Trakya Eğitim Dergisi
Cilt 8, Sayı 3
Mayıs 2018 526-544

ISSN: 2630-6301

Trakya Journal of Education
Volume 8, Issue 3
May 2018, 526-544

Doi: 10.24315/trkefd.346434

Geliş Tarihi: 25.10.2017   *Yayına Kabul Tarihi: 30.05.2018*

11. Sınıf Öğrencilerinin Elips, Parabol ve Hiperbol Kavramlarını Oluşturma Sürecinin Araştırılması[1]

The Investigation of 11th Grade Students' Contruction Processes of Ellipse, Parabola and Hyperbola Concepts

Figen UYSAL, Abdullah ÇELİK

Öz: Bu çalışmanın amacı, Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME) yaklaşımına dayalı olarak planlanmış ve yürütülmüş öğretim ortamında 11.sınıf öğrencilerinin elips, parabol ve hiperbol kavramlarını oluşturma sürecinin incelenmesidir. Ayrıca öğrencilerin öğretime yönelik görüşleri de incelenmiştir. Araştırmanın çalışma grubunu Marmara Bölgesinde yer alan bir ilin Anadolu Lisesi'ne devam eden 25 öğrenci oluşturmaktadır. Durum çalışması olarak desenlenmiş bu araştırmanın verileri öğretim sürecinin video kayıtları, gözlemci notları ve derslerden sonra öğrenciler ile yapılan görüşmeler yolu ile toplanmıştır. Verilerin analizi sonucunda öğrencilerin bağlam problemleri ile uğraşırken; durumsal, modelin temsili, genel ve formal aşamaların her birini hemen hemen gerçekleştirdikleri görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin GME tabanlı derslere ilişkin görüşlerinin genel olarak olumlu olduğu görülmek ile birlikte olumsuz görüş ifade eden öğrenciler de olmuştur. Sonuç olarak, koni kesitlerinin öğretiminde geleneksel ve bilgisayar destekli öğretimin yanı sıra bu kavramlar ile ilgili gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımına dayalı bir öğretimin de anlamlı öğrenme için alternatif bir yöntem olabileceği söylenebilir.
Anahtar sözcükler: *elips, gerçekçi matematik eğitimi, hiperbol, parabol.*

Abstract: The aim of this study is to examine the contruction processes of ellipses, parabolas and hyperbola concepts of the 11th grade students in a planned and conducted teaching environment based on the Realistic Mathematics Education approach. In addition, the students' views on teaching were also examined. The study group consists of 25 students of an Anatolian High School in Marmara Region. The data of this study, which was designed as a case study, were collected through video recordings of the teaching process, observer notes and interviews with the students after the lessons. As a result of data analysis, it has been seen that while the students are dealing with context problems, they perform almost all of the situational, representative of the model, general and formal stages. It has also been seen that students' views on GME-based lectures are generally positive, there are also students who express negative views. As a result, it can be said that teaching based on a realistic mathematics education approach to these concepts as well as traditional and computer based teaching in the teaching of cone sections may be an alternative method for a meaningful learning.
Keywords: *ellipse, parabola, hiperbola, realistic mathematics education.*

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

The conic sections are the nondegenerate curves generated by the intersections of a plane with one or two nappes of a cone. The conics can be seen in everyday life, in nature and science, and there are many applications of them in the field such as technology, industry and architecture. Examples include the application of rockets launched to space, orbits followed by satellites, bridges and automobile headlights.

Since the conics which is one of the subjects of 11th grade mathematics curriculum have a very rich structure, their handling with different aspects gains importance in the learning and teaching of this subject.

The curriculum for secondary school mathematics lessons is based on an approach in which mathematical concepts are structured by conducting discussions in the classroom environment instead of instructional and knowledge-based mathematics teaching. It also includes that operational and conceptual knowledge is balanced and help students to create mathematical meanings and abstraction from the informal experiences and intuitions. For this reason, the aim of this study is to examine the contruction processes of ellipses,

[1] Bu araştırma ikinci yazarın yüksek lisans tezinden üretilmiştir ve bir bölümü "12. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde" sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

parabolas and hyperbolic concepts of 11th grade students in a planned and conducted teaching environment based on the Realistic Mathematics Education approac which begins with the real life problems of mathematics. In addition, the students' views on teaching were also examined.

Method

The study group of this research is composed of 25 students of an Anatolian High School in Marmara Region. The study was designed as a case study which is one of the qualitative research methods. The teaching process is planned and conducted based on the RME approach. Researchers of the study came together with expert teachers to create the course preparation phase and produced two contextual problems for each of the ellipse, parabola and hyperbola concepts to be used during the application and evaluation phase. Course scenarios and lesson plans were prepared in accordance with RME learning and teaching principles. The application was made within three lesson hours of 40 minutes per concept. Some teachers who participated in the planning process of the lessons took part in the lessons as observers. The data of this study were collected through video recordings of the teaching process, observer notes and interviews with the students after the lessons. Analyzes of video recordings, observer notes and interviews were analyzed descriptively by the researchers of the study.

Result and Discussion

The context problems developed for the ellipse, parabola and hyperbola concepts during the courses designed and implemented in accordance with the GME approach principles were presented in a scenario.

For example, for the ellipse concept the following context problem was given:

Naz and her brother Alp are going to tie their lamb Kıvırcık in a pole with a robe so that she can eat some grass. But since they could not agree on which post they were to bind, they bound the rope to two different posts. With the help of the ring on her neck, Kıvırcık can go to each point of the rope. In what region did Kıvırcık graze? Can we find it?

After context problem was introduced, It has been observed that students are exchanging ideas with others about developing strategies for solutions among themselves and discussing the problem. Each group has developed a solution proposal and the group representatives presented their ideas to the whole class. They then developed models using the rope, fastener and cardboard papers presented to them by the teacher. Students drew their shapes on the plotting paper, discussed features of the shape and gave its name by themselves. The process ended with the phase of reaching formal defination of ellips as a locus.

When the learning processes realized by the students during the teaching of the parabola concept through context problems are analyzed based on the emerging model principle which is one of the basic principles of RME, It is seen that students can not perform the four stage development (the situational, representative of the model, general and formal) unlike ellips. In particular, it has been seen that some students can not express the solution strategy of the context problem of parabola. In other words, some students had difficulties even in the situational phase. It is also observed that there is a difficulty in modeling the context problem that represents the model and that the model can not be created. However, it has been observed that the other students achieved four-stage development (situational, model representation, general and formal). But it should be noted that for the formal phase, the parabola concept of the students reaches only the definition of parabola as a locus. Because students already have learnt algebraic defination of parabola in the 9th grade.

In the process of teaching the concept of hyperbola, it has been seen that almost all the students had difficulties in situational, representative of the model, general and formal stages.
Even for the second context problem, the students did not make enough progress for the situational phase and could not complete the activity.
This may be due to the complexity of the concept. In the first problem, students have reached the formal definition of the concept as locus. But they have not even reached the formal stage in the second context problem which is given to get the algebraic definition of hyperbola.

As a result, it has been seen that while the students are dealing with context problems, they perform almost all of the situational, representative of the model, general and formal stages. It has also been seen that students' views on RME-based lectures are generally positive, but there are also students who express negative views. The majority of students stated that such activities are more enjoyable. They also believe that they will never forget ellips, parabola and hyperbola concepts and their properties. A small number of

students stated that such activities take lots of time. At the same time, these students said that they preferred classic traditional mathematics teaching because it was necessary for the university entrance exam.

As a result of teaching ellipse, parabola and hyperbola concepts based on realistic mathematics education, students realized intuitively the properties of these concepts and within a context problem, formed their own models for solution and reached the step by step of formal definition of concept. Thus, it can be seen that in designing and implementing appropriate learning environments, students can create mathematical meanings and abstraction from the informal experiences and intuitions. From this, it can be said that the RME approach is an effective approach in teaching the ellipse, parabola and hyperbola concepts with a rich mathematical structure and can be used as an alternative teaching method.

1. GİRİŞ

Koni kesitleri, uçları dikey birleştirilmiş iki koninin bir düzlem tarafından değişik açılar ile kesilmesinden elde edilen şekillerdir. Elips, parabol ve hiperbol olarak üç sınıfa ayrılan koniklerin M.Ö 350 dolayında Büyük İskender'in hocası Menaechmus tarafında keşfedilmiş olabileceği düşünülmektedir (Batson, 2005). Perga'lı Apollonuis ise bundan 150 yıl sonra koni kesitleri sistematik olarak ele almış, şekillere bugün kullandığımız isimlerini vermiş ve konikler hakkında sekiz ciltlik bir kitap yazmıştır. Apllonuis kendisine "Büyük Geometrici" unvanını kazandıran bu kitapta (Batson, 2005) koni kesitleri ile ilgili temel teoremlere, sınıflandırmalara ve bu şekiller arasındaki ilişkilere yer vermiştir. Pek çok matematikçinin bu kavramların geliştirilmesinde katkısı olduğu görülmektedir. Öğrenin Ömer Hayyam koni kesitlerini üçüncü dereceden denklemlerin çözümünde kullanmıştır (Alacacı, Erbaş ve Çetinkaya, 2013). Bundan sonraki dönemde konu ile ilgili önemli bir gelişme olmamakla birlikte 1500'lü yıllardan sonra bu eğrilerin doğadaki örnekleri ve çeşitli uygulama alanları ortaya çıkmıştır. Örneğin Alman astronom Johannes Kepler (1571-1630), gezegenlerin yörüngelerinin, odaklarından birinde güneşin bulunduğu elipsler olduğunu öne sürmüştür. Bu iddia daha sonra yeni geliştirilen kalkülüsün yöntemleri ile Newton tarafından ispatlandı. Kepler ayrıca parabolik aynaların yansıtma özellikleri ile ilgili deneyler yaptı. Bu araştırmalar teleskopların gelişmesini hızlandırdı (Zill& Wright, 2013).

Günlük hayatımızda, doğada ve bilimde karşımıza çıkan ve teknoloji, endüstri ve mimari gibi pek çok alanda uygulama olanağı bulunan koniklerin öğretimine yönelik yapılan çalışmalar incelediğinde elips, parabol ve hiperbol kavramlarının öğrenciler tarafından korkulan konulardan biri olduğu ve öğreniminde güçlükler yaşandığı görülmektedir (Fatede, Arigbabu ve Wessels, 2011). Çünkü çok zengin bir yapıya sahip olan bu kavramlar soyut düşünme becerisi ile birlikte kavramsal öğrenme de gerektirmektedir (Kurtuluş, 2016; Yılmaz, 2016). Matematiksel bir kavramın farklı temsilleri arasındaki ilişkiler ile birlikte öğretilmesinin önemi çeşitli çalışmalarda da vurgulanmaktadır (Kabaca, Çontay ve İymen 2011). Ayrıca ortaöğretim matematik dersi öğretim programı, işlemsel ve bilgi odaklı matematik öğretimi yerine matematiksel kavramların sınıf ortamında tartışmalar yürütülerek yapılandırıldığı, işlemsel ve kavramsal bilginin dengeli bir şekilde ele alındığı bir yaklaşımı esas almakta, öğrencilerin informal deneyimlerinden ve sezgilerinden yola çıkarak matematiksel anlamları oluşturmalarına ve soyutlama yapabilmelerine yardımcı olmayı amaçlamaktadır (MEB,2013). Bahsi geçen öğretim yaklaşımına ve hedeflenen amaca en uygun öğretim yöntemlerinden biri de Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME)'dir. GME, matematiksel iç görülerin ve yöntemlerin keşfedilmediği fakat icat edildiği yani insanlar tarafından tasarlandığı düşüncesiyle matematik öğretiminin matematik yapma şeklinde olması gerektiğini benimseyen bir matematik eğitimi teorisidir (Memnun, 2011). Matematiğin gerçek hayat problemleri ile başladığı ve gerçek hayatın matematikleştirildiği daha sonra formal bilgiye ulaşıldığı düşüncesiyle ortaya çıkan GME matematik öğrenmeyi bir anlamlandırma süreci olarak görmektedir. Öğretimin yönünün informal bilgiden formal bilgiye ulaşma yoluyla olması ve bu esnada köprü vazifesi görecek modellerin kullanımı, çevre problemlerinin uyarıcı olması ve bir kavramın sürecin yeniden keşfi ile kazanılması, GME'nin öğretim yöntemlerinin temeli yatay ve dikey matematikleştirmeye dayanmaktadır (Van den Heuvel-Panhuizen, 1996). Yatay matematikleştirmede öğrenciler gerçek yaşam durumlarını içeren bağlamsal bir problemin çözümüne yardım olabilecek ve onu düzenleyecek matematiksel bir araç öne sürer. Dikey matematikleştirme ise matematiksel sistemde yeniden düzenleme süreci olarak tanımlanmıştır (Treffers, 1987). Dikey matematikleştirmede kavramlar ve stratejiler arasındaki bağlantıları keşfetmek ya da kısa yolları bulmak ve sonrasında buldukları bağlantıları uygulamak esastır. Bu nedenle yatay matematikleştirme gerçek yaşam durumlarından gerçek yaşam sembollerine doğru hareket etmeyi; dikey matematikleştirme ise yalnızca sembollerde hareket etmeyi içermektedir (Akkaya, 2010).

GME'nin yönlendirilmiş yeniden keşfetme, öğretici olgu ve gelişen modeller olmak üzere üç temel ilkesi vardır (Gravemijer, vd., 2000). De Lange'a (1987) göre, matematikleştirme süreci, gerçek yaşam problemlerinin çözümüne ilişkin matematik andıran (formal olmayan) adımların atılmasıyla başlar. Burada düzenlilikler fark edilir ve problemin matematiksel yönleri tespit edilmeye çalışılır, bir nevi sorun yapılandırılır. Güçlü sezgisel bir bileşene sahip olan bu ilk keşif, matematiksel kavramların gelişimine ya da yeniden keşfine yol açacaktır. Böylece bir öğretim tasarımı olan GME'nin ilk anahtar ilkesi "Yönlendirilmiş Keşif ile Matematikleştirme" oluşacaktır. Bu ilke çerçevesinde öğrencilere, matematiğin icat edilmesine benzer bir yöntemi ya da çalışmayı denemeleri için fırsat verilmelidir (Gravemeijer 1994, 1999). Bu ilke ile öğrenciler kendileri tarafından tasarlanmış bir rota izleyerek matematiği bulmaya çalışacaklardır. Öğretici olgu ilkesi de matematiksel kavramı temsil eden olgu ile kavramın kendisi arasındaki ilişkiyi araştırmak olarak tanımlanmaktadır (Freudenthal, 1983). Öğretici olgu ilkesi, genellemeye olanak tanıyan ve matematikte kavramlar ve özelliklerin çözümüyle bağlantı kurmayı sağlayan problem durumları bulma ile ilgilidir. Olgu ve kavram arasındaki bağın kurulması amacıyla ilk oluşturulacak bağlam, gerçek yaşam durumlarını sınırlamamalıdır. Oluşturulan bağlamlar gerçek yaşama ilişkin olmalı ve öğrenciler tarafından anlaşılabilmelidir (Treffers, 1987; Van Den Heuvel Panhuizen, 2001). Öğretici olgu ilkesine göre, matematik konuların uygulamalarının matematikleştirmeye uygunluğu önemlidir. Eğer matematiğin tarihsel süreçte pratik problemlerin çözümlerinden elde edildiğini (geliştiğini) kavrarsak, günümüzdeki uygulamalardan da bu yaklaşımla matematik üretilebiliriz. Bu noktada esas yapılması gereken, önce genelleştirilebilecek durumlar bulmak ve sonra da dikey matematikleştirmeyi sağlayacak öğrenme ortamları yaratmaktır (Gravemeijer, vd., 1990).

Üçüncü ilke olan gelişen modeller ise informal bilgi ile formal bilgi arasındaki boşluğun doldurulması için köprü görevi görmektedir. Bu modeller, dinamik ve bütüncül yapıdadır. Bu modelleme sürecinde öğrenciler var olan etkinliğin modelinden (modelof) daha gelişmiş matematiksel akıl yürütmeyi içeren modele (model for) doğru zamanla ilerlemektedir (Gravemeijer ve Doorman, 1999). GME de modeller formal matematiksel bilgiden üretilmez. Onun yerine öğrencilerin çözdükleri bağlamsal problemlerden üretilir. Bu modeller öğrencilerin formal bilgiye ulaşmalarına, matematiği yeniden keşfetmelerine yardım eder (Akkaya, 2010). Bir etkinliğin modelinden daha gelişmiş bir modele doğru olan gelişim dört aşamada gerçekleşmektedir (Gravemeijer, 1994):

- Durumsal Aşama: Duruma bağlı bağlamlarda kullanılan alana özgü, durumsal bilgi ve stratejilerin yer aldığı aşamadır.
- Modeli Temsil Eden Aşama: Problemde kabataslak ortaya konulmuş durumları anlatan modeller ve stratejilerin yer aldığı aşamadır.
- Genel Aşama: Bağlamlara kaynaklık eden matematiksel stratejilere odaklanılan aşamadır.
- Formal Aşama: Alışılagelmiş yöntemler ve gösterimleri kapsayan formal aritmetik aşamasıdır.

Gerçekçi Matematik Eğitimi'nde öğretimin nasıl gerçekleştiği ve öğrencilerin nasıl öğrendiğini açıklayan ilkeler bulunmaktadır. Treffers (1991) tarafından, oluşturma ve somutlaştırma, düzeyler ve modeller, derinlemesine düşünme ve özel ödevler, sosyal bağlam ve etkileşim ve son olarak yapılandırma ve birlikte işleme olmak üzere altı başlıkta toplanan GME'nin öğrenme ilkeleri aşağıda kısaca açıklanmaktadır:

Oluşturma ve Somutlaştırma: Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin ilk öğrenme ilkesi, matematik öğrenmenin yapılandırmacı bir etkinlik olduğudur. GME'de öğretim deneyimlerinin başlangıç noktası gerçek olmalı ve öğrencilerin hemen durumla meşgul olmalarını sağlamalıdır. Kavramsal matematik somut bir durumdan uygun bir kavram çıkarma sürecidir (De Lange, 1996). Eğitim somut bir yönlendirmeyi temel alarak başlamalıdır.

Düzeyler ve Modeller: Bu ilkeye göre, matematiksel kavram veya beceriyi öğrenme, uzun bir döneme yayılan ve değişik soyutlama düzeyleri boyunca hareket edilen bir süreç olarak görülür. Peki, bu geçişler nasıl gerçekleştirilebilir? Gravemeijer (1994), bu noktada modellerin önemini savunmakta ve problem çözme etkinliklerinden ortaya çıkan görsel modeller, model durumlar ve semaların öğrencilerin değişik düzeyler arasında geçiş yapmalarına yardım edeceğini belirtmektedir.

Derinlemesine Düşünme ve Özel Ödevler: Üçüncü ilke, öğrenme sürecinin seviyesini yükseltme ile ilgilidir ve bu yükseltme derinlemesine düşünme ile teşvik edilir. Bu nedenle öğrencilerin kendi yapı ve üretimlerine bu kadar önem verilmektedir. Öğretim ilkesine gelince, öğrenciler derste sürekli bir üst düzeye geçtikleri kritik anlara sahip olmalı ve bunun için teşvik edilmelidirler. Bunu gerçekleştirmek için öğrencilere özel ödevler verilmeli, çelişki yaratan problemler sağlanmalıdır.

Sosyal Bağlam ve Etkileşim: Treffers (1991), öğrenmenin yalnız bir etkinlik olmadığını ve bir toplum içinde başladığını, sosyokültürel bağlam tarafından yönetildiğini ve teşvik edildiğini belirtmektedir. Örneğin, gruplar içinde çalışarak öğrenciler fikirlerini paylaşma imkânı bulacak ve birbirlerinden öğrenebileceklerdir.

Treffers (1987) tarafından ortaya koyulmuş olan bu ilkeler Van Den Heuvel-Panhuizen (2000) tarafından geliştirilmiştir. Aşağıda kısaca GME'nin altı temel öğretim ilkesi açıklanmıştır:

Aktivite İlkesi: Aktivite ilkesi, öğrencilerin informal çalışmaya dayalı problem durumlarıyla yüzleştirilmeleri anlamına gelir.

Gerçeklik İlkesi: Matematik biliminin gerçeğin matematiklestirilmesinden ortaya çıktığı düşünüldüğünde, matematiği öğrenme gerekliliği de gerçeğin matematiksellestirilmesiyle ortaya çıkar. Bu nedenle matematik öğretimi, bazı tanımlar ve soyut kavramlar ile başlamak yerine, öğrenci zengin içerikli matematiksel durumlarla ya da diğer bir deyişle matematikselleştirilebilen içeriklerle başlamalıdır.

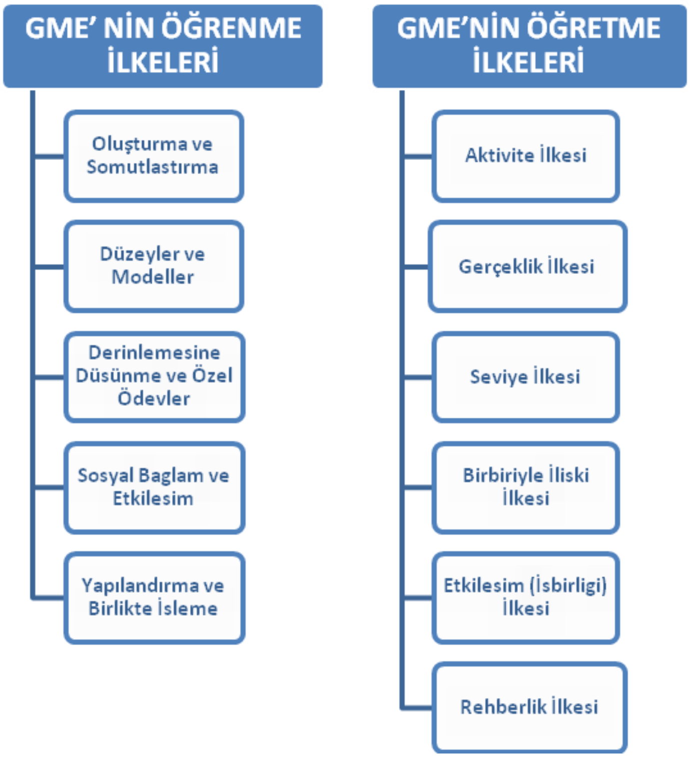
Seviye İlkesi: matematik öğrenme esnasında öğrenciler içerikle ilgili informal çözümlerden formal çözüme ulaşma, çeşitli aşamaları şematize etme veya kısaltma, daha geniş boyutlardaki ilişkileri ayırt edebilmeye kadar uzanan bir takım anlama seviyelerinden geçerler. Bir sonraki seviyeye geçmenin koşulu ilerleyen aktivitelerdeki yansıtma becerisidir. Bu ilke, matematiksel anlayışı geliştirmesi ve tutarlı bir öğretim programının geliştirmesini sağlaması açısından önemlidir (Memnun, 2011).

Birbiriyle İlişki İlkesi: Bu ilke, matematiğin farklı bölümlerinin birbirleriyle olan karşılıklı ilişkisini içerir. Örneğin, sayılar konusunda sayı zekâsı, zihinden işlemler, tahmin ve algoritma birbiriyle yakından ilgilidir. Dahası zengin içerikli problemleri çözmek, genis bir matematik anlayısına ve çesitli matematik aletlerine sahip olunması gerektiği anlamına gelir.

Etkileşim (İşbirliği) İlkesi: İşbirliği ilkesinin önemi, tüm sınıf öğretiminin matematik eğitiminde GME yaklaşımında önemli rolü olduğu anlamına gelir. Fakat bu, tüm sınıfın topluca ilerlediği, her öğrencinin aynı yolu takip ettiği ve aynı anda aynı gelişim seviyesine ulaştıkları anlamına gelmez. Tam tersine GME'de çocuklar birey olarak görülür ve her biri kendi öğrenme yolunda ilerler. Bu öğrenme görüsünden genellikle sınıfların her biri kendi öğrenme yolunu izleyen küçük gruplara bölünmesi gerektiği sonucu çıkarılır. Ancak GME'de sınıfı bir organizasyon birimi olarak beraber tutmak ve eğitimi öğrencilerin farklı yetenek seviyelerine göre uyarlamak için güçlü bir öncelik vardır. Bu, farklı anlayış seviyelerinde çözülebilen problemleri öğrencilere sunarak yapılabilir.

Rehberlik İlkesi: Freudenthal'in matematik eğitimindeki anahtar ilkelerinden biri de dersin öğrenciye matematiği tekrar keşfedebilmesi için yol gösterici fırsatlar vermesidir. Bu da GME'de hem öğretmenin hem de eğitim programının, öğrencinin bilgiyi nasıl alması gerektiğinde çok önemli bir rolü olduğu anlamına gelir. Bunlar sabit bir yolla öğrencilerin ne öğrenmek zorunda olduğunu göstermeyerek öğrenme sürecini yönlendirirler. Çünkü bu aktivite ilkesiyle ters düşer ve sözde anlamalara sebep olurdu. Bunun yerine öğrencilerin kendi kendilerine matematiksel araçlarını ve düşüncelerini geliştirebilecekleri fırsatlara ihtiyaçları vardır. İstenilen düzeye ulaşmak için öğretmenler öğrencilere bu süreçlerin kendilerinden ortaya çıkacağı öğrenme ortamları sağlamak zorundadır. Bir gerekli koşulda öğretmenlerin, öğrencilerin henüz beli olan anlayış ve becerilerini nerede ve nasıl sezebileceklerini önceden görebilmelidir.

GME'nin öğrenme ve öğretme ilkeleri birlikte bir şema halinde Şekil 1'de verilmektedir:



Bundan hareketle, bu çalışmanın amacı, matematiğin gerçek hayat problemleri ile başladığı ve gerçek hayatın matematikleştirildiği, daha sonra formal bilgiye ulaşıldığı düşüncesiyle ortaya çıkan ve matematik öğrenmeyi bir anlamlandırma süreci olarak gören GME yaklaşımı (Gravemeijer, 1994) ile elips, parabol ve hiperbol kavramlarının öğretiminin tasarlanması ve öğrencilerin bu kavramları oluşturma süreçlerinin incelenmesidir. Ayrıca öğrencilerin bu öğretim sürecine ilişkin görüşleri de ele alınmıştır. Bu çalışmanın önemi ve matematik eğitimine sağlayacağı katkılar şöyle sıralanabilir:

i) Yukarıda felsefesi ve temel prensibleri ayrıntıları ile anlatılmaya çalışılan GME yaklaşımı ülkemizde yenilenen öğretim anlayışı ile uyumlu olduğundan matematiksel kavramların öğretininde bu yaklaşımın kullanılması önem kazanmaktadır. Kalıcı ve anlamlı öğrenme için çeşitli matematik kavramlarının öğretiminde tercih edilen bu yaklaşım ile koni kesitleri konusunda yapılan ilk çalışma olması açısından bu araştırma önemlidir.

ii) Bu çalışmada 11. sınıf matematik programı geometri öğrenme alanında yer alan elips, parabol ve hiperbol kavramlarının her birnin özelliklerine uygun şekilde ve GME'nin öğrenme ve öğretim ilkelerine dayalı olarak orijinal bağlam problemleri geliştirilerek literatüre kazandırılmıştır.

iii) Çember, elips, parabol ve hiperbol öğretimi ile ilgili ülkemizde yapılan çalışmalarda dinamik geometri yazılımları kullanılarak bilgisayar destekli yöntemin ön plana çıktığı görülmektedir. Bu çalışmada kullanılan GME yaklaşımı ile bahsi geçen konuların öğretimine bir çeşitlilik katıldığı söylenebilir.

2. YÖNTEM

2.1. Araştırma Modeli

Çalışma nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması olarak desenlenmiştir. Durum çalışmaları bir ya da daha fazla olayın, ortamın, programın, sosyal grubun ya da diğer birbirine bağlı sistemlerin derinlemesine incelendiği bir yöntem olarak tanımlanmaktadır (McMillan, 2000). Durum çalışmaları bir varlığın mekana ve zamana bağlı tanımlandığı ve özelleştirildiği araştırmalardır. Alan içinde yapılan çalışmalarda tek yada daha fazla durum olabilir (Büyüköztürk, Ş., vd., 2013). Araştırmalarda durum çalışmaları, bir olayı meydana getiren ayrıntıları tanınlamak ve görmek, bir olaya ilişkin olası açıklamaları geliştirmek ve bir olayı değerlendirmek amacıyla kullanıldığından (Gall ve Borg, 1996) bu çalışmada durum çalışması tercih edilmiştir.

2.2. Evren-Örneklem

Araştırmanın örneklemi, seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden tipik durum örneklemesidir. Bu örnekleme yöntemi, araştırma problem ile ilgili olarak evrende yer alan çok sayıdaki durumlardan tipik olan birinin belirlenerek bu örnek üzerinden bilgi toplanmasını gerektirir. Burada esas olan sıra dışı olmayan ortalama, tipik bir durumun seçilmesidir (Büyüköztürk, vd., 2013).

Bu nedenle çalışmanın örneklemi evreninin tipik bir örneği olduğu düşünülen Bursa ili Mudanya ilçesi Turhan Tayan Anadolu Lisesi 11. sınıf öğrencileridir. Pilot uygulama 2013-2014 öğretim yılı ve esas uygulama ise 2014-2015 öğretim yılı mayıs aylarında yapılmıştır. Çalışmaya katılan öğrenci dağılımı aşağıda Tablo 1de verilmiştir:

Tablo 1. Araştırmaya katılan öğrencilerin dağılımları.

	Kız	**Erkek**	**Toplam**
Pilot Uygulama	14	8	22
Öğretim Aşaması	13	12	25
Genel	27	20	47

2.3. Veri Toplama Araçları, Uygulama Süreci ve Verilerin Analizi

Ders hazırlık aşamasında araştırmacı ile birlikte alanında uzman öğretmenler bir araya gelmiş ve elips, parabol ve hiperbol kavramlarının her biri için uygulama ve değerlendirme aşamasında kullanılmak üzere ikişer tane bağlam problemleri üretilmiştir. GME’nin öğrenme ve öğretim ilkeleri doğrultusunda ders senaryoları oluşturulmuş ve ders planları hazırlanmıştır. Uygulama her bir kavram için 40’ar dakikalık üç ders saati içerisine yapılmıştır. Tüm dersler video ile kayıt altına alınmıştır. Durum çalışmalarında genellikle kullanılan veri elde etme yöntemleri gözlem ve görüşme olduğu için bu araştırmada da bu araçlar tercih edilmiştir. Araştırmalarda kullanılan gözlem yöntemlerinde farklı yaklaşımlar sözkonusudur. Bunlar katılımcı gözlem ve yapılandırılmış gözlemdir. Katılımcı gözlem nitel bir yaklaşım ve yapılandırılmış gözlem ise pek çok disiplinde kullanılan nicel bir yaklaşımdır. Bu araştırmada, gözlemciye bilgi toplamada ve kayıt etmede özgürlük sunan yöntem olan katılımcı gözlem yöntemi kullanılmıştır. Bu araştırmada dersi sunan öğretmen katılımcı gözlemci olarak bulunurken ayrıca ders araştırmalarının, düşünsel ve öğretimsel deneylerin her birinde yer alan uzman öğretmenler de gözlemci olarak sürecin içinde yer almıştır. Gözlemlerin her bir anı çoğu zaman gözlemci tarafından olmak üzere kamera kaydına alınmıştır. Yine her bir etkinliğin sonunda gözlemciler kamera kayıtlarını tekrar izleyerek etkinliğin analizini yapmışlardır.
Çalışmanın bir başka veri toplama aracı ise görüşmedir. Görüşme, öğrencilerin bilgi yapılarını ve düşünme süreçlerini ortaya çıkarmayı amaçlayan bir very toplama yöntemidir (Clement, 2000). Goldin (1998)’e göre görüşmelerin, araştırmalarda; problem çözme yöntemi ile öğrencilerin matematiksel davranışlarını gözlemleme ve gözlemlerden öğrencilerin bilişsel süreçlerini, bilgi yapılarını ve bu süreçte meydana gelen duyuşsal değişiklikler hakkında sonuçlar çıkarmak gibi amaçları bulunmaktadır. Derslerin sonunda öğrenciler ile görüşmeler yapılarak onlar da video ile kayıt edilmiştir.
Araştırmanın her bir sürecinde detaylı kayıtların alınması, araştırma ekibi tarafından doğru ve kapsamlı bilgi sağlanması, doğruluk için alan notlarının incelenmesi, ses ve görüntü kayıtlarının tutulması, resimlerin çekilmesi, katılımcılardan alıntıların yapılması ve alıntıların ekleme yapılmadan olduğu gibi verilmesi çalışmanın güvenirliğini artırmaktadır. Araştırmacı notlarını katılımcılara vermiş, katılımcılarda kayıtların yanlışsız ve eksiksiz olduğunu doğrulamışlardır. Böylece araştırmanın güvenirliğini artırmak üzere üye kontrolü yapılmıştır.

Araştırmanın geçerliğini artırmak üzere gözlemcinin önyargılarının araştırmaya yansımasını engellemek için gözlemler ve görüşmeler tek bir kişi tarafından yapılmamıştır. Farklı kişiler tarafından yapılan gözlemler ve görüşmeler birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Çalışmanın tutarlık incelemesinde ise tamamlanan çalışmanın ardından elde edilen bulgular bağımsız olarak iki araştırmacı tarafından ayrıca değerlendirilmiştir. İki araştırmacının değerlendirmeleri karşılaştırıldığında bulguların birbiriyle tutarlı olduğu ortaya çıkmıştır.Video kayıtları, gözlemci notları ve görüşmelerin çözümlemesi yapılarak çalışmanın araştırmacıları tarafından betimsel olarak analiz edilmiştir. Bağlam problemleri aracılığı ile elips, parabol ve hiperbol kavramlarının öğretimi sürecinde öğrencilerin gerçekleştirdiği öğrenme süreçleri GME’nin temel ilkelerinden biri olan gelişen modeller ilkesi baz alınarak analiz edilmiş, öğrencilerin bir etkinliğin modelinden daha gelişmiş bir modele doğru olan dört aşamalı olan gelişimi (durumsal, modelin temsili, genel ve formal) ne ölçüde gerçekleştirdiği betimlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin bu öğretim sürecine ilişkin görüşleri de her bir etkinlik için ayrı ayrı başlıklar altında derlenmiştir.

3. BULGULAR

Bu araştırmanın kapsamını 11.sınıfta anlatılmakta olan konikler konusunun Gerçekçi Matematik Eğitimi ile öğretiminde dersin işleniş esnası ve ders sonundaki öğretim süreçlerini incelemek oluşturmaktadır. Bu amaç doğrultusunda konikler (parabol, hiperbol ve elips) konusunun öğretimini hazırlamak üzere araştırmacı ve katılımcı öğretmenler ders öncesinde bir araya gelerek her bir konik özelinde bağlam problemleri üretmiş ve ders senaryoları oluşturmuşlardır. Daha sonra hazırlanmış olan GME temelli öğretim etkinlikleri uygulanarak öğretim içinde öğrencilerin bu kavramları ne ölçüde öğrendiği epistemik eylemler dikkate alınarak incelenmiştir. Aşağıda sırasıyla elips, parabol ve hiperbol kavramlarının her birine ait oluşturulma sürecine ait bulgular verilmektedir:

3.1. Elips kavramının oluşturulması sürecine ilişkin bulgular

Elips ile ilgili olarak GME'nin öğretme bakış açısını temel alan ilkelerinden etkileşimli (işbirlikli) öğretme ilkesi doğrultusunda öğrenci seviyeleri homojen dağılacak şekilde dörderli küme çalışması düzeni alınmıştır. Etkinlik sürecinde ders öğretmeninin haricinde üç uzman öğretmen dersi takip ederek değerlendirmelerde bulunmuşlardır. Öğrencilere matematiğin ilk keşfedildiği sürece benzer bir süreç yaşamaları için fırsat verilmek üzere hazırlanmış olan etkinlik, problemin öğretmen tarafından dramatize edilerek sunulmasıyla başlamıştır. Her bir gruba etkinliğe ait çalışma kâğıdı verilerek öğrencilerden problemin çözümüne ilişkin rotayı tasarlamaları istenmiştir. Elipse ilişkin bağlam problemi aşağıda verilmektedir:

" Naz ve Alp kardeşler kuzuları Kıvırcık'ı otlasın diye bir iple direğe bağlayacaklardır. Fakat hangi direğe bağlayacakları konusunda anlaşamayınca ipin iki ucunu farklı direklere bağlamışlardır. Boynundaki halka yardımı ile ipin her bir noktasına gidebilen Kıvırcık'ın nasıl bir bölgeyi otladığını bulabilir miyiz?"

Bağlam problemi ile uğraşmaya başlayan öğrencilerin problem ile ilgili ilk olarak ipin uzunluğu konusunda tartışma yaşadıkları görülmektedir. Birkaç gruptaki öğrenciler ipin uzunluğunun verilmediğini, dolayısı ile problemde eksiklik olduğunu ifade etmişlerdir. Ayrıca ipin kuzunun boynuna sabit bir yerden bağlandığını düşünen öğrencilerin problemi gözlerinde canlandırmada zorluk yaşadığı gözlenmiştir. Bu noktada rehber konumunda olan öğretmen devreye girmiş ve aşağıdaki diyaloglar yaşanmıştır:

Ö1: Hocam ipin uzunluğu verilmemiş.

Öğretmen: (diğer grupların da benzer sorunun akıllarına takılabileceği düşüncesi ile öğretmen tüm sınıfın duyabileceği şekilde) Arkadaşlar bakın bir arkadaşınız ipin uzunluğunun ne olduğunu sordu. Hiç fark etmez istediğiniz herhangi bir uzunluğu alabilirsiniz.

Ö2 :İki nokta arasında şöyle ovalimsi bir şey olur.

Ö3 : Noktanın öte tarafına geçemez mi?

Ö2: Geçemez çünkü ipin ortasına bağlamışlar kuzuyu.(Öğretmen öğrencilerin problemi yanlış anlamış olabileceklerini düşünerek bir noktaya vurgu yaptı).

Öğretmen: Arkadaşlar kuzunun boynundaki bir halka ipe geçirilmiş ve ipin her bir noktasına gidip gelebiliyor.

Ö 2 : O zaman iş değişti. Noktanın diğer tarafına da gidebilir.

Ö 3 : Evet kesinlikle bu iki noktayı içine almalı.

(Bir başka gruptaki diyaloglar.)

Ö6 : Iki noktanın dışında da aynı mesafede gidebilecek.

Ö8: Bence maksimum sol taraftan şuraya sağ taraftan ise buraya kadar gelebilir.

Ö7 : Peki tepeden nereye kadar gidecek bir ikizkenar üçgen çizsek bize yardım eder.

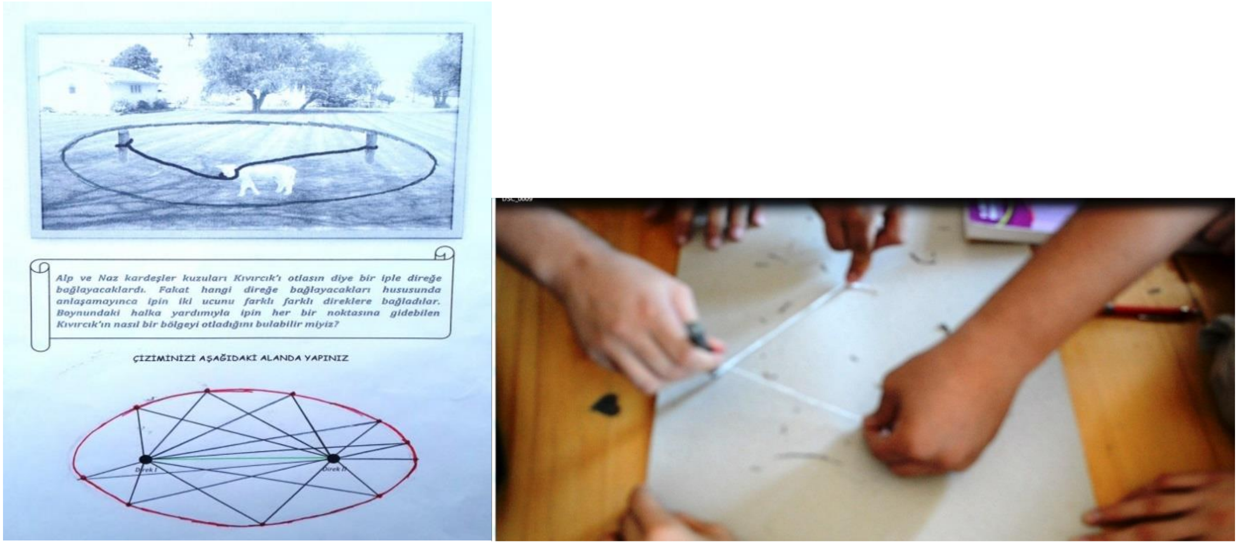
Bu diyaloglarda göze çarpan şey, oluşan şeklin direkleri içine alıp almamasının tartışılmasıdır. Etkinliğin bu kısmında amaçlanan şey kuzuların otlayacakları bölgenin nasıl olabileceğinin hissedilmesini sağlamaktır. Bu beklentinin her grup tarafından gerçekleştirildiği görülmüştür. GME de modeller formal matematiksel bilgiden üretilmez. Onun yerine öğrencilerin çözdükleri bağlamsal problemlerden üretilir. Bu modeller öğrencilerin formal bilgiye ulaşmalarına matematiği yeniden keşfetmelerine yardım eder (Akkaya, R., 2010). Öğrencilerin model oluşturma sürecine yardımcı olma amaçlı her bir gruba ikişer raptiye, ip ve mukavva karton verilerek problem için bir model oluşturmaları istenmiştir. Bu süreçte öğrencilerin neler yaşadıklarına dair bir örnek olarak aşağıdaki diyalog verilmektedir:

Ö2: Ben anladım ne yapacağımızı. Bu raptiyeleri gelin direk yapalım ama ipin içinden neyi geçelim? Kuzu ne olsun?
Ö4: Şu raptiyeleri sabit tutun da kuzuyu dolandırayım şunların etrafında.
Ö3: Üst taraftaki yayı çizdik mi alt tarafı zaten aynısı olacak.
Ö6: Bakın arkadaşlar kalemi şöyle tuttuğumda direklere olan mesafeler toplamıyla böyle tuttuğum zaman direklere olan mesafeler toplamı aynı.

Bu süreçten çok hızlı sonuç alınmıştır. Bütün gruplar problemin bir modelini oluşturarak orijinal çizimler yapmışlardır. Problemin modelinin çok iyi bir şekilde ortaya çıkmasının nedeni olarak bağlam probleminin konuyu kavratıcı, öğretici ve basit olması söylenebilir. Bazı gruplarda öğrenciler, öğretmen bir şey sormadığı halde elipsin geometrik yer olarak tanımını doğru bir şekilde söylemişlerdir. Ancak bunun için erken olduğunu düşünen öğretmen o noktaya vurgu yapmamıştır. Her bir grubun yaptıklarının paylaşılması için grup sözcüleri dinlenmiştir. Grup sözcülerinin ifadelerine ilişkin örnekler aşağıda verilmektedir:

Grup 1: Arkadaşlar gördüğünüz gibi biz şekli ip ve raptiyeler yardımıyla çizdikten sonra ölçmeyi düşündük. Nasıl bir şekil çizmişiz diye (elips üzerinde farklı noktalar alarak) bu uzunlukla uzunluğunun toplamı veya bu uzunlukla şu uzunluğunun toplamı aynı. Böyle güzel bir şekil oluştu.
Grup 3: Düzlemde sabit iki tane noktaya olan uzaklıklar toplamı aynı olan noktalar.

Elips etkinliğine ilişkin öğrencilerin etkinlik kâğıdı üzerinde oluşturdukları modellere ilişkin bir örnek Şekil 2'de verilmektedir:



Şekil 2. Elips durumsal model aşaması

Öğrencilerin herhangi bir yönlendirme olmaksızın oluşturdukları model üzerinden genelleme yapmak istediği gözlemlenmiştir. Bu da GME açısından istenen bir sonuçtur. Bazı öğrencilerin informal çıkarımlar yapmadan doğrudan formal tanıma ulaşabilme adına matematiksel terimler kullanarak durumu izah etmeye çalıştıkları fark edilmiştir. Bu durumun bazı öğrencilerin soyutlama becerilerinin yüksek olmasından veya daha önceden yapısalcı öğrenme ortamlarında bulunduklarından kaynaklanmış olabileceği düşünülmektedir. Etkinlikte kullanılan öğretim materyallerinin aynısıyla öğretmen problemi oluşturmuş ve bu model üzerinden öğrencilerle beraber çıkarımlarda bulunmuştur. Bütün grup temsilcilerinin model anlatımı tamamlandıktan sonra gruplardan oluşturdukları geometrik şekle bir isim verilmesi istenmiştir. Öğrencilerin isim önerme esnasında aşağıdaki diyaloglar gözlemlenmiştir:

Ö5: Biz yumur koyduk.
Öğretmen: Neden böyle bir isim koydunuz?
Ö5: Çünkü yumurtaya benziyor diye.
Ö10: Dairesel olmayan çember olabilir mi?
Öğretmen: Neden olmasın sen istediğin gibi bir isim koyabilirsin.
Ö6: Biz odaksı demek istiyoruz.
Öğretmen: Odak daha önce bildiğin bir şey mi yoksa şimdi mi aklına geldi?
Ö6: Şekli çizerken ip sürekli bu noktalara odaklandığı için böyle bir isim koyduk.

Ö11: Biz çapsız koyduk. (Gülüşmeler…)

Öğrencilerin kendilerinin oluşturdukları modelden elde ettikleri geometrik şekli isimlendirirken şeklin gerçek hayattaki benzerleriyle ilişkili olarak koyulmasıyla öğrenilen bilgilerin zihinde daha kalıcı olarak yer edinmesinde etkili olabilir. Etkinlikte elde edilen şeklin kritik noktalarına da vurgu yapılarak (odak noktalar, odaklar arası mesafe, ipin uzunluğu vs.) formal bilgiye geçilmiştir. Bu problem özelinde informal bilgiden formal bilgiye geçiş aşaması hızlı olabilir. Çünkü problem herkes tarafından rahatlıkla anlamlandırılabilir seviyede hazırlanmıştır. Dolayısıyla öğretmen formal bilgiyi verirken daha önceden öğrencilerin oluştururmuş oldukları çıkarımlardan faydalanmıştır. Doğrudan öğrencilerin ifadelerini tanım olarak yazmıştır. Daha üst düzey düşünmelerin gerektiği etkinliklerde formal tanımlara öğrencilerin kendiliklerinden ulaşması zor olabilir. Bu gibi durumlarda matematiksel dilin de iyi kullanılması açısından öğretmen daha fazla sorumluluk alabilir.

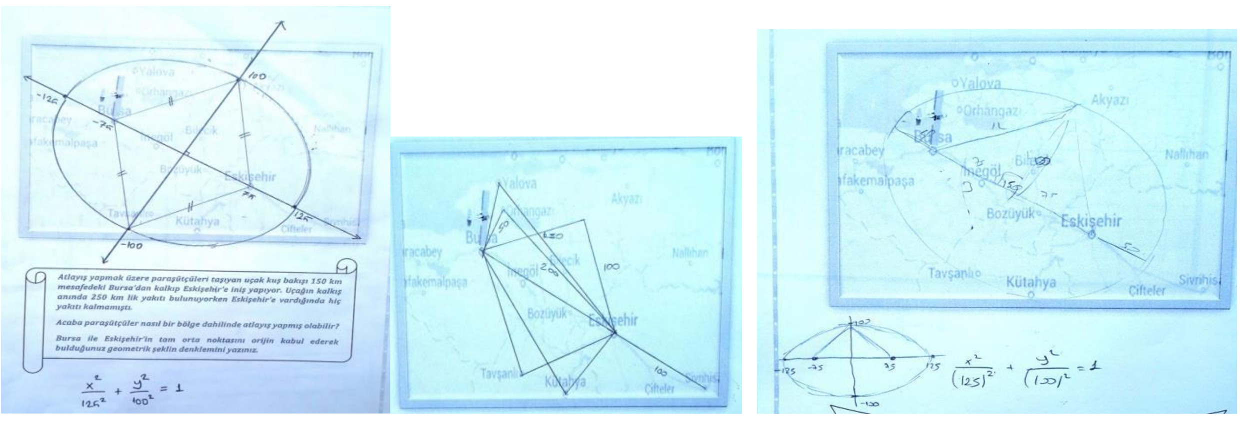
Elipsin ikinci dersinde öğretmen deney yapmak üzere elinde elipse benzer bir tabakla sınıfa girmiştir. Daha önceki derste matematiksel olarak soyutlanmış bir olayı deneysel olarak inceleme olanağı sunulmuştur. Böylece elipsin mevcudiyetinin gerekliliği üzerinde durularak onu tanımaya yönelik ilgi uyandırılmıştır.

Matematiğin dokunulabilir bir yapısının da olabileceği fikrinden yola çıkarak, öğrencilerin pekte alışık olmadıkları bir şekilde sınıf ortamında deney uygulanmıştır. Bunu yaparken elips şeklindeki içi su dolu bir tabak kullanılmıştır (bkz. Şekil 3).

Şekil 3. Elips modeli destekleyici deney.

Elipsin odaklarına düşürülen su damlalarının oluşturduğu dalgalar senkronize bir hareketle diğer odakta da yoğunlaşmıştır. Deney öğrencilere de yaptırılmıştır. Odaklara düşmeyen su damlalarının oluşturduğu dalgalar düzensizken, odaklara düşen damlaların oluşturduğu dalgaların son derece düzenli hareket ettiği gözlemlenmiştir. Bunun sıradan bir özellik olmadığı vurgulanarak elipsin bu özelliğinden faydalanıp ne gibi teknolojik sonuçların oluşturulabileceği sınıfta tartışılmıştır. Yapılan bu deneyi destekleyici unsur olarak bilişim teknolojilerinden faydalanılıp konunun öğrenilmeye değer olduğu hissini uyandırmak amacı ile elipsle alakalı bir video izlettirilmiştir. Öğrenmeye çalıştıkları bir matematiksel kavramın (elips) özelliği kullanılarak böbrek taşı kırma cihazının yapılması, matematiğin ne işe yarayacağı sorusuna güzel bir cevap olarak görmeleri sağlanmaya çalışılmıştır.

Elips ile ilgili ikinci bağlam problemi ve buna ilişkin öğrenci etkinlik kâğıdı Şekil 4'de verilmektedir:



Şekil 4. Elips değerlendirme problemi öğrenci etkinlik kağıtları.

Elips için sunulan birinci bağlam problem ile deneyim kazana öğrenciler, ikinci bağlam problemi için de yine gruplar halinde çalışmışlar ve benzer süreçler geçirmişlerdir. Öğrenciler artık elipsi geometrik yer olarak tanıdıkları ve şeklin işlevsel özelliklerini de bildikleri için ikinci bağlam problemini çok kısa sürede çözmüşler ve bu bağlam problemi için elipsin cebirsel ifadesine de kolaylıkla ulaşmışlardır.

Bağlam problemleri aracılığı ile elips kavramının öğretimi sürecinde öğrencilerin gerçekleştirdiği öğrenme süreçleri GME'nin temel ilkelerinden biri olan gelişen modeller ilkesi baz alınarak analiz edildiğinde, öğrencilerin bir etkinliğin modelinden daha gelişmiş bir modele doğru olan dört aşamalı olan gelişimi (durumsal, modelin temsili, genel ve formal) hemen hemen gerçekleştirdiği görülmektedir. Durumsal aşamada bağlamlara özgü durumsal bilgiyi grup çalışması ortamında iletişim becerilerini kullanarak birbirleri ile paylaşmışlar ve stratejilerini belirlemişlerdir. Modeli temsil eden ve genel aşamada öğretim materyalleri ile kendi gruplarına ait modeli oluşturarak bağlamlara kaynaklık eden matematiksel stratejilere odaklanmışlardır. Formal aşamada ise ilk etkinlikte elipsin formal geometrik yer olarak tanımına, ikinci etkinlik ile de formal cebirsel tanımına ulaşmışlardır.

Elips kavramı ile ilgili öğretim tamamlandıktan sonra, derse ilişkin görüşleri alınmak üzere öğrenciler ile mülakatlar gerçekleştirilmiştir. GME ilkeleri doğrultusunda yürütülen öğretim ile ilgili öğrenci görüşlerini, bu tür öğretim ortamına olumlu ve olumsuz yaklaşanlar olarak iki grupta toplayabiliriz. Olumlu yaklaşıma sahip öğrenciler, bağlam problemleri ile ilk karşılaştıklarında matematik dersi ile alakalı olmadığını düşündüklerini ama sonra geometri ile ilişkisini kurduklarında hoşlarına gittiğini ifade etmişlerdir. Ayrıca matematik dersinde deney yapmanın kendilerine heyecan verdiğini ve akılda kalıcı bir ders olduğunu ifade etmişlerdir. Olumlu görüşe sahip öğrencilerin ifadelerine örnek olarak aşağıdaki görüşlere yer verilmiştir:

> **Ö4:** Problem matematik tadında değildi. Önce bulmaca çözüyorum sandım geometriyle ilişkilendiremedim. Geometrik bir şeyler olduğunu sonradan fark ettim. Şu an ben elipsi öğrendiğimi söyleyebilirim.
> **Ö5:**Günlük hayattan örnekler olduğu için daha kalıcı olacağını düşünüyorum.
> **Ö6:**Bizi çok boyutlu düşünmeye sevk etti.

Olumsuz görüşe sahip öğrencilerin ortak düşüncesi ise bu tür derslerin çok zaman aldığı, klasik olarak işlenen derslerde daha çabuk ve daha çok şey öğrenebilecekleri yönünde olmuştur. Buna örnek olarak aşağıda öğrencilerin ifadelerine yer verilmektedir:

> **Ö9:** Normalde 10 dakikada işleyip kenara çekilebileceğimiz bir konuyu üç derste ancak işleyebildik. Bu hızda gidecek olursak konuları bitirebilir miyiz?
> **Ö8:** Şu anki eğitim sisteminin için bence bu kullanılamaz. Çünkü zamana karşı bir yarış var. Bu yarışta başarılı olabilmek için zamanı çok iyi kullanmak gerekiyor. Böyle dersler matematiği bir hobi olarak kullanmak isteyen kişiler için iyi olabilir belki. Ya da daha alt sınıflarda olabilir. Benim aklım ders esnasında sürekli test kitaplarındaydı.

Bu ifadelerden de anlaşılacağı üzere bazı öğrencilerin üniversiteye giriş sınavını okul yaşantılarının merkezine aldıkları ve öğretim sürecini de bu bakış açısı ile değerlendirdikleri görülmektedir.

3.2. Parabol kavramının oluşturulması sürecine ilişkin bulgular

Diğer bir koni kesiti olan parabol kavramına ilişkin hazırlanan etkinlik, öğretmenin etkinliğin amacını belirtmesiyle başlamıştır. Problem durumu öğretmen tarafından aşağıdaki şekilde dramatize edilerek öğrencilere aktarılmıştır:

Öğretmen: *Komutan Çelik büyük bir ordunun komutanıdır. Savaş hazırlığındaki ordusu çok büyük bir araziye dağılmış durumda. Günler ilerledikçe ordunun su ihtiyacı belirliyor. Bu ihtiyacı karşılamak üzere iki su kaynağından faydalana bilecektir. Bunlar resimde görüldüğü gibi su kuyusu ve düz bir şekilde akmakta olan temiz bir suya sahip nehir. Uzun bir bekleyiş orduyu bir hayli yıpratmış durumda. Bu şartlar altında komutan Çelik ordusunun su ihtiyacını karşılamak üzere nasıl bir strateji belirlesin? Yardım edebilir misiniz? Bu sorunun çözümü için getirdiğiniz stratejiyi etkinlik kâğıdının arka tarafına not edin.*

Etkinlik kâğıtları her bir gruba dağıtılarak aynı çalışma kâğıdı akıllı tahtada da ekrana getirilmiştir. Grupların problemin çözümüne ilişkin geliştirdikleri stratejilerden bazıları şu şekildedir:

Ö4: Biz şöyle düşündük; her askere bakarak dik uzaklıklarına göre hangi asker nereye yakınsa oraya gitsin.

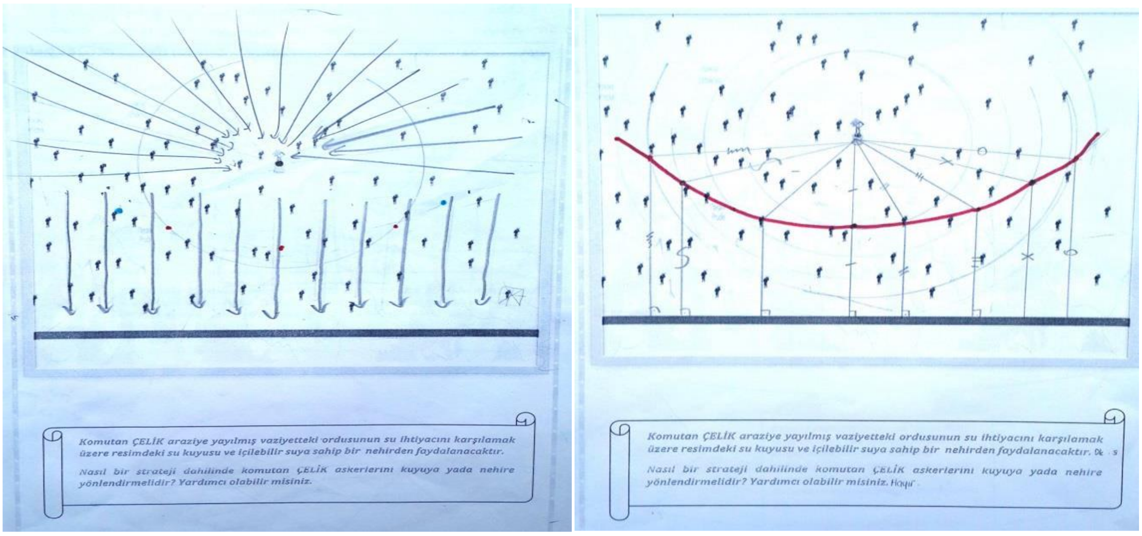
Ö9: Askerlerimizin yorulmaması, en az enerji kaybı için ve en az zaman kaybı için en yakın su kaynağına geçmeleri gerekir.

Ö7: Askerlerin hepsi aynı doğrultuda hareket etsinler. Aşağıya doğru önlerine kuyu gelenler kuyuya gitsinler diğerleri nehri varsın.

Problemin çözüm stratejisinin belirlenmesi aynı zamanda parabolün geometrik yer olarak tarifi anlamına da gelmektedir. Sadece bir grupta beklenilen ölçüde sonuca ulaşılamadığı görülmektedir. Daha sonra grup sözcülerinden geliştirdikleri sınıf ile paylaşılması istenmiştir.

Öğrencilerin söylemiş oldukları ifadeler doğrultusunda problemin çözüm stratejisi tahtaya yazılmıştır. Burada dikkat çeken bir durum öğrencilerin çoğu GME'nin beklentisi ölçüsünde probleme çözüm getirirken gerçek hayattan sebepler belirtmiş olmalarıdır. O esnada yetersiz çözüm stratejisi geliştiren grubun sözcüsü bir kez daha söz alarak anlatmak istediklerinin aslında diğer gruplarınkiyle aynı olduğunu, fakat ifade hatalarını olduğunu belirtmiştir. Etkinliğin ilerleyen bölümünde düşüncelerinin modelinin oluşturulması düşüncesiyle yapısalcı bir yol izlenmiştir. Düşünceler resme aktarılarak çizim yapılması istenmiştir.

Şekil 5'te parabol etkinliğine ait bağlam problemi için yaptıkları çizim örnekleri verilmektedir.



Şekil 5. Parabol bağlam problemine ilişkin yanlış ve doğru model örnekleri

Strateji belirlemede güçlük yaşayan grubun model oluşturmada da zorlandıkları gözlemlenmiştir. Bu grup ve öğretmen arasında aşağıdaki diyalog geçmiştir:

Öğretmen: Çiziminiz bu mu? Nasıl yaptınız neye göre belirlediniz bu çizgiyi?

Ö13: Şimdi şöyle düşündük; merkezde kuyu var. Önce bir taktik belirlemiştik ya. Herkes yakınındakine gitsin. Ama öncesinde biz kuyunun altında kalanlar nehire üstünde kalanlar kuyuya yönelsin ki kimse beklemeden su içsin.

Öğretmen: Peki bu çiziminize bakarak bir hat oluşturduğunuzu söyleyebilir misiniz?

Ö14: Hıı, elips gibi bişey olmadı değil mi? Yeniden düşünmek gerekir sanırım….

Her bir grubun yaptıklarının paylaşılması için grup sözcüleri dinlenmiştir. Grup sözcülerinin ifadelerine ilişkin örnekler aşağıda verilmektedir:

Ö14: Öyle bir çizgi yaptık ki, onun üzerindeki askerler kuyuya ve nehire eşit uzaklıkta.

Ö15: Yani noktayla doğruya eşit uzaklıktaki noktalar kümesi

Öğretmen :(tüm sınıfa hitaben) oluşturduğunuz şekil tanıdık geliyor mu? Daha önce böyle bir şekil görmüş olabilir misiniz?

Ö14: $y=x^2$ parabolü hocam…

Öğretmen: Arkadaşlar parabolün tarifini siz geçen senelerden biliyorsunuz cebirsel olarak. Şimdi ise bunun geometrik olarak tarifini yapmış olduk. Burada sizin için parabol de kritik olarak gördüğünüz yerler ne olabilir?

Ö6: Bir hepsinin toplandığı nokta parabol için kritik noktadır, bir de doğru yine parabol için kritik bir durum oluşturur.

Öğretmen: Bunların isimleri ne olur sizce?

Ö6: Nokta yine odak olabilir. Çünkü bütün çizgiler orada toplanıyor.

Öğretmen: Çok güzel gerçekten de o noktanın ismi matematikte odak olarak adlandırılıyor. Peki bu doğruya ne dersiniz?

Ö11: Doğrultman vektörü diyebiliriz.

Parabolün hem cebirsel temsili hem de geometrik yer olarak tanımını birlikte ele alınarak öğretim süreci tamamlanmıştır.

Bağlam problemleri aracılığı ile parabol kavramının öğretimi sürecinde öğrencilerin gerçekleştirdiği öğrenme süreçleri GME'nin temel ilkelerinden biri olan gelişen modeller ilkesi baz alınarak analiz edildiğinde, tüm öğrencilerin bir etkinliğin modelinden daha gelişmiş bir modele doğru olan dört aşamalı olan gelişimi (durumsal, modelin temsili, genel ve formal) elips kavramında olduğu gibi gerçekleştiremediği görülmektedir. Özellikle bir grupta bağlam problemine ilişkin stratejinin belirlenip ifade edilmesinde yani durumsal aşamada dahi zorluk yaşadıkları görülmüştür. Ayrıca modeli temsil eden aşamada bağlam problemine ilişkin model oluştururken de zorluk yaşanmış ve model oluşturulamadığı gözlemlenmiştir. Ancak diğer gruplardaki öğrencilerin dört aşamalı gelişimi (durumsal, modelin temsili, genel ve formal) gerçekleştirdiği görülmektedir. Ancak formal aşama için öğrencilerin parabol kavramının sadece geometrik yer olarak tanımına ulaştığını belirtmek gerekir. Yukarıda verilen diyalogdan da anlaşılacağı üzere geliştirdikleri strateji sayesinde elde ettikleri şeklin görüntüsünde dokuzuncu sınıfta cebirsel ifadesini öğrendikleri parabol eğrisini tanımışlar ve cebirsel temsile bir örnek olacak şekilde $y=x^2$ vermişlerdir. Dolayısı ile parabol kavramının cebirsel temsilini daha önceden bildiklerinden formal aşamada bu kavramın yalnız geometrik yer olarak tanımına ulaşmışlardır.

Parabol kavramı ile ilgili öğretim tamamlandıktan sonra, derse ilişkin görüşleri alınmak üzere öğrenciler ile mülakatlar gerçekleştirilmiştir. GME ilkeleri doğrultusunda yürütülen parabol dersleri ile ilgili öğrenci görüşleri elips dersine ilişkin görüşler ile paralellik göstermektedir. Öğrencilerin bir kısmı bu dersleri, eğlenceli, akılda kalıcı ve anlamlı bulurken bir kısmı da zaman kaybı olarak değerlendirmişler ve sıkıldıklarını ifade etmişlerdir. Parabol derslerine ilişkin öğrenci görüşlerinden bir bölümü aşağıda verilmektedir:

Ö1: Eğlenceli bir ders oldu. Önce kendimi satranç oynuyor gibi hissettim, hiçbir şey yapmıyor gibiydim. Sadece düşünüyordum. Problemi çözmek kolay oldu ama cetveller ölçümler, çizimler girince işin içine biraz zorlandım. İlk defa bir tanımın bu şekilde oyunla verildiğini gördüm.

Ö2: Çizimle ders yapmaya çalıştık. Kendimi ilkokuldaki gibi hissettim. Böyle matematik dersi işlenirse benim için daha iyi olur. Çünkü benim dikkatim matematik derslerinde çok çabuk dağılıyor.

Ö3: Çok yavaş işlenen bir ders oldu. Bu şekilde ders işlersek konuları yetiştiremeyiz.

Ö4: Böyle dersleri ben daha iyi kavrıyorum. Şu an diyebilirim ki parabolü çok iyi öğrendim. Kolay unutacağımı da sanmıyorum.

Ö5: En ilgimi çeken şey matematiksel bir şey yapmamış olmamızdı. Bir ders boyunca oyalandık, ancak ikinci derste konunun matematik olduğunu fark ettim. Arkadaşlarımla hiç olmadığı kadar çok konuştuk derste. Öğretmen ise neredeyse hiç konuşmadı. Arada bir yanımıza gelip ne yaptığımıza baktı o kadar.

Ö6: Bence bunlar ders değil oyun. Biran önce bitsin istedim.

Ö7: Önümüzde YGS ve LYS gibi sınavlar olmasa böyle ders işlemek isterim. Ama şuan çok soru çözmemiz gerekiyor. Belki 9. ya da 10. sınıflarda daha etkili olur.

Ö9: Sıkılmadan dersi dinledim. Parabolün tanımına kendim ulaşınca çok sevindim.

Öğrencilerin derse ilişkin görüşlerinden özellikler Ö5'in görüşleri GME'nin temel hedeflerinden biri olan öğrencinin kendi öğrenmesinde aktif rol alması ve matematik ile ilgili olarak öğretmenden ziyade arkadaşları ile iletişim halinde olmaları önemli bir bulgu olarak değerlendirilebilir. Ayrıca Ö9'un ifadeleri GME'nin temel presiplerinden olan yönlendirilmiş yeniden keşifin bir yansıması olarak düşünülebilir.

3.3. Hiperbol kavramının oluşturulması sürecine ilişkin bulgular

Daha önceki etkinliklerde olduğu gibi bu etkinlikte de GME'nin işbirlikli öğrenme ilkesi doğrultusunda sınıfta küme çalışması vaziyeti alınmıştır. Etkinlik kâğıdı her bir öğrenci grubuna dağıtılırken sınıfın akıllı tahtasında da gösterilmiştir. Öğretmen problemi dramatize ederek öğrencilere aktarmış ve öğrenciler ders sonuna kadar probleme çözüm getirilmeye çalışmışlardır. Hiperbol etkinliğine ait bağlam problemi şu şekildedir:
Alfa şehrinden Beyazlar Ülkesi 'ne doğru Scoot füzesi yollanmıştır. Bunu fark eden radarlar 2 dakika sonra füzeyi havada infilak ettirmek üzere Beta şehrinden Patriyot füzesini yollamıştır. (Alfa-Beta arası 200 km, füzelerin hızı 30 km/dk'dır.) Acaba hangi hat dahilinde Scoot füzesi vurulmuş olabilir?

Hiperbol etkinliği esnasında öğretmen ve gruplar arasında gelişen diyaloglardan örnekler aşağıda verilmektedir:

Öğretmen: Çocuklar füzelerin hareketi doğrusaldır. Havada yön değiştirme gibi bir durumları yok.
Ö1: Füzelerden biri 2 dk önce başladığı için biraz yol gidecek. Önce onu bulalım daha sonra diğerinin gittiği yere bakarız. Bak bu füze 2 dakikada 60 km yol gider. Sonra da her ikisini de 30-30 ilerletiriz.
Ö2: 30-30 ekleyene kadar çarpalım.
Ö1: Ama çarpıştıkları yeri bilmiyoruz ki onu yapalım.
Ö3: Birisi uzun gidecek birisi kısa gidecek garip bir şey ortaya çıkar.
Ö2: Önce doğrudan birbirlerine doğru gitseler nerede çarpışırlar onu bulalım. Bak bu füze 60 km gitti. Sonra ikincisi fırlatıldı ya ikisi de aynı yolu gidip sonra çarpışacaklar. Kalan yolun ortasında çarpışırlar.
Ö4: Ya füze başka tarafa doğru gidiyorsa o nasıl olur ki? Eğimi büyük mü olur? Küçük mü?
Ö2: Hangisinin eğimi da büyük? Çok yol alanın mı? Yoksa az yol alanın mı?
Ö4: Az yol alanın değil mi? (Tartışmalar devam ediyor.)(Başka gruplarda)
Ö5: İlk havalanan 60 km gitsin. Şimdi ne olacak?
Ö6: O füze gitmeye devam etsin. Diğerini yollayalım.

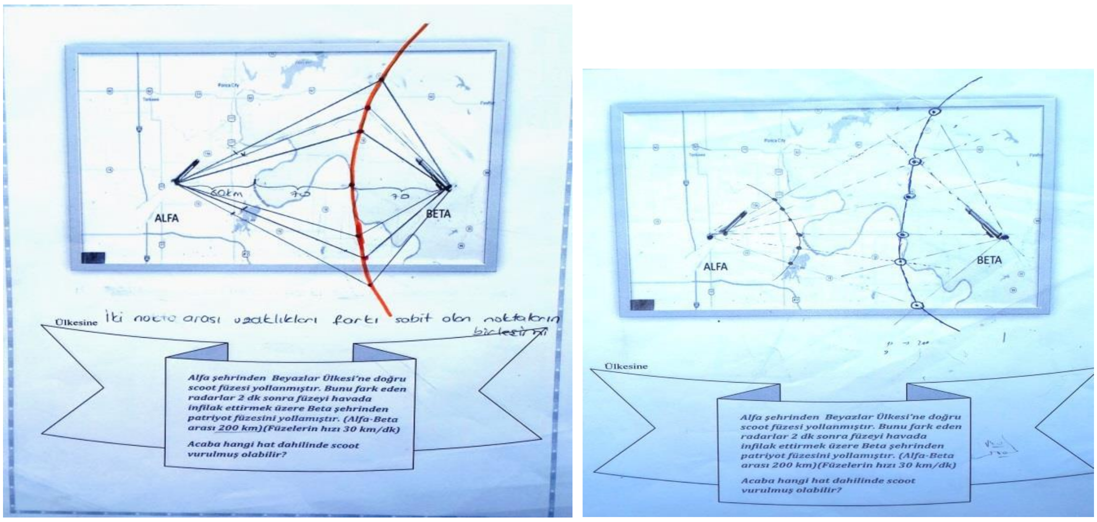
Öğrencilerin problemi anlamaları biraz zaman almıştır. Öğrencilerin probleme çözüm bulma adına birbirleriyle olan iletişimleri iyi seviyede olduğu gözlemlenmiştir. Zaman ilerledikçe problem anlaşılmış ve sonuca götürecek şekilde çözüm stratejileri belirlenmiştir.

Ancak bağlam problemi için model oluşturma aşamasında her bir grubun oldukça zorlandıkları görülmüştür. Bu zorlukları aşmak için grup elemanları aralarında iletişimi devam ettirerek ve öğretmen rehberliğinde modellerini oluşturmuşlardır.

Öğrencilerin hemen hepsi çizimde neler olması gerektiğini fark etmiştir. Fakat çizimi gerçekleştirirken üzerinde görüş birliğine vardıkları fikirleri ve stratejiyi modele aktaramadıkları görülmektedir. Pergelleri önlerinde durduğu halde onun nasıl kullanılması gerektiğini akıl edememişlerdir. Çizimleri genelde deneme yanılma yöntemiyle yapmaya çalışmışlardır. Farklı gruplarda buna benzer durumlar yaşanmıştır.

Hiperbol etkinliğinde bir grupta GME adına önemli bir durum gözlenmiştir. Öğrenciler bağlam problemine ilişkin model oluşturma aşamasında modeli temsil etmek için kalemlerini füze ve sıralarını da ülke yaparak kendi öğretim araçlarına kendileri karar vermiş ve bunları kullanmışlardır.

Şekil 6'da hiperbol etkinliği için geliştirilen modeller verilmektedir.



Şekil 6. Hiperbol bağlam problemi için oluşturulan modellere ait örnekler.

Her bir grubun oluşturduğu modeller grup sözcüleri tarafından sınıfa sunulmuş ve sınıf müzakeresi sonucunda tüm grupların ve öğretmenin onayladığı model tahtaya çizilerek model oluşturma süreci tamamlanmıştır. Bundan sonraki aşamada bağlam problemi için belirlenen hat ile ilgili olarak öğretmen ve öğrenciler arasında aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir:

> **Öğretmen:** Çizim işini biraz zorlanmakla birlikte bütün gruplar yaptı. Şimdi gelin bu bulduğumuz hattın ya da eğrinin özelliğini bulmaya çalışalım. Acaba o eğri nasıl bir özelliğe sahiptir?
> **Ö1:** Hemen söyleyeyim. İki nokta arasındaki uzaklıkları farkı sabit olan noktalar kümesi oluyor.
> **Öğretmen:** Sen meşhur olmak istiyorsun galiba (gülücükler). Evet Ö1 tam olarak beklediğimiz tanımı yaptı. Gerçekten de bu şekil iki nokta arasındaki uzaklıkları farkı sabit olan noktalar kümesidir.

Öğrencilerin hiperbol eğrisinin geometrik yer olarak tanımına ulaşmasının ardından hiperbol ile ilgili diğer bağlam problemi verilerek bu kez bu eğrinin cebirsel tanımına ulaşılması hedeflenmiştir. Ancak bu bağlam problemi için öğrenciler strateji geliştiremedikleri ve dolayısıyla model oluşturamadıkları için öğretim süreci beklenen şekilde gerçekleşememiştir.

Bağlam problemleri aracılığı ile hiperbol kavramının öğretimi sürecinde öğrencilerin gerçekleştirdiği öğrenme süreçleri GME'nin temel ilkelerinden biri olan gelişen modeller ilkesi baz alınarak analiz edildiğinde, hemen hemen tüm öğrencilerin durumsal, modelin temsili, genel ve formal aşamalarda oldukça zorlandıkları hatta ikinci bağlam problemi için durumsal aşamada yeterli ilerleme kaydedemeyip etkinliği tamamlayamadıkları görülmektedir. Bunun nedeni olarak kavramın karmaşık yapısı söylenebilir. Özellikle formal aşamada birinci problemde zor da olsa kavramın geometrik yer olarak formal tanımına ulaşmışlardır ancak cebirsel tanımına ulaşmalarını sağlamak amacı ile verilen ikinci bağlam probleminde formal aşamaya dahi ulaşamamışlardır.

Hiperbol kavramına yönelik gerçekleştirilen öğretim sonrasında öğrencilerin derse yönelik görüşlerini almak için yapılan mülakatlarda yaşanan diyaloglara örnek aşağıda verilmektedir:

> **Ö1:** Dersin bu şekilde işlenmesi daha güzel ve eğlenceliydi. Benim tercihim bu şekilde işlemek yönünde.
> **Ö2:** Biz sonuçta üniversiteye gideceğiz. Üniversitede böyle görmeyeceğiz, daha teorik göreceğiz. Bence bu bizim yaşımıza uygun değil.
> **Ö3:** Bence de çok zaman kaybı. Bir derste bir soru ancak çözülür böyle.
> **Ö4:** Ama ben bu konuyu unutacağımı düşünmüyorum.
> **Ö3:** Bu her konu için yapılamazki

> **Ö5:** Ben daha önceki konulardan hatırlıyorum. İşte bunu topla, çıkar, eşitle bilmem ne … Ne yaptığımızı bilmiyoruz. Kürek çekiyoruz ama ne için kürek çektiğimizden haberimiz yok.
> **Ö6:** Bizlerin birçoğu mühendis olacak ve bizden makine yapmamız istenecek. Ö2 üniversitede dersler daha teorik işlenecek dedi. Tamam, öyle de 25 yaşına kadar pratikte bunlar nedir diye düşünmemiş bir mühendis makine tasarlayabilir mi?

Öğrencilerin bu görüşleri sınıflandırılmak istendiğinde elips ve parabol kavramlarına ilişkin görüşler ile paralellikler olduğu görülmektedir. Örneğin bu şekilde işlenen derslerin eğlenceli ve akılda kalıcı olduğu gibi olumlu görüşe ait başlıklar paralellik göstermektedir. Olumsuz yorumlarda ise öğrenciler böyle bir dersi yine zaman kaybı olarak görmekteler ve bu yöntemle az sayıda konu öğrenebileceklerini, bu yöntemin her matematik konusununa uygulanamayacağını düşünmektedirler. Ö6'nın öğrenilen matematik kavramının ne işe yaradığının tartışılması işinin üniversite seviyesinden önce yapılmasına yaptığı vurgu daikkat çekici bir bulgu olarak ele alınabilir.

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu çalışmada Gerçekçi Matematik Eğitimi yaklaşımına dayalı olarak planlanmış ve yürütülmüş öğretim ortamında 11. sınıf öğrencilerinin elips, parabol ve hiperbol kavramlarını oluşturma sürecinin incelenmesi amaçlanmıştır. Matematiğin gerçek hayat problemleri ile başladığı ve gerçek hayatın matematikleştirildiği, daha sonra formal bilgiye ulaşıldığı düşüncesiyle ortaya çıkan GME matematik öğrenmeyi bir anlamlandırma süreci olarak görmektedir. Öğretimin yönünün informal bilgiden formal bilgiye ulaşma yoluyla olması ve bu esnada köprü vazifesi görecek modellerin kullanımı ve uyarıcı çevre problemlerinin kullanımı bu öğretimin temel unsurlarıdır. Araştırmanın amacına ulaşabilmek için bu temel unsurlar göz önüne alınarak elips, parabol ve hiperbol eğrilerinin her biri için GME'nin öğrenme ve öğretim ilkeleri doğrultusunda ders senaryoları oluşturulmuş ve ders planları hazırlanmıştır. Uygulama her bir kavram için 40'ar dakikalık üç ders saati içerisine yapılmıştır. Derslerin video kayıtları ve gözlemci notlarından elde edilen verilerden öğrencilerinin elips, parabol ve hiperbol kavramlarını oluşturma süreci GME'nin temel ilkelerinden biri olan gelişen modeller ilkesi temel alınarak analiz edilmiştir. Buna göre öğrencilerin elips kavramı için hazırlanan öğretim ortamında durumsal, modelin temsili, genel ve formal aşamaların hemen hemen tümünü başarı ile tamamlamışlardır. Elips kavramı ile ilgili oluşturulan iki bağlam problemi yardımı ile öğrencilerin elipsin hem geometrik yer hem de cebirsel olarak formal tanımına ulaşmaları oldukça sevindirici ve önemli bir bulgudur. Çünkü alınyazında diğer koni kesitlerinde olduğu gibi elips kavramının öğrenilmesinde ve temsiller arası ilişki kurmada hem lise hem de üniversite öğrencilerinin (öğretmen adayları dahil) zorluklar yaşandığını rapor eden çalışmalar vardır (Bussi ve Mariotti, 1999; Fatede, Arigbabu ve Wessels, 2011; Moon vd., 2013). Tatar ve Kağızmanlı (2015) matematik öğretmeni adaylarının dinamik bir yazılım ile materyal hazırladıkları konuyu seçme nedenleri ve seçtikleri konuyu nasıl öğretecekleri hakkındaki görüşlerini ortaya çıkarmak amacıyla yaptıkları çalışmada ise elips konusunu seçen öğretmen adaylarının neden olarak cebirsel tanımının anlaşılmasının zor olmasını göstermişlerdir.

Parabol için hazırlanan öğretim ortamında tüm öğrencilerin bir etkinliğin modelinden daha gelişmiş bir modele doğru olan dört aşamalı olan gelişimi (durumsal, modelin temsili, genel ve formal) elips kavramında olduğu gibi gerçekleştiremediği görülmektedir. Özellikle bir grupta bağlam problemine ilişkin stratejinin belirlenip ifade edilmesinde yani durumsal aşamada dahi zorluk yaşadıkları görülmüştür. Ayrıca modeli temsil eden aşamada bağlam problemine ilişkin model oluştururken de zorluk yaşanmış ve model oluşturulamadığı gözlemlenmiştir. Ancak diğer gruplardaki öğrencilerin dört aşamalı gelişimi gerçekleştirdiği görülmektedir. Parabol kavramının cebirsel temsilini daha önceden bildiklerinden formal aşamada bu kavramın geometrik yer olarak tanımına ulaşmıştır. Matematiksel bir kavramın cebirsel ve geometrik temsillerinin birlikte ele alınması esas olmakla birlikte parabol kavramının öğretilmesinde geometrik yaklaşımdan ziyade cebirsel yaklaşımın yaygın olarak benimsendiği söylenebilir. Bunun sonucu olarak çoğu öğrenci, geometrik yaklaşımdan ziyade parabolün cebirsel gösterimi olarak kuadratik bir fonksiyonun grafiğini algılamaktadır (Ada, Kurtuluş ve Yanık, 2015). Bu bağlamda dokuzuncu sınıfta cebirsel yaklaşımla ele alınan parabol eğrisinin bağlam problemi aracılığı ile geometrik yer olarak formal tanımına ulaşılması, öğrencinin çoklu temsil ile karşılaştırılması açısından önemli bir kazanım olarak görülebilir.

Bağlam problemleri aracılığı ile hiperbol kavramının öğretimi sürecinde öğrencilerin gerçekleştirdiği öğrenme süreçleri GME'nin temel ilkelerinden biri olan gelişen modeller ilkesi baz alınarak analiz edildiğinde, hemen hemen tüm öğrencilerin durumsal, modelin temsili, genel ve formal aşamalarda oldukça zorlandıkları hatta ikinci bağlam problemi için durumsal aşamada yeterli ilerleme kaydedemeyip etkinliği tamamlayamadıkları görülmektedir. Özellikle formal aşamada birinci problemde zor da olsa kavramın geometrik yer olarak formal tanımına ulaşmışlardır ancak cebirsel tanımına ulaşmalarını sağlamak amacı ile verilen ikinci bağlam probleminde formal aşamaya dahi ulaşamamışlardır. Bu hiperbol eğrisinin karmaşık yapısından ve öğrencilerin düzlem geometrisindeki bilgi eksiklerinden kaynaklanmış olabilir. Kurtuluş (2016) öğretmen adayları ile yaptığı çalışmasında benzer olarak öğretmen adaylarının hiperbolün geometrik temsilini belirlemede eksiği olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Harel ve arkadaşları ise bu kavramlar için sezgisel, geometrik ve cebirsel özelliklerin ve bu özelliklerin birbirleri ile ilişkilerinin birlikte ele alındığı bir yöntem önermektedir (Harel vd., 2008). Bununla birlikte bir kavramın farklı temsilleri arasındaki ilişkiler ile birlikte öğretilmesinin önemi çeşitli çalışmalarda da vurgulanmaktadır (Duval, 1999; Kabaca, Çontay ve İymen, 2011). Ancak 11. Sınıf matematik dersi programında yer alan konikler çoğunlukla cebirsel ifadeleri ile ele alınmakta, tarihsel gelişimleri, geometrik oluşumları ve uygulama alanları ile bağlantıları göz ardı edilmektedir. Buna bağlı olarak öğrencilerin bu konu ile ilgili öğrenme güçlükleri çektiği ve geleneksel yaklaşımlarla verilen konikler konusunda işlemsel ve sembolik olarak öğrenmeden kaynaklanan kavram yanılgılarının oluştuğu ve kavramsal olarak öğrenmenin gerçekleşmediği görülmektedir. Bu bağlamda konikler konusunun Gerçekçi Matematik Eğitimi temelli hazırlanmış derslerle işlenerek öğrencilerin matematiği gerçek hayattan izole edilmiş bir disiplin olarak görmemeleri ve anlamlı öğrenmelerinin sağlanabileceği düşünülmüştür. Bunun için GME yaklaşımı ile elips, parabol ve hiperbol kavramlarının öğretimi tasarlanmış ve öğrencilerin bu kavramları oluşturma süreçleri incelenmiştir. Matematik modeller hazır olarak verilmeyip öğrenci aktiviteleri sonucunda ortaya çıkmıştır. Böylece daha nitelikli bir matematikleşme sürecinin oluştuğu düşünülmektedir. Ayrıca gözlemci öğretmenlerin ve öğrencilerin görüşleri, bu şekilde oluşturulmuş ders etkinliklerinin hem öğretmen hem de öğrenci motivasyonunu yüksek tutup daha etkili derslerin işlenebileceğini göstermiştir.

GME ilkeleri doğrultusunda yürütülen öğretim ile ilgili öğrenci görüşlerini, bu tür öğretim ortamına olumlu yaklaşanlar ve olumsuz yaklaşanlar olarak iki grupta toplayabiliriz. Olumlu yaklaşıma sahip öğrenciler, bağlam problemleri ile ilk karşılaştıklarında matematik dersi ile alakalı olmadığını düşündüklerini ama sonra geometri ile ilişkisini kurduklarında hoşlarına gittiğini ifade etmişlerdir. Ayrıca matematik dersinde deney yapmanın kendilerine heyecan verdiğini ve akılda kalıcı bir ders olduğunu ifade etmişlerdir. Olumsuz görüşe sahip öğrencilerin ortak düşüncesi ise bu tür derslerin çok zaman aldığı, klasik olarak işlenen derslerde daha çabuk ve daha çok şey öğrenebilecekleri yönünde olmuştur. Bazı öğrencilerin üniversiteye giriş sınavını okul yaşantılarının merkezine aldıkları ve öğretim sürecini de bu bakış açısı ile değerlendirdikleri görülmektedir.

Zengin bir matematiksel içeriğe sahip konikler konusunun öğretiminde genellikle dinamik geometri yazılımları kullanılarak bilgisayar destekli yöntemin ön plana çıktığı görülmektedir. (Güven ve Karataş, 2009; Kabaca, Çontay ve İymen, 2011; Kaplan ve Öztürk, 2014). Ayrıca matematik tarihinden yararlanarak oluşturulan öğrenme ortamları (Bussi ve Mariotti, 1999), interneti, bilgisayar tabanlı materyalleri ve diğer mevcut kaynakları bir araya getirerek oluşturulan problem çözme aktivitelerinden oluşan WebQuests yaklaşımı (Kurtuluş ve Ada, 2012), farklı geometrilerde (örneğin Taxicab) bu kavramların ele alınması (Ada, Kurtuluş ve Yanık, 2015) geleneksel öğretime (düz anlatıma) alternatif öğretim yaklaşımı olarak gösterilebilir.

Bu çalışmada 11. sınıf matematik programı geometri öğrenme alanında yer alan elips, parabol ve hiperbol kavramlarının her birnin özelliklerine uygun şekilde ve GME'nin öğrenme ve öğretim ilkelerine dayalı olarak orijinal bağlam problemleri geliştirilmiştir. Gerçekçi matematik eğitimi tabanlı gerçekleştirlen elips, parabol ve hiperbol kavramlarının öğretimi sonucunda öğrenciler bu kavramları ve kavramların özelliklerini bir bağlam problemi dahilinde sezgisel olarak fark etmiş, çözüm için kendi modellerini oluşturmuş ve fomal tanıma adım adım kendileri ulaşmıştır. Böylece uygun öğrenme ortamları tasarlandığında ve uygulamasında öğrencilerin informal deneyimlerinden ve sezgilerinden yola çıkarak matematiksel anlamları oluşturabilecekleri ve soyutlama yapabilecekleri görülebilmektedir. Buradan hareketle zengin bir matematik yapıya sahip elips, parabol ve hiperbol kavramının öğretiminde GME yaklaşımının etkili bir yaklaşım olduğu söylenebilir.

5. KAYNAKLAR

Ada, T., Kurtuluş, A., & Yanık, H. B. (2015). Developing the concept of a parabola in Taxicab geometry. *International Journal of Education in Science and Technology*, 46:2, 264-283.

Alacacı, C., Erbaş, A. K., & Çetinkaya, B. (2013). Koni kesitleri ve koni kesitlerinin tarihsel gelişimi. Zembat, İ. Ö., Özmantar, M. F., Bingölbali, E., Şandır, H. ve Delice, A.(Eds), *Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar,* Pegem Akademi, Ekim, Ankara.

Akkaya, R. (2010). Olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların gerçekçi matematik eğitimi ve yapılandırmacılık kuramına göre bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi. Doktora Tezi, *Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü*, Bursa.

Batson, H. (2005). Koniklerin tarihçesi ve Antalyalı Apollonius, *Matematik Dünyası Dergisi*.

Bussi, B., & Mariotti M.A. (1999). Semiotic mediation: from history to mathematics classroom. *For The Lerning of Matematics,* 19 (2) pp. 27-35.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2008). Bilimsel Araştırma Yöntemleri. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

De Lange, J. (1996). Using and applying mathematics in education. *International handbook of mathematics education,* Dordrecht: Kluwer,49-98.

Duval, R. (1999), Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning, *Proceedings of the twentyfirst annual meeting of the North American Chapter of the International group for the Psychology of Mathematics Education. PME21-Mexico, p. 3 – 26.*

Fatade, A.O., Arigbabu, A. A. & Wessels, D. C. J. (2011). Teaching conic sections and their applications. *Journal of Modern Mathematics and Statistics,* 5, 60-65.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structure.* Kluwer Academis Publishers. Dordrecht The Netherlands.

Gravemeijer, K., van den Hauvel-Panhuizen, M. ve Steefland, L. (1990). *Contexts free productions test and geometry in realistic mathematics education*. *OW&OC*, Utrecht, The Netherlands.

Gravemeijer, K. (1994). *Developing realistic mathematics education,* CD-β Press, Utrecht, The Netherlands.

Gravemeijer, K. (1999). Developmental research: Fostering a dialegtic relation between theory and practice. In J. Anghileri (Eds.). *Principles and Practice in Arithmetic Teaching,* Open University Press**,** London, England.

Gravemeijer, K., ve Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics,* 39: 111-129.

Gravemeijer, K. P. E., Cobb, P., Bowers, J. S., & Whitenack, J. W. (2000). Symbolizing, modeling and instructional design. In P. Cobb, E. Yackel & K. J. McClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools, and instructional design* (pp. 225-273). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Harel, G., Rabin, J., Stevens, L., & Fuller, E. (2008). *Conic sections: a DNR aproach. Supplementary modules for pre-service mathematics teachers.* University of California, San Diego.

Kabaca, T., Çontay, E.G., & İymen, E. (2011). Dinamik matematik yazılımı ile geometrik temsilden cebirsel temsile: Parabol Kavramı. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 101-110.

Kaplan, A., & Öztürk, M. (2014). Çemberde açılar konusunun öğretiminde Cabri yazılımının akademik başarıya etkisi. *Kâzım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi* (KKEFD), 29, 109-122.

Güven, B., Karataş, İ., (2009). Dinamik geometri yazılımı Cabri'nin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik yer problemlerindeki başarısına etkisi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi,* 42(1), 1-31.

Kurtuluş, A. (2016). Konik kesitlerinin analitik incelenmesinde foto-mat etkinliğinin kullanımına yönelik bir uygulama: Hiperbol örneği. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 5(4), 195-207.

Kurtuluş, A., & Ada, T. (2012). WebQuest on conic sections as a learning tool for prospective teachers. *Teaching Mathematics and Its Applications***,**31: 215-228.

McMillan, J. H. (2000). *Educational research: Fundamentals for the consumer* (4th ed.). White Plains, NY: Addison Wesley Longman, Inc.

Memnun, S. D., (2011). İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin analitik geometrinin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını oluşturması süreçlerinin araştırılması, Doktora Tezi, *Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, Bursa.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2013). Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) öğretim programı. *Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı*. Ankara.

Moon, K., Brenner, M., Jacob, B., & Okamoto, Y. (2013). Prospective secondary mathematics teachers' understanding and cognitive difficulties in making connections among representations. *Mathematical Thinking and Learning*, 15(3), 201-227.

Tatar, E., & Kağızmanlı, T. B. (2015). Matematik öğretmeni adaylarının dinamik bir materyali hazırlama süreçlerinin incelenmesi. *Gazi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1/2, 119-142.

Treffers, A. (1987). Three dimensions a model of goal and theory description in mathematics education. *Kluwer Academic Publishers*, Netherlands, Dordrecht.

Treffers, A. (1991). Didactical background of a mathematics program for primary education. *Realistic Mathematics Education in Primary School*, Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute, 21-56.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1996). "Assessment and Realistic Mathematics Education. *CD-B Pres/Freudenthal Institute*, Utrecht.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). Realistic mathematics education as a work in progress. In F. L. Lin (Ed.). *Common Sense in Mathematics Education, Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education*, Taipei, Taiwan, 1-43.

Van Den Heuvel-Panhuızen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54: 9–35.

Yılmaz, Ş. (2016). Koni kesitlerinin öğretimi üzerine. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 5, 381-387.

Zill, D.G., & Wrigith, W.G. (2013). *Matematik cilt I*, Ankara, Nobel Kitabevi.