

Üçgenler Konusunun Öğretimine Yönelik Farklı Ülkelerin Ders Kitaplarında Yer Alan Örneklerin İncelenmesi Examination of Examples in Textbooks of Different Countries for Teaching Triangles

Mücahit Şahin¹  Fatih Karakuş² 

¹ Doktora öğrencisi, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas, Türkiye

² Profesör, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas, Türkiye

Makale Bilgileri

Geliş Tarihi (Received Date)

18.03.2025

Kabul Tarihi (Accepted Date)

03.09.2025

*Sorumlu Yazar

Mücahit Şahin

Sivas Cumhuriyet

Üniversitesi, Sivas, Türkiye

mucahit0580581@gmail.com

Öz: Bu çalışmada Türkiye, Singapur ve Kanada ortaokul matematik ders kitaplarındaki üçgenler konusuyla ilgili çözümlü örneklerin incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışma nitel araştırma yaklaşımı kapsamında doküman analizi yöntemi ile yürütülmüştür. Elde edilen veriler; başlangıç örnekleri, standart örnekler, geliştirici örnekler, uç örnekler, örnek dışı örnekler ve karşıt örnekler şeklinde sınıflandırılmış ve betimsel olarak analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda ülkelerin ders kitaplarında yer alan örnek türlerinde çeşitli benzerlik ve farklılıklar olduğu görülmüştür. Singapur ve Kanada'daki ders kitaplarında başlangıç, standart ve geliştirici örnekler en fazla kullanılırken nadiren örnek dışı örneklerin kullanıldığı tespit edilmiştir. Türkiye'deki kitaplarda ise sıklıkla başlangıç, geliştirici ve örnek dışı örneklere yer verilirken standart ve karşıt örneklere daha az yer verildiği tespit edilmiştir. Bununla beraber üç ülkenin ders kitaplarında uç örneklere hiç yer verilmemiştir. Ayrıca üçgenler konusuyla ilgili örnek sayısının en fazla Singapur'daki matematik ders kitaplarında en az ise Kanada'daki matematik ders kitaplarında yer aldığı görülmüştür. Bu çalışmada üç ülkenin ortaokul matematik ders kitaplarında üçgenler konusu bağlamında kullanılan örnek türleri incelenmiştir. Gelecekte yapılacak araştırmalarda, aynı ders kitapları kapsamında farklı matematik konularında örnek türlerinin nasıl ele alındığı detaylı olarak incelenebilir. Böylece ders kitaplarındaki örnek türlerinin konuya özgü dağılımı ve bu dağılımın öğrenci kavrayışı üzerindeki etkileri hakkında daha kapsamlı bilgiler elde edilebilir.

Anahtar Kelimeler: Karşılaştırmalı analiz, örnek türleri, örneklerin sınıflandırılması, ders kitapları

Abstract: This study aimed to examine the examples related to triangles in Turkish, Singaporean and Canadian middle school mathematics textbooks. The study was conducted using the document analysis method within the scope of a qualitative research approach. The obtained data were classified as initial samples, standard samples, developer samples, extreme samples, out-of-sample samples and counter-samples and analysed descriptively. The results revealed that there are various similarities and differences in the types of examples in the textbooks of the countries. In the textbooks of Singapore and Canada, beginning, standard and developer examples were used most frequently, while nonexample were rarely used. Textbooks in Turkey, on the other hand, frequently used beginning, developer and nonexamples, while standard and counter examples were used less frequently. Extreme examples are not included in the textbooks of the three countries. It was found that the number of examples related to triangles was the highest in Singapore's mathematics textbooks, followed by Turkey's textbooks, and the lowest in Canada's mathematics textbooks. In this study, the types of examples used in the context of the topic of triangles in middle school mathematics textbooks from three countries were examined. In future research, how different types of examples are presented in other mathematical topics within the same textbooks can be investigated in detail. In this way, more comprehensive information can be obtained about the topic-specific distribution of example types in textbooks and the effects of this distribution on students' understanding.

Keywords: Comparative analysis, types of examples, classifying examples, textbooks

Şahin, M. ve Karakuş, F., (2025). Üçgenler konusunun öğretimine yönelik farklı ülkelerin ders kitaplarında yer alan örneklerin incelenmesi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(3), 437-453. <https://doi.org/10.17556/erziefd.1660629>

Giriş

Öğretim programları doğrultusunda; öğretmenlere kılavuzluk eden ve her sınıf düzeyinde belirli bilgiler içeren ders kitapları, eğitimin ana kaynaklarından biri olarak görülmektedir (Oğuzkan, 1994). Bundan dolayı ders kitaplarının matematiksel bilgiye ulaşmada önemli araçlardan biri olduğu söylenebilir. Ders kitapları, program hedefleri ile öğretmenlerin derste öğretim faaliyetleri arasında köprü görevi kurarak matematiksel içerik ve öğretim yöntemleri hakkında temel bir kaynak görevi görmektedir (Haggarty ve Pepin, 2002). Dolayısıyla ders kitaplarında yer alan matematiksel durumlar, öğrencilerin matematiksel fikirler geliştirmelerine ve bu fikirler üzerinde düşünmelerine olanak sağlamaktadır (Stein vd., 1996). Aynı zamanda ders kitapları, öğretmenlerin derste kullanacakları etkinlikler ile örneklerin belirlenmesinde önemli bir role sahiptir (Fan ve Kaeley, 2000). Bu durum ders kitaplarının hem öğrencilerin öğrenme süreçlerini hem de öğretmenlerin eğitim faaliyetlerini yürütmeleri açısından önemli fırsatlar sunduğunu göstermektedir (Ponte ve Marques, 2011; Son ve Senk, 2010). Bununla beraber ders kitaplarının öğrenme fırsatlarına işaret

etmesi yönüyle önemli bir kaynak olması, ders kitaplarıyla ilgili olarak uluslararası karşılaştırmaların artmasına sebep olmuştur (Yükselen ve Kepçeoğlu, 2021). Uluslararası karşılaştırmalar, diğer ülkelerin programları ve ders kitapları arasında kıyaslamalar yapılmasına imkân tanımaktadır (Anılan ve Anagün, 2007). Özellikle Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması [Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS)] ve Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı [Programme for International Student Assessment (PISA)] gibi uluslararası karşılaştırmaların yapıldığı sınavlar, bu sınavlara katılan ülkeler arasında daha geniş kapsamlı kıyaslamalar yapılmasına olanak tanır (Baltacı ve Biber, 2021). Ata Özer ve Yaman (2021) bu sınavlarda; matematik alanında yüksek başarı gösteren ülkelerin başarılarını etkileyen faktörlere yönelik birçok çalışmanın yapıldığını ifade etmektedir. Ayrıca bu çalışmalarda sıklıkla başarılı ülkeler ile diğerleri arasındaki farklılıkların nedenlerini incelemekte; özellikle de matematik ders kitaplarının karşılaştırılmasına odaklanılmaktadır (Schmidt vd., 2001).

Alanyazında ülkelerin kullandıkları ders kitaplarını inceleyen çalışmaların olduğu tespit edilmiştir (Alacacı ve Erbaş, 2010; Bütünler, 2019; Cai ve Jiang, 2017; Hong ve Choi, 2014; Özer, 2014). Bu kapsamda Alacacı ve Erbaş (2010) ders kitaplarının görsel sunumu, içerik düzeni, öğrenme alanları ve konuların sunuluş biçimlerini incelemiştir. Benzer şekilde Bütünler (2019) ve Özer (2012) ders kitaplarında yer alan soruları, türlerine ve bilişsel düzeylerine göre sınıflandırmıştır. Hong ve Choi (2014) ise ders kitaplarında ele alınan konuların kapsamını ve içerdiği matematiksel öğeleri karşılaştırmalı olarak analiz etmiştir. Ayrıca Cai ve Jiang (2017), problem kurma etkinliklerinin yapısını ve bu etkinliklerin öğrencilere sunduğu fırsatları incelerken; Toprak ve Özmantar (2019) ise ders kitaplarında kullanılan örnekleri; bilişsel istem, muhakeme ve ispat boyutları açısından ele almıştır.

Öğretmen ve öğrenciler tarafından sınıf ortamında kullanılan ders kitapları, etkili bir geometri öğretiminin önemli bileşenlerinden biridir (Yüksel, 2010). Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi'ne [National Council of Teachers of Mathematic (NCTM)] göre matematiğin alt dallarından biri olan geometrinin, dünyanın anlaşılmasında ve analiz edilmesinde önemli bir araç olduğunu ifade edilerek matematik müfredatının merkezinde yer aldığını vurgulamıştır (NCTM, 2001). Geometri, matematik eğitiminde büyük bir öneme sahip olmasına rağmen öğrenciler bu derste birçok zorluk yaşamaktadır (Ünlü, 2014). Özellikle geometrinin soyut bir yapıya sahip olması, öğrencilerin geometriye yönelik ilgilerini ve geometri başarılarını olumsuz yönde etkilemektedir (Gür ve Kobak Demir, 2017). Bu durum hem ulusal hem de uluslararası sınav sonuçlarında belirgin bir şekilde görülmektedir (Kemankaşlı, 2010). Örneğin TIMSS 2023 verilerinde Türkiye'nin geometri başarısı, yıllar içerisinde bir artış gösterse de en düşük başarı ortalamasının geometri alanına ait olduğu ve geometri başarısının genel ortalama puandan daha düşük olduğu görülmüştür (Millî Eğitim Bakanlığı, 2023). Yani öğrencilerin geometri alanında diğer öğrenme alanlarına kıyasla istenilen başarıya ulaşamadıkları söylenebilir.

Geometrideki temel kavramlardan biri olan üçgenler, birçok geometrik yapının sahip olduğu ilişkilerin ortaya konulmasında önemli bir yere sahiptir. Ayrıca pek çok geometrik kavramın öğretiminde üçgenler önemli bir rol oynamaktadır (Kaplan & Hızarcı, 2005). Geometri konularının öğretiminde üçgenler ayrı bir öneme sahip olmasına rağmen öğrenciler üçgen kavramıyla ilgili birçok zorluk yaşamaktadır. Yapılan çalışmalarda öğrencilerin genellikle üçgenleri inşa etmekte ve tanımını yapmakta zorlandıkları, üçgenlerin yüksekliklerini çizmekte kavram yanlışlarına sahip oldukları (Şahin vd., 2023; Tümlüklü, 2009), üçgenlerin çizimi ve özellikleriyle ilgili eksik veya yanlış kavram imajlarının bulundukları (Altıparmak, 2022) görülmüştür. Öğrencilerin üçgenler konusuyla ilgili bu kavram yanlışlarına ve yanlış kavram imajlarına sahip olmalarında sıklıkla prototip örnekleri kullanmalarından kaynaklandığı belirtilmiştir (Güven vd., 2019). Öğrencilerin prototip örnekleri kullanmalarının en önemli nedenlerinden biri ders kitapları olduğu ifade edilmiştir (Pekyen, 2024). Ders kitapları, birçok ülkede eğitim-öğretim sürecinin temel ve vazgeçilmez bir bileşeni olarak kabul edilmektedir (Akran, 2022). Ancak yapılan araştırmalar bu kitaplarda yer alan örneklerin genellikle prototip nitelikte olduğunu; çeşitlilik, sayı ve nitelik açısından yetersiz kaldığını ve günlük yaşamla yeterince ilişkilendirilmediğini ortaya koymaktadır (Gezgin ve Bal, 2021; Özmantar vd., 2017; Pekyen, 2024). Bu sebeple ders kitaplarındaki örnekler yanlış

kullanıldığında, öğrencilerin kavram ve kurallarla ilgili eksik ve yanlış anlamalar geliştirmelerine neden olmaktadır (Zaslavsky, 2010).

Karşılaştırmalı eğitim alanındaki araştırmalar, sıklıkla farklı ülkelerin öğretim programları ile ders kitaplarının analizine odaklanmaktadır (Kaytan, 2007). Bu araştırmalar, öğrencilerin geometri konularında yeterli başarıyı gösteremediklerini ortaya koymaktadır (Karadağ ve Turan, 2013). Bu durum geometri öğretiminde, karşılaşılan zorlukların ve öğrenme eksikliklerinin analiz edilebilmesi anlamak adına geometri konularının derinlemesine incelenmesini gerekli kılmaktadır. Geometrinin temel konularından biri olan üçgenlerde, öğrencilerin sıklıkla zorlandıkları ifade edilmektedir (Zeybek, 2013). Öğrencilerin üçgenler konusuna ilişkin yaşadıkları güçlüklerin nedenlerinden biri öğretim içeriği olabilir (Bingölbali ve Özmantar, 2009). Öğretim içeriğinin yapılandırılmasında, ders kitapları ile bu kitaplarda sunulan örneklerin türü ve sunuluş biçimi belirleyici bir rol oynamaktadır (Şahin ve Karakuş, 2023). Bu nedenle kitap analizleri, öğrencilerin kavramları nasıl yapılandırabileceğine dair ipuçları sunabilir. Özellikle farklı ülkelerin ders kitaplarında üçgenler konusundaki örneklerin incelenmesi ülkelerin konuları ne şekilde ve nasıl öğrettiklerine dair belirgin bir resim ortaya koyacaktır.

Bu çalışma farklı ülkelerde kullanılan matematik ders kitaplarındaki örnek türlerini karşılaştırmalı olarak inceleyerek alanyazında önemli bir boşluğu doldurmayı amaçlamaktadır. Uluslararası karşılaştırmalı araştırmaların çoğu öğretim programı, içerik ve genel yapı üzerine yoğunlaşırken; örnek türlerine özgü analizlere yeteri kadar yer verilmemiştir (Şahin ve Karakuş, 2024). Bu bağlamda bu çalışma, alanyazında yeterince ele alınmamış olan örnek türlerinin ülkelere göre nasıl sınıflandırıldığı konusunda katkı sunmaktadır. Aynı zamanda farklı ülkelere kullanılan ders kitapları, bireylerin diğer toplumların karşılaştığı sorunlar ve benimsedikleri eğitim sistemleri hakkında bilgi edinmesini sağlamakta; böylece olayları daha geniş bir perspektiften değerlendirme imkânı sunmaktadır (Maraşlı, 2023). Ayrıca Singapur gibi uluslararası başarı sıralamalarında öne çıkan ülkelerin öğretim yaklaşımlarının incelenmesi Türkiye gibi gelişmekte olan eğitim sistemlerine yol gösterici olabilir. Bu yönüyle araştırma, matematik öğretim uygulamalarının iyileştirilmesine yönelik karşılaştırmalı veri sunması açısından da önem taşımaktadır. Bu bağlamda ülkelerin ders kitaplarındaki örneklerin benzerlik ve farklılıkların tespit edilmesinin matematik öğretimine önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir. Eğitim uygulamaları açısından değerlendirildiğinde bu çalışmanın bulgularının öğretim programı geliştiricileri, ders kitabı yazarları ve öğretmenler için somut öneriler sunması beklenmektedir. Özellikle öğretmenlerin örnek seçiminde büyük ölçüde ders kitaplarına bağlı kaldığı göz önüne alındığında (Şahin, 2021), kitaplarda sunulan örneklerin çeşitliliği, öğrencilerin konuları farklı açılardan ele alabilmelerine olanak sağlayacak şekilde ders kitaplarının hazırlanmasına katkı sağlaması açısından da önemli bir role sahiptir.

Alanyazındaki uluslararası karşılaştırmalı çalışmalarda farklı ülkelerdeki ders kitapları; tasarım, dil, içerik, öğretim etkinlikleri ve sorular gibi çeşitli açılardan karşılaştırılmış ve benzerlikler ile farklılıklar üzerinde çalışmalar yapılmıştır. (Amet vd., 2019; Khalidova ve Tapan Broutin, 2017; Kul vd., 2018; Yağan, 2020). Buna karşın ders kitaplarında yer alan örneklerin incelendiği çalışmaların sayısı sınırlıdır (Şahin ve Karakuş, 2024). Farklı ülkelere kullanılan ders kitaplarında

yer alan örnek türlerini ele alan yeterli sayıda çalışmaya da rastlanmamaktadır. Dolayısıyla bu çalışmanın farklı ülkelerde kullanılan kitaplardaki örnek türlerinin incelenmesi ve karşılaştırılmasıyla ilgili alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu çalışmada kapsamında TIMSS ve PISA gibi uluslararası yapılan sınavlarda üst sıralarda yer alan Singapur matematik ders kitapları ile orta sıralarda yer alan Kanada ders kitaplarıyla beraber ülkemizde kullanılan ders kitaplarında üçgenler konusuyla ilgili ne tür örneklerle yer verildiği karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Bu amaca yönelik aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır.

1. Singapur, Kanada ve Türkiye'deki ders kitaplarında yer alan üçgenler konusuyla ilgili örnek türleri nelerdir?
2. Ders kitaplarındaki üçgenler konusuyla ilgili örnek türlerinin dağılımı ülkelere göre nasıl değişmektedir?

Singapur, Kanada ve Türkiye Eğitim Sistemleri ve Matematik Ders Kitapları

Üç ülkenin eğitim sisteminde birtakım benzerlik ve farklılıklar bulunmaktadır. Türk eğitim sisteminde eğitim seviyeleri; okul öncesi, ilkököl, ortaokul, ortaöğretim ve yükseköğretimden oluşmaktadır. İlkokul, ortaokul ve ortaöğretim kademeleri 4 yıllık süreyi kapsamaktadır. Singapur eğitim sistemi ise 6 yıllık ilkököl, 4-5 yıllık ortaokul ve 2 yıllık üniversiteye hazırlık bulunmaktadır (Toprak ve Özmantar, 2019). Kanada eğitim sistemi 6-8 yıllık ilkököl eğitimi ile 4-6 yıllık ortaöğretime kapsamaktadır (Çetinbağ, 2019). Ülkemizde 2005 yılında matematik öğretim programlarında yapılan değişiklikler neticesinde matematiği kullanabilme ve matematiksel düşünme becerilerine odaklanılmış ve yapılandırmacı eğitim anlayışı esas alınmıştır (Uğur Arslan, 2015). Aynı zamanda öğrencilerin problem çözme, araştırma, inceleme, sorgulama, yaratıcılık, karar verme ve eleştirel düşünme gibi becerilerin de geliştirilmesi amaçlanmıştır (Akinoğlu, 2005). 2013 ve 2018 yıllarında hazırlanan iki matematik öğretim programı da (MEB, 2013; MEB, 2018) benzer amaçlar göz önünde bulundurarak kavramsal öğrenmeyi temel almıştır. Son olarak Türkiye Yüzyılı Maarif Model'i'nde tasarlanan matematik öğretim programlarında; matematiksel muhakeme, matematiksel temsil, matematiksel problem çözme, veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme, matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma becerilerine vurgu yapılarak alan becerileri, kavramsal beceriler ve alana özgü bütünsel becerileri kapsayan ve bu becerilerin süreç bileşenlerini de içeren bir program hazırlanmıştır (MEB, 2024). Singapur matematik öğretim programı ise sarmal bir yapıya sahip olmasıyla beraber öğrencilerin farklı ihtiyaç ve yeteneğe göre birbirine bağlı birçok öğretim programı uygulamaktadır (Toprak ve Özmantar, 2019). Singapur matematik öğretim programında içerikten ziyade öğrenme-öğretme süreçleri üzerinde durulmaktadır. Ayrıca problem çözme, öğretim programının odak noktası olarak görülürken öğrenci merkezli eğitim anlayışı benimsenmektedir (Serçe, 2020). Singapur ilköğretim matematik programı, tüm öğrencilere 4 yıllık sürede uygulanan bir programdır. Bu programdan sonra öğrenciler, ilköğretim 5 ve 6 temel matematik programı veya 5 ve 6 standart matematik programından birini tercih etmekteledir. İlköğretim 5 ve 6 temel matematik öğretim programı, Singapur ilköğretim 1-4 matematik programında temel öneme sahip kavram ve becerilerin yeniden ele alınmasına olanak tanımaktadır. İlköğretim 5 ve 6 standart matematik programı da ilköğretim 1-4 matematik programının detaylı bir şekilde uygulanmasına imkân tanımaktadır. Temel matematikte öğretilen yeni kavram

ve beceriler, standart matematik programının bir alt kümesi olarak ifade edilmektedir (Ministry of Education Singapore, 2012). Kanada'da her eyalet kendi eğitim sistemine yönelik amaçlar belirlemiş olsa da benzer temel amaçlar altında toplanmıştır (Taşdan, 2013). Kanada matematik öğretim programında; problem çözme becerileri, üst düzey düşünme becerileri, işlemsel beceriler ve aritmetik beceriler ele alınarak öğrencilerden bu becerileri kazanması beklenmektedir (Erbilge, 2019). Ayrıca her öğrencinin matematiği öğrenebileceği ve bireysel farklılığının gözetilmesi gerektiği ifade edilirken; öğrencilerden matematiksel kavramlar arasında ilişki kurması ve bu kavramları günlük hayatta kullanması amaçlanmıştır (MoE, 2005). Bununla beraber öğrencilerin öğrenmeleri için çeşitli öğrenme fırsatlarına da hâkim olması beklenmektedir. Öğretmenler ise programı uygularken farklı öğretme ve öğrenme stratejilerini kullanmaktadır. Ayrıca öğrencilerin iletişim becerilerinin geliştirilmesi amaçlanmaktadır. Kanada matematik dersi öğretim programı; Sayı algısı ve Sayma, Ölçme, Geometri ve Uzamsal algı, Örüntü ve Cebir, Veri yönetimi ve Olasılık öğrenme alanlarından oluşmaktadır. (akt: Erbilge, 2019).

Singapur'da matematik ders kitapları, ortaokul düzeyinde *My Pals are Here* ve *New Syllabus Mathematics* kitapları dâhil olmak üzere toplam dört matematik ders kitabından oluşmaktadır. Singapur matematik ders kitapları, öğrencilere soyut matematiksel kavramları somut deneyimlerle ilişkilendirerek matematiksel düşünme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olmaktadır. Bununla birlikte bu kitaplar öğrencilerin bağımsız öğrenme becerilerini geliştirmelerine ve çeşitli problem çözme stratejileri üretmelerine olanak tanıyan farklı öğrenme fırsatları sunmaktadır (Yoong ve Hoe, 2009). Aynı zamanda Singapur'da kullanılan matematik ders kitaplarında; somut görsel temsiller, diyagramlar, modeller ve rehberli alıştırmalar eşliğinde artan zorluk seviyeleriyle sunulan etkinlikler ve örnekler, öğrencilerin kavramsal öğrenmeler gerçekleştirmelerine katkıda bulunduğu vurgulanmaktadır (Toprak, 2019). Kanada, Türkiye ve Singapur'un aksine birden fazla eyaletten oluştuğu ve her eyaletin farklı kitaplar ve programlar tercih edilmesinden dolayı ders kitabı seçim süreci farklılık göstermektedir. Bu çalışmada Kanada Millî Eğitim Bakanlığı'nın belirlediği, farklı eyaletlerdeki komisyonlar tarafından onaylanmış ve Pearson yayınevi tarafından basılan *Math Makes Sense* matematik ders kitapları, Kanada'yı temsil etmek amacıyla seçilmiştir. Kanada matematik ders kitaplarında, bilişsel beceri gerektiren açık uçlu soru türlerinin sıklıkla yer aldığı ve soruların "kavramsal bilgiye" odaklandığı (Kul vd., 2018) belirtilmiştir. Türkiye'de kullanılan ders kitapları ise hazırlanma, seçilme ve onaylanma süreçleri, Millî Eğitim Bakanlığı'na bağlı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı'nın alt birimi olan Ders Kitapları ve Öğretim Materyalleri Daire Başkanlığı tarafından yürütülmektedir. Türkiye'de yer alan matematik ders kitaplarında "olgusal bilgiye" odaklanıldığı (Kul vd., 2018) ve problem kurma türünde etkinliklerin çok sayıda yer aldığı (Çelik Demirci ve Kul, 2021) vurgulanmıştır. Bu çalışmada da Türkiye'de kullanılan ders kitapları belirlenirken MEB programına göre hazırlanmış olması ve halen okullarda kullanılan ders kitaplarının olmasına dikkat edilmiştir.

Örneklerin Sınıflandırılmasıyla İlgili Teorik Çerçeve

Matematikte örnekler, soyut kavramları somut bir yapıya dönüştürmede önemli bir işleve sahiptir (Gökbulut, 2010). Ayrıca ispat yaparken, karmaşık ilişkileri ifade ederken ve bir

konuya ilişkin açıklamaları göstermek içinde kullanılmaktadır (Bills vd., 2006). Bunun yanı sıra daha genel bir kavramı özel bir durumla sunmak (Sinclair vd., 2011), soyut problemleri çözmek (Zhu ve Simon, 1987), kavramlara ait tanımları göstermek, kavrama ait olmayan durumları belirtmek ve öğrencilerin kavramsal genellemelere ulaşmalarını sağlamak gibi işlevleri de bulunmaktadır (Tsamir vd., 2008). Bu nedenlerle örnekler, matematiksel kavramların daha derinlemesine anlaşılmasında ve öğrenilmesinde önemli bir görev üstlenmektedir.

Ders kitaplarında sıkça yer alan ve öğrencilerin ilgisini çeken çözümlü örnekler, öğrencilere zaman ve kaynak tasarrufu sağlamanın yanı sıra etkili matematiksel anlayışlar geliştirmeleri açısından da önemli bir araç olarak kullanılmaktadır (Weinberg, 2012). Bu tür çözümlü örnekler, problem çözme aşamasında farklı temsilleri birleştirebilme kapasitesiyle de önemli bir işlev üstlenmektedir (Mayer vd., 1991). Bundan dolayı iyi yapılandırılmış çözümlü örnekler, belirlenen hedeflere uygun çözüm adımlarını sunduklarında, öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmelerinde önemli bir rol oynamaktadır (Van Loon-Hillenvd., 2012). Ayrıca bir problemi çözerken adım adım çözüm stratejileri geliştirmeye olanak sağlar ve sözel ifadeleri görselleştirerek öğrencilerin kavramsal anlayışlarını güçlendirir (Toprak, 2019). Eğer çözümlü örnekler yeterince iyi yapılandırılmazsa, öğrenciler bu örnekleri yanlış yorumlayabilir ve bu durum öğrenmelerini olumsuz bir şekilde etkileyebilir (LeFevre ve Dixon, 1986). Yani örnekler, öğrenmeyi kolaylaştırdığı gibi yanlış kullanıldığını takdirde öğrencilerin kavram ve kurallarla

ilgili eksik ve yanlış anlamalar geliştirmesine neden olmaktadır (Zaslavsky, 2010). Dolayısıyla kitaplarda yer alan çözümlü örneklerin iyi yapılandırılmış olması öğrencilerin matematiksel anlamalar sağlaması için son derece önemli bir rol oynamaktadır.

Örneklerin sınıflandırılmasına yönelik alanyazında üzerinde hem fikir olunan bir sınıflandırma henüz bulunmamaktadır. Araştırmacılar, örneklerin kullanım amaçlarına göre farklı sınıflandırmalar yapmışlardır (Alkan, 2016; Bills vd., 2006; Houston, 2009; Michener, 1978; Polya 1973; Tsamir vd., 2008). Alkan (2016) alanyazında yer alan bu sınıflandırmalarda, benzer özellikleri içeren örneklerin farklı isimlerde kullanıldığını fark etmiş ve örnek türleriyle ilgili verilen kritik özelliklerin ve açıklamaların yetersiz olduğunu belirtmiştir. Bundan dolayı alanyazında yer alan farklı örnek sınıflandırmalarını karşılaştırmış ve bu örnek sınıflandırmalarıyla ilgili benzerlik ve farklılıkları dikkate alarak yeni bir teorik çerçeve geliştirmiştir. Alkan'ın (2016) teorik sınıflamasının, alanyazındaki diğer örnek sınıflamalarına ilişkin benzerlik ve farklılıkları göz önünde bulundurması ve bu örnek türleriyle ilgili kritik özellikleri detaylı şekilde açıklamasından dolayı bu çalışmada bu teorik çerçevenin kullanılmasına karar verilmiştir. Alkan (2016) örnekleri; başlangıç örnekleri, standart örnekler, geliştirici örnekler, uç örnekler, örnek dışı örnekler ve karşıt örnekler olarak sınıflandırmıştır. Bu kategorilere ilişkin açıklamalar, Alkan ve Güven (2018, s. 150) tarafından tablo hâlinde sunulmuştur. Bu çalışmada da ilgili tabloya yer verilmiş ve örnek türlerine ilişkin sınıflama Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1. Örnek kategorileri, kodlar ve kullanım amaçları

Örnek kategorileri	Örneklere ait kodlar	Kullanım amaçları
Başlangıç örnekleri	Konuya öğrencilerin dikkatini çekme ve hatırlatma (BK1)	Bir konunun başında öğrencilerin konuya ilgisini çekmek ve öğrencilerinin eski bilgilerini hatırlatmak amacıyla sunulan örneklerdir.
	Tanım için alt yapı oluşturma (BK2)	Bir konunun başında öğrencilerine konu için bilmeleri gereken bilgileri içeren örneklerdir.
	Konular arası ilişkiyi sağlayarak konuya giriş yapma (BK3)	Yeni bir konuya başlarken bu konuya eski bir konuyla bağlantı sağlamak için sunulan örneklerdir.
Standart örnekler	Tanımı yansıtma (SK1)	Tanımın ne anlama geldiğini ifade eden prototip örneklerdir.
	Kuralı yansıtma (SK2)	Bir kuralın ne anlama geldiğini ifade eden prototip örneklerdir.
	Bir prosedürün nasıl uygulandığını gösterme (SK3)	Bir işlemsel sürecin basitçe nasıl gerçekleştiğini ifade eden örneklerdir.
Geliştirici örnekler	Tanımın standart örneklerinin öğrencilerde oluşan muhtemel algıyı genişletmeye çalışma (GK1)	Tanımın standart örneklerinin öğrencilerde oluşan muhtemel algıyı genişletmeye çalışmak için sunulan örneklerdir.
	Kuralı yansıtan standart örneklerin dışında bu kuralın başka durumlarla ilişkisini gösterme (GK2)	Öğretmenin dersinde bir kuralı ifade ettikten sonra kuralı yansıtan standart örneklerin dışında bu kuralı başka durumlarla ilişkisini göstermek için sunulan örneklerdir.
	Konular arası ilişkiyi sağlayarak kavramın sınırlarını genişletme (GK3)	Konular arası ilişkiyi göstererek öğrencilerde kavramın sınırlarını genişletmek amacıyla sunulan örneklerdir.
Uç örnekler	Kavramlara ait istisna durumları gösterme (UK1)	Kavramlara ait istisna durumu içeren örneklerdir.
Örnek Dışı örnekler	Tanıma ait olmayan durumu gösterme (ÖDK1)	Tanıma ait olmayan durumları ifade etmek için kullanılan örneklerdir.
	Kurala ait olmayan durumu gösterme (ÖDK2)	Kurala ait olmayan durumları ifade etmek için kullanılan örneklerdir.
Karşıt örnekler	Öğrencilerin yanlış genellemelere ulaşmalarını engelleme (KK1)	Öğrencilerin yanlış genellemelere ulaşmalarını engellemek amacıyla kullanılan örneklerdir.

Alanyazında matematiksel örneklerle ilgili ulusal ve uluslararası birçok çalışmanın olduğu tespit edilmiştir. Uluslararası çalışmalarda sıklıkla; örneklerin seçimi ve kullanımı, örnek ve örnek türlerinin tanımı, matematik öğretimde örneklerin yeri ve önemiyle ilgili çalışmalara yer verildiği görülürken ulusal çalışmalarda öğretmenlerin kullandıkları ve ders kitaplarında yer alan örnek türlerinin incelendiği çalışmaların olduğu belirlenmiştir (Şahin, 2021). Örneğin Zaslavsky ve Zodik (2008), tecrübeli matematik öğretmenlerinin örnek kullanımı ve seçimine odaklandıkları çalışmalarında, öğretmenlerin ders sırasında genellikle önceden planlanmış örnekleri kullansalar da dersin akışına bağlı olarak anlık ve planlanmamış örneklere de ihtiyaç duyduklarını belirtmişlerdir. Alkan (2016), öğretmenlerin kullandıkları örnekler ile öğretimsel açıklamaları arasındaki ilişkiyi tespit etmeyi amaçladığı çalışmada, öğretmenlerin açıklayıcı ve işlemsel boyutta en çok standart ve geliştirici örnekler kullandıklarını buna karşın karşıt ve uç örneklere daha az yer verdikleri sonucuna ulaşmıştır. Benzer şekilde Şahin ve Karakuş (2021), öğretmenlerin çoğunlukla standart örnekleri tercih ettiklerini ve örnek dışı ile başlangıç örneklerini nadiren kullandıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca öğretmenlerin derslerinde uç ve karşıt örnek türlerine hiç yer vermediklerini tespit etmişlerdir. Alkan ve Güven (2018), ders kitaplarında limit konusuyla ilgili örnekleri sınıflandırdıkları çalışmalarında, standart ve geliştirici örnek türlerinin ders kitaplarında sıklıkla yer verildiğini ancak örnek dışı örneklere ve başlangıç örneklerine çok az yer verildiğini tespit etmişlerdir. Şahin ve Karakuş (2024) ise ders kitaplarında üçgenler konusunun öğretiminde yer alan örnekleri inceledikleri çalışmalarında, örnek türlerinin sınıf düzeylerine göre farklılık gösterdiğini ifade ederek sıklıkla başlangıç, standart ve geliştirici örneklerin kullanıldığı sonucuna varmışlardır. Ayrıca örnek dışı örneklerin çok az kullanıldığını ve 8. sınıf düzeyine kadar uç ve karşıt örneklerin hiç kullanılmadığını belirtmişlerdir.

Yöntem

Bu çalışmada nitel araştırma deseni benimsenmiş ve doküman analizi yöntemi kullanılmıştır. Doküman analizi, araştırma verilerinin birincil kaynağı olarak çeşitli belgelerin toplanması, gözden geçirilmesi, sorgulanması ve analiz edilmesi süreci olarak tanımlanan bilimsel bir yöntemdir (Sak vd., 2021). Bu çalışmada da Türkiye, Singapur ve Kanada'ya ait ortaokul matematik ders kitaplarında yer alan üçgen konusuna ilişkin örnekler ele alındığı için doküman analizi yöntemi benimsenmiştir. Yıldırım ve Şimşek (2016), doküman analizi yönteminin aşamalarını; Dokümanlara ulaşma, orijinallik ve güvenilirlik, dokümanları anlama, veriyi analiz etme ve veriyi kullanma şeklinde ifade etmiştir. Bu

araştırmada da Yıldırım ve Şimşek'in (2016) aşamaları takip edilmiştir.

Araştırma Süreci

Dokümanlara ulaşma: Türkiye, Singapur ve Kanada'ya ait ortaokul matematik ders kitapları ilgili yayınevlerinden dijital ortamda temin edilmiştir.

Orijinallik ve güvenilirlik: Kitapların baskı tarihleri, yayınevleri ve içerik tutarlılıkları kontrol edilerek kaynakların orijinalliği ve güvenilirliği kontrol edilmiştir.

Dokümanları anlama: Her üç ülkenin kullandığı kitaplar ayrıntılı şekilde incelenmiş; üçgenler konusuna dair sayfa numaraları, konu başlıkları ve sınıf düzeyleri tespit edilmiştir. Belirlenen üçgen konularına göre Singapur ders kitaplarında "Learn" ve "Worked Example", Kanada ders kitaplarında "Connect" ve "Example" ile Türkiye ders kitaplarında "Birlikte yapalım" ve "Örnek" başlıklarıyla verilen çözümü tamamlanmış örneklerin incelenmesine karar verilmiştir. Bu çalışmada Türkiye'de Albayrak, Uğur ve Arslan tarafından yazılan ve Milli Eğitim Bakanlığı tarafından onaylanan 2024 yılında yayımlanan 5. sınıf matematik ders kitabı ile Çağlayan, Güler, Çelik ve Karakuş'un hazırladığı 2021 yılında yayımlanan 6. sınıf kitabı ve Böge ile Akıllı tarafından yazılan 2021 yılında yayımlanan 8. sınıf kitabı analiz edilmiştir. Singapur'da Kheong, Kaur, Loh ve Chew tarafından hazırlanan ve Marshall Cavendish Education tarafından 2017 yılında yayımlanan My Pals are Here! serisinin 7. baskısı ile Yeo, Koo ve Lee tarafından yazılan ve Shing Lee Publishers tarafından 2015 yılında yayımlanan New Syllabus Mathematics 1 kitabının 3. baskısı çalışmaya dâhil edilmiştir. Kanada'da ise Pearson yayınevi tarafından yayımlanan ve yazarları Appel, Lyons, Muschlitz ve Goodridge'in yer aldığı 2009 tarihli 6. Sınıf Math Makes Sense kitabı ile Garneau, Balzano ve Knight'in tarafından yazılan 2007 tarihli 7. sınıf Math Makes Sense kitabı incelenmiştir. Araştırmada kullanılan matematik ders kitapları Tablo 2'de yer almaktadır.

Tablo 2. Singapur, Kanada ve Türkiye matematik ders kitapları

Ülkeler	Sınıf Düzeyleri	Seçilen Matematik Ders Kitapları
Singapur	5.sınıf	My Pals are Here Maths 5A
Singapur	5.sınıf	My Pals are Here Maths 5B
Singapur	6.sınıf	My Pals are Here Maths 6A
Singapur	7.sınıf	New Syllabus Mathematics Book 1
Kanada	6.sınıf	Math Makes Sense 6
Kanada	7.sınıf	Math Makes Sense 7
Türkiye	5.sınıf	Matematik 5 Ders 1.Kitap
Türkiye	6.sınıf	Matematik 6 Ders Kitabı
Türkiye	8.sınıf	Matematik 8 Ders Kitabı

Tablo 3. Ülkelerin ders kitaplarında yer alan örneklerin sınıf düzeylerine ve konu başlıklarına göre frekans değerleri

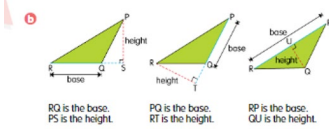
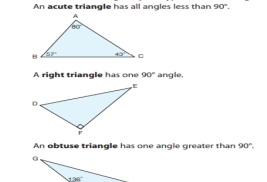
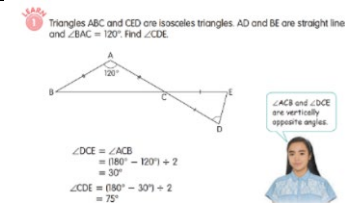
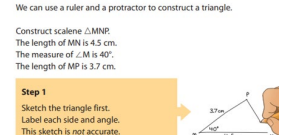
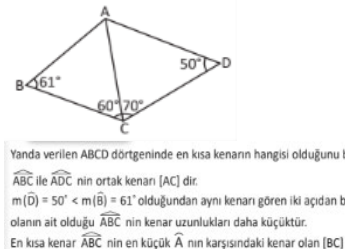
Konular	Ülkeler					
	Singapur		Kanada		Türkiye	
	Sınıf düzeyi	f	Sınıf düzeyi	f	Sınıf düzeyi	f
Üçgenin alanı	5	9	7	4	6	5
Üçgenlerin sınıflandırılması	5 ve 7	12	6	4	5	6
Üçgende açılar	6 ve 7	10	6	2	5	2
Üçgen çizimleri	6 ve 7	7	6	2	8	18
Toplam		38		12		31

Veriyi analiz etme ve veriyi kullanma: Elde edilen örnekler, Alkan'ın (2016) geliştirdiği teorik çerçeveye göre kodlanarak betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Araştırmada üçgenin alanı, üçgenlerin sınıflandırılması, üçgende açılar ve üçgen çizimleri olmak üzere her üç ülkenin ders kitaplarında ortak olarak yer alan dört konu üzerinden örnekler analiz edilmiştir. Belirlenen bu konular doğrultusunda, her ders kitabında yalnızca çözümünü tamamlanmış örnekler analiz kapsamına alınmıştır. Ders kitaplarında yer alan çözümlü örnekler, ülkelerin sınıf düzeyleri ve konu başlıkları göz önünde bulundurularak incelenmiş ve frekans değerleri Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3'e göre üçgenler konusunda ilgili Singapur'daki ders kitaplarında 38, Kanada'daki ders kitaplarında 12 ve Türkiye'deki ders kitaplarında 31 çözümlü örneğe yer verilmiştir. Singapur'daki ders kitaplarında üçgenler konusu 5,

6 ve 7. sınıf düzeyinde, Kanada'daki ders kitaplarında 6. ve 7. sınıf düzeyinde, Türkiye'deki ders kitaplarında ise 5, 6 ve 8. sınıf düzeyinde yer almaktadır. Singapur'daki ders kitaplarında üçgenin alanıyla ilgili çözümlü örnek sayısı 9, Kanada'daki ders kitaplarında 4 ve Türkiye'deki ders kitaplarında ise 5'tir. Üçgenlerin sınıflandırılmasıyla ilgili Singapur'daki ders kitaplarında 12, Kanada'daki ders kitaplarında 4 ve Türkiye'deki ders kitaplarında 6 çözümlü örnek bulunmaktadır. Singapur'daki ders kitaplarında üçgende açılar konusuyla ilgili çözümlü örnek sayısı 10, Kanada'daki ve Türkiye'deki ders kitaplarında 2 örnek tespit edilmiştir. Üçgen çizimleriyle ilgili Singapur'daki ders kitaplarında 7, Kanada'daki ders kitaplarında 2 ve Türkiye'deki ders kitaplarında 8 çözümlü örnek kullanıldığı belirlenmiştir. Bununla beraber veriyi kullanma aşamasında ise analiz bulguları; tablolar, şekiller ve açıklamalarla raporlanmıştır.

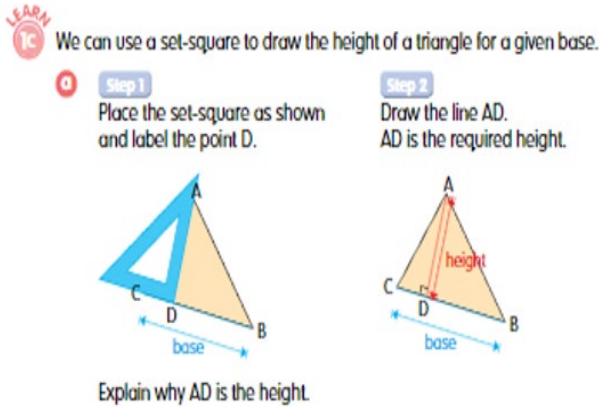
Tablo 4. Singapur, Kanada ve Türkiye'de seçilen ortaokul matematik ders kitaplarındaki çözümlü örneklerin sınıflandırılmasına ilişkin açıklama ve kodlama örnekleri

Örnekler	Örnek Kategorisi	Örnek Kodu	Açıklaması
 RQ is the base. PS is the height. PQ is the base. RT is the height. RP is the base. QU is the height. Singapur My Pals Here 5A	Başlangıç örneği	BK2	Bu örnekte üçgende alan tanımı verilmeden önce konunun başlangıcında üçgende yükseklik ve yüksekliğe ait tabanın bilinmesi gereken bilgileri içermektedir. Buna bağlı olarak bu örnek bir konunun başlangıcında öğrencilere konuyla ilgili bilmeleri gereken bilgileri sunan (BK2) olarak kodlanmıştır.
 We can name triangles by the types of interior angles. An acute triangle has all angles less than 90°. A right triangle has one 90° angle. An obtuse triangle has one angle greater than 90°. Kanada Math Makes Sense 6	Standart örnek	SK1	Bu örnekte dar, dik ve geniş açılı üçgen çeşitlerinin tanımı verildikten sonra bu tanımı yansıtan örneklerle yer verilmiştir. Buna bağlı olarak bu örnek tanımın ne anlama geldiğini ifade eden prototip örnekler içeren (SK1) olarak kodlanmıştır.
 Triangles ABC and CED are isosceles triangles. AD and BE are straight lines and $\angle BAC = 120^\circ$. Find $\angle CDE$. $\angle DCE = \angle ACB$ $= (180^\circ - 120^\circ) \div 2$ $= 30^\circ$ $\angle CDE = (180^\circ - 30^\circ) \div 2$ $= 75^\circ$ Singapur My Pals Here 5A	Geliştirici örnek	GK1	Bu örnekte iki farklı ikizkenar üçgen verilmiş ve bir üçgendeki açı ölçülerinden yararlanarak diğer üçgendeki açı ölçüsünün bulunmasına yönelik prototip olmayan bir örnek verilmiştir. Buna bağlı olarak bu örnek tanımın standart örnekleri kullanılarak öğrencilerde oluşabilecek algıyı genişletmeye yönelik (GK1) olarak kodlanmıştır.
 We can use a ruler and a protractor to construct a triangle. Construct scalene $\triangle MNP$. The length of MN is 4.5 cm. The measure of $\angle M$ is 40°. The length of MP is 3.7 cm. Step 1 Sketch the triangle first. Label each side and angle. This sketch is not accurate. Kanada Math Makes Sense 6	Örnek Dışı örnekler	ÖDK2	Bu örnekte üçgen çizim kuralını sağlamamaktadır. Buna bağlı olarak bu örnek kuralla ilgili olmayan durumları ifade etmek için kullanılan (ÖDK2) olarak kodlanmıştır.
 Yanda verilen ABCD dörtgeninde en kısa kenarın hangisi olduğunu b $\widehat{ABC}$ ile $\widehat{ADC}$ nin ortak kenarı [AC] dir. $m(\widehat{D}) = 50^\circ < m(\widehat{B}) = 61^\circ$ olduğundan aynı kenarı gören iki açıdan b olanın ait olduğu $\widehat{ABC}$ nin kenar uzunlukları daha küçüktür. En kısa kenar $\widehat{ABC}$ nin en küçük $\widehat{A}$ nin karşısındaki kenar olan [BC] t Türkiye Matematik 8 Ders Kitabı	Karşıt örnek	KK1	Bu örnekte öğrencilerin en küçük açı değerinin en küçük kenar uzunluğa sahip olması gerektiğine yönelik yanlış genellemelerinin önüne geçmek için bu örnek verilmiştir. Buna bağlı olarak bu örnek öğrencilerin yanlış genellemelere ulaşmalarını engellemek amacıyla kullanıldığı için (KK1) olarak kodlanmıştır.

Verilerin Analizi

Bu çalışmada farklı ülkelerin ders kitaplarından elde edilen verilerin analizinde betimsel analiz yönteminden yararlanılmıştır. Ders kitaplarında yer alan çözümlü örnekler, Tablo 1’de sunulduğu gibi Alkan (2016) tarafından geliştirilen örnek türleriyle ilgili sınıflandırmaya göre analiz edilmiştir. Alkan (2016) örnekleri; başlangıç örnekleri, standart örnekler, geliştirici örnekler, karşıt örnekler, örnek dışı örnekler ve uç örnekler olmak üzere altı farklı örnek türü altında sınıflandırmıştır. Alkan’ın (2016) örnek türleriyle ilgili bu sınıflandırması alanyazındaki diğer sınıflamalardaki benzerlik ve farklılıkları dikkate alması, her bir örnek türüyle ilgili detaylı özellikleri içermesi ve diğer sınıflandırmaları kapsamasından dolayı tercih edilmiştir (Şahin ve Karakuş, 2021). Ders kitaplarındaki yer alan çözümlü örneklerin Alkan’ın (2016) teorik çerçevesine göre nasıl sınıflandırıldığıyla ilgili örnek kod, kategori ve açıklamalara Tablo 4’te yer verilmiştir.

Veri analizinin güvenilirliğini sağlamak amacıyla öncelikle verilerin nasıl kodlanacağına dair ayrıntılı kurallar ve açıklamalar içeren bir kodlama rehberi hazırlanmıştır. Bu rehber doğrultusunda küçük bir veri seti üzerinde pilot çalışmalar yapılmış; böylece kodlama sürecinde yaşanabilecek sorunlar önceden tespit edilerek düzeltilmiştir. Bununla beraber matematik eğitimi alanında doktora yapmış bir uzmandan destek alınmıştır. Uzman; matematik örnekleri, örneklerin sınıflandırılması ve örnek türleriyle ilgili deneyime sahip ve bu çalışmada kullanılan ilgili teorik çerçeveye de hakimdir. Hem uzman hem de araştırmacı Alkan’ın (2016) teorik çerçevesini kullanarak farklı zaman dilimlerinde ve ayrı ayrı yaptıkları sınıflandırmaları ele almışlardır. Bu çalışmada analiz edilen toplam 81 örnek üzerinden %85 (69/81) oranında uzman ve araştırmacı arasında görüş birliği sağlanmıştır. Geriye kalan 12 örnek üzerinde görüş ayrılıkları tespit edilmiş ve bu örnekler üzerinde araştırmacı ile uzman arasında yapılan ortak değerlendirme ve tartışmalar sonucunda uzlaşmaya varılmıştır. Bu süreçte uzman ve araştırmacı örnekleri ilgili kategoriye göre hangi gerekçeyle sınıflandırdığını açıklamış ve teorik çerçeve doğrultusunda örnekler yeniden ele alınmıştır. Örneğin Şekil 1’de araştırmacı, örneği SK1 olarak kodlarken uzman aynı örneği BK2 olarak kodlanmıştır. Araştırmacı ve uzmanın öne sürmüş olduğu gerekçeler Şekil 1’de sunulmuştur.



Şekil 1: Uzman ve araştırmacının sınıflandırma konusunda anlaşmazlık yaşadığı örnek 1

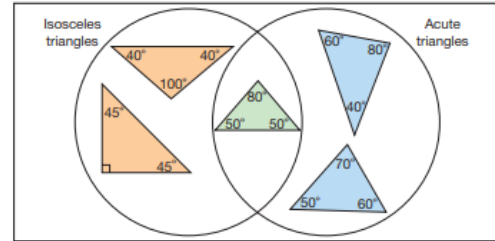
Araştırmacının yaptığı kodlama ve görüşü: Şekil 1’deki örnekte yükseklik ve yüksekliğe ait taban gösterilerek bir prototip örnek sunulmaktadır. Bu sebeple bu örnek SK1 olarak kodlanmıştır.

Uzmanın yaptığı kodlama ve görüşü: Şekil 1’deki örnekte üçgenlerde yükseklik ve bu yüksekliğe ait tabanla ilgili öğrencilerin konuya ilişkin bilmeleri gereken bilgileri içermektedir. Bu bilgiler, üçgenin alanının hesaplanması için bir alt yapı oluşturmaktadır. Çünkü bu bilgilerden hemen sonra üçgenin alanıyla ilgili örnekler verilerek üçgenin alanının tanımı yapılmıştır. Bu sebeple bu örnek BK2 olarak kodlanmıştır.

Uzlaşma üzerinde yapılan kodlama ve görüşü: Yükseklik ve yüksekliğe ait tabanla ilgili bilgilere yer verilerek üçgende alan konusuna giriş yapıldığı anlatılmıştır. Ayrıca bu örneğin üçgenin alanının hesaplanması için bir alt yapı oluşturduğu vurgulanmıştır. Bu nedenle araştırmacı ve uzman BK2 kodundan uzlaşmışlardır.

Şekil 2’de araştırmacı, örneği SK1 olarak kodlarken uzman aynı örneği GK1 olarak kodlanmıştır. Araştırmacı ve uzmanın öne sürmüş olduğu gerekçeler Şekil 2’de sunulmuştur.

► We can sort triangles in a Venn diagram.
For example, choose the sorting rule "Isosceles triangles" and "Acute triangles."



The triangles in the left loop have 2 equal angles.

The triangles in the right loop have all angles less than 90°.

The triangle in the overlap has 2 equal angles and all angles less than 90°.

Şekil 2: Uzman ve araştırmacının sınıflandırma konusunda anlaşmazlık yaşadığı örnek 2

Araştırmacının yaptığı kodlama ve görüşü: Şekil 2’deki örnekte üçgen çeşitleri verilmiştir. Yani iç açılara göre üçgenlerin nasıl sınıflandırılacağıyla ilgili bilgiler verildikten sonra tanımı yansıtan bir prototip örnek sunulmuştur. Bu sebeple SK1 olarak kodlanmıştır.

Uzmanın yaptığı kodlama ve görüşü: Şekil 2’deki örnekte, üçgenlerin sınıflandırılmasıyla ilgili şemada üçgen çeşitlerinin birbirleriyle ilişkisini gösterilmiştir. Örneğin dik açılı bir üçgenin aynı zamanda ikizkenar bir üçgen olabileceği verilen görselle açıklanmıştır. Bundan dolayı bu örnek GK1 olarak kodlanmıştır. Öğrencilerin muhtemel algılarını genişletmeye yöneliktir.

Uzlaşma üzerinde yapılan kodlama ve görüşü: Üçgen çeşitleriyle ilgili ilişki verilerek öğrencilerin muhtemel algılarını genişletmek için bu örneğe yer verildiğinden dolayı GK1 olarak kodlanmıştır.

Bulgular

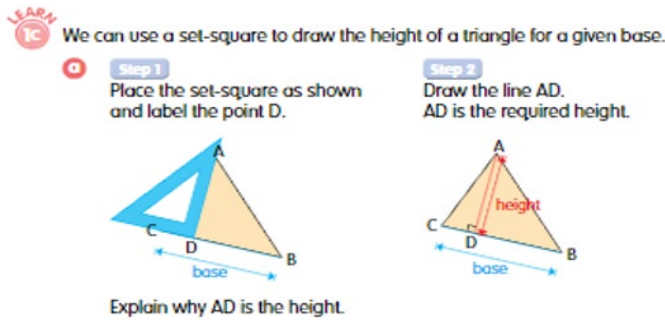
Singapur, Kanada ve Türkiye’deki Ders Kitaplarında Üçgenler Konusuyla İlgili Kullanılan Örnek Türleri

Singapur, Kanada ve Türkiye’deki matematik ders kitaplarında üçgenler konusuyla ilgili örnek türlerinin ve kodların dağılımı Tablo 5’te sunulmuştur.

Tablo 5. Singapur, Kanada ve Türkiye ortaokul matematik ders kitaplarında üçgenler konusuyla ilgili örnek türlerine ilişkin frekans değerleri

Örnek türü	Kod	Singapur		Kanada		Türkiye		Toplam
Başlangıç örnekleri	BK1	-	-	-	-	-	-	-
	BK2	20	20	4	4	13	13	37
	BK3	1	-	2	-	2	-	3
Standart örnekler	SK1	10	-	4	-	1	-	15
	SK2	1	11	-	4	2	3	18
	SK3	-	-	-	-	-	-	-
Geliştirici örnekler	GK1	5	-	3	-	6	-	14
	GK2	1	6	-	3	-	6	15
	GK3	2	-	1	-	2	-	5
Örnek dışı örnekler	ÖDK1	-	-	-	-	-	-	-
	ÖDK2	1	1	1	1	6	6	8
Karşıt örnekler	KK1	-	-	-	-	3	3	3
Uç örnekler	UK1	-	-	-	-	-	-	-
		38		12		31		

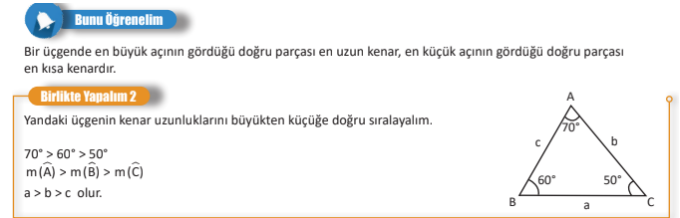
Tablo 5'e göre üç ülkenin ders kitaplarında başlangıç örneklerinden 37 tane kullanılmış olup bu örneklerin 20 tanesi Singapur'daki kitaplara ait, 4 tanesi Kanada'daki kitaplara ait ve 13 tanesi Türkiye'deki kitaplara ait olduğu tespit edilmiştir. Singapur'daki kitaplara ait örneklerden 1'i BK3 ve 20'si BK2 kodlu örnekler olup BK1 kodlu örnekler hiç yer verilmemiştir. Kanada'daki kitaplara ait örneklerden 2'si BK3 ve 4'ü BK2 kodlu örnekler olup BK1 kodlu örnekler hiç kullanılmamıştır. Türkiye'deki kitaplara ait örneklerden 2'si BK3 ve 13'ü BK2 kodlu örnekler olup BK1 kodlu örnekler hiç kullanılmamıştır. Genel olarak bakıldığında üç ülkenin ders kitaplarında en çok yer verdikleri örnek türü başlangıç örnekleri olduğu görülmüştür. Başlangıç örnekleri en çok Singapur'daki ders kitaplarında kullanılmıştır. Örneğin Singapur'da 5. Sınıf düzeyinde yer alan Şekil 3'teki örnek BK2 olarak kodlanmıştır.

**Şekil 3:** Başlangıç türü (BK2) örnek

Şekil 3'teki başlangıç türü örneğinde, üçgenlerde yükseklik ve bu yüksekliğe ait tabanla ilgili öğrencilerin konuya ilişkin bilmeleri gereken bilgileri içermektedir. Bu bilgiler, üçgenin alanının hesaplanması için bir alt yapı oluşturmaktadır. Bu bilgilerden yararlanılarak verilen bu örnekte üçgenin alanının tanımını kazandırmak amacıyla eylemler yapılmaktadır.

Üç ülkenin ders kitabında standart örneklerinden 18 tane kullanılmış olup 11 tanesi Singapur'daki kitaplara ait, 4 tanesi Kanada'daki kitaplara ait ve 3 tanesi Türkiye'deki kitaplara ait olduğu tespit edilmiştir. Singapur'daki kitaplara ait örneklerden 10'u SK1 ve 1'i SK2 kodlu örnekler olup SK3 kodlu örnekler hiç kullanılmamıştır. Kanada'daki kitaplara ait örneklerden 4'ü SK1 kodlu örnekler olup SK2 ve SK3 kodlu örnekler kullanılmamıştır. Türkiye'deki kitaplara ait

örneklerden 1'i SK1 ve 2'si SK2 kodlu örnekler olup SK3 kodlu örnekler kullanılmamıştır. Örneğin Türkiye'de 8.sınıf düzeyinde yer alan örnek SK2 olarak kodlanmıştır.

**Şekil 4:** Standart örnek (SK2)

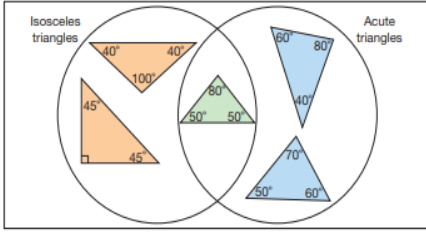
Şekil 4'teki standart örnekte, üçgende açı ve kenar ilişkisiyle ilgili özellik verildikten sonra bu özelliğin ne anlama geldiğini açıklayan bir prototip örnek sunulmuştur. Ders kitabında verilen bu örnekte, öğrenci üçgenlerde küçük açı karşısında kısa kenar ve büyük açı karşısında uzun kenar bulunmasıyla ilgili kuralı daha önceden öğrenmiştir. Bu sebeple verilen örnekte kuralın bir uygulaması yapılmaktadır.

Üç ülkenin ders kitabında geliştirici örneklerinden 15 tane kullanılmış olup bu örneklerin 6 tanesi Singapur'daki, 3 tanesi Kanada'daki kitaplara ait ve 6 tanesi Türkiye'deki kitaplara ait olduğu tespit edilmiştir. Singapur'daki kitaplara ait örneklerden 5'i GK1, 2'si GK3 ve 1 tanesi GK2 kodlu örnekler olduğu belirlenmiştir. Kanada'daki kitaplara ait örneklerden 3'ü GK1 ve 1'i GK3 kodlu örnekler olup GK2 kodlu örnekler hiç kullanılmamıştır. Türkiye'deki kitaplara ait örneklerden 6'sı GK1 ve 2'si GK3 kodlu örnekler olup GK2 kodlu örnekler hiç kullanılmamıştır. Örneğin Kanada'da 6. sınıf düzeyinde yer alan Şekil 5'teki örnek GK1 olarak kodlanmıştır.

Şekil 5'teki geliştirici örnekte, üçgenlerin sınıflandırılmasıyla ilgili şemada üçgen çeşitlerinin birbirleriyle ilişkisini gösterilmiştir. Örneğin dik açılı bir üçgenin aynı zamanda ikizkenar bir üçgen olabileceği verilen görselle açıklanmıştır. Bundan dolayı bu örnek öğrencilerin muhtemel algılarını genişletmeye yöneliktir.

Üç ülkenin ders kitabında örnek dışı örneklerinden 8 tane kullanılmış olup 1 tanesi Kanada'daki ve 6 tanesi Türkiye'deki kitaplara ait olup 1 tanesi ise Singapur'daki kitaplara ait olduğu tespit edilmiştir. Bu kitaplarda kullanılan örnek dışı örnekler, ÖDK2 kodlu örnekler iken ÖDK1 örneklere yer verilmemiştir. Örneğin Türkiye'de 8. sınıf düzeyinde yer alan Şekil 6'daki örnek ÖDK2 olarak kodlanmıştır.

- We can sort triangles in a Venn diagram.
For example, choose the sorting rule "Isosceles triangles" and "Acute triangles."



The triangles in the left loop have 2 equal angles.
The triangles in the right loop have all angles less than 90°.
The triangle in the overlap has 2 equal angles and all angles less than 90°.

Şekil 5: Geliştirici örnek (GK1)

Birlikte Yapalım 2

Bilgisayar programı yardımıyla kenar uzunlukları 2 br, 2 br ve 5 br olan bir $\triangle ABC$ çizilebilir mi? İnceleyelim.

1. Adım: Üstten 6. menüden merkez ve yarıçapla "Çember" aracı ile $|AB| = 2$ br yarıçaplı ve A merkezli bir çember çizelim.

2. Adım: $|CD| = 2$ br yarıçaplı ve C merkezli bir çember çizelim.

3. Adım: B ve D noktalarını kırmızı çember üzerinde 1. menüden "Taşı" aracı ile taşıdığımızda kesişme olmaz. Bu nedenle üçgen çizilemez.

Şekil 6: Örnek dışı örnek (ÖDK2)

Şekil 6'da verilen örnek dışı örnekte, üç kenar uzunluğu verilerek oluşturulmaya çalışılan bir üçgenin çizilemeyeceğini göstermektedir. Bu örnek yalnızca üç kenar uzunluğu verilerek bir üçgenin oluşturulabileceği iddiasının tek başına yeterli olamayacağını göstermektedir. Yani doğrusal olmayan üç doğru parçası yardımıyla bir üçgen çizilebilir iddiasının her durumda sağlamadığı göstermesinden ötürü bu örnek ÖDK2 olarak kodlanmıştır.

Karşıt örneklere, Singapur ve Kanada'daki kitaplarda hiç yer verilmezken Türkiye'deki kitaplarda 3 tane karşıt örnek kullanılmıştır. Örneğin Türkiye'de 8. Sınıf düzeyinde yer alan Şekil 7'deki örnek KK1 olarak kodlanmıştır.

Birlikte Yapalım 6

Yanda verilen ABCD dörtgeninde en kısa kenarın hangisi olduğunu bulalım.

$\widehat{ABC}$ ile $\widehat{ADC}$ nin ortak kenarı $[AC]$ dir.
 $m(\widehat{D}) = 50^\circ < m(\widehat{B}) = 61^\circ$ olduğundan aynı kenarı gören iki açıdan büyük olanın alt olduğu $\widehat{ABC}$ nin kenar uzunlukları daha küçüktür.
En kısa kenar $\widehat{ABC}$ nin en küçük $\widehat{A}$ nin karşısındaki kenar olan $[BC]$ dir.

Şekil 7: Karşıt örnek (KK1)

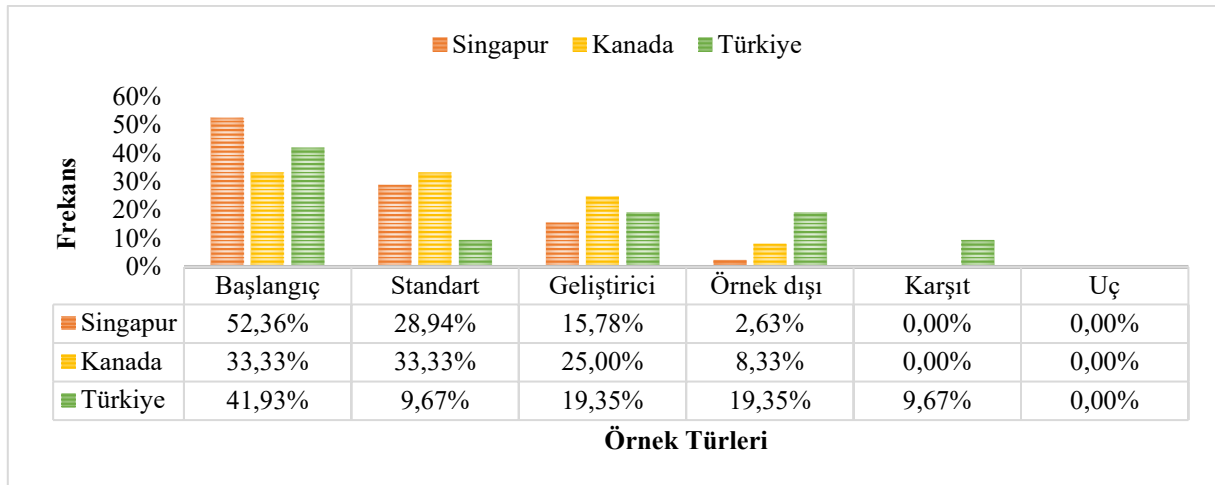
Şekil 7'de verilen örnekte, üçgende açı ve kenar ilişkisiyle ilgili özellik verildikten sonra öğrencilerin sadece iç açılara odaklanarak en kısa kenarın $[AC]$ olacağı şeklinde bir genelleme yapmalarını engelleyebilecek nitelikte bir karşıt örnek sunulmuştur.

Ders Kitaplarında Üçgenler Konusuna İlişkin Örnek Türlerinin Ülkelere Göre Dağılımı

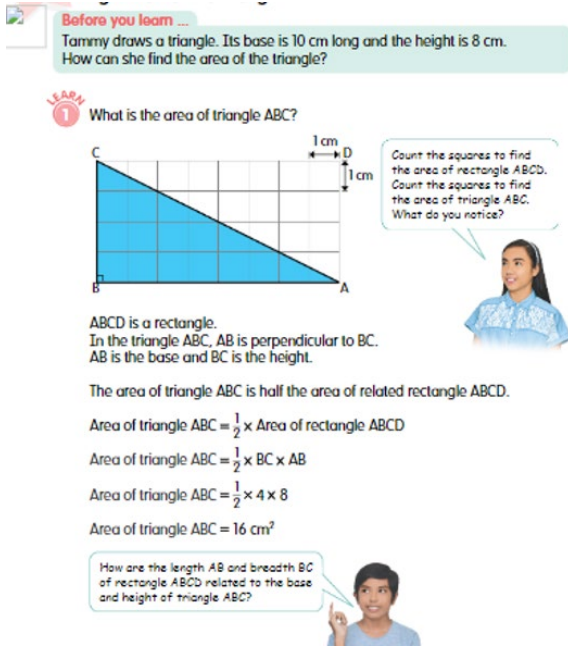
Singapur, Kanada ve Türkiye'deki matematik ders kitaplarında üçgenler konusuyla ilgili örnek türlerinin dağılımı Şekil 8'de verilmiştir.

Şekil 8'e göre Singapur'daki ders kitaplarında başlangıç örnek türünden %52,36 (20); standart örnek türünden %33,33 (11); geliştirici örnek türünden %15,78 (6) ve örnek dışı örnek türünden %2,63 (1) kullanıldığı görülmüştür. Ayrıca karşıt ve uç örneklere bu kitaplarda hiç yer verilmemiştir. Bununla beraber Singapur'a ait ders kitaplarında sıklıkla tanım için altyapı oluşturmaya yönelik örneklere yer verilmiştir. Kanada'daki ders kitaplarında başlangıç örnek türünden %33,33 (4); standart örnek türünden %33,33 (4); geliştirici örnek türünden %25 (3) ve örnek dışı örnek türünden %8,33 (1) kullanıldığı görülmüştür. Bu kitaplarda karşıt ve uç örneklerin hiç kullanılmadığı belirlenmiştir. Aynı zamanda bu kitaplarda başlangıç, standart ve geliştirici örnek türlerinin dengeli bir şekilde yer verildiği tespit edilmiştir. Türkiye'deki ders kitaplarında ise başlangıç örnek türünden %41,93; standart örnek türünden %9,67 (3); geliştirici örnek türünden %19,35 (6); örnek dışı örnek türünden %19,35 (6) ve karşıt örneklerden %9,67 (3) kullanıldığı görülmüştür. Bununla beraber Türkiye'ye ait kitaplarda standart örnek türü oranı nispeten diğer iki ülkeye göre daha az kullanılırken karşıt örnek türü sadece Türkiye'deki kitaplarda sunulmuştur.

Şekil 9'da sunulan örnek, Singapur'daki ders kitabında yer alan BK2 ve BK3 olarak kodlanmıştır. Çünkü üçgenin alanıyla ilgili tanımlar verilmenden önce tanım için alt yapı oluşturulması ve öğrencilerin daha önce öğrendikleri dikdörtgenin alanı ile üçgenin alanı arası ilişkiden yararlanarak konuya giriş yapılmıştır. Böylece bu örnek hem üçgenin alanı tanımlanmadan önce kullanılması hem de önceki öğrenilen bir konu ile üçgenin alanıyla ilişki sağlanmak amacıyla sunulmasından dolayı BK2 ve BK3 kodlu örnekler olarak kodlanmıştır.



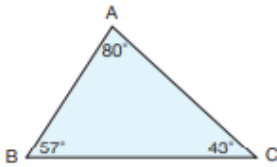
Şekil 8: Ülkelere göre örnek türlerinin dağılımı



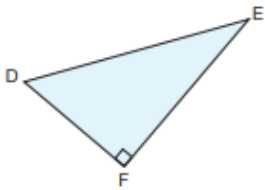
Şekil 9: Singapur kitabında sunulan başlangıç örneği

Benzer şekilde Kanada'daki ders kitabında yer alan Şekil 10'daki örnek, SK1 olarak kodlanmıştır. Çünkü ders kitabında yer alan bu örnek dar, dik ve geniş açılı üçgen tanımları verildikten sonra bu tanımları yansıtmak amacıyla verilmiştir. Yani bu örnek üçgenlerin iç açılarına göre nasıl sınıflandırılması gerektiğine ilişkin tanımları ifade eden prototip bir örnektir.

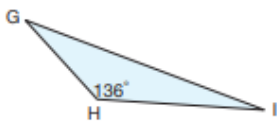
► We can name triangles by the types of interior angles.
An acute triangle has all angles less than 90°.



A right triangle has one 90° angle.



An obtuse triangle has one angle greater than 90°.



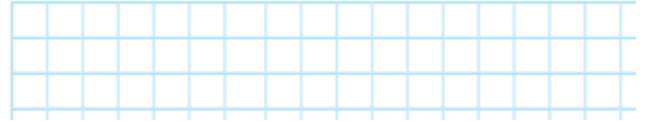
Şekil 10: Kanada kitabında sunulan standart örnek

Türkiye'deki ders kitabında yer alan Şekil 11'deki örnek, ÖDK2 olarak kodlanmıştır. Çünkü ders kitabında yer alan bu örnek, üçgen çizilebilme koşullarını sağlamamaktadır. Bu örnekte iki dik açısı verilen üçgenin çizilip çizilememesi durumu öğrencilere sorgulatılarak kurala ait olmayan bir durumu ifade etmek amacıyla kullanıldığı için ÖDK2 olarak kodlanmıştır.

Örnek 1

Aşağıdaki soruları sınıfça tartışınız.

• İki dik açısı olan üçgen çizilebilir mi?



Şekil 11: Türkiye kitabında sunulan örnek dışı örnek

Tartışma ve Sonuç

Araştırma kapsamında elde edilen bulgulara, üçgenlere ilişkin örnek sayısının en fazla Singapur'daki matematik ders kitaplarında en az ise Kanada'daki matematik ders kitaplarında yer aldığı görülmüştür. Geometri, soyut bir yapıya sahip olan kavramların bir araya gelmesi neticesinde inşa edilen bir disiplindir. Bu soyut kavramların daha anlaşılır hâle getirilmesinde ve soyut fikirlerin somut hâle dönüştürülmesinde örnekler, önemli bir rol oynayarak öğretmenler ve öğrenciler arasındaki iletişimin güçlenmesini sağlamakta ve öğrenim sürecinin etkili ve verimli geçmesine yardımcı olmaktadır (Alkan ve Saka, 2023). Bu bağlamda soyut geometrik kavramların somutlaştırılmasına yönelik örneklerle Singapur ders kitaplarında, Kanada ders kitaplarına göre daha fazla yer verildiği söylenebilir. Bunun yanında üçgenler konusuyla ilgili Singapur ve Türkiye'deki ders kitaplarında kullanılan örnek sayılarının birbirine yakın olduğu sonucuna ulaşırlarken Kanada'daki ders kitaplarında diğer iki ülkeye kıyasla çok az kullanıldığını tespit edilmiştir. Kavramlarla ilgili durumlarla beraber kavramla ilgili olmayan durumların öğretilmesinde önemli bir rol oynayan örneklerin (Şahin, 2021), Kanada ders kitaplarında yeterince yer verilmemesi üçgen kavramının somutlaştırılmasında bir eksiklik olarak görülebilir. Çünkü ders kitaplarında her konuya ilişkin yeterli sayıda örneğe yer verilmediğinde hem öğretmenlerin etkili öğretim yapabilmesi hem de öğrencilerin farklı problem durumlarıyla karşılaşarak kavramları derinlemesine anlamasını zorlaştırmaktadır (Fan ve Kaeley, 2000; Schmidt vd., 2001; Son ve Sinclair, 2010).

Matematiksel bilgiye ulaşmada temel araçlardan biri olan ders kitapları, öğretim programı ile sınıf içi uygulamalar arasında köprü görevi görerek eğitimin ana kaynakları olarak görülmektedir (Haggarty ve Pepin, 2002). Ders kitaplarında yer alan matematiksel durumlar, öğrencilerin matematiksel fikirler geliştirmelerine ve bu fikirler üzerinde düşünmelerine olanak sağlamaktadır (Stein vd., 1996). Özellikle ders kitapları, öğretmenlerin derste kullanacakları etkinlikler ve örneklerin belirlenmesinde önemli materyalden biridir (Fan ve Kaeley, 2000). Ders kitaplarında yer alan örneklerin sayısı ve örneklerin çeşitliliği, öğrencilerin konuyu anlamaları üzerinde etkili olabilir. Nitekim alanyazında yapılan birçok çalışma ders kitaplarında sunulan örneklerin sayısı ve çeşitliliğinin hem öğretim sürecini hem de öğrencilerin öğrenme fırsatlarını etkilediğini ortaya koymaktadır (Son ve Senk, 2010; Wijaya vd., 2015). Bu bağlamda ders kitaplarının yalnızca bilgi aktaran kaynaklar değil aynı zamanda öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini şekillendiren temel araçlar olmasından dolayı ülkelerin kullandıkları ders kitaplarında yeterli sayıda ve farklı tür örneklerle yer verilmesi gerekmektedir.

Araştırma sonucunda ülkelerin ders kitaplarında yer alan örnek türlerinde çeşitli benzerlik ve farklılıklar olduğu

görülmüştür. Singapur ve Kanada'daki ders kitaplarında başlangıç, standart ve geliştirici örnekler en fazla kullanılırken nadiren örnek dışı örneklerin kullanıldığı tespit edilmiştir. Türkiye'deki kitaplarda ise sıklıkla başlangıç, geliştirici ve örnek dışı örneklerle yer verilirken standart ve karşıt örneklerle daha az yer verildiği tespit edilmiştir. Başlangıç ve standart örneklerin sıkça kullanılması; kavramların, tanım ve kuralların açıklanmasında prototip örnekler sunulmasına olanak sağlasa da bu durum öğrencilerin öğrenme sürecinde daha çok alt düzey bilişsel beceriler geliştirmelerine neden olmaktadır (Watson ve Mason, 2006). Aynı zamanda bu tür örnekler, öğrencinin kavramı ve kuralların açıklanmasında temel bir işlev görse de öğrencilerin farklı durumları analiz etmelerine veya genelleme yapmalarına ve üst düzey düşünme becerilerini geliştirmelerine yeterince katkı sağlamamaktadır (Mason ve Watson, 2001). Alkan ve Saka (2023), kavramların ve konuların öğretiminde kullanılan örneklerin sayısı kadar bu örneklerin kullanım amaçları ve bu amaçlara yönelik kullanılan örnek türlerinin de büyük önem taşıdığını ifade etmişlerdir. Bunun yanında tek bir örnek türünün kullanılmasının, her zaman bir kavramı ya da konuyu bütün anlamlarıyla açıklamakta yeterli olmayacağını vurgulamışlardır. Bu çalışma kapsamında üç ülkenin ders kitaplarında hiç yer verilmeyen örnek türleri tespit edilmiştir. Örneğin Singapur ve Kanada ders kitaplarında karşıt ve uç örneklerle hiç yer verilmezken Türkiye'deki ders kitaplarında uç örneklerin hiç kullanılmadığı görülmüştür. Bu tür örneklerin ders kitaplarında yer verilmemesi öğrencilerin kavramsal anlayışlarını sınırlandırabilir. Karşıt örnekler, öğrencilerin bir kavramın sınırlarını fark etmelerine ve öğrencilerin yanlış genellemelerini engellemeyi sağlayan örnekler olarak kullanılırken; uç örnekler, kavramların geçerli olmadığı durumları ve kavramlara ait istisna durumları ortaya koymak amacıyla kullanılmaktadır (Alkan ve Güven, 2018). Bu nedenle bu tür örneklerin eksikliği, öğrencilerin soyut matematiksel kavramları yalnızca tipik durumlar üzerinden öğrenmelerine neden olabilir. Alanyazında yapılan birçok çalışmada farklı tür örneklerin kullanımının önemini ortaya koymaktadır (Alkan ve Güven, 2018; Şahin ve Karakuş, 2021). Bununla beraber ders kitaplarında farklı türde örneklerle yer verilmesi, öğrencilerin kavramsal anlayışlarını geliştirmede önemli bir etkiye sahiptir (Zaslavsky ve Leikin, 2004). Lakoff (1984) kavramların oluşumu sırasında tek bir örneğin, kavramla ilgili tüm anlamları tam olarak açıklayamayacağını vurgulamaktadır (akt. Watson ve Mason, 2006). Bu durum öğretim sürecinde farklı örnek türlerini kullanılmasını gerekli kılmaktadır (Şahin ve Karakuş, 2023). Bundan dolayı kavramlarla ilgili durumlarla beraber kavramla ilgili olmayan durumların öğretilmesinde önemli bir rol oynayan farklı örnek türlerine, üç ülkenin ders kitaplarında yeterince yer verilmemesi üçgenlerin öğretimi için bir eksiklik olarak düşünülebilir.

Türkiye'de kullanılan ders kitapları, Singapur ve Kanada'da kullanılan ders kitaplarından bazı yönleriyle farklılık göstermiştir. Örneğin Singapur ve Kanada'da ders kitaplarında örnek dışı örnekler çok az kullanılırken Türkiye'deki kitaplarda daha fazla kullanıldığı görülmüştür. Örnek dışı örnekler, tanım veya kuralla ilgili olmayan özelliklerin açıklanmasında kullanılmaktadır. Bundan dolayı kavramın sınırının net bir şekilde belirlenmesinde ve kavramla ilgili tanımın anlaşılmasında önemli bir yere sahiptir (Alkan, 2016). Özellikle bir tanım veya kuralın öğrenilme aşamasında kural ve tanımla ilgili olmayan özelliklerin açıklanmasında kullanılan örnek dışı örnekler, etkili ve kalıcı öğrenmeler

gerçekleşmesinde önemli bir rol oynamaktadır (Alkan ve Güven, 2018). Bundan dolayı Türkiye'deki ders kitaplarında örnek dışı örneklerle daha fazla yer verilmesi kalıcı öğrenmeler açısından olumlu bir durum olarak ifade edilebilir. Türkiye'deki ders kitapları ile Singapur ve Kanada'daki ders kitapları arasındaki önemli bir diğer farklılık karşıt örneklerin kullanılma sıklığıyla ilgilidir. Türkiye'deki ders kitaplarında toplam üç karşıt örneğe yer verilirken Singapur ve Kanada'daki ders kitaplarında bu tür örneklerle hiç yer verilmemiştir. Bu durum, Türkiye'deki ders kitaplarında kısmen de olsa karşıt örnek kullanımına önem verildiğini; buna karşılık Singapur ve Kanada'daki ders kitaplarında karşıt örneklerin göz ardı edildiğini ortaya koymaktadır. Karşıt örnekler, öğrencilerde oluşabilecek kavram yanılgıları ve yanlış genellemelerin önüne geçilmesini sağlayabilir (Alkan, 2016). Houston (2009), matematik eğitiminde karşıt örneklerin kullanılmasının çok önemli olduğunu vurgulayarak bu örnek türünün öğretmenler tarafından derslerinde sıklıkla kullanmaları için yoğun çaba göstermeleri gerektiğini belirtmiştir. Öğretmenlerin önemli bir yardımcı olan ders kitaplarında, karşıt örneklerle yer verilmesi etkili bir matematik öğretiminin gerçekleşmesi açısından son derece önemlidir. Özellikle öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini yapılandırmalarına yardımcı olan karşıt örnekler, öğrencilerin matematiksel bilgiyi doğrulama süreçlerinde ve kavram anlayışını geliştirmede güçlü araçlardan biridir (Komatsu vd., 2017).

Ders kitapları, sınıf ortamında eğitimin şekillenmesi ve öğretim programında yer alan amaçların kapsamlı bir şekilde sunulmasına olanak sağlaması nedeniyle öğrenci başarısını etkileyen önemli materyaller arasında yer almaktadır (Valverde vd., 2002; vd., 2003; Keser, 2020). Son yayımlanan PISA ve TIMSS raporlarında, Türkiye'nin matematik başarısındaki önemli artışın ve Kanada'nın matematik başarısındaki ciddi bir düşüşün olduğu görülmüştür. Türkiye, TIMSS 2023 raporunda 8. sınıf matematik alanında 509 puan alarak 2019 raporuna göre 13 puanlık bir artış göstermiştir. Bu artışla birlikte Türkiye, OECD ülkeleri arasında 5 basamak yükselmiş ve puanı en fazla artan iki ülkeden biri olmuştur (MEB, 2024). Benzer şekilde PISA 2022 sonuçlarına göre Türkiye'nin matematik puanı 453 olarak raporlanmış ve bu puan, katılımcı ülkelerin ortalamasının üzerinde yer almıştır. Ayrıca Türkiye, OECD ülkeleri arasındaki sıralamasını da yükseltmiştir. Öte yandan Kanada, aynı raporda matematik alanında önemli bir düşüş eğilimi göstermiştir (OECD, 2023). Bu sonuçların birçok sebebi olmakla birlikte; öğretim programları, öğretmen yeterlikleri, değerlendirme yaklaşımları ve öğretim materyalleri gibi faktörlerin öğrenci başarısı üzerinde etkili olduğu birçok araştırmada ortaya konmuştur (Darling-Hammond, 2000; Hattie, 2009; Schmidt vd., 2001). Bu çerçevede, öğretimin planlanması ve yönlendirilmesinde temel kaynaklardan biri olarak kabul edilen ders kitapları da bu sonuçların bir sebebi olarak görülebilir (Fan vd., 2013).

Ülkelerin ders kitaplarındaki farklılıklardan biri de standart örneklerin kullanılma sıklığıdır. Singapur ve Kanada'daki ders kitaplarında standart örneklerle sıklıkla yer verilirken Türkiye'deki kitaplarda bu tür örneklerle az sayıda yer verildiği tespit edilmiştir. Standart örnekler, kural ve tanımları açıklamak amacıyla sunulan prototip örneklerdir (Alkan ve Güven, 2018). Aynı zamanda bir işlemsel sürecin nasıl uygulanması gerektiği durumlarda kullanılmaktadır. Alanyazında yapılan çalışmalarda öğretmenlerin derslerin en çok kullandığı ve ders kitaplarında en fazla sunulan örnek türlerinden biri standart

örnekler olduğu görülmüştür (Alkan, 2016; Alkan ve Güven, 2018; Karaaslan, 2019; Şahin, 2021; Şahin ve Karakuş, 2021). Houston (2009), standart örneklerin kavramla ilgili özellikleri ifade etmek ve tanımın ne anlama geldiğini açıklamak amacıyla kullanıldığını belirtirken; Alkan (2016) standart örneklerin, başlangıç örneklerinden hemen sonra öğrencilerde konuyla ilgili temel bilgilerin oluşmasına katkı sağladığını vurgulamıştır. Bu çalışmada üç ülkenin ders kitaplarında yer alan standart örneklerde, tanımı açıklamak amacıyla kullanıldığı belirlenmiştir. Örneğin üçgenlerin kenarlarına göre sınıflandırılmasıyla ilgili tanım verildikten hemen sonra bu tanımı açıklamak amacıyla kenar uzunlukları bilinen ikizkenar ve eşkenar üçgen örneklerine yer verilmiştir. Yani bu çalışma kapsamında ders kitaplarında kullanılan prototip örnekler, kavramların açıklanması ile tanımı ve kuralı açıklamak amacıyla kullanılmıştır.

Standart örnekler, tanımı ve kuralı açıklamak için öğrencilerin kavramları öğrenmesi amacıyla kullanılmasıyla beraber sürekli benzer amaca yönelik kullanıldığı takdirde öğrencilerde kavram yanlışlarına ve yanlış genellemelere sebep olabilmektedir (Bills, 2007; Tsamir vd., 2008). Örneğin üçgende yükseklik çizimi konusunda üçgenin iç bölgesinde yükseklik çizilmesine yönelik örnekler sıklıkla kullanıldığında, öğrenci dik açılı üçgende dik kenarları yükseklik olarak ifade etmekte ve geniş açılı üçgende ise yüksekliğin üçgenin dış bölgesine düştüğünü anlamakta güçlük yaşayabilmektedir (Şahin vd., 2023). Bundan dolayı ders kitaplarında gerekli ve yeterli sayıda standart örnekler yer verilmesi öğrencilerin kavramları öğrenmesine yardımcı olmakla beraber benzer prototip örneklerin sıklıkla verilmesi öğrencilerde yanlışların oluşmasına neden olabilmektedir.

Öneriler

Kavramların ve konuların öğretiminde kullanılan örneklerin sayısı kadar bu örneklerin amaçları ve sahip oldukları türler de büyük önem taşımaktadır. Örnek türleri ve bu örnek türlerinin çeşitliliği, öğrencilerin kavramı ya da konuyu kavramaları üzerinde etkilidir ve öğrencilerin yanlış kavramsal çıkarımlar yapmalarına da yol açabilmektedir. Bu bağlamda farklı örnek türleriyle karşılaşan öğrencilerin matematik kavramlarına yönelik anlamaları arasındaki ilişki, ileride yapılacak çalışmalarda daha ayrıntılı biçimde incelenebilir.

Bu çalışmanın bulgularına göre Türkiye'deki ders kitaplarında örnek dışı örnekler ve uç örnekleri gibi örnek türlerine az sayıda yer verildiği belirlenmiştir. Bu tür örneklerle yeterince yer verilmediğinde öğrencilerin kavramları anlamada ve doğru genellemeler yapmada zorlandıkları söylenebilir. Dolayısıyla Türkiye'deki matematik ders kitaplarında bu tür örneklerle daha fazla yer verilmesi ve öğretmen kılavuz kitaplarında bu örneklerin nasıl kullanılacağına yönelik açıklamaların sunulması önerilmektedir.

Bu çalışmada, üç ülkenin ortaokul matematik ders kitaplarında üçgenler konusu bağlamında kullanılan örnek türleri incelenmiştir. Gelecekte yapılacak araştırmalarda, aynı ders kitapları kapsamında farklı matematik konularında örnek türlerinin nasıl ele alındığı detaylı olarak incelenebilir. Böylece ders kitaplarındaki örnek türlerinin konuya özgü dağılımı ve bu dağılımın öğrenci kavrayışı üzerindeki etkileri hakkında daha kapsamlı bilgiler elde edilebilir.

Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu çalışmanın bazı sınırlılıkları bulunmaktadır. İlk olarak ülkeler arasında incelenen ders kitabı sayılarının farklı olması örneklem büyüklüğü açısından bir kısıtlama oluşturmaktadır.

Bu durum kitaplarda yer alan içerik ve örnek türlerinin karşılaştırılabilirliğini ve sonuçların genellenebilirliğini sınırlamaktadır. İkinci olarak araştırma yalnızca ortaokul düzeyinde ve üçgenler konusu ile sınırlandırılmıştır. Dolayısıyla diğer matematik konuları ile ilkököl ve lise düzeyindeki ders kitapları üzerinde yapılacak incelemelerle elde edilecek bulgular, genel sonuçların tamamlayıcısı niteliğinde olacaktır. Son olarak çalışma kapsamında yalnızca ders kitaplarındaki örnekler analiz edilmiş olup öğretmenlerin bu örnekleri sınıf ortamında nasıl kullandıkları ve öğrencilerin bu örneklerle ilişkin düşünceleri araştırmaya dâhil edilmemiştir. Bu nedenle elde edilen bulgular doğrudan öğretim süreçlerine genellenemeyebilir.

Yazar Katkı Oranı

Bu makale, tüm yazarlar makalenin yazımına eşit oranda katkı sağlamış, çalışmanın son hâlini okumuş ve onaylamıştır.

Etik Kurul Beyanı

Yazarlar çalışmasının etik kurul iznine tabi olmadığını ve çalışmanın tüm sürecinde Committee on Publication Ethics (COPE)' tarafından belirlenen kurallara uyulduğunu beyan etmektedir.

Çatışma Beyanı

Yazarlar, bu çalışma kapsamında herhangi bir kurum veya kişi ile çıkar çatışması bulunmadığını beyan etmektedir.

Kaynakça

- Akınoğlu, O. (2005). Türkiye'de uygulanan ve değişen eğitim programlarının psikolojik temelleri. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 22(22), 31-45.
- Akran, K. (2022). *Ortaokul matematik ders kitaplarının gerçekçi matematik eğitimine uygunluğunun incelenmesi* (Tez No. 716705) [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Siirt Üniversitesi.
- Alacacı, C. Erbaş, A. K. (2010). Unpacking the inequality among Turkish schools: Findings from PISA 2006. *International Journal of Educational Development*, 30(2), 182-192. <https://doi.org/10.1016/j.ijedudev.2009.03.006>
- Albayrak E., Esatoğlu A., Altunkaynak A., Yüksal Saray B., Karasu İ., Tunç L., Kavurmacı M., Bulat M., Kumru T., & Korkmaz Y.N. (2023). *Ortaokul ve İmam hatip matematik 5 ders kitabı*. Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları, İstanbul.
- Alkan, S. (2016). *Matematik öğretmenlerinin kullandıkları örneklerin sınıflandırılması ve öğretimsel açıklama boyutlarıyla ilişkisinin incelenmesi* (Tez No. 448314) [Yayınlanmamış doktora tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- Alkan, S., & Güven, B. (2018). Ders kitaplarında kullanılan örnek türlerinin analizi: Limit konusu. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(1), 147-169. <http://doi.org/10.16949/turkbilmat.334530>
- Alkan, S., & Saka, E. (2023). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının bakış açısından "Örnekler". *Kafkas Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 16(1), 30-39. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/kujis/issue/80357/1353948>
- Altıparmak, E. Ş. (2022). *Matematik öğretmeni adaylarının üçgenler konusuna yönelik kavram imajları ve kavram yanlışları* (Tez No.735790) [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Kırşehir Üniversitesi.

- Amet, E. I., Tapan-Broutin, M. S., & Yılmaz, G. K. (2019). Türkiye – Yunanistan matematik ders kitaplarının karşılaştırmalı analizi: Pisagor teoremi ve temellendirilmesi örneği. *Uluslararası Bilimsel Araştırmalar Dergisi (IBAD)*, 534-548. <http://doi.org/10.21733/ibad.584477>
- Anılan, H., & Anagün, Ş. S. (2007). Öğretmen adaylarının kendi mesleki gelişimlerini değerlendirmeleri. *XVI. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi, Bildiri Kitabı*, 261-268.
- Appel, R., D'Amour, L., Maurer, S. G., Nicolson, C. P., Brown, T., Jeroski, S., Morrow, P., & Sul, G. (2009). *Math makes sense 6*. Pearson Education.
- Arslan Uğur, Z. (2015). *Türkiye'nin TIMSS geometri öğrenme alanındaki başarısızlık nedenlerinin karşılaştırmalı program analizleri ve uzman görüşleri ile belirlenmesi* (Tez No. 396154) [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Ankara Üniversitesi.
- Ata Özer A., & Yaman, H. (2021). 8. sınıf matematik konularına göre Türkiye, Singapur ve ABD matematik ders kitaplarının içerik ve görsellik açısından karşılaştırılması. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(4), 1359-1377. <https://doi.org/10.17240/aibuefd.2021.-955650>
- Baltacı, M., & Biber, A. Ç. (2021). Türkiye ve Singapur matematik ders kitaplarının PISA matematik yeterli ölççeğine göre karşılaştırmalı analizi. *The Journal of International Education Science*, 8(29), 76-95.
- Bingölbali, E. & Özmantar, M.F. (2009). Matematiksel kavram yanılgıları: Sebepleri ve çözüm arayışları. E. Bingölbali, M.F. Özmantar (Ed.), *Matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri içinde* (1-30. ss.). Ankara: Pegem Akademi.
- Bills, L. (2007). Unofficial maths examples: Should we be worried? In D. Hewitt (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), 7-12.
- Bills, L., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A., & Zaslavsky, O. (2006). Exemplification in mathematics education. In *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 126-154).
- Böge, H., & Akıllı, R. (2021). *Ortaokul ve İmam hatip ortaokulu 8 matematik ders kitabı*. Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları, İstanbul.
- Bütüner, S. Ö. (2019). Türk ve Singapur matematik ders kitaplarında problem analizi: Kesirlerde bölme işlemi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 47, 370-394. <https://doi.org/10.9779/pauefd.522909>
- Cai, J., & Jiang, C. (2017). An analysis of problem-posing tasks in Chinese and US elementary mathematics textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(8), 1521-1540. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9758-2>
- Çağlayan, N., Dağıstan, A., & Korkmaz, B. (2021). *Ortaokul ve İmam hatip matematik 6 ders kitabı*. Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları, İstanbul.
- Çelik Demirci, S., & Kul, Ü. (2021). Türkiye ve Kanada matematik ders kitaplarında yer alan problem kurma etkinliklerinin incelenmesi: Bir karşılaştırma araştırması. *Studies in Educational Research and Development*, 5(2), 148-179.
- Çepni, S. (2014). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş*. Celepler Matbaacılık, Trabzon.
- Çetinbağ, A. (2019). *Türkiye ve Kanada ilkököl matematik öğretim programlarının program öğeleri bağlamında karşılaştırılması* (Tez No. 572471) [Yayınlanmamış doktora tezi]. Marmara Üniversitesi.
- Darling-Hammond, L. (2000). Teacher quality and student achievement: A review of state policy evidence. *Education Policy Analysis Archives*, 8(1), 1-44.
- Erbilge, A. E. (2019). *Türkiye, Kanada ve Hong Kong'un ortaokul matematik öğretim programlarının karşılaştırılması* (Tez No. 584838) [Yayınlanmamış doktora tezi]. Marmara Üniversitesi.
- Hattie, J. (2009). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. Routledge.
- Fan, L., & Zhu, Y. (2000). Problem solving in Singaporean secondary mathematics textbooks. *The Mathematics Educator*, 5(1/2), 117-141.
- Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: Development status and directions. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 45(5), 633-646. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0539-x>
- Garneau, M., Pusic, J., Neel, K., Jeroski, S., Ludwig, S., Sidley, R., Mason, R., & Brown, T. (2007). *Math makes sense 7*. Pearson Education.
- Gezgin, İ., & Bal, A. P. (2021). İlkokul 1. sınıf matematik dersi öğretim programının değerlendirilmesi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 20(77), 17-39. <https://doi.org/10.17755/esosder.712486>
- Gökbulut, Y. (2010). *Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimler konusundaki pedagojik alan bilgileri* (Tez No. 279684) [Yayınlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi.
- Gür, H., & Demir, M. K. (2017). Pergel-cetvel kullanarak temel geometrik çizimlerin öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerine ve tutumlarına etkisi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 13(1), 88-110. <https://doi.org/10.17244>
- Güven, B., Öztürk, T., & Bülbül, B. Ö. (2019). Geometri öğretimi. *Matematik öğretiminin temelleri, içinde*. Anı yayıncılık (ss.169-214). Ankara.
- Haggarty, L., & Pepin, B. (2002). An investigation of mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: Who gets an opportunity to learn what? *British educational research journal*, 28(4), 567-590. <https://doi.org/10.1080/0141192022000005832>
- Hong, D. S., & Choi, K. M. (2014). A comparison of Korean and American secondary school textbooks: the case of quadratic equations. *Educational Studies in Mathematics*, 85, 241-263. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9512-4>
- Houston, K. (2009). *How to think like a mathematician: A companion to undergraduate mathematics*. Cambridge University Press.
- Kaplan, A., & Hızarcı, S. (2005). Matematik öğretmen adaylarının üçgen kavramı ile ilgili bilgi düzeyleri. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11, 472-478.
- Karaaslan, N. S. (2019). *8. sınıf matematik ders kitabındaki geometri örneklerinin türlerine göre analizi* (Tez No. 583165) [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Dicle Üniversitesi.
- Kemankaşlı, N. (2010). *10. sınıflarda geometri öğrenme ortamı tasarımı: Üçgenler ünitesi örneği* (Tez No. 271446) [Yayınlanmamış doktora tezi]. Balıkesir Üniversitesi.

- Keser, T. (2020). Ders kitaplarının öğrenci başarısına etkisi: Sistematik derleme. *Milli Eğitim Dergisi*, 49(227), 349–370.
- Khalidova, E. S., & Tapan-Broutin, M. S. (2017). Türkiye-Kazakistan ilköğretim matematik ders kitapları üzerinde karşılaştırmalı bir çalışma. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(4), 1957-1973.
- Kheong, F. H., Soon, G. K., & Ramakrishnan, C. (2017a). *My pals are here: Maths 5A*. Marshall Cavendish Education.
- Kheong, F. H., Soon, G. K., & Ramakrishnan, C. (2017b). *My pals are here: Maths 5B*. Marshall Cavendish Education.
- Komatsu, T., Jones, K., Ikeda, A., & Narazaki, Y. (2017). The theoretical-didactic approach to the counterexample in mathematics. *International Journal in Research in Education Methodology*, 9(2018), 1-10.
- Kul, Ü., Sevimli, E., & Aksu, Z. (2018). A Comparison of mathematics questions in Turkish and Canadian school textbooks in terms of synthesized taxonomy. *Turkish Journal of Education*, 7(3), 136-155. <https://doi.org/10.19128/turje.395162>
- LeFevre, J. A., & Dixon, P. (1986). Do written instructions need examples? *Cognition and Instruction*, 3(1), 1-30. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0301_1
- Maraşlı, M. (2023). *Türkiye ve Almanya (Bavyera Eyaleti) 5, 6 ve 7. sınıf matematik ders kitaplarının geometri ve ölçme öğrenme alanı üzerinden karşılaştırmalı analizi* (Tez No. 785235) [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Erciyes Üniversitesi.
- Mason, J., & Watson, A. (2001). Getting students to create boundary examples. *Teaching Mathematics and its Applications*, 20(2), 80–88. <https://doi.org/10.1093/teamat/20.2.80>
- Watson, A., & Mason, J. (2006). Seeing an exercise as a single mathematical object: Using variation to structure sense-making. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(2), 91–111. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0802_1
- Mayer, R. E., Sims, V., & Tajika, H. (1995). Brief note: A comparison of how textbooks teach mathematical problem solving in Japan and the United States. *American Educational Research Journal*, 32(2), 443-460. <https://doi.org/10.2307/1163438>
- MEB (2023). *TIMSS 2013 Türkiye ön raporu*. https://odsgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2024_12/16131900_timss2023.pdf sayfasından erişilmiştir.
- Michener, E. R. (1978). Understanding understanding mathematics. *Cognitive science*, 2(4), 361-383.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2024). “2022 PISA Türkiye Raporu” ISBN: 978-975-11-7448-2. https://pisa.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2024_03/21120745_26152640_pisa2022_rapor.pdf sayfasından erişilmiştir.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı*. Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi, Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2018). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı*. Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi, Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2024). *Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli öğretim programları ortak metni*. <https://tymm.meb.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Ministry of Education. (2005). *The Ontario curriculum grades 1–8: Mathematics*. Queen’s Printer for Ontario.
- Ministry of Education. (2012). *Mathematics syllabus: Primary one to six*. <https://www.moe.gov.sg>
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- OECD (2023), *PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education*, PISA, OECD Publishing, Paris, <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>.
- Oğuzkan, A.F. (1994). *İlköğretim okullarında matematik öğretimine bir bakış, ilköğretim okullarında matematik öğretimi ve sorunları*, T.E.D. yayınları, 40-41, Ankara.
- Özer, E. (2012). *Türkiye, Singapur ve ABD kitaplarındaki soruların karşılaştırmalı analizi* (Tez No. 311764) [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Ankara Üniversitesi.
- Özmantar, M. F., Dapgin, M., Çırak Kurt, S., & İlgin, Ş. (2017). Mathematics teachers’ use of source books other than textbooks: Reasons, results and implications. *Gaziantep University Journal of Social Sciences*, 16(3), 741-758. <https://doi.org/10.21547/jss.322750>
- Pekyen M.A. (2024). *Matematik ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik bağlamında incelenmesi* (Tez No.866653) [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Dicle Üniversitesi.
- Polya, G. (1973). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.
- Ponte, J. P., & Marques, S. (2011). Proportion in school mathematics textbooks: A comparative study. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, 1(1), 36-53.
- Reys, R., Reys, B., Lapan, R., Holliday, G., & Wasman, D. (2003). Assessing the Impact of Standards-Based Middle Grades Mathematics Curriculum Materials on Student Achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 74–95.
- Sak, R., Sak, İ. T. Ş., Şendil, Ç. Ö., & Nas, E. (2021). Bir araştırma yöntemi olarak doküman analizi. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 4(1), 227-256. <https://doi.org/10.33400/kuje.843306>
- Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Houang, R. T., Wang, H., Wiley, D. E., Cogan, L. S., & Wolfe, R. G. (2001). *Why schools matter: A cross-national comparison of curriculum and learning*. Jossey-Bass.
- Schmidt, W. H., McKnight, C. C., & Raizen, S. A. (2001). A splintered vision: *An investigation of U.S. science and mathematics education*. Springer.
- Serçe, F. (2020). *Türkiye, Estonya, Kanada ve Singapur ortaöğretim matematik öğretim programlarının karşılaştırmalı incelenmesi* (Tez No. 630399) [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Düzce Üniversitesi.
- Sinclair, N., Watson, A., Zazkis, R., & Mason, J. (2011). The structuring of personal example spaces. *The Journal of Mathematical Behavior*, 30(4), 291-303. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.04.001>
- Son, J. W., & Senk, S. L. (2010). How reform curricula in the USA and Korea present multiplication and division of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 74(2), 117-142. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9229-6>
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American educational research journal*, 33(2), 455-488.
- Şahin, B., & Karakuş, F. (2024). Ortaokul matematik ders kitaplarında üçgenler konusunun öğretiminde kullanılan

- örneklerin incelenmesi. *Manisa Celal Bayar Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(1), 88-110. <https://doi.org/10.52826/mcbuefd.1373844>
- Şahin, M. (2021). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusunda kullandıkları örneklerin sınıflandırılması* (Tez No. 666483) [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Sivas Cumhuriyet Üniversitesi.
- Şahin, M., & Karakuş, F. (2021). Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusunun öğretiminde kullandıkları örneklerin incelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 10(4), 1605-1624. <http://dx.doi.org/10.30703/cije.887089>
- Şahin, M., & Karakuş, F. (2023). Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran-orantı konusunun öğretiminde kullandıkları örneklerle ilişkin görüşlerinin incelenmesi. *Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(4), 1213-1234. <https://doi.org/10.34056/aujef.1108729>
- Şahin, M., Güven, M. B., & Işık, C. (2023). Yükseklik kavramında ortaokul öğrencilerinin yaşadıkları zorluklar ve matematik öğretmenlerinin bu konudaki görüşleri. *Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi SBE Dergisi*, 13(3), 1479-1502. <https://doi.org/10.30783/nevsosbilen.1272317>
- TIMSS. (2020). *TIMSS and PIRLS International Study Center*. <https://timssandpirls.bc.edu/>
- Toprak, Z. (2019). *Türkiye ve Singapur 5. sınıf matematik ders kitaplarının karşılaştırmalı analizi* (Tez No. 566065) [Yayınlanmamış doktora tezi]. Gaziantep Üniversitesi.
- Toprak, Z., & Özmantar, M. F. (2019). Türkiye ve Singapur 5. sınıf matematik ders kitaplarının çözümlü örnekler ve sorular açısından karşılaştırmalı analizi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 10(2), 539-566. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.490210>
- Tsamir, P., Tirosh, D., & Levenson, E. (2008). Intuitive nonexamples: The case of triangles. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 81-95. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9133-5>
- Türnüklü, E. (2009). Some obstacles on the way of constructing triangular inequality. *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 174.
- Ünlü, M. (2014). *Geometri başarısını etkileyen faktörler: Bir yapısal eşitlik modellemesi* (Tez No. 372139) [Yayınlanmamış doktora tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi.
- Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H., & Houang, R. T. (2002). *According to the Book: Using TIMSS to Investigate the Translation of Policy into Practice through the World of Textbooks*. Springer.
- Van Loon-Hillen, N., Van Gog, T., & Brand-Gruwel, S. (2012). Effects of worked examples in a primary school mathematics curriculum. *Interactive Learning Environments*, 20(1), 89-99. <https://doi.org/10.1080/10494821003755510>
- Watson, A., & Mason, J. (2006). *Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781410613714>
- Weinberg, A., Wiesner, E., Benesh, B., & Boester, T. (2012). Undergraduate students' self-reported use of mathematics textbooks. *Primus*, 22(2), 152-175. <https://doi.org/10.1080/10511970.2010.509336>
- Wijaya, A., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Doorman, M. (2015). Opportunity-to-learn context-based tasks provided by mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics*, 89(1), 41-65. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9595-1>
- Yağan, S. A. (2020). Türkiye ve Amerika Birleşik Devletleri 5. sınıf matematik ders kitabı örneklerinin karşılaştırılması. *Asya Studies*, 4(11), 1-19. <https://doi.org/10.31455/asya.650254>
- Yeo, J., Seng, T. K., Yee, L. C., Chow, I., Meng, N. C., & Liew, J. (2015). *New syllabus mathematics textbook 1*. Shing Lee Publishers Pte Ltd.
- Yoong, W. K., & Hoe, L. N. (2009). Singapore education and mathematics curriculum. In *Mathematics education: The Singapore journey* (pp. 13-47). https://doi.org/10.1142/9789812833761_0002
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2018). *Nitel araştırma yöntemleri* (12. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık
- Yücel, C. Karadağ, E., & Turan, S. (2013). *TIMSS 2011 ulusal ön değerlendirme raporu*. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Eğitimde Politika Analizi Raporlar Serisi, Eskişehir.
- Yüksel, E. (2010). *İlköğretim 6. sınıf matematik ders kitaplarının öğretmen ve öğrenci görüşleri doğrultusunda değerlendirilmesi* (Tez No. 253463) [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Çukurova Üniversitesi.
- Yükselen, A., & Kepceoğlu, İ. (2021). Türkiye, Singapur ve Avustralya ortaokul matematik ders kitaplarında yüzdeler konusundaki soruların bilişsel istem düzeylerinin ve çözüm adımlarının karşılaştırmalı analizi. *Balıkesir Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 24(46), 961-976. <https://doi.org/10.31795/baunsobed.802743>
- Zaslavsky, O. (2010). The explanatory power of examples in mathematics: Challenges for teaching. In M. K. Stein & L. Kucan (Eds.), *Instructional explanations in the disciplines* (pp. 93-112). Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0594-9_8
- Zaslavsky, O., & Leikin, R. (2004). Exemplification in mathematics classrooms: The role of examples in the process of understanding and generalizing mathematical concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 58(2), 131-152.
- Zaslavsky, O., & Zodik, I. (2007). Mathematics teachers' choices of examples that potentially support or impede learning. *Research in Mathematics Education*, 9(1), 143-155. <https://doi.org/10.1080/14794800008520176>
- Zhu, X., & Simon, H. A. (1987). Learning mathematics from examples and by doing. *Cognition and Instruction*, 4 (3), 137-166. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0403_1
- Zeybek, Z. (2013). Üçgen kavramı ve geometri tarihindeki yeri, İ.Ö. Zembat, M.F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır, A. Delice, (Ed.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar içinde-9* (222-248. ss.). Ankara: Pegem Akademi.

Extended Summary

Introduction

Textbooks, which guide teachers in line with curricula and contain specific information at each grade level, are seen as one of the main sources of education (Oğuzkan, 1994). Therefore, it can be said that textbooks are one of the important tools for accessing mathematical knowledge. Textbooks act as a bridge between curriculum objectives and teachers' instructional activities in the lesson and serve as a basic source of information about the mathematics content and pedagogy to be covered (Haggarty & Pepin, 2002). The fact that textbooks are an important source in terms of pointing to learning opportunities has led to an increase in international comparisons of textbooks (Yükselen & Kepçeoğlu, 2021). International comparisons allow comparisons to be made between the programs and textbooks of other countries (Anılan & Anagün, 2007). Especially studies on the comparisons of countries participating in international comparisons such as TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) and PISA (Program for International Student Assessment) are frequently conducted (Erbaş & Alacacı, 2010). The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) emphasized that geometry, one of the sub-branches of mathematics, is an important tool for understanding and analysing the world and is at the centre of the mathematics curriculum (NCTM, 2001). Although geometry has a crucial part in mathematics education, students experience many difficulties in this course (Ünlü, 2014). One of the basic concepts in geometry is triangles due to its important place in revealing the relationships that many geometric structures have. Triangles play an important role in teaching many geometric concepts (Kaplan & Hızarcı, 2005). Although triangles have a special importance in teaching geometry subjects, students have many difficulties with the concept of triangle. Studies have shown that students generally have difficulty in constructing and defining triangles, have misconceptions in drawing the heights of triangles (Şahin et al., 2023; Tümlüklü, 2009; Zeybek, 2013), and have incomplete or incorrect concept images about the drawing and properties of triangles (Altıparmak, 2022). It has been stated that one of the most important reasons for students to use prototype examples is textbooks (Pekylen, 2024). In summary, international exam results reveal that students cannot demonstrate sufficient success in geometry subjects and experience many misconceptions in this area. This situation necessitates an in-depth examination of geometry subjects in order to understand the difficulties encountered in teaching geometry and the deficiencies of students. Previous studies emphasized that examples in textbooks of different countries should be examined to examine the reasons for these difficulties. Examining the examples in textbooks in the teaching of this subject will provide clues about the reasons for these misconceptions. In particular, examining the examples on triangles in the textbooks of different countries will reveal a clear picture of how countries teach the subject. Therefore, it is thought that this study will contribute to the literature by examining and comparing the types of examples in textbooks used in different countries. Within the scope of this study, Singapore mathematics textbooks, which ranked high in international exams such as TIMSS and PISA, and Canadian textbooks, which ranked in the middle, and the types of examples related to the topic of triangles in the textbooks used

in our country were examined comparatively. For this purpose, answers to the following questions were sought.

1. What kind of prefixes are used in the textbooks used in Singapore, Canada and Turkey on the topic of triangles?
2. How does the distribution of the types of examples related to triangles in the textbooks vary according to the countries?

Method

In this study, document analysis technique was used since it was aimed to examine the examples related to the topic of triangles in the middle school mathematics textbooks of three countries. In Turkey, the 5th grade 5th grade mathematics textbook (Albayrak et al., 2024), the 6th grade mathematics textbook (Çağlayan et al., 2021), and the 8th grade mathematics textbook (Böge & Akıllı, 2021) approved by the Turkish Ministry of National Education and first published in 2024; in Singapore, My Pals are Here (Kheong et al, 2017) and New Syllabus Mathematics 1 (Yeo et al., 2015) published in its 3rd edition by Shinglee, which is accepted for the 7th grade level; in Canada, the 6th grade Math Make Sense book (Appeal et al., 2009) and the 7th grade Math Make Sense book (Garneau et al., 2007) published by Pearson and approved by the commissions of the Canadian Ministry of National Education in different provinces were examined. First, common topics related to triangles in the textbooks used by the three countries were identified. These topics were determined as the area of a triangle, classification of triangles, angles in triangles and triangle drawings. According to the common triangle topics, it was decided to analyse the solved examples given under the titles "Learn" and "Worked Example" in Singapore textbooks, "Connect" and "Example" in Canadian textbooks, and "Let's do it together" and "Example" in Turkish textbooks. In this study, descriptive analysis method was used to analyse the data obtained from the textbooks of different countries. The solved examples in the textbooks were analysed according to the classification of example types developed by Alkan (2016).

Discussion, Conclusion, and Suggestions

The findings obtained within the scope of the research showed that the number of examples related to triangles was the highest in mathematics textbooks in Singapore, followed by Turkish textbooks and the lowest in Canadian mathematics textbooks. Geometry is a discipline constructed because of the combination of concepts with an abstract structure. Examples play an important role in making these abstract concepts more understandable and in transforming abstract ideas into concrete ones, thus strengthening the communication between teachers and students and helping the learning process to be effective and efficient (Alkan & Saka, 2023). In this study, it was found that 38 examples were used in Singaporean books, 31 in Turkish books, and only 12 in Canadian books on the subject of triangles. This shows that the number of examples used in Singaporean and Turkish textbooks are close to each other, while very few are used in Canadian textbooks compared to the other two countries. Textbooks are the most important material, especially in determining the activities and examples that teachers will use in the classroom (Fan & Kaeley, 2000). Therefore, the textbooks used by countries require the use of sufficient number of examples for each topic. The results demonstrated that there were various similarities and differences in the types of examples included in the

textbooks of the countries. It was found that introductory, standard and developmental examples were used the most in the textbooks in Singapore and Canada, while non-example examples were rarely used. In Turkish math books, it was determined that introductory, developmental and non-example examples were frequently used, while standard and counter examples were given less place. However, extreme examples are not included in the textbooks of the three countries. Alkan and Saka (2023) stated that the purpose of using these examples and the types of examples used for these purposes are as important as the number of examples used in teaching concepts and topics. In addition, they emphasized that using a single type of example will not always be sufficient to explain a concept or topic in its entirety. Within the scope of this study, example types that are not included in the textbooks of the three countries were identified. For example, while contrasting and extreme examples are not included in the textbooks of Singapore and Canada, it was observed that extreme examples are not used at all in the books in Turkey. Previous studies highlight the importance of using different types of examples (Alkan & Güven, 2018; Şahin & Karakuş, 2021). Lakoff (1984) emphasizes that a single example cannot fully explain all the meanings related to the concept during the formation of concepts (as cited in Watson & Mason, 2005). This situation necessitates the use of different types of examples in the teaching process (Şahin and Karakuş, 2023). Therefore, the use of different types of examples, which play an important role in teaching situations related to concepts as well as situations not related to the concept, can be seen as a significant deficiency in teaching triangles, one of the concepts of geometry founded on basic concepts, as they are not sufficiently included in the textbooks of the three countries. The purpose of using these examples and the use of different types of examples used for these purposes are as important as the number of examples used in teaching concepts and topics. Using a single type of example may not be sufficient to explain all the meanings of the concept or topic, therefore using different types of examples together can prevent students from making incorrect generalizations and contribute to increasing students' success. This study showed that some types of examples were rarely used and some types were not used at all in the textbooks of the three countries. For this reason, it can be said that it would be useful to present different types of examples in the books to be prepared in the future. In this study, the textbooks about triangles at the secondary school level of the three countries were examined. In future studies, textbooks used at high school and primary school levels with different topics can be examined. Thus, it can provide clues to reveal the relationship between the types of examples used in books and mathematical topics.

Author Contributions

All authors contributed equally to the writing of the article, read and approved the final version of the manuscript.

Ethical Declaration

The authors declare that their work was not subject to ethics committee approval and that the rules set by the Committee on Publication Ethics (COPE) were followed throughout the entire process of the study.

Conflict of Interest

The authors declare that they have no conflict of interest with any institution or person within the scope of this study.