

TÜRKİYE’NİN BÖLGESEL DÜZEYDE AR-GE GİRDİLERİNİN GM(1,1) MODELİ İLE TAHMİN EDİLMESİ

PREDICTION OF TÜRKİYE’S R&D INPUTS AT REGIONAL LEVEL BY GM(1,1) MODEL

Önder BELGİN¹
ORCID: 0000-0001-6702-2608

Öz

Araştırma ve geliştirme (Ar-Ge), özellikle rekabet güçlerini artırmak isteyen gelişmekte olan ülkeler için ekonomik büyümenin önemli bir itici gücüdür. Ar-Ge ekosistemin çeşitli değişkenler bakımından performansının değerlendirilmesi, politika yapıcıların en iyi uygulamaları belirlemelerine, stratejileri iyileştirmelerine ve çeşitli aşamalar ve seviyelerdeki dinamikleri daha iyi anlamalarına olanak tanır. Bu çalışmada Türkiye’nin bölgesel düzeyde Ar-Ge girdilerinin (Ar-Ge İnsan Kaynağı ve Ar-Ge Harcamalarının Gayri Safi Yurtiçi Hasıladaki Payı) gri sistem teorisinin bir yöntemi olan GM(1,1) modeli ile 2024-2026 dönemi için tahmin edilmiştir. Çalışmada 2010-2023 yılları arasındaki geçmiş veriler kullanılmış ve tahminin hata oranı Ortalama Mutlak Yüzdesel Hata (Mean Absolute Percentage Error-MAPE) değerine göre değerlendirilmiştir. Buna göre, GM(1,1) modeli Ar-Ge İnsan Kaynağı değişkeninin tahmininde daha başarılı tahmin değerleri sağlamıştır. Gelecek yıllara ilişkin yapılan tahminlerde Ar-Ge İnsan Kaynağının 2024-2026 döneminde tüm bölgelerde artacağı, Ar-Ge Harcamalarının Gayri Safi Yurtiçi Hasıladaki Payının TRC bölgesi haricinde artış göstereceği görülmüştür. Bu çalışma Türkiye’de bölgesel düzeyde Ar-Ge girdilerinin düzeyinin tahmin edilmesine ilişkin ilk çalışma olma özelliğini taşımaktadır.

Anahtar Kelimeler: Ar-Ge ve Yenilik, Gri Sistem Teorisi, Tahmin, Bölgesel Çalışmalar

Abstract

Research and development (R&D) is an important driver of economic growth, especially for developing countries seeking to increase their competitiveness. Assessing the performance of the R&D ecosystem in terms of various variables allows policy makers to identify best practices, improve strategies and better understand the dynamics at various stages and levels. In this study, Türkiye’s regional R&D inputs (the share of R&D Human Resources and R&D Expenditures in Gross Domestic Product) are predicted for the period 2024-2026 with the GM(1,1) model, which is a method of grey system theory. In the study, historical data between 2010-2023 were used and the error rate of the prediction was evaluated according to the Mean Absolute Percentage Error (MAPE) value. Accordingly, the GM(1,1) model provided more successful prediction values in the prediction of the R&D Human Resources variable. In the predictions made for the future years, it is seen that R&D Human Resources will increase in all regions in the period 2024-2026, and the Share of R&D Expenditures in Gross Domestic Product will increase except for the TRC region. This study is the first study in Türkiye to estimate the level of R&D inputs at regional level.

Keywords: R&D and Innovation, Grey System Theory, Prediction, Regional Studies

1 Doç. Dr., Atılım Üniversitesi, onderbelgin@gmail.com

Giriş

Bilim ve teknoloji, bir ülkenin veya bölgenin rekabet gücünü artırmada kilit faktörler haline gelmiştir. Her ülke kendi teknolojik gelişim beklentilerini aktif olarak planlamakta, bilim ve teknoloji kaynaklarını entegre etmekte ve Ar-Ge harcamalarını güçlendirmektedir (Feng vd., 2021). İnovasyon, ulusal rekabet gücünün artırılması için kilit bir araç olarak görülebilir (Rowley ve Oh 2020; Miao vd. 2017). Bunun nedeni geleneksel üretim, imalat ve iş modeli artık sürdürülebilir büyüme ve kalkınma ihtiyacını karşılamak için yeterli olmamasıdır.

Türkiye son yıllarda ekonomik kalkınma ve teknolojik yenilik alanlarında kayda değer bir ilerleme kaydetmiş olsa da birçok düşük ve orta gelirli ülkeyle karşılaştırıldığında önemli bir eşitsizlik devam etmektedir. Geçtiğimiz on yılda Türkiye, Küresel İnovasyon Endeksi'nde (GII) en hızlı yükselen ülkelerden biri olmuş ve 2024 yılında 37. sıraya yükselmiştir (WIPO, 2024). Tüm ülkeler arasında 37. sırada yer alan Türkiye, Küresel İnovasyon Endeksi (GII) 2024'e göre Çin ve Malezya'nın ardından üst orta gelir grubundaki ilk üç ülke arasında yer almaktadır. Türkiye, özellikle endüstriyel tasarımlar ve ticari markalarda dünya lideri olduğu maddi olmayan varlıklarda (4.) ve maddi olmayan varlık yoğunluğunda (9.) olmak üzere bir dizi kategoride öne çıkmaktadır (WIPO, 2024).

Devletler, bilim ve teknoloji politikalarını geliştirerek ve girişimcilik faaliyetlerini teşvik ederek yenilik ekosistemlerinin şekillendirilmesinde önemli bir rol oynamaktadır (Minniti, 2008; Wu vd., 2017; Wang vd., 2016). Bu alanda harcanan kaynakların etkin şekilde kullanılmalı ve doğru planlama yapılması gereklidir. Bu amaçla geleceğe ilişkin yapılacak tahminler planlama çalışmaları için önemli bir girdi olacaktır. Tahmin, geçmiş verilere, istatistiksel modellere ve uzman görüşlerine dayanarak gelecekteki olayları, eğilimleri veya sonuçları öngörme sürecidir. Finans, ekonomi, tedarik zinciri yönetimi ve hava tahmini gibi çeşitli alanlarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Tahminin amacı belirsizliği azaltmak ve karar vermeye yardımcı olmaktır (Tirkel, 2013). Tahmin yöntemleri genel olarak nitel teknikler (pazar

araştırması, Delphi yöntemi, uzman görüşü, senaryo planlaması) ve nicel teknikler (zaman serisi analiz, gri sistem teorisi, nedensel modeller, makine öğrenmesi temelli modeller) olarak kategorize edilebilir.

Gri sistem teorisi, Deng (1982) tarafından ortaya atılmış ve veri analizinde belirsizliği ele almanın bir yolu olarak tanıtılmış disiplinler arası bir yaklaşımdır. Bu yaklaşım, özellikle sınırlı bilginin veya küçük örneklem boyutlarının olduğu durumlarda oldukça kullanışlıdır (Lin ve Liu, 2004). Gri teori, sistem analizi, veri işleme, tahmin, karar verme ve sistem kontrolü dahil olmak üzere çeşitli alanlarda uygulanabilir (Es vd., 2018). Gri sistem teorisinin temel amacı, minimum veri kullanarak belirsiz sistemlerin davranışını analiz etmektir. Bu, özellikle geleneksel bulanık veya stokastik yöntemler kullanılarak etkili bir şekilde modellenemeyen sistemler için önemlidir. Teori, araştırmacıların ve uygulayıcıların eksik bilgilerle karşılaştıklarında bile iç görüler elde etmelerine ve bilinçli kararlar almalarına olanak tanır (Liu ve Lin, 2010). GM (1,1) gri modeller arasında yaygın olarak kullanılan bir modeldir (Zhang vd., 2009) ve özellikle belirli üstel büyüme eğilimleri gösteren zaman serileri için uygundur (Liu vd., 2017). Bu model, zaman serilerinde veri elde edilebilen ve kısıtlı veri kümelerinin bulunduğu durumlarda etkilidir ve geçmiş veya mevcut verilere dayanarak gelecekteki değerleri tahmin etmede kullanılır.

Bu çalışmada, Türkiye'nin 12 İstatistik Bölge Birimleri Sınıflandırması (İBBS) bölgesi bazında Ar-Ge insan kaynağının ve Ar-Ge harcamalarının gayri safi yurtiçi hasıladaki payı GM(1,1) modeli ile 2023 yılı sonrası için tahmin edilmesi amaçlanmaktadır. Daha önce Akyüz ve Bilgili (2022) tarafından Türkiye'nin Ar-Ge harcamalarının gri sistem teorisi ile tahmin edilmiş fakat İBBS bölgeleri bazında Ar-Ge girdilerinin tahminine ilişkin bir çalışmaya rastlanmamıştır.

Çalışmanın akışı şu şekildedir: Giriş bölümünün ardından ikinci bölümde konuya ilişkin literatür taraması, üçüncü bölümde kullanılan yöntemin ayrıntıları, dördüncü bölümde gerçekleştirilen analizlerin bulguları ve beşinci bölümde elde edilen bulgular doğrultusunda gerçekleştirilen tartışma ve değerlendirmelere yer verilmiştir.

1. Literatür Taraması

Gri Sistem Teorisi'nde yer alan "gri", eksik bilgi anlamına gelmektedir. Başka bir ifadeyle, kısmen açık ve kısmen belirsiz olan bilgiyi tanımlar. Gri teori belirsizliği, çoklu girdileri, ayırık verileri ve eksik verileri etkili bir şekilde işleyebilir. Gri teori öncelikle küçük örneklemeler içindeki belirsizliğini araştırmak için kullanılır. Büyük örneklem belirsizliğini araştırmak için kullanılan olasılık istatistiklerinden ve bilişsel belirsizliğe uygulanan bulanıklık teorisinden farklıdır (Li vd., 2010; Hu, 2004).

Gri Sistem Teorisi, tüm rastgele değişkenleri belirli bir aralıkta değişen gri miktarlar ve zamana bağlı gri süreçler olarak görür. Gri niceliğin işlenmesi, istatistiksel yöntemleri içermez. Daha ziyade, dağınık ham veriler, verilerin içsel düzenliliği belirlenmeden önce işlenir. İşlenen dizi, gri modeli oluşturmak için bir diferansiyel denkleme dönüştürülür. Bu model daha sonra tahmin için kullanılır ve buna "gri tahmin" adı verilir (Wang vd., 2014). Bu model endüstri (Li vd., 2007; Hsu, 2011) ekonomi (Wang ve Le, 2019; Yu vd., 2015) ve talep tahmini (Hu, 2020; Yuan vd., 2016; Wang vd., 2020) gibi alanlarda yaygın olarak uygulanmaktadır.

Ar-Ge ve yenilik alanında GM(1,1) modeli ve bu modelin çeşitli varyasyonları ile yapılan çalışmalar şu şekilde özetlenebilir: Li vd. (2017) Çin'in Ar-Ge personel sayısını GM(1,1, β) modelinin genişletilmiş bir formu olan GM(1,1, β_k) ile tahmin etmiştir. Jian ve Yu (2014) üniversitelerin Ar-Ge etkinliğini etkileyen çıktı performansı ve teknoloji transfer performansına ilişkin değişkenleri GM(1,1) modeli ile tahmin etmiştir. Wei vd. (2021) yüksek teknoloji girişimlerinin Ar-Ge yatırımlarını tahmin etmek üzere gri metabolik GM(1,1) modelini ve üstel düzeltme metodunu tek bir tahmin modelinde birleştirmişlerdir. Xia vd. (2024) bir gösterge sistemine dayalı olarak şirketlerin inovasyon direncini ölçmek için entropi ağırlıklı TOPSIS modeli ve FGM(1,1) modelini kullanmıştır. Chen ve Wang (2010) GM(1,1) modeli kullanarak Tayvan ve Amerika Birleşik Devletleri'ndeki patent

sayıları ve akademik makaleler kriterlerine dayalı olarak devlet finansmanında gelecekteki eğilimi tahmin etmişlerdir. Xiao vd. (2024) GM(1,1) modeli kullanarak, Hubei Eyaletindeki dokuz şehir için niş bölgesel inovasyon ekosistemi uygunluğunun gelişimi tahmin etmiştir. Shen vd. (2010) GM (1,1) modeli ile bilim-teknoloji insan kaynakları girdisi üzerinde aralık tahmini yapmak için bir yöntem önermiş ve daha sonra bu yöntemi kullanarak Jiangsu Eyaleti'nin bilim- ve teknoloji alanındaki insan kaynakları girdisini tahmin etmiştir. Xie vd. (2023) Çin'in niş bölgesel yenilik uygunluğunu FMCGM (1,1) modeli kullanarak tahmin etmişlerdir. Literatürde Akyüz ve Bilgili'nin (2022) Türkiye'nin Ar-Ge harcamalarını GM (1,1) ve EXGM (1,1) modelleri ile tahmin ettiği çalışma ise Türkiye üzerine bu yöntemle yapılan tek çalışmadır.

Literatürdeki çalışmalar incelendiğinde GM(1,1) modeli kullanılarak Türkiye'nin bölgesel düzeyde Ar-Ge harcamalarının gayri safi yurtiçi hasıladaki payı ve Ar-Ge insan kaynağının tahmin edildiği bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu çalışmanın literatürdeki böyle bir araştırma boşluğunu doldurduğu söylenebilir.

2. Yöntem

2.1. Veri Seti ve Değişkenler

Türkiye'nin Ar-Ge girdilerinin tahmin edilmesinde kullanılan veriler (Ar-Ge insan kaynağı- X_1 ve Ar-Ge harcamalarının gayri safi yurtiçi hasıladaki payı- X_2) Türkiye İstatistik Kurumu'ndan (TÜİK) alınmıştır (TÜİK, 2025). Bu veriler, 2010-2023 dönemini kapsamaktadır. Bölgesel düzeyde Ar-Ge harcamalarının gayri safi yurtiçi hasıladaki payı yazar tarafından bölgesel Ar-Ge harcamalarının bölgesel gayrisafi yurtiçi hasıla değerine bölünmesiyle elde edilmiştir. Ar-Ge insan kaynağı değişkeninin kişi düzeyindedir. Çalışmada ele alınan bölgeler ile analizlerde kullanılan değişkenlere ilişkin tanımlayıcı istatistikler Tablo 1'de sunulmuştur. Verilerin tamamı Ek'te verilmiştir.

Tablo 1: Değişkenlere İlişkin Tanımlayıcı İstatistikler (Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.)

Bölgeler	Ar-Ge İnsan Kaynağı			Ar-Ge Harcamalarının Gayri Safi Yurtiçi Hasıladaki Payı		
	Min.	Ort.	Maks.	Min.	Ort.	Maks.
TR1 (İstanbul)	32124	71185,71	125911	0,55	0,93	1,53
TR2 (Batı Marmara)	4558	8457,86	12642	0,50	0,67	0,94
TR3 (Ege)	16732	28437,86	38984	0,65	0,79	1,01
TR4 (Doğu Marmara)	21630	36182,57	53412	1,45	1,74	2,16
TR5 (Batı Anadolu)	38068	58379,07	85932	2,12	3,00	4,20
TR6 (Akdeniz)	9559	16044,50	21784	0,44	0,50	0,60
TR7 (Orta Anadolu)	5276	10210,21	13853	0,62	0,78	1,30
TR8 (Batı Karadeniz)	4711	880193	12345	0,43	0,60	1,11
TR9 (Doğu Karadeniz)	2914	5863,36	7699	0,50	0,62	0,86
TRA (Kuzeydoğu Anadolu)	2930	5469,43	6856	0,73	1,06	1,71
TRB (Ortadoğu Anadolu)	4270	6987,57	9161	0,67	0,90	1,64
TRC (Güneydoğu Anadolu)	4288	7522,36	9360	0,32	0,42	0,57

Tablo 1'e göre en yüksek ortalama Ar-Ge insan kaynağına sahip olan ilk üç bölge TR1, TR5 ve TR4 bölgeleridir. En yüksek ortalama Ar-Ge harcamalarının gayri safi yurtiçi hasıladaki payı ise

TR5, TR4 ve TRA bölgeleridir. Tablo 2'de Ar-Ge insan kaynağı ve Ar-Ge harcamalarının gayri safi yurtiçi hasıladaki payının 2010-2023 yılları arasındaki değişimleri bölgeler bazında sunulmuştur.

Tablo 2: Değişkenlerin 2010-2023 Yılları Arasındaki Değişim Oranları (Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.)

Bölgeler	Ar-Ge İnsan Kaynağı	Ar-Ge Harcamalarının Gayri Safi Yurtiçi Hasıladaki Payı
TR1 (İstanbul)	291,95%	175,92%
TR2 (Batı Marmara)	177,36%	88,59%
TR3 (Ege)	132,99%	54,20%
TR4 (Doğu Marmara)	146,93%	32,90%
TR5 (Batı Anadolu)	125,73%	71,89%
TR6 (Akdeniz)	127,89%	19,98%
TR7 (Orta Anadolu)	162,57%	64,82%
TR8 (Batı Karadeniz)	162,05%	48,62%
TR9 (Doğu Karadeniz)	164,21%	56,27%
TRA (Kuzeydoğu Anadolu)	107,09%	95,48%
TRB (Ortadoğu Anadolu)	98,67%	50,87%
TRC (Güneydoğu Anadolu)	117,23%	8,26%
Ortalama	151,22%	63,98%

Tablo 2'ye göre; Ar-Ge insan kaynağındaki en yüksek değişim %291,95 ile TR1 bölgesinde, Ar-Ge harcamalarının gayri safi yurtiçi hasıladaki payındaki en yüksek değişim ise %175,92 oranı ile

yine TR1 bölgesinde gerçekleşmiştir. Ar-Ge insan kaynağındaki ortalama değişim %151,22; Ar-Ge harcamalarının gayri safi yurtiçi hasıladaki payındaki ortalama değişim ise %63,98 olmuştur.

2.2. GM(1,1) Modeli

Son yıllarda, gri tahmin modeli birçok çalışmada çok başarılı olmuş ve birçok farklı alanda kullanılmıştır. GM (1,1) modeli az sayıda geçmiş veri (en az 4 dönem) kullanarak nispeten yüksek bir tahmin oranı sağlaması nedeniyle en çok kullanılan modellerden biri haline gelmiştir. Bu çalışmada, geçmişte toplanan

veri sayısı nispeten sınırlı (2010-2023) olduğundan, gelecekteki sonuçları tahmin etmek için bu model seçilmiştir. Gelecekteki genel görünümün tahmin edilmesi, Ar-Ge ve yenilik alanında politika yapıcılara yardımcı olacak bir temel oluşturacaktır. Bir GM (1,1) modelinin adımları aşağıda açıklanmıştır (Kayacan vd., 2010; Wang vd., 2020; Wang vd., 2021):

Adım 1. Orijinal Zaman Serisini Oluşturma: Bu serinin değerleri Eşitlik 1'deki gibi tanımlanır. Burada, $X^{(0)}$ negatif değerler içermemektedir ve n gözlem sayısını ifade etmektedir.

$$X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)), \quad n \geq 4 \quad (1)$$

Adım 2. Birinci Dereceden Kümülatif Üstel (AGO) Dizi Oluşturma: Orijinal verilerin belirsizliklerini ortadan kaldırmak için AGO kullanılarak $X^{(1)}$ elde edilir (Eşitlik 2).

$$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)), \quad n \geq 4 \quad (2)$$

Burada, $x^{(1)}(1)=x^{(0)}(1)$ olarak hesaplanır ve $x^{(1)}(k)$ değerleri Eşitlik 3 kullanılarak elde edilir.

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

Adım 3. Parçalı Veri Serisinin Oluşturulması: Eşitlik 4'te yer alan $Z^{(1)}$ parçalı veri serisi oluşturulur. Her bir $z^{(1)}(k)$ değeri ardışık verilerin ortalaması alınarak elde edilir (Eşitlik 5).

$$Z^{(1)} = (z^{(1)}(1), z^{(1)}(2), \dots, z^{(1)}(n)) \quad (4)$$

$$z^{(1)}(k) = \frac{1}{2} \times [x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)] \quad (5)$$

Adım 4. Diferansiyel Denklem Modeli Kurma: GM(1,1) modeli Eşitlik 6'da yer alan diferansiyel denklem formunda ifade edilir.

$$\frac{dx^{(1)}(k)}{dk} + ax^{(1)}(k) = b \quad (6)$$

Burada, a ve b parametreleri geliştirme katsayısı ve gri girdi olarak adlandırılır.

Adım 5. En Küçük Kareler Yöntemi ile Parametrelerin Tahmini: Bir önceki eşitlikte yer alan $[a, b]^T$ katsayılarını elde etmek için En Küçük Kareler Yöntemi kullanılır (Eşitlik 7-9).

$$[a, b]^T = (A^T A)^{-1} A^T Y \quad (7)$$

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ \dots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$A = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ \dots & \dots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Burada Y ve A veri serisini, veri matrisini ve $[a, b]^T$ parametre serisini ifade eder.

Adım 6. Tahmin Fonksiyonunun Elde Edilmesi: Birinci dereceden türevlenebilir eşitliğe ters kümülatif işlemi uygulanır ve tahmin değerleri aşağıda gösterilen model ile elde edilir. (Eşitlik 10).

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] \cdot e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad (10)$$

İşlemlerin başında orijinal verilerin kümülatif forma dönüştürüldüğü ve hesaplamaların bu kümülatif veriler kullanılarak yapıldığı unutulmamalıdır. Son durumda, elde edilen seri Eşitlik 11 ile tekrar orijinal haline getirilir.

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) \quad (11)$$

Yapılan tahminin hata oranını ölçmek için Ortalama Mutlak Yüzdesel Hata (Mean Absolute Percentage Error-MAPE) değeri hesaplanır (Eşitlik 12).

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left| \frac{x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \right| \times 100 \quad (12)$$

MAPE'nin değerlendirilmesinde kullanılan standart şu şekildedir: $MAPE < \%10$ ise tahmin “mükemmel”, $\%10 < MAPE < \%20$ ise “iyi”, $\%20 < MAPE < \%50$ ise “nitelikli” olarak kabul edilir ve $MAPE > \%50$ ise tahmin ‘nitelsiz’ olarak kabul edilir (Zhao, vd, 2012).

3. Bulgular

Bu çalışmada, Türkiye'nin Ar-Ge girdileri İBBS Düzey-1 seviyesinde geçmiş verilere (2010-2023) dayanarak 2024-2026 dönemi için gri tahmin modeli GM(1,1) kullanılarak tahmin edilmiştir. Tüm bölgelerin tahmin değerleri verilmeden önce TR1

(İstanbul) bölgesi için hesaplamalar ayrıntılı olarak verilecektir. Tablo 3'te, TR1 (İstanbul) bölgesinin 2010-2023 dönemi için Ar-Ge İnsan Kaynağı değişkenine ilişkin veriler sunulmaktadır. Daha sonra GM(1,1) yönteminin adımları ayrıntılı şekilde verilmiştir.

Tablo 3: TR1 (İstanbul) Bölgesine Ait Veriler (Kaynak: TÜİK, 2025)

Yıl	Ar-Ge İnsan Kaynağı
2010	32124
2011	35643
2012	40197
2013	44496
2014	50522
2015	53964
2016	61517
2017	70251
2018	79187
2019	87166
2020	93185
2021	105779
2022	116658
2023	125911

Adım 1. Eşitlik 1'deki gibi orijinal girdi serisi $X^{(0)}$ oluşturulur.

$$X^{(0)} = (32124; 35643; 40197; 44496; 50522; 53964; 61517; 70251; 79187; 87166; 93185; 105779; 116658; 125911)$$

Adım 2. Eşitlik 2'de belirtildiği gibi $X^{(0)}$ kullanılarak $X^{(1)}$ zaman serisi oluşturulur.

$$X^{(1)} = (32124; 67767; 107964; 152460; 202982; 256946; 318463; 388714; 467901; 555067; 648252; 754031; 870689; 996600)$$

$X^{(1)}(k)$ değerleri aşağıdaki gibi elde edilir. Örnek olarak $X^{(1)}(1)$, $X^{(1)}(2)$ ve $X^{(1)}(3)$ değerlerinin hesaplamaları verilmiştir.

$$X^{(1)}(1) = X^{(0)}(1) = 32124$$

$$X^{(1)}(2) = X^{(0)}(1) + X^{(0)}(2) = 67767$$

$$X^{(1)}(3) = X^{(0)}(1) + X^{(0)}(2) + X^{(0)}(3) = 107964$$

Adım 3. Eşitlik 4'te belirtilen $Z^{(1)}$ parçalı serisi Eşitlik 5 kullanılarak elde edilir.

$$X^{(1)}(1) = X^{(0)}(1) = 32124$$

$$Z^{(1)}(2) = \frac{1}{2}(X^{(0)}(1) + X^{(0)}(2)) = \frac{1}{2}(32124 + 67767) = 49945,50$$

$$Z^{(1)}(3) = \frac{1}{2}X^{(0)}(2) + X^{(0)}(3) = \frac{1}{2}(67767 + 107964) = 87865,50$$

Adım 4. a geliştirme katsayısı ve b gri girdi değerleri Eşitlik 7-9 kullanılarak hesaplanır.

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(2) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32124 \\ 35643 \\ \vdots \\ 125911 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -Z^{(1)}(2) & 1 \\ -Z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -Z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -49945,50 & 1 \\ -87865,50 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -933644,50 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (A^T A)^{-1} A^T Y = \begin{bmatrix} -0,104 \\ 31708,49 \end{bmatrix}$$

Adım 5. Eşitlik 10 ve 11 kullanılarak gri tahmin değerleri elde edilir. Tahmin edilen değerler Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4: TR1 (İstanbul) Bölgesine İlişkin Tahmin Değerleri (Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.)

Yıl	$\hat{x}^{(1)}(k)$	Değer	$\hat{x}^{(0)}(k)$	Değer
2010	$\hat{x}^{(1)}(0)$	32124	$\hat{x}^{(0)}(0)$	32124
2011	$\hat{x}^{(1)}(1)$	69065,61	$\hat{x}^{(0)}(1)$	36941,61
2012	$\hat{x}^{(1)}(2)$	110059,8	$\hat{x}^{(0)}(2)$	40994,17
2013	$\hat{x}^{(1)}(3)$	155551,1	$\hat{x}^{(0)}(3)$	45491,29
2014	$\hat{x}^{(1)}(4)$	206032,8	$\hat{x}^{(0)}(4)$	50481,75
2015	$\hat{x}^{(1)}(5)$	262052,5	$\hat{x}^{(0)}(5)$	56019,68
2016	$\hat{x}^{(1)}(6)$	324217,6	$\hat{x}^{(0)}(6)$	62165,13
2017	$\hat{x}^{(1)}(7)$	393202,4	$\hat{x}^{(0)}(7)$	68984,74
2018	$\hat{x}^{(1)}(8)$	469754,8	$\hat{x}^{(0)}(8)$	76552,47
2019	$\hat{x}^{(1)}(9)$	554705,2	$\hat{x}^{(0)}(9)$	84950,4
2020	$\hat{x}^{(1)}(10)$	648974,8	$\hat{x}^{(0)}(10)$	94269,59
2021	$\hat{x}^{(1)}(11)$	753585,9	$\hat{x}^{(0)}(11)$	104611,1
2022	$\hat{x}^{(1)}(12)$	869673,1	$\hat{x}^{(0)}(12)$	116087,1
2023	$\hat{x}^{(1)}(13)$	998495,1	$\hat{x}^{(0)}(13)$	128822
2024	$\hat{x}^{(1)}(14)$	1141449	$\hat{x}^{(0)}(14)$	142954
2025	$\hat{x}^{(1)}(15)$	1300085	$\hat{x}^{(0)}(15)$	158636,3
2026	$\hat{x}^{(1)}(16)$	1476124	$\hat{x}^{(0)}(16)$	176039

Yapılan tahminin doğruluğu MAPE yöntemi kullanılarak %1,97 olarak elde edilmiştir. Her bir bölgenin Ar-Ge İnsan Kaynağı ve Ar-Ge

Harcamalarının Gayri Safi Yurtiçi Hasıladaki Payı değişkenlerine ilişkin MAPE değerleri Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5: Bölgeler Bazında MAPE Değerleri (Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.)

Bölgeler	Ar-Ge İnsan Kaynağı	Ar-Ge Harcamalarının Gayri Safi Yurtiçi Hasıladaki Payı
TR1 (İstanbul)	%1,97	%6,79
TR2 (Batı Marmara)	%2,10	%9,36
TR3 (Ege)	%3,54	%2,92
TR4 (Doğu Marmara)	%2,91	%8,26
TR5 (Batı Anadolu)	%2,19	%5,10
TR6 (Akdeniz)	%2,93	%6,36
TR7 (Orta Anadolu)	%3,29	%11,63
TR8 (Batı Karadeniz)	%2,96	%16,01
TR9 (Doğu Karadeniz)	%5,51	%13,29
TRA (Kuzeydoğu Anadolu)	%8,58	%16,32
TRB (Ortadoğu Anadolu)	%3,95	%17,63
TRC (Güneydoğu Anadolu)	%4,92	%15,42
Ortalama	%3,74	%10,76

Tablo 5'e göre Ar-Ge İnsan Kaynağı değişkenine ilişkin tahminlerin ortalama MAPE değeri %3,74; Ar-Ge Harcamalarının Gayri Safi Yurtiçi Hasıladaki Payı değişkeni için bu değer %10,76 olarak elde edilmiştir. Ar-Ge İnsan Kaynağı değişkeninin MAPE değeri %1,97 ile %8,58 arasında, Ar-Ge Harcamalarının Gayri Safi Yurtiçi Hasıladaki Payı değişkeninin MAPE değerleri %2,92 ile %17,63 arasında değişmektedir. Buna göre GM(1,1) modelinin Ar-Ge İnsan Kaynağı değişkeninin tahmininde daha başarılı olduğu söylenebilir. GM(1,1) modeli Ar-Ge İnsan Kaynağı değişkenini “mükemmel” düzeyde gerçekleştirirken, Ar-Ge Harcamalarının Gayri Safi Yurtiçi Hasıladaki

Payı değişkeninin tahminini “iyi” düzeyde gerçekleştirmiştir. Bu durumda ilgili değişkenlerin gelecek yıllara dair tahminleri gerçekleştirilebilir. Çalışmada kullanılan değişkenlerin 2024 yılından 2026 yılına kadar olan tahmin değerleri verilen örnekte olduğu şekilde hesaplanmıştır.

Tablo 6'da 2024'ten 2026'ya kadar olan dönem tüm bölgelere ait tahmin değerleri sunulmuştur. Tabloya göre Ar-Ge İnsan Kaynağının 2024-2026 döneminde tüm bölgelerde artacağı, Ar-Ge Harcamalarının Gayri Safi Yurtiçi Hasıladaki Payının TRC bölgesi haricinde artış göstereceği anlaşılmaktadır.

Tablo 6: Bölgeler Bazında Değişkenlerin 2024-2026 Dönemi Tahmin Değerleri (Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.)

Bölgeler	Ar-Ge İnsan Kaynağı			Ar-Ge Harcamalarının Gayri Safi Yurtiçi Hasıladaki Payı		
	2024	2025	2026	2024	2025	2026
TR1 (İstanbul)	142954,03	158636,31	176038,96	1,71	1,87	2,05
TR2 (Batı Marmara)	13764,57	14754,49	15815,60	0,89	0,93	0,97
TR3 (Ege)	43585,96	46276,16	49132,40	0,98	1,01	1,04
TR4 (Doğu Marmara)	55766,87	59301,16	63059,44	1,87	1,89	1,91
TR5 (Batı Anadolu)	93993,42	100721,85	107931,93	4,63	4,96	5,29
TR6 (Akdeniz)	23956,02	25331,41	26785,77	0,53	0,53	0,54
TR7 (Orta Anadolu)	15369,79	16258,75	17199,13	1,05	1,10	1,15
TR8 (Batı Karadeniz)	13099,87	13835,83	14613,13	0,84	0,89	0,93
TR9 (Doğu Karadeniz)	8325,94	8723,21	9139,44	0,73	0,75	0,77
TRA (Kuzeydoğu Anadolu)	7367,16	7664,58	7974,00	1,50	1,58	1,66
TRB (Ortadoğu Anadolu)	9673,10	10108,58	10563,66	1,19	1,24	1,29
TRC (Güneydoğu Anadolu)	10064,46	10457,38	10865,64	0,42	0,42	0,42

4. Tartışma ve Sonuç

Girdi ve çıktıları etkin bir şekilde kontrol etmek için politika yapıcılar ülkelerinin performansını inovasyon verimliliği açısından değerlendirmelidir (Afzal, 2014). Teknolojik değişim, sürdürülebilir ekonomik büyümenin temel itici gücü olarak kabul edilmektedir ve bu nedenle birçok ülke Ar-Ge faaliyetleri için fiziksel kaynaklara ve insan gücüne giderek daha fazla yatırım yapmaktadır (Chen, 2013; Guan ve Zuo, 2014). Bu çalışmada Türkiye'nin Ar-Ge girdileri olarak Ar-Ge İnsan Kaynağı ve Ar-Ge Harcamalarının Gayri Safi Yurtiçi Hasıladaki Payının İBBS-1 düzeyindeki bölgeler bazında 2024-2026 dönemine ilişkin değerleri GM(1,1) modeli ile tahmin edilmiştir.

Yapılan tahminlerin hata düzeyi MAPE ölçütüne göre değerlendirilmiştir. Buna göre, Ar-Ge İnsan Kaynağı değişkenine ilişkin tahminlerin ortalama MAPE değeri %3,74; Ar-Ge Harcamalarının Gayri Safi Yurtiçi Hasıladaki Payı değişkeni için bu değer %10,76 olarak elde edilmiştir. GM(1,1) modelinin Ar-Ge İnsan Kaynağı değişkeninin tahmininde daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Daha sonra 2024-2026 dönemi için değişkenlerin değerleri tahmin edilmiştir. Yapılan tahmin sonuçlarına göre, Ar-Ge İnsan Kaynağının 2024-2026 döneminde tüm bölgelerde artacağı, Ar-Ge Harcamalarının Gayri Safi Yurtiçi Hasıladaki Payının TRC bölgesi haricinde artış göstereceği görülmüştür. Akyüz ve Bilgili

(2022) de yaptıkları çalışmada Türkiye'nin Ar-Ge harcamalarının artacağını kullandıkları gri tahmin yöntemleriyle öngörmüşlerdir.

Elde edilen sonuçlar politika yapıcılar açısından Ar-Ge insan kaynağının ve Ar-Ge harcamalarının gayri safi yurtiçi hasıladaki payının gelecek yıllardaki düzeyine ilişkin bilgi sunmaktadır. Bu sayede bu alanda ayrılacak olan kaynakların etkin şekilde planlanabilmesi ve Türkiye'nin bu alandaki performansının nasıl bir seyir izleyerek hedeflere ulaşılıp ulaşılamayacağını belirlenmesine olanak sağlanabilecektir.

Bu çalışmanın bazı kısıtları bulunmaktadır. Çalışmada kullanılan verilerin tek kaynağının TÜİK olması ve bu çalışmada kullanılan değişkenlerin bölgeler düzeyindeki değerlerinin 2010 yılından itibaren yer alıyor olması temel kısıttır. Ar-Ge harcamaları tek başına yüksek düzeyde değişkenlik gösterdiği için değişken olarak Ar-Ge Harcamalarının Gayri Safi Yurtiçi Hasıladaki Payı kullanılmıştır. Gözlem sayısının az olması da diğer zaman serisi tekniklerinin kullanılarak sonuçların karşılaştırılmasını engellemiştir.

Gelecek çalışmalarda daha uzun zaman serileri ortaya çıktıkça diğer teknikler kullanılarak tahminler gerçekleştirilebilir. Ayrıca GM(1,1) modelinin diğer varyasyonları da kullanılarak tahminler yapılabilir ve bu tahminler hata düzeyleri bakımından karşılaştırılarak en iyi varyasyon belirlenebilir.

Bilgilendirme

Çatışma Beyanı

Yazar tarafından herhangi bir potansiyel çıkar çatışması beyan edilmemiştir.

Fon Desteği

Bu çalışmada herhangi bir resmi, ticari ya da kar amacı gütmeyen organizasyondan fon desteği alınmamıştır.

Etik Standartlara Uygunluk

Yazar tarafından çalışmada kullanılan araç ve yöntemlerin Etik Kurul İzni gerektirmediği beyan edilmiştir.

Etik Beyanı

Yazar tarafından bu çalışmada bilimsel ve etik ilkelere uyulduğu; yararlanılan tüm çalışmaların kaynakçada belirtildiği beyan edilmiştir.

Kaynakça

- Afzal, M. N. I. (2014). An empirical investigation of the National Innovation System (NIS) Using Data Envelopment Analysis (DEA) and the TOBIT Model. *International Review of Applied Economics*, 28 (4), 507-523. <https://doi.org/10.1080/02692171.2014.896880>
- Akyüz, L. ve Bilgili, H. (2022). GM (1,1) ve EXGM (1,1) Tahmin Modellerinin Türkiye'nin Ar-Ge Harcamalarına Uygulanması. *Aksaray University Journal of Science and Engineering*, 6 (2), 95-106. <https://doi.org/10.29002/asujse.1087288>
- Chen, C. P., Hu, J. L., and Yang, C. H. (2013). Produce Patents or Journal Articles? A Cross-Country Comparison of R&D Productivity Change. *Scientometrics*, 94 (3), 833-849. <https://doi.org/10.1007/s11192-012-0811-9>
- Chen, F.C., and Wang, S.M. (2010). Future Trend and Effect of R&D Expenditure in Science and Technology Toward the Industry Between Taiwan and the United States. *Journal of Statistics & Management Systems*, 13 (2), 243-254. <https://doi.org/10.1080/09720510.2010.10701467>
- Deng, J. L. (1982). Control Problems of Grey System. *Systems & Control Letters*, 1 (5), 288-294. [https://doi.org/10.1016/S0167-6911\(82\)80025-X](https://doi.org/10.1016/S0167-6911(82)80025-X)
- Deng, J. L. (1989). Introduction to Grey System Theory, *Journal of Grey System*, 1 (1), 1-24.
- Es, H. A., Hamzacebi, C., and Firat, S. U. O. (2018). GRA-TRI: A Multicriteria Decision Aid Classification Method Based on Grey Relational Analysis. *The Journal of Grey System*, 30 (3), 113.
- Feng, Y., Zhang, H., Chiu, Y., and Chang, T.-H. (2021). Innovation Efficiency and the Impact of the Institutional Quality: A Cross-Country Analysis Using the Two-Stage Meta-Frontier Dynamic Network DEA Model. *Scientometrics*, 126 (4), 3091-3129. <https://doi.org/10.1007/s11192-020-03829-3>
- Guan, J., and Zuo, K. (2014). A Cross-Country Comparison of Innovation Efficiency. *Scientometrics*, 100 (2), 541-575. <https://doi.org/10.1007/s11192-014-1288-5>
- Hsu, L. C. (2011). Using Improved Grey Forecasting Models to Forecast the Output of Opto-Electronics Industry. *Expert Systems with Applications*, 38 (11), 13879-13885. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.04.192>
- Hu, P.Y. (2004). Using a Grey Multipurpose Decision System for Car Purchasing. *Journal of Grey Systems*, 7, 11-14.
- Hu, Y. C. (2020). Energy Demand Forecasting Using a Novel Remnant GM (1, 1) Model. *Soft Computing*, 24 (18), 13903-13912. <https://doi.org/10.1007/s00500-020-04765-3>
- Jian, L.R., and Liu, S.F. (2013). The Restriction Mechanism of Chinese University Results Efficiency Based on the Hybrid of VPRS and Optimized GM(1,1). *11th International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM 2013)*, 1558, 1718-1725. <https://doi.org/10.1063/1.4825860>
- Jian, L.R., and Yu, H.Z. (2014). The Restriction Mechanism on R&D Result Transfer Performance for Chinese Universities Based on Grey Incidence Analysis and Optimized GM(1,1). *Journal of Grey System*, 26 (3), 12-22.
- Kayacan, E., Ulutas, B. ve Kaynak, O. (2010). Grey System Theory-Based Models in Time Series Prediction. *Expert Systems with Applications*, 2010, 37, 1784-1789.
- Li, G. D., Yamaguchi, D., and Nagai, M. (2007). Application of GM (1, 1)-Markov Chain Combined Model to China's Automobile Industry. *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, 2 (3), 327-347.
- Li, G.D., Masuda, S., Wang, C.H., and Nagai, M. (2010). The Hybrid Grey-Based Model for Cumulative Curve Prediction in Manufacturing System. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 47, 337-349.
- Li, L., Wang, R.X., and Li, X.C. (2017). Grey GM(1,1,βk) Model and Its Application in R&D Personnel. *Journal of Grey System*, 29 (1), 120-134.
- Lin, Y., and Liu S. (2004). A Historical Introduction to Grey Systems Theory. *2004 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 3, 2403-2408. <https://doi.org/10.1109/ICSMC.2004.1400689>
- Liu, S., and Lin, Y. (2010). *Grey Information: Theory and Practical Applications*. SpringerVerlag, Berlin.
- Liu, S., Yang, Y., and Forrest, J. (2017). *Grey Data Analysis*. Springer Singapore. <https://doi.org/10.1007/978-981-10-1841-1>
- Miao, C. L., D. B. Fang, L. Y. Sun, and Q. L. Luo. (2017). Natural Resources Utilization Efficiency under the Influence of Green Technological Innovation. *Resources, Conservation & Recycling*, 126, 153-161. <https://doi.org/10.1016/j.resconrec.2017.07.019>
- Minniti, M. (2008), The Role of Government Policy on Entrepreneurial Activity: Productive, Unproductive, or Destructive?, *Entrepreneurship Theory and Practice*, 32 (5), 779-790. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6520.2008.00255.x>

- Rowley, C., and I. Oh. 2020. Trends in Chinese Management and Business: Change, Confucianism, Leadership, Knowledge & Innovation. *Asia Pacific Business Review*, 26 (1), 1-8. <https://doi.org/10.1080/13602381.2019.1698707>
- Shen, C.G., Yu, L.B., and Wei, Y.G. (2010). Grey Interval Prediction of Regional Scientific and Technological Human Resource Input Based on GM(1,1). *ETP/IITA Conference on System Science and Simulation in Engineering (SSSE 2010)*, 267-270.
- Tirkel, I. (2013). Forecasting Flow Time in Semiconductor Manufacturing Using Knowledge Discovery in Databases. *International Journal of Production Research*, 51 (18), 5536-5548. <https://doi.org/10.1080/00207543.2013.787168>
- TÜİK (Türkiye İstatistik Kurumu) (2025). Bölgesel İstatistikler. <https://biruni.tuik.gov.tr/bolgeselistatistik/tabloyilSutunGetir.do?durum=yillariGetir&menuNo=436&altMenuGoster=0&tabloNo=294>, (Erişim Tarihi: 27.02.2025).
- Wang Z., Yongbo, Z., and Huimin, F. (2014). Autoregressive Prediction with Rolling Mechanism for Time Series Forecasting with Small Sample Size. *Mathematical Problems in Engineering*, <http://dx.doi.org/10.1155/2014/572173>.
- Wang, C. N., and Le, A. P. (2019). Application of Multi-Criteria Decision-Making Model and GM (1, 1) Theory for Evaluating Efficiency of FDI on Economic Growth: A Case Study in Developing Countries. *Sustainability*, 11 (8), 2389. <https://doi.org/10.3390/su11082389>
- Wang, C.-N., Dang, T.-T., Nguyen, N.-A.-T., and Le, T.-T.-H. (2020). Supporting Better Decision-Making: A Combined Grey Model and Data Envelopment Analysis for Efficiency Evaluation in E-Commerce Marketplaces. *Sustainability*, 12 (24), 10385. <https://doi.org/10.3390/su122410385>
- Wang, C.-N., Nguyen, T.-L., and Dang, T.-T. (2021). Analyzing Operational Efficiency in Real Estate Companies: an Application of GM (1,1) and DEA Malmquist Model. *Mathematics*, 9, 202. <https://doi.org/10.3390/math9030202>
- Wang, S., Fan, J., Zhao, D., and Wang, S. (2016). Regional Innovation Environment and Innovation Efficiency: The Chinese Case, *Technology Analysis and Strategic Management*, 28 (4), 396-410. <https://doi.org/10.1080/09537325.2015.1095291>
- Wang, Z. X., Wang, Z. W., and Li, Q. (2020). Forecasting the Industrial Solar Energy Consumption Using a Novel Seasonal GM (1, 1) Model with Dynamic Seasonal Adjustment Factors. *Energy*, 200, 117460. <https://doi.org/10.1007/s00500-020-04765-3>
- Wei, Q., Chen, M., and Ruan, C.Y. (2021). Research and Development Investment Combination Forecasting Model of High-Tech Enterprises Based on Uncertain Information. *Mathematical Problems in Engineering*, 2021, 6684711. <https://doi.org/10.1155/2021/6684711>
- WIPO (2024). *The Global Innovation Index 2024: Unlocking the Promise of Social Entrepreneurship*, Geneva, Switzerland.
- Wu, J., Zhuo, S., and Wu, Z. (2017). National Innovation System, Social Entrepreneurship, and Rural Economic Growth in China. *Technological Forecasting and Social Change*, 121, 238-250. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2016.10.014>
- Xia, H.X. Jiao, J.Y. Wang, P.C. Tang, X.W. Xiong, C.Y., and Wu, L.S. (2024). Research on the Corporate Innovation Resilience of China Based on FGM(1,1) and Fuzzy-Set Qualitative Comparative Analysis Model. *Fractal and Fractional*, 8 (1), 2. <https://doi.org/10.3390/fractalfract8010002>
- Xiao, J.X. Liao, Y. Hou, R.Y., Peng, W.H., and Dan, H.J. (2024). Evaluation and Prediction of Regional Innovation Ecosystem from the Perspective of Ecological Niche: Nine Cities in Hubei Province, China as the Cases. *Sustainability*, 16 (11), 4489. <https://doi.org/10.3390/su16114489>
- Xie, X.M., Liu, X.J., and Blanco, C. (2023). Evaluating and Forecasting the Niche Fitness of Regional Innovation Ecosystems: A Comparative Evaluation of Different Optimized Grey Models. *Technological Forecasting and Social Change*, 191, 122473. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2023.122473>
- Yu, Z., Yang, C., Zhang, Z., and Jiao, J. (2015). Error Correction Method Based on Data Transformational GM (1, 1) and Application on Tax Forecasting. *Applied Soft Computing*, 37, 554-560. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.09.001>
- Yuan, C., Liu, S., and Fang, Z. (2016). Comparison of China's Primary Energy Consumption Forecasting by Using ARIMA (The Autoregressive Integrated Moving Average) Model and GM (1, 1) Model. *Energy*, 100, 384-390. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2016.02.001>
- Zhang, Y., Xu, Y., and Wang, Z. (2009). GM(1,1) Grey Prediction of Lorenz Chaotic System. *Chaos, Solitons & Fractals*, 42 (2), 1003-1009. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2009.02.031>
- Zhao, Z., Wang, J., Zhao, J., and Su, Z. (2012). Using a Grey Model Optimized by Differential Evolution Algorithm to Forecast the per Capita Annual Net Income of Rural Households in China. *Omega*, 40 (5), 525-532. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2011.10.003>