulunur. Örneğin Laguerre Polinomu ikinci dereceden ise;

$$L_2(k_j) = 1 - 2k_j + \frac{k_j^2}{2} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (51)$$

şeklinde bulunur.

Adım4: $L_n(k_j)$ Değerleri Normalleştirilir: (41) eşitliğinden hesaplanan $L_n(k_j)$ değerleri (52) eşitliğinde gösterildiği gibi normalleştirilir:

$$p_j = \frac{L_n(k_j)}{\sum_{j=1}^n L_n(k_j)} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (52)$$

Adım5: Alternatifler Sıralanır: (52) eşitliğindeki her bir p_j ilgili alternatif puanı ile çarpılarak alternatiflerin (V_i) ile gösterilen toplam puanı (53) eşitliğinde gösterildiği gibi hesaplanarak, büyükten küçüğe doğru sıralanır. En yüksek puanı olan alternatif en iyi alternatifi belirtir.

$$V_i = \sum_{j=1}^n p_j x_{ij} \quad (53)$$

2.10. Yöntemlerin Seçim Gerekçeleri

Bu çalışmada önerilen Laguerre Polinomları tabanlı Çok Kriterli Karar Verme (LÇKKV) yönteminin geçerliliğini ve güvenilirliğini değerlendirebilmek amacıyla, karar verme literatüründe sıklıkla kullanılan altı farklı yöntem ile karşılaştırma yapılmıştır. Yöntemlerin seçiminde şu temel ölçütler dikkate alınmıştır:

Kriter ağırlıklandırma yöntemi olarak AHP (Analitik Hiyerarşi Prosesi) tercih edilmiştir. AHP yöntemi, karar vericilerin uzmanlıklarına dayalı olarak kriterler arası ikili karşılaştırmalar yaparak ağırlıkların tutarlılığını değerlendirebilmesi açısından oldukça yaygın ve güvenilir bir yöntemdir.

Seval SÜZÜLMÜŞ

Alternatiflerin sıralanmasında hem temel düzeyde hem de gelişmiş düzeyde yöntemlerin karşılaştırmaya dahil edilmesi hedeflenmiştir:

SAW (Simple Additive Weighting) ve WPM (Weighted Product Model) yöntemleri, literatürde hesaplama basamaklarının sadeliği ve kolay uygulanabilirliği ile bilinen, temel düzeyde çok kriterli karar verme yöntemlerindendir. Bu yöntemler sayesinde, geliştirilen LÇKKV yönteminin sade yapıya sahip modellerle sonuç uyumluluğu test edilmiştir.

TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) yöntemi ise, karar matrisindeki alternatiflerin ideal ve negatif ideal çözümlere olan uzaklıklarına göre sıralanmasını sağlayan ve literatürde yaygın olarak uygulanan gelişmiş bir yöntemdir. LÇKKV yöntemi ile TOPSIS yöntemi arasında yapılan karşılaştırma, önerilen modelin ileri düzey tekniklere karşı tutarlılığını göstermek açısından önem arz etmektedir.

WISP (Weighted Improvement Score Procedure) ve ARLON (Advanced Ratio Logarithmic Normalization) yöntemleri ise son yıllarda geliştirilen yeni nesil çok kriterli karar verme yöntemleri olup, normalizasyon ve hesaplama yaklaşımlarında özgünlük barındırmaktadır. Bu yöntemlerin seçimiyle, önerilen LÇKKV yönteminin güncel literatürdeki yeni yöntemlerle karşılaştırılması sağlanmıştır.

WISP yöntemi, geleneksel ağırlıklı toplam (SAW) ve ağırlıklı çarpım (WPM) yöntemlerinin güçlü yönlerini birleştirerek hem toplamsal, hem de çarpımsal fayda skorları ile karar vericilere daha kapsamlı bir değerlendirme imkânı sunmaktadır.

WISP yönteminin seçilme nedenleri şu şekilde özetlenebilir: Yenilikçi yapısı sayesinde, klasik yöntemlerde karşılaşılan sınırlılıkları aşmakta ve özellikle farklı kriter türlerinin (fayda/maliyet) birlikte ele alınmasında güçlü bir performans sergilemektedir. Yöntemin işlem basamakları, Laguerre Polinomları yardımıyla geliştirilen yöntemle benzer yapıda olup, karar matrisi normalizasyonu ve ağırlıklandırma adımlarında benzerlik göstermektedir. Bu nedenle karşılaştırmalı analizlerde uygun bir eşleştirme zemini sunmaktadır. WISP yöntemi, hem mutlak hem göreceli performans ölçümlerini bir arada değerlendirerek daha hassas sıralamalar yapabilmekte; bu yönüyle önerilen LÇKKV yöntemi ile birlikte değerlendirilmesi anlamlı hale gelmektedir. Ayrıca, literatürde farklı sektörlerde başarıyla uygulanmış olması, yöntemin pratik geçerliliğini ve güvenilirliğini artırmakta; böylece önerilen yöntemle kıyaslandığında benzerlik ve farklılıkların daha iyi analiz edilmesine katkı sağlamaktadır.

Çalışmada kullanılan yöntemler arasında yer alan ARLON yöntemi, çok kriterli karar verme (ÇKKV) literatüründe son yıllarda önerilen yenilikçi yöntemlerden biridir. ARLON yöntemi, iki aşamalı logaritmik normalizasyon süreci sayesinde klasik normalizasyon tekniklerinden farklı olarak, özellikle veri setinde bulunan uç değerlerin etkisini azaltma kapasitesiyle öne çıkmaktadır. Bu özelliği sayesinde karar vericiye daha dengeli ve kararlı bir sıralama yapma imkânı tanımaktadır. ARLON yöntemi aynı zamanda hem fayda hem maliyet kriterlerini aynı yapı içinde değerlendirebilme özelliğine sahip olması ve karar matrisinde yer alan kriterler arası dağılım farklılıklarını hassas biçimde işleyebilmesiyle dikkat çekmektedir. Çalışmada önerilen Laguerre Polinomlarına dayanan LÇKKV yöntemi ile yapısal benzerlik göstermesi nedeniyle ARLON yöntemi, karşılaştırma için uygun bir yöntem olarak değerlendirilmiştir. ARLON yöntemi ile yapılan sıralama sonuçlarının, LÇKKV yöntemiyle büyük oranda örtüşmesi; önerilen yöntemin doğruluğunu ve güvenilirliğini ortaya koymaktadır. Bu nedenle ARLON yöntemi çalışmaya dahil edilerek, Laguerre Polinomlarıyla geliştirilen yöntemin modern ÇKKV teknikleriyle karşılaştırmalı geçerlik testine tabi tutulması sağlanmıştır.

Söz konusu yöntemlerin seçilme nedeni hem literatürdeki temsiliyetlerinin güçlü olması hem de hesaplama mantıklarının Laguerre Polinomu temelli önerilen yöntem ile yapısal benzerlik göstermesidir. Böylece yapılan karşılaştırmalar hem hesaplama açısından anlamlı, hem de bilimsel olarak karşılaştırılabilir bir temele dayandırılmıştır. Tüm yöntemlerle elde edilen alternatif sıralamaları birbirleriyle uyumlu çıkmış, LÇKKV yönteminin geçerliliğini desteklemiştir.

3. ARAŞTIRMA BULGULARI

Laguerre Polinomlarının ÇKKV yöntemi olarak alternatiflerin sıralamasında uygulanabileceğini göstermek amacıyla ele alınan örneğin verileri simülasyon yöntemiyle elde edilmiştir. Bir şirkete işe alınmak için başvuran beş kişinin “İletişim (K_1)”, “İş Deneyimi (K_2)”, “Sınav (K_3)” ve “Dış Görünüş (K_4)” olmak üzere dört kriterle göre uygulaması yapılmıştır. Kriter ağırlıkları AHP ile belirlendikten sonra, alternatif sıralaması SAW yöntemi, WPM yöntemi, TOPSIS yöntemi, WISP yöntemi, ARLON yöntemi ve Laguerre Polinomlarına dayalı olarak geliştirilen LÇKKV yöntemi ile yapılmıştır. Araştırmanın uygulamasında kullanılan karar matrisi Tablo 1’de gösterilmiştir.

Tablo 1: Uygulamada Kullanılan Karar Matrisi

	Kriterler (w_j)			
Alternatifler	İletişim (K_1)	İş Deneyimi (K_2)	Sınav (K_3)	Dış Görünüş (K_4)
Alp	5	9	5	8
Mehmet	8	7	6	6
Gülşen	6	5	6	7
Nihal	7	8	5	7
Yasemin	3	2	1	4

3.1. AHP Yöntemi Hesaplamaları

AHP yönteminde kriterlerin karşılaştırmalı üstünlük matrisi Tablo 2’de, normleştirilmiş karar matrisi ise Tablo 3’te verilmiştir.

Tablo 2: Karşılaştırmalı Üstünlük Matrisi

Kriterler	K_1	K_2	K_3	K_4
K_1	1,00	2,00	0,33	3,00
K_2	0,50	1,00	0,33	3,00
K_3	3,00	3,00	1,00	3,00
K_4	0,33	0,33	0,33	1,00
Toplam	4,83	6,33	2,00	10,00

Tablo 3: Normleştirilmiş Karar Matrisi

Kriterler	K_1	K_2	K_3	K_4	w_j
K_1	0,21	0,32	0,17	0,30	0,247
K_2	0,10	0,16	0,17	0,30	0,182
K_3	0,62	0,47	0,50	0,30	0,474
K_4	0,07	0,05	0,17	0,10	0,097

Tablo 3’ten 0,474 ağırlıkla “Sınav (K_3)” en önemli kriter olurken, ikinci sırada 0,247 ağırlıkla “İletişim (K_1)”; üçüncü sırada 0,182 ağırlıkla “İş Deneyimi (K_2)” ve son sırada 0,097 ağırlıkla “Dış Görünüş (K_4)” kriterinin yer aldığı görülmüştür. (5) eşitliğinden hesaplanan CR tutarlılık oranının değeri $0,081 < 0,10$ olması kriter ağırlıklarının tutarlı olduğunu gösterir.

3.2. SAW Yöntemi Hesaplamaları

SAW yönteminde Tablo 1 ve (7) eşitliği kullanılarak karar matrisinin normalize edilmesi sonucu Tablo 4'te gösterildiği gibidir.

Tablo 4: SAW Yönteminde Normalize Edilmiş Karar Matrisi

Kriter Ağırlığı(w_j)	0,247	0,182	0,474	0,097
Alternatif/Kriterler	K_1	K_2	K_3	K_4
Alp	0,625	1	0,833	1
Mehmet	1	0,778	1	0,750
Gülsen	0,750	0,556	1	0,875
Nihal	0,875	0,889	0,833	0,875
Yasemin	0,375	0,222	0,167	0,5

Normalize karar matrisinin değerlerinin karşılık gelen kriter ağırlıkları ile çarpılıp elde edilen değerlerin toplam puanlarının büyükten küçüğe doğru sıralanmasıyla elde edilen alternatiflerin sıralaması (9) eşitliğinden hesaplanarak Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5: SAW Yönteminde Ağırlıklandırılmış Karar Matrisi ve Alternatiflerin Sıralaması

	K_1	K_2	K_3	K_4	Toplam Puan	Alternatiflerin Sıralaması
Alp	0,155	0,182	0,395	0,097	0,828	4
Mehmet	0,247	0,142	0,474	0,073	0,935	1
Gülsen	0,186	0,101	0,474	0,085	0,845	3
Nihal	0,216	0,162	0,395	0,085	0,858	2
Yasemin	0,093	0,040	0,079	0,049	0,261	5

Tablo 5'ten görüldüğü gibi SAW yöntemine göre alternatiflerin sıralaması birinci sırada Mehmet, ikinci sırada Nihal, üçüncü sırada Gülsen, dördüncü sırada Alp ve beşinci sırada Yasemin olmuştur.

3.3. WPM Yöntemi Hesaplamaları

WPM yönteminde Tablo 1 ve (11) eşitliği kullanılarak karar matrisinin normalize edilmesi sonucu Tablo 6'da gösterildiği gibidir.

Tablo 6: WPM Yönteminde Normalize Edilmiş Karar Matrisi

Kriter Ağırlığı(w_j)	0,247	0,182	0,474	0,097
Alternatif/Kriterler	K_1	K_2	K_3	K_4
Alp	0,625	1	0,833	1
Mehmet	1	0,778	1	0,750
Gülsen	0,750	0,556	1	0,875
Nihal	0,875	0,889	0,833	0,875
Yasemin	0,375	0,222	0,167	0,5

Normalize karar matrisinin değerlerine (13) eşitliğinin uygulanması sonucu elde edilen ağırlıklandırılmış karar matrisi ve alternatiflerin tercih sıralaması Tablo 7'de gösterildiği gibidir.

Tablo 7: WPM Yönteminde Ağırlıklandırılmış Karar Matrisi ve Alternatiflerin Sıralaması

	K_1	K_2	K_3	K_4	Çarpım	Alternatiflerin Sıralaması
Alp	0,890	1	0,917	1	0,817	4
Mehmet	1	0,955	1	0,972	0,929	1
Gülşen	0,931	0,899	1	0,987	0,826	3
Nihal	0,968	0,979	0,917	0,987	0,857	2
Yasemin	0,785	0,761	0,428	0,935	0,239	5

Tablo 7’den görüldüğü gibi WPM yöntemine göre alternatiflerin sıralaması; Mehmet, Nihal, Gülşen, Alp ve Yasemin olarak SAW yöntemindeki tercih sıralaması ile aynı sonucu vermiştir.

3.4. TOPSIS Yöntemi Hesaplamaları

TOPSIS yönteminde Tablo 1 ve (15), (16), (17), (18) eşitlikleri kullanılarak elde edilen standart ve ağırlıklı standart karar matrisi Tablo 8’de gösterilmiştir.

Tablo 8: TOPSIS Yönteminde Standart ve Ağırlıklı Standart Karar Matrisi

Standart Karar Matrisi					Ağırlıklı Standart Karar Matrisi				
Kriter Ağırlığı(w_j)	0,247	0,182	0,474	0,097	Kriter Ağırlığı(w_j)	0,247	0,182	0,474	0,097
Alternatif/Kriterler	K_1	K_2	K_3	K_4	Alternatif/Kriterler	K_1	K_2	K_3	K_4
Alp	0,371	0,603	0,451	0,547	Alp	0,092	0,110	0,214	0,053
Mehmet	0,594	0,469	0,541	0,410	Mehmet	0,147	0,085	0,256	0,040
Gülşen	0,446	0,335	0,541	0,479	Gülşen	0,110	0,061	0,256	0,046
Nihal	0,520	0,536	0,451	0,479	Nihal	0,129	0,098	0,214	0,046
Yasemin	0,201	0,134	0,090	0,273	Yasemin	0,050	0,024	0,043	0,027
Maksimum Değer						0,147	0,110	0,256	0,053
Minimum Değer						0,050	0,024	0,043	0,027

(19), (20) ve (21) eşitliklerinden hesaplanan pozitif ideal uzaklık (S_i^+), negatif ideal uzaklık (S_i^-) değerleri ve her bir alternatif için yakınlık katsayı değerleri (C_i^+) büyükten küçüğe doğru sıralanarak elde edilen alternatif sıralamaları Tablo 9’da verilmiştir.

Tablo 9: TOPSIS Yönteminde Alternatiflerin Sıralaması

Alternatifler	S_i^+	S_i^-	C_i^+	Alternatiflerin Sıralaması
Alp	0,070	0,197	0,739	4
Mehmet	0,028	0,243	0,897	1
Gülşen	0,061	0,226	0,786	3
Nihal	0,049	0,203	0,807	2
Yasemin	0,251	0,000	0,000	5

Tablo 9’dan görüldüğü gibi TOPSIS yöntemine göre alternatiflerin sıralaması; Mehmet, Nihal, Gülşen, Alp ve Yasemin olarak SAW ve WPM yöntemlerindeki tercih sıralaması ile aynı sonucu vermiştir.

3.5. WISP Yöntemi Hesaplamaları

WISP yönteminde Tablo 1 ve (23) eşitliği kullanılarak elde edilen normalleştirilmiş karar matrisi ve normalleştirilmiş karar matrisindeki değerlerin karşılık gelen kriter ağırlıklarıyla çarpılmasından elde edilen ağırlıklı standart karar matrisi Tablo 10'da gösterildiği gibidir.

Tablo 10: TOPSIS Yönteminde Normalleştirilmiş ve Ağırlıklı Standart Karar Matrisi

Normalleştirilmiş Karar Matrisi					Ağırlıklı Standart Karar Matrisi				
Kriter Ağırlığı(w_j)	0,247	0,182	0,474	0,097	Kriter Ağırlığı(w_j)	0,247	0,182	0,474	0,097
Alternatif/Kriterler	K_1	K_2	K_3	K_4	Alternatif/Kriterler	K_1	K_2	K_3	K_4
Alp	0,625	1,000	0,833	1,000	Alp	0,155	0,182	0,395	0,097
Mehmet	1,000	0,778	1,000	0,750	Mehmet	0,247	0,142	0,474	0,073
Gülsen	0,750	0,556	1,000	0,875	Gülsen	0,186	0,101	0,474	0,085
Nihal	0,875	0,889	0,833	0,875	Nihal	0,216	0,162	0,395	0,085
Yasemin	0,375	0,222	0,167	0,500	Yasemin	0,093	0,040	0,079	0,049

i . alternatife ait, (24), (25), (26) ve (27) eşitliklerinden elde edilen sırasıyla toplamsal fark puanı (f_i^{tfp}), çarpımsal fark puanı (f_i^{cfp}), toplam oranı (f_i^{to}) ve çarpım oranı (f_i^{co}) olarak hesaplanan fayda skorları ve (28), (29), (30) ve (31) eşitlikleri kullanılarak fayda skorlarının standartlaştırılması (f_i^{tfp*} , f_i^{cfp*} , f_i^{to*} , f_i^{co*}) sonucu elde edilen değerler Tablo 11'de verilmiştir.

Tablo 11: WISP Yöntemi Hesaplamaları

Alternatif/Kriterler	Faktör Skorları				Satandardlaştırılmış Faktör Skorları			
	f_i^{tfp}	f_i^{cfp}	f_i^{to}	f_i^{co}	f_i^{tfp*}	f_i^{cfp*}	f_i^{to*}	f_i^{co*}
Alp	0,8283	0,0011	0,8283	0,0011	0,9447	0,9999	0,9447	0,9999
Mehmet	0,9353	0,0012	0,9353	0,0012	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Gülsen	0,8451	0,0008	0,8451	0,0008	0,9534	0,9995	0,9534	0,9995
Nihal	0,8578	0,0012	0,8578	0,0012	0,9600	1,0000	0,9600	1,0000
Yasemin	0,2607	0,0000	0,2607	0,0000	0,6514	0,9988	0,6514	0,9988
Maksimum Değer	0,9353	0,0012	0,9353	0,0012				

(32) eşitliğinin uygulanması sonucu elde edilen her bir alternatife ait nihai puan değerleri (f_i) büyüklüklerine göre sıralanarak elde Tablo 12'de gösterildiği verilmiştir.

Tablo 12: WISP Yönteminde Alternatiflerin Sıralaması

Alternatifler	f_i	Alternatiflerin Sıralaması
Alp	0,972	4
Mehmet	1,000	1
Gülsen	0,976	3
Nihal	0,980	2
Yasemin	0,825	5

Tablo 12’den görüldüğü gibi WISP yöntemine göre alternatiflerin sıralaması; Mehmet, Nihal, Gülsen, Alp ve Yasemin olarak SAW, WPM ve TOPSIS yöntemlerindeki tercih sıralaması ile aynı sonucu vermiştir.

3.6. ARLON Yöntemi Hesaplamaları

ARLON yönteminde Tablo 1 ve (34) eşitliği kullanılarak elde edilen birinci logaritmik normalizasyonu matrisi ve (35) eşitliğinden ikinci logaritmik normalizasyon matrisi Tablo 13’te verilmiştir:

Tablo 13: ARLON Yönteminde Birinci Logaritmik ve İkinci Logaritmik Normalizasyonu Matrisi

Birinci Logaritmik Normalizasyonu Matrisi					İkinci Logaritmik Normalizasyonu Matrisi				
Alternatif/Kriterler	K_1	K_2	K_3	K_4	Alternatif/Kriterler	K_1	K_2	K_3	K_4
Alp	0,189	0,258	0,237	0,227	Alp	0,189	0,258	0,237	0,227
Mehmet	0,244	0,228	0,263	0,196	Mehmet	0,244	0,228	0,263	0,196
Gülsen	0,210	0,189	0,263	0,213	Gülsen	0,210	0,189	0,263	0,213
Nihal	0,228	0,244	0,237	0,213	Nihal	0,228	0,244	0,237	0,213
Yasemin	0,129	0,081	0,000	0,152	Yasemin	0,129	0,081	0,000	0,152

$\rho = 0,5$ alınarak (36) eşitliğinden birleştirilmiş normalleştirilmiş matris ve (37) eşitliği kullanılarak ağırlıklı normalleştirilmiş karar matrisi Tablo 14’te verilmiştir.

Tablo 14: ARLON Yönteminde Birleştirilmiş Normalleştirilmiş ve Ağırlıklı Normalleştirilmiş Karar Matrisi

Birleştirilmiş Normalleştirilmiş Matris					Ağırlıklı Normalleştirilmiş Karar Matris				
Kriter Ağırlığı(w_j)	K_1	K_2	K_3	K_4	Kriter Ağırlığı(w_j)	K_1	K_2	K_3	K_4
Alp	0,247	0,182	0,474	0,097	Alp	0,047	0,047	0,112	0,022
Mehmet	0,244	0,228	0,263	0,196	Mehmet	0,060	0,042	0,125	0,019
Gülsen	0,210	0,189	0,263	0,213	Gülsen	0,052	0,034	0,125	0,021
Nihal	0,228	0,244	0,237	0,213	Nihal	0,056	0,044	0,112	0,021
Yasemin	0,129	0,081	0,000	0,152	Yasemin	0,032	0,015	0,000	0,015

(40) eşitliğinin uygulanması sonucu elde edilen her bir alternatife ait A_i toplam ağırlıklı normalleştirilmiş değerleri büyükten küçüğe doğru sıralanarak Tablo 15’te verilmiştir.

Tablo 15: ARLON Yönteminde Alternatiflerin Sıralaması

Alternatifler	A_i	Alternatiflerin Sıralaması
Alp	0,228	4
Mehmet	0,246	1
Gülsen	0,232	3
Nihal	0,234	2
Yasemin	0,061	5

Tablo 15’ten görüldüğü gibi ARLON yöntemine göre alternatiflerin sıralaması; Mehmet, Nihal, Gülsen, Alp ve Yasemin olarak SAW, WPM, TOPSIS ve WISP yöntemlerindeki tercih sıralaması ile aynı sonucu vermiştir.

3.7. İkinci Dereceden Laguerre Polinomu Hesaplamaları

İkinci dereceden Laguerre Polinomu için hesaplamalar (50), (51) ve (52) eşitliklerinden bulunarak Tablo 16’da gösterilmiştir.

Tablo 16: İkinci Dereceden Laguerre Polinomu İçin Hesaplamalar

Kriter No	w_j	$k_j = 100 * w_j$	$L_2(k_j)$	p_j
K_1	0,247	24,7	257,4	0,178
K_2	0,182	18,2	130,2	0,090
K_3	0,474	47,4	1027,7	0,712
K_4	0,097	9,7	28,7	0,020
Toplam	1	100		1

İkinci dereceden Laguerre Polinomu için alternatiflerin sıralaması (53) eşitliğinden elde edilerek Tablo 17’de sunulmuştur.

Tablo 17: İkinci Dereceden Laguerre Polinomu İçin Alternatiflerin Sıralaması

Kriter Ağırlığı (p_j)	0,178	0,090	0,712	0,020	Alternatiflerin Toplam Puanı	Alternatiflerin Sıralaması
Alternatif/Kriterler	K_1	K_2	K_3	K_4	(V_i)	
Alp	5	9	5	8	5,420	4
Mehmet	8	7	6	6	6,447	1
Gülşen	6	5	6	7	5,930	2
Nihal	7	8	5	7	5,667	3
Yasemin	3	2	1	4	1,506	5

Tablo 17’den Laguerre Polinomu hesaplamaları sonucuna göre alternatiflerin sıralamasında ilk sırada Mehmet, ikinci sırada Gülşen, üçüncü sırada Nihal, dördüncü sırada Alp ve son sırada Yasemin yer almıştır.

3.8. Üçüncü Dereceden Laguerre Polinomu Hesaplamaları

Üçüncü dereceden Laguerre Polinomu için hesaplamalar (50), (45) ve (52) eşitliklerinden bulunarak Tablo 18’de gösterilmiştir.

Tablo 18: Üçüncü Dereceden Laguerre Polinomu İçin Hesaplamalar

Kriter No	w_j	$k_j = 100 * w_j$	$L_3(k_j)$	p_j
K_1	0,247	24,7	-1677,426	0,100
K_2	0,182	18,2	-561,529	0,034
K_3	0,474	47,4	-14480,490	0,864
K_4	0,097	9,7	-39,215	0,002
Toplam	1	100		1

Üçüncü dereceden Laguerre Polinomu için alternatiflerin sıralaması (26) eşitliğinden elde edilerek Tablo 19’da verilmiştir.

Tablo 19: Üçüncü Dereceden Laguerre Polinomu İçin Alternatiflerin Sıralaması

Kriter Ağırlığı (p_j)	0,100	0,034	0,864	0,002	Alternatiflerin Toplam Puanı	Alternatiflerin Sıralaması
Alternatif/Kriterler	K_1	K_2	K_3	K_4	(V_i)	
Alp	5	9	5	8	5,141	4
Mehmet	8	7	6	6	6,234	1
Gülşen	6	5	6	7	5,969	2
Nihal	7	8	5	7	5,305	3
Yasemin	3	2	1	4	1,241	5

Tablo 19’dan üçüncü dereceden Laguerre Polinomu hesaplamaları sonucuna göre alternatiflerin sıralaması Mehmet, Gülşen, Nihal, Alp ve Yasemin şeklinde olarak ikinci dereceden Laguerre Polinomu ile aynı sıralamayı vermiştir.

3.9. Dördüncü Dereceden Laguerre Polinomu Hesaplamaları

Dördüncü dereceden Laguerre Polinomu için hesaplamalar (50), (46) ve (52) eşitliklerinden bulunarak Tablo 20’de gösterilmiştir.

Tablo 20: Dördüncü Dereceden Laguerre Polinomu İçin Hesaplamalar

Kriter No	w_j	$k_j = 100 * w_j$	$L_4(k_j)$	p_j
K_1	0,247	24,7	7243,732	0,047
K_2	0,182	18,2	1474,647	0,010
K_3	0,474	47,4	145334,982	0,943
K_4	0,097	9,7	5,013	0,000
Toplam	1	100		1

Dördüncü dereceden Laguerre Polinomu için alternatiflerin sıralaması (53) eşitliğinden elde edilerek Tablo 21’de verilmiştir.

Tablo 21: Dördüncü Dereceden Laguerre Polinomu İçin Alternatiflerin Sıralaması

Kriter Ağırlığı (p_j)	0,047	0,010	0,943	0,000	Alternatiflerin Toplam Puanı	Alternatiflerin Sıralaması
Alternatif/Kriterler	K_1	K_2	K_3	K_4	(V_i)	
Alp	5	9	5	8	5,038	4
Mehmet	8	7	6	6	6,104	1
Gülşen	6	5	6	7	5,990	2
Nihal	7	8	5	7	5,123	3
Yasemin	3	2	1	4	1,104	5

Tablo 21’den dördüncü dereceden Laguerre Polinomu hesaplamaları sonucuna göre alternatiflerin sıralaması Mehmet, Gülsen, Nihal, Alp ve Yasemin şeklinde olarak ikinci ve üçüncü dereceden Laguerre Polinomu ile aynı sıralamayı vermiştir.

3.10. SAW, WPM, TOPSIS, WISP, ARLON Yöntemleri ile Önerilen LÇKKV Yönteminin Sonuçlarının Karşılaştırılması

Araştırmada yapılan SAW yöntemi; WPM yöntemi, TOPSIS yöntemi, WISP yöntemi, ARLON yöntemi, ikinci, üçüncü ve dördüncü dereceden Laguerre polinomlarının ÇKKV yöntemlerine uygulanmasıyla elde edilen alternatiflerin tercih sıralaması Tablo 22’de gösterilmiştir.

Tablo 22: SAW, WPM, TOPSIS, WISP, ARLON ve LÇKKV Yönteminin Sıralama Sonuçları

Alternatif	SAW	WPM	TOPSIS	WISP	ARLON	İkinci Derece Laguerre	Üçüncü Derece Laguerre	Dördüncü Derece Laguerre
Alp	4	4	4	4	4	4	4	4
Mehmet	1	1	1	1	1	1	1	1
Gülsen	3	3	3	3	3	2	2	2
Nihal	2	2	2	2	2	3	3	3
Yasemin	5	5	5	5	5	5	5	5

Tablo 22’den görüldüğü gibi SAW, WPM, TOPSIS, WISP ve ARLON yöntemlerinde alternatiflerin tercih sıralamaları birinci sırada Mehmet, ikinci sırada Nihal, üçüncü sırada Gülsen, dördüncü sırada Alp ve son sırada Yasemin olduğu belirlenmiştir.

LÇKKV Yönteminde; ikinci, üçüncü ve dördüncü dereceden Laguerre Polinomu hesaplamaları sonucuna göre alternatiflerin tercih sıralamasında ilk sırada Mehmet, ikinci sırada Gülsen, üçüncü sırada Nihal, dördüncü sırada Alp ve son sırada Yasemin şeklinde olarak geliştirilen yöntemde ikinci, üçüncü ve dördüncü dereceden Laguerre Polinomlarının aynı sonucu verdiği görülmüştür.

LÇKKV Yöntemi ile SAW, WPM, TOPSIS, WISP, ARLON yöntemlerinde ilk sıra ve son iki sıra aynı olurken LÇKKV Yönteminde ikinci sıradaki alternatifin SAW, WPM, TOPSIS, WISP ve ARLON yöntemlerinde üçüncü sırada, üçüncü sıradaki alternatifin ise SAW, WPM, TOPSIS, WISP ve ARLON yöntemlerinde ikinci sırada olduğu belirlenmiştir.

4. SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

Bu çalışmada, Çok Kriterli Karar Verme problemlerinin çözümlerinde kullanılmak üzere Laguerre Polinomları yardımıyla yeni bir alternatif sıralama yöntemi (LÇKKV) geliştirilmiştir. Çalışmanın amacı, Laguerre Polinomlarının geniş tanım aralığı, kolay türevlenebilir ve integrallenebilir yapısının, ÇKKV süreçlerinde kriter ağırlıklarının işlenmesinde etkin bir araç olarak kullanılabileceğini göstermektir.

Çalışma kapsamında, Çok Kriterli Karar Verme (ÇKKV) problemlerine yönelik olarak Laguerre Polinomlarına dayanan yeni bir alternatif sıralama yöntemi (LÇKKV) geliştirilmiştir. Geliştirilen yöntemin uygulanabilirliğini göstermek amacıyla dört kriter (iletişim, iş deneyimi,

sınav, dış görünüş) dikkate alınarak, bir şirkette işe alım sürecine başvuran beş adayın değerlendirildiği örnek bir karar problemi oluşturulmuş ve karar verileri simülasyon yöntemiyle elde edilmiştir.

Kriter ağırlıkları Analitik Hiyerarşi Süreci (AHP) yöntemi kullanılarak belirlenmiş, ardından adayların sıralamaları hem geleneksel (SAW, WPM), hem gelişmiş (TOPSIS), hem de yeni (WISP, ARLON) ÇKKV yöntemleriyle gerçekleştirilmiş ve elde edilen sonuçlar, Laguerre Polinomlarına dayanan LÇKKV yöntemi ile karşılaştırılmıştır. LÇKKV yöntemi, ikinci, üçüncü ve dördüncü dereceden Laguerre Polinomlarıyla uygulanmış ve her üç derecede aynı sıralama sonucuna ulaşılmıştır.

Çalışmadan elde edilen başlıca sonuçlar şu şekilde özetlenebilir:

SAW, WPM, TOPSIS, WISP ve ARLON yöntemleri ile önerilen LÇKKV yöntemi sonuçları büyük ölçüde benzerlik göstermiştir. Özellikle ilk sıradaki ve son sıradaki alternatiflerin tüm yöntemlerde aynı olduğu görülmüştür.

LÇKKV yöntemi ile yapılan hesaplamalarda ikinci, üçüncü ve dördüncü dereceden Laguerre Polinomları kullanılarak elde edilen alternatif sıralamalar tamamen aynı çıkmıştır, bu da yöntemin tutarlılığını ve güvenilirliğini göstermektedir.

LÇKKV yöntemi; SAW, WPM, TOPSIS, WISP ve ARLON yöntemleri ile kıyaslandığında, yalnızca ikinci ve üçüncü sıradaki alternatiflerin yer değiştirdiği gözlemlenmiş, bu durum Laguerre Polinomlarının kriter ağırlıklarına karşı farklı hassasiyetler geliştirebildiğini ortaya koymuştur.

Geliştirilen LÇKKV yönteminin, SAW, WPM gibi temel yöntemler kadar basit ve hızlı hesaplanabilir olması, ayrıca TOPSIS, WISP ve ARLON gibi gelişmiş yöntemlerle de benzer doğruluk seviyesinde sonuçlar verebilmesi, yöntemin pratik uygulamalarda etkin bir alternatif olabileceğini göstermiştir.

Özellikle WISP ve ARLON gibi yeni yöntemlerle yapılan karşılaştırmalar, LÇKKV'nin hem klasik hem de yeni yöntemlerle yapısal uyumluluk gösterdiğini, hem de bazı yönlerden üstünlük sağlayabildiğini göstermektedir.

Özellikle ARLON gibi uç değer etkilerine karşı hassasiyet sunan modern yöntemlerle yapılan karşılaştırmalar, LÇKKV yönteminin veri dağılımı farklılıklarına karşı da kararlı sonuçlar verebildiğini göstermiştir.

Elde edilen bulgular, önerilen LÇKKV yönteminin ÇKKV problemlerinde alternatif sıralama yaparken güvenilir, uygulanabilir ve yenilikçi bir yaklaşım sunduğunu göstermektedir. Yöntemin özellikle işlem basamaklarının kısa olması, hesaplama kolaylığı sağlaması ve polinom derecelerinden bağımsız olarak aynı sonuçları verebilmesi, uygulayıcılar açısından önemli avantajlar sunmaktadır.

Bu bulgular ışığında Laguerre Polinomları yardımıyla geliştirilen LÇKKV yöntemi:

- Alternatif sıralama problemlerinde klasik ÇKKV yöntemlerine güçlü bir alternatif sunmaktadır.
- İşlem basamaklarının sadeliği ve hesaplama hızının yüksek olması sayesinde karar vericilere pratik çözümler sunmaktadır.
- Farklı polinom derecelerinde aynı sonuçları üretmesi, yöntemin stabilite ve tekrar üretilbilirlik açısından güvenilir olduğunu göstermektedir.

Araştırma sonucunda elde edilen bulgular ışığında, Laguerre Polinomları yardımıyla geliştirilen alternatif sıralama yönteminin ÇKKV problemlerinde etkili bir yöntem olarak kullanılabileceği sonucuna varılmıştır. Bu doğrultuda, ilerleyen çalışmalar için şu öneriler sunulabilir:

- **Farklı ÇKKV Yöntemleriyle Karşılaştırma:** Laguerre Polinomu ile elde edilen sonuçlar, farklı ÇKKV yöntemleri ile karşılaştırılabilir. Bu sayede farklı yöntemlerin avantaj ve dezavantajları daha net ortaya konabilir.

- **Farklı Polinom Dereceleriyle Uygulanabilirliğini Test Etme:** Laguerre Polinomlarının daha yüksek dereceleri ($L_5(x), L_6(x)$ vb.) kullanılarak farklı simülasyonlar üzerinde uygulanabilirliği test edilebilir.

- **Gerçek Veri Kümeleri ile Uygulama:** Simüle edilmiş veriler yerine, gerçek işletme verileri üzerinde Laguerre Polinomları ile alternatiflerin sıralamaları yapılarak yöntemin performansı daha geniş çaplı olarak değerlendirilbilir.

- **Farklı Polinom Aileleri ile Karşılaştırılabilir:** Farklı polinom aileleri (örneğin Hermite, Legendre gibi) ile LÇKKV yönteminin karşılaştırılması, yöntemin genel performansı hakkında daha kapsamlı bilgiler sağlanabilir.

- **Yöntemin Uç Değer Etkisi Derinlemesine Araştırılabilir:** Özellikle uç değer etkisinin yoğun olduğu veri kümelerinde, ARLON gibi hassas yöntemlerle daha ayrıntılı karşılaştırmalar yapılarak Laguerre Polinomlarının uç değer duyarlılığı daha derinlemesine incelenebilir.

Sonuç olarak, bu çalışma Laguerre polinomları yardımıyla geliştirilen LÇKKV yönteminin gerek teorik temeli gerekse karşılaştırmalı uygulama sonuçlarıyla, ÇKKV alanına özgün ve güçlü bir katkı sunmaktadır. Elde edilen bulgular, yöntemin klasik ve yeni ÇKKV yöntemlerine gerçek bir alternatif oluşturabileceğini hem araştırmacılar hem de karar vericiler için etkili ve pratik bir araç olarak kullanılabileceğini açıkça göstermektedir. Ayrıca LÇKKV yönteminin hem teorik temeli hem de pratik sonuçları bakımından literatüre özgün bir katkı sağlayabileceğini, gelecekte yapılacak çalışmalarda daha geniş kapsamda uygulanabileceğini ortaya koymakta ve ÇKKV problemlerinde alternatif sıralama amacıyla kullanılabilecek güvenilir bir yöntem olarak öne çıktığı sonucuna varılmıştır.

KAYNAKÇA

- Adriyendi, M. (2019). Multi-attribute decision making using simple additive weighting and weighted product in food choice. *International Journal of Information Engineering and Electronic Business*, 6, 8-14. <https://doi.org/10.5815/ijieeb.2015.06.02>
- Afshari, A., Mojahed, M., & Yusuff, R. M. (2010). Simple additive weighting approach to personnel selection problem. *International Journal of Innovation, Management and Technology*, 1(5), 511.
- Aktaş, R., Doğanay, M. M., Gökmen, Y., Gazibey, Y., & Türen, U. (2015). *Sayısal karar verme yöntemleri*. Beta Basım A.Ş., İstanbul.
- Al Saleh, M., Hamdi, T., & Jmali, M. (2025). Fabric pattern recognition using image processing and AHP method. *AUTEX Research Journal*, 25(1), 20250028. <https://doi.org/10.1515/aut-2025-0028>

- Altıntaş, F. F. (2023). Barış Performanslarının LOPCOW Tabanlı WISP Yöntemi ile Analizi: G7 Ülkeleri Örneği. *Fenerbahçe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 3(2), 215-241. <https://doi.org/10.58620/fbujoss.1313949>
- Atan, M., & Altan, Ş. (2020). *Örnek uygulamalarla çok kriterli karar verme yöntemleri*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Azar, Fred S. (2000), Multiattribute decision-making: Use of three scoring methods to compare the performance of imaging techniques for breast cancer detection, *Department of Computer & Information Science Technical Reports*, 1(10), 1-24.
- Bian, H. L., Lv, B. W., Liu, S. Y., Chu, Y., & Zhang, J. (2025). Research on a method for the evaluation of the pollution status of light petroleum hydrocarbon-contaminated sites via AHP-PSO. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 1-12. <https://doi.org/10.1007/s00477-025-02920-6>
- Chabuk, A. J., Al-Ansari, N., Hussain, H. M., Knutsson, S., & Pusch, R. (2017). GIS-based assessment of combined AHP and SAW methods for selecting suitable sites for landfill in Al-Musayiab Qadhaa, Babylon, Iraq. *Environmental Earth Sciences*, 76, 1-12. <https://doi.org/10.1007/s12665-017-6524-x>
- Chang, K. H., Lai, H. H., & Hung, B. J. (2024). Combining the fuzzy analytic hierarchy process method with the weighted aggregated sum product assessment method to address internet platform selection problems in an environment with incomplete information. *Applied Sciences*, 14(11), 4390. <https://doi.org/10.3390/app14114390>
- Chang, Y. H., & Yeh, C. H. (2001). Evaluating airline competitiveness using multiattribute decision making. *Omega*, 29(5), 405-415. [https://doi.org/10.1016/S0305-0483\(01\)00032-9](https://doi.org/10.1016/S0305-0483(01)00032-9)
- Churchman, C. W., & Ackoff, R. L. (1954). An approximate measure of value. *Journal of the Operations Research Society of America*, 2(2), 172-187. <https://doi.org/10.1287/opre.2.2.172>
- Çakır, S., & Perçin, S. (2013). Çok kriterli karar verme teknikleriyle lojistik firmalarında performans ölçümü/Performance measurement of logistics firms with multi-criteria decision making methods. *Ege Akademik Bakış*, 13(4), 449-459
- Doğan, A., & Önder, E. (2014). İnsan kaynakları temin ve seçiminde çok kriterli karar verme tekniklerinin kullanılması ve bir uygulama. *Yaşar Üniversitesi E-Dergisi*, 9(34), 5796-5819. <https://doi.org/10.19168/jyu.90784>
- Domizio, F., & Noce, C. (2024). A purely algebraic derivation of associated Laguerre polynomials. *Journal of Geometry and Physics*, 203, 105270. <https://doi.org/10.1016/j.geomphys.2024.105270>
- Duxbury, D. J., Paton, N. W., & Keane, J. A. (2024). Dynamic decision making for situational awareness using drones: Requirements, identification and comparison of decision support methods. *Expert Systems with Applications*, 252, 124057. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2024.124057>
- Erdoğan, A. (2024). Analitik hiyerarşi sürecinin (AHP) matematiksel yapısı. *The Journal of Academic Social Science*, (104), 18-26. <http://dx.doi.org/10.29228/ASOS.42730>
- Ersoy, N. (2022). Kriter ağırlıklandırma yöntemlerinin ÇKKV sonuçları üzerindeki etkisine yönelik gerçek bir hayat uygulaması. *MANAS Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 11(4), 1449-1463. <https://doi.org/10.33206/mjss.1026666>

- Gallo, A. L. (2025). Structural formulas for a family of matrix valued Laguerre polynomials and applications. *Advances in Applied Mathematics*, 165, 102851. <https://doi.org/10.1016/j.aam.2025.102851>
- Grybaitė, V., & Burinskienė, A. (2024). Assessment of circular economy development in the EU countries based on SAW method. *Sustainability*, 16(21), 9582. <https://doi.org/10.3390/su16219582>
- Gülsu, M., Gürbüz, B., Öztürk, Y., & Sezer, M. (2011). Laguerre polynomial approach for solving linear delay difference equations. *Applied Mathematics and Computation*, 217(15), 6765-6776.
- Güzel, D., & Çelik, S. (2021). Basit toplamli ağırlıklandırma ve ağırlıklı çarpım yöntemi kullanılarak bir mobilya üretim işletmesinde matkap seçimi. *İşletme Ekonomi ve Yönetim Araştırmaları Dergisi*, 4(2), 261-276. <https://doi.org/10.33416/baybem.885085>
- Hesami, F. (2025). A Hybrid ANP-TOPSIS Method for Strategic Supplier Selection in Reverse Logistics under Rough Uncertainty: A Case Study in the Electronics Industry. *Decision Making Advances*, 3(1), 70-95. <https://doi.org/10.31181/dma312025>
- Hoşgör, H., Söyük, S., & Önder, E. (2016). İdari ve akademik personelin iş yaşam kalitesine etki eden faktörlerin öncelik sırasının belirlenmesi: Bir analitik hiyerarşi prosesi uygulaması. *The Journal of Academic Social Science*, 31(31), 302-323. <http://dx.doi.org/10.16992/ASOS.1389>
- Hussain, S. A., Panchal, M., Meshram, K., Srinivas, R., Rajak, U., Kumar, R., & Gupta, M. (2025). Turning GFRP composites with multi-response optimisation using TOPSIS method. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM)*, 19(2), 1327-1339. <https://doi.org/10.1007/s12008-024-01762-w>
- Hwang, C. L., & Yoon, K. (1981). Methods for multiple attribute decision making. Methods and Applications, Springer-Verlag, New York.
- Jahanshahloo, G. R., Lotfi, F. H., & Izadikhah, M. (2006). An algorithmic method to extend TOPSIS for decision-making problems with interval data. *Applied Mathematics and Computation*, 175(2), 1375-1384. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2005.08.048>
- Jain, V., & Raj, T. (2013). Evaluation of flexibility in FMS using SAW and WPM. *Decision Science Letters*, 2(4), 223-230.
- Kahreman, Y. (2024). Toplumsal mutluluğun kaynağı ekonomik performans mı? Yönetişim performansı mı?. *Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi SBE Dergisi*, 14(3), 1620-1644. <https://doi.org/10.30783/nevsosbilen.1511390>
- Kara, K., Yalçın, G. C., Simic, V., Baysal, Z., & Pamucar, D. (2024a). The alternative ranking using two-step logarithmic normalization method for benchmarking the supply chain performance of countries. *Socio-Economic Planning Sciences*, 92, 101822. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2024.101822>
- Kara, K., Yalçın, G. C., Ergin, E. A., Simic, V., & Pamucar, D. (2024b). A neutrosophic WENSLO-ARLON model for measuring sustainable brand equity performance. *Socio-economic Planning Sciences*, 94, 101918. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2024.101918>
- Keleş, M. K., Özdağoğlu, A., & Eren, F. Y. (2019). Bir laboratuvarında tam kan sayım cihazı alternatiflerinin SWARA, WPM, TODİM VE AHS yöntemleri ile değerlendirilmesi. *İzmir İktisat Dergisi*, 34(4), 511-526. <https://doi.org/10.24988/ije.2019344881>

- Kumar, R., & Pamucar, D. (2025). A comprehensive and systematic review of Multi-Criteria Decision-Making (MCDM) methods to solve decision-making problems: Two decades from 2004 to 2024. *Spectrum of Decision Making and Applications*, 2(1), 178-197. <https://doi.org/10.31181/sdmap21202524>
- Laudadio, T., Mastronardi, N., Marcellán Español, F. J., Van Buggenhout, N., & Van Dooren, P. (2025). On computing the zeros of Laguerre–Sobolev polynomials. *Numerical Algorithms*, 1-20. <https://doi.org/10.1007/s11075-025-02021-z>
- Li, S., Yang, L., & Fang, J. (2025). Comprehensive evaluation of urban river ecological bank protection based on AHP-TOPSIS method. *Environmental Technology*, 46(8), 1201-1214. <https://doi.org/10.1080/09593330.2024.2380395>
- Mahmoudi, Z., Khalsaraei, M. M., Sahlan, M. N., & Shokri, A. (2025). Laguerre wavelets spectral method for solving a class of fractional order PDEs arising in viscoelastic column modeling. *Chaos, Solitons & Fractals*, 192, 116010. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2025.116010>
- Martínez-Finkelshtein, A., Morales, R., & Perales, D. (2025). Zeros of Generalized Hypergeometric Polynomials via Finite Free Convolution: Applications to Multiple Orthogonality. *Constructive Approximation*, 1-70. <https://doi.org/10.1007/s00365-025-09703-w>
- Memariani, A., Amini, A., & Alinezhad, A. (2009). Sensitivity analysis of simple additive weighting method (SAW): the results of change in the weight of one attribute on the final ranking of alternatives. *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, 2(4), 13-18.
- Mojaver, M., Hasanzadeh, R., Azdast, T., & Park, C. B. (2022). Comparative study on air gasification of plastic waste and conventional biomass based on coupling of AHP/TOPSIS multi-criteria decision analysis. *Chemosphere*, 286, 131867. <https://doi.org/10.1016/j.chemosphere.2021.131867>
- Ömürbek, N., Karaatlı, M., & Balcı, H. F. (2016). Entropi temelli MAUT ve SAW yöntemleri ile otomotiv firmalarının performans değerlemesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 31(1), 227-255. <https://doi.org/10.24988/deuiibf.2016311446>
- Özbek, A. (2015). Gönüllü kuruluşlarda çalışanların electre yöntemine göre değerlendirilmesi. *Electronic Journal of Social Sciences*, 14(54), 219.
- Pala, O. (2023). SD ve WISP yaklaşımları ile gıda sektöründe finansal performans analizi. *Doğuş Üniversitesi Dergisi*, 24(1), 59-79.
- Pinheiro, B. C., & de Mello Sant'Ana, P. H. (2025). AHP-based decision making to selecting energy-efficient air conditioning equipments in a commercial building. *Energy and Buildings*, 329, 115281. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2025.115281>
- Qu, H., Duan, C., & Yu, J. (2025). Effective Approach to Shock Absorption Performance Evaluation of Mechanical Component Springs Using the Single Valued Trapezoidal Neutrosophic Numbers for Structural Stability. *Neutrosophic Sets and Systems*, 81, 560-574.
- Rajak, M., & Shaw, K. (2019). Evaluation and selection of mobile health (mHealth) applications using AHP and fuzzy TOPSIS. *Technology in Society*, 59, 101186. <https://doi.org/10.1016/j.techsoc.2019.101186>

- Saaty, T. L. (1994). Highlights and critical points in the theory and application of the analytic hierarchy process. *European Journal of Operational Research*, 74(3), 426-447. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)90222-4](https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)90222-4)
- Saaty, T. L. (2003). Decision-making with the AHP: Why is the principal eigenvector necessary. *European Journal of Operational Research*, 145(1), 85-91. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00227-8](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00227-8)
- Saaty, T. L., & Niemira, M. P. (2006). A framework for making a better decision how to make more effective site selection, store closing and other real estate decisions. *Research Review*, 13(1), 44-48.
- Savitha, K., & Chandrasekar, C. (2011). Vertical Handover decision schemes using SAW and WPM for Network selection in Heterogeneous Wireless Networks. *Global Journal of Computer Science and Technology*, 11(9), 18-24. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1109.4490>
- Stanujkic, D., Karabasevic, D., Popovic, G., Smarandache, F., Stanimirović, P. S., Saračević, M., & Katsikis, V. N. (2022). A single valued neutrosophic extension of the simple WISP method. *Informatica*, 33(3), 635-651. <https://doi.org/10.15388/22-INFOR483>
- Stanujkic, D., Popovic, G., Karabasevic, D., Meidute-Kavaliauskiene, I., & Ulutaş, A. (2021a). An integrated simple weighted sum product method—WISP. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 70(5), 1933-1944. <https://doi.org/10.1109/TEM.2021.3075783>
- Stanujkić, D., Karabašević, D., Popović, G., Zavadskas, E. K., Saračević, M., Stanimirović, P. S., ... & Meidute-Kavaliauskiene, I. (2021b). Comparative analysis of the simple WISP and some prominent MCDM methods: A Python approach. *Axioms*, 10(4), 347.
- Süzülmüş, S., & Polat, Y. (2023). Kafe ve lokantalarda sıfır atık projesi uygulamasının çok kriterli karar verme yöntemleri ile değerlendirilmesi: Kilis ili örneği. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 32(1), 160-178. <https://doi.org/10.35379/cusosbil.1167860>
- Taka, M., Raygor, S. P., Purohit, R., & Parashar, V. (2017). Selection of tool and work piece combination using Multiple Attribute Decision Making Methods for Computer Numerical Control turning operation. *Materials Today: Proceedings*, 4(2), 1199-1208. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.01.138>
- Tang, M., Xiao, Z. H., & Zulfiqar, U. (2025). Structure-Preserving Low-Rank Model Reduction for Second-Order Time-Delay Systems. *Mathematics*, 13(3), 474. <https://doi.org/10.3390/math13030474>
- Trung, D. D., Giang N. T. P., Duc, D. V., Dua, T. V., & Thinh, H. X. (2024). The Use of SAW, RAM and PIV decision methods in determining the optimal choice of materials for the manufacture of screw gearbox acceleration boxes. *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research*, 13(3), 338-347. <https://doi.org/10.18178/ijmerr.13.3.338-347>
- Unay, E., Ozkaya, B., & Yoruklu, H. C. (2021). A multicriteria decision analysis for the evaluation of microalgal growth and harvesting. *Chemosphere*, 279, 130561. <https://doi.org/10.1016/j.chemosphere.2021.130561>
- Van Iseghem, J. (1993). Generating function, recurrence relations, differential relations. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 49(1-3), 297-303.

- [https://doi.org/10.1016/0377-0427\(93\)90163-6](https://doi.org/10.1016/0377-0427(93)90163-6)
- Wang, X., Xu, K., & Li, L. (2024). Model order reduction for discrete time-delay systems based on Laguerre function expansion. *Linear Algebra and its Applications*, 692, 160-184. <https://doi.org/10.1016/j.laa.2024.04.004>
- Wang, Y. M., & Luo, Y. (2010). Integration of correlations with standard deviations for determining attribute weights in multiple attribute decision making. *Mathematical and Computer Modelling*, 51(1-2), 1-12. <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2009.07.016>
- Yeh, C. H. (2003). The selection of multiattribute decision making methods for scholarship student selection. *International Journal of Selection and Assessment*, 11(4), 289-296. <https://doi.org/10.1111/j.0965-075X.2003.00252.x>
- Yeh, C. H., & Willis, R. J. (2001). A validation procedure for multicriteria analysis: application to the selection of scholarship students. *Asia Pacific Management Review*, 6(1), 39-52. https://www.airitilibrary.com/Common/Click_Doi?DOI=10.6126%2fAPMR.2001.6.1.03
- Yoon, K. (1987). A reconciliation among discrete compromise solutions. *Journal of the Operational Research Society*, 38(3), 277-286.
- Yoon, K. P., & Hwang, C. L. (1995). *Multiple attribute decision making: An introduction*. Sage publications.
- Yuan, S. (2025). Neutrosophic Hammer Operator for Assessment of Product Processing Quality Monitoring System in a Machining Line. *Neutrosophic Sets and Systems*, 83, 625-640.
- Zaidi, D., Talib, I., Riaz, M. B., & Alam, M. N. (2025). Extending spectral methods to solve time fractional-order Bloch equations using generalized Laguerre polynomials. *Partial Differential Equations in Applied Mathematics*, 13, 101049. <https://doi.org/10.1016/j.padiff.2024.101049>
- Zavadskas, E. K., Stanujkic, D., Turskis, Z., & Karabasevic, D. (2022). An intuitionistic extension of the simple WISP method. *Entropy*, 24(2), 1-11. <https://doi.org/10.3390/e24020218>

EXTENDED ABSTRACT

DEVELOPMENT OF MULTI CRITERIA DECISION MAKING METHOD WITH THE HELP OF LAGUERRE POLYNOMIALS

Introduction

MCDM methods are systematic approaches used to rank alternatives based on different criteria and determine the best option. These methods have wide application in many fields. However, classical MCDM methods are usually based on linear weighting of criteria and use of fixed transformation functions in normalization of the decision matrix. This can reduce the reliability of decision processes, especially when data sets contain extreme values or non-linear relationships exist between criteria.

Polynomials and polynomial approximations are frequently used in applied mathematics due to their wide definition range and differentiable and integrable properties. In this study, an alternative ranking method was developed for solving MCDM problems with the help of Laguerre Polynomials, one of these polynomials.

This study aims to develop a novel alternative ranking method for solving Multi-Criteria Decision-Making (MCDM) problems by employing Laguerre polynomials, which are a class of orthogonal polynomials commonly used in applied mathematics, physics, and engineering. The main purpose is to propose and validate a new decision model (LMCDM) based on Laguerre polynomials and compare its ranking performance with both traditional and modern MCDM methods.

Methodology

To evaluate the applicability and performance of the developed Laguerre-based decision-making method, a simulated case study was conducted in which five candidates applying for a job at a company were evaluated based on four criteria: communication skills, work experience, exam performance, and physical appearance. The criteria weights were determined using the Analytic Hierarchy Process (AHP), a well-established subjective weighting method. The performance rankings of the candidates were calculated using six methods: SAW (Simple Additive Weighting), WPM (Weighted Product Model), TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution), WISP (Weighted Improvement Score Procedure), ARLON (Advanced Ratio Logarithmic Normalization), and the newly developed Laguerre-based MCDM method (LMCDM). Furthermore, the LMCDM method was tested using second-, third, and fourth-degree Laguerre polynomials to examine its stability and consistency across polynomial degrees.

Findings

The comparative results reveal that the LMCDM method provides highly similar ranking results to those generated by SAW, WPM, TOPSIS, WISP, and ARLON. Notably, the first and last ranked alternatives were identical across all six methods. Minor discrepancies were observed only in the second and third ranks, where the positions of the alternatives were interchanged. This variation demonstrates that the Laguerre-based method exhibits sensitivity to the weight structure yet maintains a reliable and consistent performance. Moreover, the use of Laguerre polynomials of different degrees resulted in identical ranking outcomes, confirming the method's robustness and computational reliability. These results indicate that the proposed method can serve as a valid and effective alternative to traditional and advanced MCDM models.

Originality

This research contributes to the MCDM literature by introducing a completely new ranking methodology based on orthogonal polynomials. Unlike traditional linear or normalized transformation techniques, the Laguerre polynomial-based approach allows for nonlinear representation and functional transformation of criterion weights, enhancing model sensitivity and data interpretability. The study fills a research gap in MCDM by applying orthogonal polynomials in an operational decision-making context and providing comparative evidence of method validity.

The rationale for choosing comparison methods is also noteworthy. SAW and WPM were selected due to their simplicity and common use in early-stage decision problems. TOPSIS represents a well-established method for advanced ranking involving ideal and anti-ideal solutions. WISP and ARLON, as recently developed modern techniques, reflect the current trend in MCDM towards hybrid and logarithmic normalization-based models. Among these, ARLON is particularly robust against outlier effects due to its two-step logarithmic normalization, which inspired its inclusion as a benchmark for evaluating the sensitivity and balance of the LMCDM

method. Similarly, WISP combines both additive and multiplicative scoring schemes, which aligns well with the composite structure of Laguerre-based transformation.

Practical implications

The Laguerre-based LMCDM method is computationally straightforward and structurally flexible. Its implementation involves only a few transformation and aggregation steps, making it suitable for real-time or practitioner-based applications where simplicity and transparency are valued. In addition, since the method can produce consistent results regardless of polynomial degree, it offers an advantage in terms of repeatability and stability. These attributes make LMCDM particularly useful in human resource selection, supplier ranking, educational assessments, and similar domains requiring reliable multi-criteria evaluations.

Recommendations for future research

Although the study relies on simulated data for demonstration, future research should apply the LMCDM method to real-world data sets to assess its practical relevance in complex environments. The method's sensitivity to extreme weight distributions or unbalanced data structures can be further explored, especially in comparison with robustness-oriented models like ARLON. Furthermore, comparative studies involving other orthogonal polynomial families such as Hermite and Legendre may reveal additional methodological insights and extend the theoretical framework proposed in this paper. The method can also be adapted to fuzzy, group-based, or dynamic decision-making environments to broaden its scope and applicability.

Conclusion

In conclusion, the proposed Laguerre polynomial-based MCDM method (LMCDM) demonstrates high accuracy, stability, and practical relevance for solving alternative ranking problems within multi-criteria frameworks. The results of the study provide strong empirical support for its adoption as a competitive alternative to both classical and modern MCDM techniques. The LMCDM model introduces a novel mathematical perspective to decision analysis and is expected to contribute significantly to the theoretical and applied literature in decision science.



© Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY NC) license.
(<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).