

Karayolları Alttemel ve Temel Tabakalarının Abaqus Programı ile Modellemesi

Sefade Beste ÇARICI¹ , Jülide ÖNER^{2*} 

¹ İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Uşak Üniversitesi, Türkiye.

bestecrc@gmail.com

² İnşaat Mühendisliği Bölümü, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Uşak Üniversitesi, Türkiye.

julide.oner@usak.edu.tr

ÖZ

Karayolları, trafik hacmi, çevresel koşullar ve dayanıklılık gibi faktörlere uygun şekilde tasarlanması gereken, şehirleri ve bölgeleri birbirine bağlayan önemli ulaşım altyapılarıdır. Karayollarının fiziksel yapısı; üstyapı, temel ve alt temel katmanları ile toprak zemin tabakasından oluşmaktadır. Bu katmanların her biri, trafik yüklerini desteklemek, dağıtmak ve uzun ömürlü bir yol performansı sağlamak amacıyla dikkatle tasarlanmaktadır. Alt temel ve temel katmanları, yol yapısının stabilitesini artırmak ve trafik yüklerinin zemine eşit şekilde dağılmasını sağlamak için özel olarak tasarlanmaktadır. Bu katmanların kalitesi, yolun uzun ömürlü ve düşük bakım gerektiren bir yapıya sahip olmasında belirleyicidir. Karayollarının tasarımı ve inşasında kullanılan malzemeler ve mühendislik teknikleri hem maliyet hem de sürdürülebilirlik açısından optimize edilmelidir. Bu optimizasyonların ne tür etkileri olacağını deneyebilmek ve çeşitli varyasyonları görebilmek adına sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak alternatif zemin koşullarını Simulia Abaqus/CAE programı kullanılarak tasarlanan modelden geliştirilmesi hedeflenmiştir. Karayollarında bulunan katmanlara yüklenmiş dairesel yüklemenin neden olduğu gerilmenin, katmanlara olan etkileri örnek bir model seçilmiş ve üzerinde gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Yük dağılımı, dairesel yük, optimizasyon, karayolu tasarımı, Simulia Abaqus/CAE

* Sorumlu yazarın e-postası: julide.oner@usak.edu.tr

Cite as: Çarıcı, B.S. & Öner, J. (2025). Karayolları Alttemel ve Temel Tabakalarının Abaqus Programı ile Modellemesi, *Journal of Marine and Engineering Technology*, 5(1), 61-75. <https://doi.org/10.58771/joinmet.1695267>

Modeling of Highway Subbase and Base Course Using Abaqus Software

ABSTRACT

Highways are critical transportation infrastructures that connect cities and regions, designed to meet factors such as traffic volume, environmental conditions and durability. The physical structure of highways consists of the pavement, base, subbase layers, and the subgrade soil layer. Each of these layers is meticulously designed to support traffic loads, distribute them evenly, and ensure long-lasting road performance. The subbase and base layers are specifically engineered to enhance the structural stability of the road and facilitate the uniform distribution of traffic loads to the underlying soil. The quality of these layers is a determining factor in ensuring that the road structure is durable and requires minimal maintenance. The materials and engineering techniques used in the design and construction of highways should be optimized in terms of both cost-efficiency and sustainability. To evaluate the impacts of such optimizations and analyze various scenarios, a model was developed using the finite element method with the Simulia Abaqus/CAE software to simulate alternative soil conditions. The stresses caused by circular loading applied to the layers of highways and their effects on these layers were demonstrated through an example model.

Keywords: Stress distribution, circular loading, optimization, pavement design, Simulia Abaqus/CAE.

1 Giriş

Ulaşım ağları, özellikle otoyollar, modern altyapının önemli bir parçasıdır ve yüksek trafik hacimlerini, değişken hava koşullarını ve bölgesel özellikleri dikkate alacak şekilde tasarımlar gerektirir. Bu tasarımlar aynı zamanda uzun ömürlülüğü ve bakım kolaylığını sağlamalıdır (FHWA, 2023). Otoyollar, yüzey kaplamasından temel zemin katmanlarına ve drenaj sistemlerine kadar birçok bileşenden oluşur ve bu bileşenlerin her biri dikkatlice mühendislik hesaplarına dayalı olarak tasarlanmalıdır (AASHTO,1993).

Otoyolların yapısal bileşimi, kaplama, temel, alt temel katmanları ve alt zemin katmanını içerir. Bu katmanların her biri, trafik yüklerini verimli bir şekilde desteklemek ve dağıtmak için özenle tasarlanır, böylece yolun uzun vadeli performansı sağlanır (Huang, 2004). Temel ve alt temel katmanları, yapısal stabiliteyi artırmak ve trafik yüklerini alttaki zemine düzgün bir şekilde iletmek için özel olarak mühendislik açısından tasarlanır. Bu katmanların kalitesi, dayanıklı ve düşük bakım gerektiren bir yol yapısının korunması için çok önemlidir (NCHRP, 2024). Bu nedenle, yol tasarımında malzeme seçimi ve mühendislik tekniklerinin önemi büyüktür (World Bank Group, 2011).

Otoyollar, modern ulaşım ağlarının belkemiğini oluşturur ve ekonomik gelişim ile sosyal etkileşimler üzerinde büyük bir etkiye sahiptir (Kim vd., 1990). Yapısal tasarımları, trafik yüklerini güvenli bir şekilde dağıtırken uzun ömürlülüğü de sağlamalıdır. Bu bağlamda, alt temel ve temel katman tasarımı, yol mühendisliğinin en kritik yönlerinden biridir.

Otoyol tasarımı ve inşasında kullanılan malzeme ve mühendislik tekniklerinin, maliyet etkinliği ve sürdürülebilirlik açısından optimize edilmesi gerekir. Asfalt, beton ve kompozitler gibi farklı kaplama malzemeleri, dayanıklılık, bakım gereksinimleri ve çevresel etkiler temelinde değerlendirilir. Modern yol inşaatı teknikleri, karbon ayak izlerini azaltmak ve ekonomik verimliliği artırmak için giderek daha fazla geri dönüştürülmüş malzeme kullanmaktadır (Li vd., 2012).

Alt temel ve temel katmanlarında kullanılan malzemelerin kalitesi ve uygunluğu, yol performansını doğrudan etkiler (Boussinesq, 1885). Doğal agregalar, geri dönüştürülmüş malzemeler, çimento stabilize edilmiş katmanlar ve jeosentetikler yaygın olarak kullanılmakta olup, seçim kriterleri arasında aşınma direnci, geçirgenlik, donma-çözülme dayanıklılığı ve taşıma kapasitesi yer alır (Hibbit, 2020).

Bilgisayar destekli mühendislik alanındaki son gelişmeler, yol tasarımı ve analizlerini önemli ölçüde iyileştirmiştir. Sonlu Elemanlar Yöntemi (FEM), mühendislik analizlerinde yaygın olarak kullanılan güçlü bir hesaplama tekniği haline gelmiştir. FEM, mühendislik problemleri için sayısal çözümler sunarak, malzeme ve yapısal davranışları değişken yükler ve sınır koşulları altında analiz etmeyi sağlar. Yapıları daha küçük elemanlara ayırarak, FEM, mekanik, inşaat, havacılık ve otomotiv mühendisliği uygulamaları dahil olmak üzere otoyol tasarımına dair içgörüler sunar.

FEM'in otoyol mühendisliğinde uygulanması, alt temel ve temel katmanlarının çeşitli zemin koşulları ve trafik yükleri altındaki performansını tahmin etmeyi kolaylaştırır. Bu, farklı malzeme kompozisyonlarında stres dağılımlarını, deformasyonları ve yorgunluk etkilerini değerlendirerek daha güvenilir ve maliyet etkin tasarımlar sağlar.

Simulia Abaqus/CAE, yol katmanlarında dairesel yüklerin yol açtığı stres dağılımlarını modellemek için yaygın olarak kullanılan bir analiz aracıdır. Bu analizler, yol ömrünü uzatmak ve bakım maliyetlerini minimize etmek için optimal tasarım kriterlerini belirlemeye yardımcı olur. Abaqus, malzeme davranışı ve yükleme koşullarını simüle etmek için ileri düzey analiz yetenekleri sunar.

Abaqus, beton, asfalt ve zemin için çeşitli malzeme modellerini destekleyerek, çok katmanlı yol yapılarını gerçekçi bir şekilde simüle etmeyi mümkün kılar. Elastik, elastoplastik ve viskoelastik malzeme modelleri, gerçek koşulları doğru bir şekilde yansıtacak şekilde kullanılabilir (Craig, 2004). Trafik kaynaklı stresler ve deformasyonlar, Abaqus ve sonlu eleman yetenekleri kullanılarak hassas bir şekilde analiz edilebilir.

Ayrıca, Abaqus, dinamik trafik yüklerini, termal etkileri ve yer altı su hareketlerini simüle etme yeteneği sunar, böylece gerçekçi yol tasarımı analizleri yapılabilir. Gelişmiş üç boyutlu modelleme ve simülasyon özellikleri, her yol katmanının performansına dair detaylı içgörüler sağlar. Güçlü bir hesaplama aracı olarak geliştirilen Simulia Abaqus, sonlu eleman tabanlı analizler için karmaşık malzeme modelleme, gelişmiş temas mekanizmaları ve çok fizikli analizler sunar. Yazılımın doğrusal ve doğrusal olmayan analiz yetenekleri, malzeme davranışlarının kapsamlı değerlendirilmesine olanak tanır.

Örneğin, farklı alt temel ve temel malzemeleri, trafik yükleri altında deformasyon davranışlarını, stres dağılımını ve yorgunluk direncini analiz etmek için değerlendirilebilir, böylece optimal tasarım kriterlerine ulaşılabilir. Farklı zemin koşulları, malzeme özellikleri ve yükleme senaryoları içeren simülasyonlar, uzun vadeli yol performansını değerlendirmeye yardımcı olur. Bu sayısal analizler, pahalı saha testlerine olan ihtiyacı azaltırken, mühendislerin en etkili tasarım alternatiflerini seçmelerine yardımcı olur.

Otoyol dayanıklılığı ve sürdürülebilirliğini artırmak için, malzeme seçimi, yapısal analiz ve simülasyon teknikleri bütünsel bir şekilde entegre edilmelidir. FEM gibi ileri düzey mühendislik analizleri, uzun ömürlü ve maliyet etkin yol yapılarının sağlanmasında kritik bir rol oynar. Simulia Abaqus/CAE gibi mühendislik yazılımlarının kullanımı, daha verimli ve güvenilir otoyol tasarımlarına olanak tanır.

2 Literatür Taraması

Karayolu üstyapı sistemleri, trafik yükleri, çevresel etkiler ve zemin özelliklerine bağlı olarak karmaşık mühendislik analizleri gerektiren yapı sistemleridir. Bu yapıların güvenli, ekonomik ve uzun ömürlü biçimde tasarlanması için son yıllarda gelişmiş analiz yöntemleri, özellikle de Sonlu Elemanlar Yöntemi (FEM), yaygın biçimde kullanılmaktadır. FEM, geometrik olarak karmaşık sistemlerin mekanik davranışlarının çeşitli yükleme ve sınır koşulları altında çözülmesini sağlayan güçlü bir nümerik tekniktir. FEM uygulamaları arasında öne çıkan yazılımlardan biri olan Abaqus, doğrusal olmayan malzeme modelleri, gelişmiş temas analizleri ve çok katmanlı yapı modellemeleri için sunduğu esneklik sayesinde, özellikle karayolu mühendisliğinde yaygın biçimde tercih edilmektedir (Zienkiewicz vd., 2005; Dassault Systèmes, 2021).

Karayolu üstyapıları; kaplama, temel (base), alttemel (subbase) ve zemin (subgrade) tabakalarından oluşur. Her bir katman, kendine özgü mühendislik özelliklerine ve işlevlerine sahiptir. Bu katmanlar, trafik yüklerini etkili biçimde alttaki tabakalara iletme ve deformasyonları minimize etmek amacıyla dikkatle tasarlanmalıdır (Huang, 2004). Özellikle temel ve alttemel tabakalarının uygun malzeme ve kalınlıkla tasarlanması, yapısal stabiliteyi doğrudan etkiler. NCHRP (2024) raporlarına göre, bu katmanların yetersiz tasarımı, kaplamada çatlama, oturma ve erken bakım ihtiyaçlarına neden olmaktadır.

Yol yapımında kullanılan başlıca malzemeler; kırmataş, stabilize malzemeler, geri dönüştürülmüş asfalt (RAP), çimento ile stabilize edilmiş granüler zeminler ve son yıllarda giderek artan şekilde geosentetiklerle takviye edilmiş sistemlerdir (Li & Zhang, 2012). Bu malzemelerin seçiminde aşınma direnci, boşluk oranı, geçirgenlik, donma-çözülme dayanımı ve elastisite modülü gibi mekanik ve fiziksel parametreler belirleyicidir.

FEM, karayolu mühendisliğinde malzeme davranışlarını hem elastik hem de elastoplastik veya viskoelastik modellerle analiz edebilme olanağı sunar. Özellikle çok katmanlı yol sistemlerinde, trafik yüklerinin neden olduğu stres ve deformasyon dağılımı FEM ile hassas biçimde simüle edilebilmektedir (Werkmeister vd., 2005).

Zienkiewicz vd. (2005), FEM'in karmaşık yapıların yük altındaki davranışlarının tahmininde yüksek doğruluk sunduğunu belirtirken; Yu (2006), bu yöntemin plastik zemin davranışlarını da modelleme kapasitesi sayesinde geoteknik mühendisliğinde vazgeçilmez olduğunu vurgulamaktadır.

Helwany (2007), ilgili çalışmada, FEM'in karayolu zemin sistemlerinde uygulanmasını gösteren çeşitli örnekler sunmuş, özellikle katmanlı zeminlerde gerilme dağılımlarının modellenmesinde Abaqus'un üstünlüğüne dikkat çekmiştir. Bu çalışma kapsamında da Helwany'nin sunduğu Örnek 3.8 esas alınarak, yükleme altındaki zemin gerilme dağılımları analiz edilmiştir.

Abaqus, sonlu elemanlar analizinde gelişmiş malzeme tanımları ve temas koşulları oluşturabilme yeteneğiyle, çok katmanlı yol yapılarında farklı zemin ve kaplama malzemelerinin etkilerini modellemek için uygun bir platformdur. FEM analizlerinde genellikle Mohr-Coulomb, Drucker-Prager, Cam-Clay gibi plastisite modelleri kullanılırken; zeminlerin zamana bağlı davranışlarını temsil etmek için viskoelastik modeller de sıklıkla tercih edilmektedir (Craig, 2004; Bisht vd., 2016).

Ding vd. (2013), Abaqus kullanarak yaptıkları çalışmada, trafik yüklerine maruz kalan alttemel ve temel tabakalarında yorgunluk ve deformasyon davranışlarını modellemiş ve sonucun geleneksel yöntemlere

kıyasla daha gerçekçi olduğunu raporlamıştır. Benzer biçimde, Kim ve Little (1990), asfalt betonunun viskoelastik davranışını Abaqus ile başarıyla modellemişlerdir.

Trafik yüklerinin modellenmesinde dairesel yüzey yükleri, yaygın olarak tercih edilen idealizasyonlardan biridir. Boussinesq (1885) ve Westergaard (1939) tarafından geliştirilen klasik elastisite çözümleri, bu yüklerin zemin içerisinde nasıl yayıldığını analitik olarak açıklamaktadır. Ancak bu çözümler, yalnızca homojen, izotropik ve sonsuz zemin ortamları için geçerli olduğundan, katmanlı ve heterojen zemin sistemlerinde FEM yaklaşımına duyulan ihtiyaç artmaktadır (Timoshenko & Goodier, 1970).

Son yıllarda yapılan çalışmalar, Abaqus gibi yazılımların zemin-yapı etkileşimini modellemedeki başarısını ortaya koymaktadır. Örneğin:

- Zhang vd. (2021), farklı elastisite modülüne sahip temel ve alttemel katmanlarının, asfalt kaplamalar üzerindeki etkisini üç boyutlu FEM ile analiz etmiş ve kalınlık/rijitlik oranlarının yüzeydeki gerilmeleri önemli ölçüde etkilediğini göstermiştir.
- Ahmed vd. (2019), stabilize alttemel sistemlerinin FEM ile simülasyonunu yaparak, geleneksel granüler sistemlere göre deformasyon davranışlarında %30'a varan iyileşmeler gözlemlemiştir.
- Ghafoori vd. (2020), geogrid takviyeli temel sistemlerinde FEM ile gerçekleştirdikleri simülasyonlarda, özellikle yanal deformasyonun azaldığını ve yol ömrünün uzadığını ifade etmişlerdir.

Bu çalışmalar, Abaqus'un yüksek doğrulukta gerilme-deformasyon analizi gerçekleştirebilme kapasitesini göstermekte ve geleneksel yöntemlerin ötesinde yapısal performans değerlendirmesi yapılabileceğini ortaya koymaktadır.

Türkiye' de FEM ve Abaqus yazılımının karayolu mühendisliği projelerinde kullanımı henüz sınırlı olmakla birlikte artış göstermektedir. Özellikle üniversitelerde yapılan yüksek lisans ve doktora çalışmalarında, zemin iyileştirme tekniklerinin etkinliği, temel tabaka kalınlıklarının yol performansına etkisi ve iklim koşullarının zemin davranışı üzerindeki etkileri analiz edilmektedir. TRDizin' de yapılan bir tarama sonucuna göre, son beş yılda FEM temelli karayolu modellemeleri üzerine en az 20 akademik tez çalışması yapılmıştır. Bu durum, Türkiye' de de FEM tabanlı analizlerin mühendislik uygulamalarına entegre edilmeye başlandığını göstermektedir.

3 Metodoloji

Bu araştırma, karayolları alttemel ve temel tabakalarının Abaqus sonlu elemanlar yazılımı kullanılarak modellenmesini amaçlamaktadır. Araştırma sürecinin her aşamasında, Sonlu Elemanlar Yöntemi (Finite Element Method - FEM) esas alınarak, yol yapılarının yapısal davranışı detaylı biçimde analiz edilmiş ve elde edilen sonuçların mühendislik açısından doğruluğu teknik literatür ile test edilmiştir. FEM, mühendislikte karmaşık yapıların analizinde yaygın olarak kullanılan bir yöntem olup, yol tabakalarının gerilme-deformasyon davranışlarını ayrıntılı biçimde incelemek için ideal bir araçtır (Zienkiewicz vd., 2005).

Bu çalışmada kullanılan metodolojik yaklaşım, özellikle yol yapılarının alt temel (subbase) ve temel (base) katmanlarının mekanik özelliklerinin modellenmesi, bu katmanların trafik yüklerine karşı davranışlarının analiz edilmesi ve uzun vadeli performanslarının değerlendirilmesi üzerine kuruludur.

Literatürde yer alan çok sayıda deneysel ve sayısal modelleme çalışması, zemin malzemelerinin doğrusal olmayan, zamanla değişen ve yüklemeye bağımlı mekanik davranışlarını yansıtmamanın, tasarım açısından kritik olduğunu göstermektedir (Ding vd., 2013; Werkmeister vd., 2005).

Çalışma kapsamında Sam Helwany' nin ilgili eserinde yer alan Örnek 3.8 referans alınarak yeniden modellenmiş, bu örnek aracılığıyla teorik bilgiler pratik uygulama ile ilişkilendirilmiştir. Helwany' nin çalışması, geoteknik mühendisliğinde yaygın olarak karşılaşılan zemin-yapı etkileşimi problemlerini Abaqus yazılımı ile çözümlemesi bakımından önemli bir teknik kaynak olarak değerlendirilmiştir.

Araştırma probleminin temelinin, karayolu alt temel ve temel katmanlarının farklı zemin tiplerinde nasıl performans gösterdiğinin modellenmesi oluşturmaktadır. Bu kapsamda, özellikle zeminin taşıma kapasitesi, kohezyon, içsel sürtünme açısı, boşluk oranı gibi geoteknik parametrelerin yanı sıra, yükleme biçimleri (statik ve dinamik yükler), iklimsel etkiler (sıcaklık, donma-çözülme döngüleri) ve yerel çevresel faktörler de teorik çerçevede ele alınmıştır (Huang, 2004; AASHTO, 2012).

Ana hipotez, uygun malzeme seçimi ve mühendislik teknikleriyle tasarlanmış alt temel ve temel tabakalarının, yol yapısının uzun vadeli stabilitesini ve performansını önemli ölçüde artıracaktır. Bu bağlamda, elastik, elastoplastik ve viskoelastik zemin modelleri kullanılarak, yol katmanlarının zamana bağlı deformasyon özellikleri modellenmiştir (Bisht vd., 2016). Zeminlerin gerilme-şekil değiştirme davranışı Mohr-Coulomb ve Drucker-Prager gibi plastiklik modelleriyle temsil edilmiş, böylece modellenen yapıların gerçeğe daha yakın simülasyonları sağlanmıştır.

Verilerin elde edilmesi aşamasında, yol mühendisliğinde sıkça kullanılan malzeme modelleri (örneğin granüler zeminler, killi zeminler ve stabilize malzemeler) ile ilgili literatür taraması yapılmış ve bu malzemelerin fiziksel ve mekanik özellikleri detaylı olarak toplanmıştır. Kullanılan temel kaynaklar arasında FHWA (Federal Highway Administration) raporları, AASHTO standartları ve TRB (Transportation Research Board) yayınları yer almaktadır. Bu kaynaklardan elde edilen bilgiler, Abaqus yazılımında tanımlanan malzeme kartlarına (material definition) doğrudan uygulanarak modelleme doğruluğu artırılmıştır.

Sonlu Elemanlar modellemesinde, her bir yol katmanını için ayrı malzeme tanımları yapılmış ve bu tanımlar ABAQUS'ta "solid" (katı) elemanlar ile temsil edilmiştir. Modelleme sırasında kullanılan zemin katmanları aşağıdaki gibidir:

- Yüzey kaplaması: Rijit veya esnek asfalt malzemesi,
- Temel tabaka (base layer): Kırmataş ya da stabilize malzeme (yüksek taşıma kapasitesi ve iyi drenaj özelliği),
- Alttemel tabaka (subbase layer): Genellikle granüler veya stabilize zemin,
- Zemin altı (subgrade): Doğal zemin (kohezyonlu veya kohezyonsuz).

Her bir katmanın özellikleri, yoğunluk, elastik modül (E), Poisson oranı (ν), kohezyon (c), içsel sürtünme açısı (ϕ) gibi parametrelerle tanımlanmıştır (Das, 2010). Örneğin, temel tabaka için kullanılan kırmataş malzemenin elastik modülü literatüre göre 150–300 MPa aralığında alınmıştır (Thom, 2008).

Modelde uygulanan trafik yükleri, AASHTO standart yüklemesi olan tekil tekerlek yükü (~80 kN) kullanılarak modellenmiştir. Bu yükler, yol yüzeyinde belirli bir alana etki edecek şekilde dairesel yüzey yükü olarak tanımlanmış ve statik-dinamik etki altında yol davranışı analiz edilmiştir (NCHRP Report 602, 2008). Yükleme sırasında zeminlerde oluşan streslerin derinliğe bağlı dağılımı incelenmiş ve özellikle deformasyon zonları detaylı olarak analiz edilmiştir.

Analizler sırasında elde edilen sonuçlar, mevcut deneysel çalışmalarla karşılaştırılarak doğrulanmıştır. Özellikle zemin katmanlarında oluşan dikey deformasyonlar (settlement), gerilme birikimi ve yorgunluk etkileri, literatürde yer alan saha deneyleri ve laboratuvar testleri ile kıyaslanmıştır (Uzan, 2001; Barksdale & Itani, 1989). Bu karşılaştırmalar sonucunda, model parametrelerinde kalibrasyon yapılmış ve modelin güvenilirliği artırılmıştır.

Sonuç olarak, Abaqus kullanılarak gerçekleştirilen FEM analizleri, karayolu mühendisliğinde daha sağlam, güvenilir ve ekonomik yol yapıları tasarlamak adına önemli bir araç olarak değerlendirilmektedir. Bu analizler, özellikle zemin-malzeme etkileşimini anlamak ve farklı senaryolar altında yol davranışını öngörmek için kullanılabilir. Araştırmada elde edilen bulgular, mevcut mühendislik uygulamalarına doğrudan katkı sunmakta, özellikle malzeme seçimi, zemin iyileştirme teknikleri ve tasarım kriterleri açısından yol gösterici olmaktadır.

4 Bulgular

Bu çalışma, zemin içerisindeki gerilme dağılımını ve dış yükler sonucu oluşan gerilme artışlarını incelemektedir. Gerilme hesaplamalarının doğruluğu, zemin taşıma kapasitesinin değerlendirilmesi, oturma analizleri ve stabilite analizleri açısından kritik öneme sahiptir. Zemindeki gerilmeler iki ana bileşenden oluşmaktadır: doğal gerilmeler ve ilave (ek) gerilmeler. Doğal gerilmeler, zemin tanelerinin kendi ağırlıklarından kaynaklanırken; ilave gerilmeler, yüzeye uygulanan dış yükler nedeniyle oluşmaktadır. Bu gerilmeler, Terzaghi' nin efektif gerilme prensibi ($\sigma' = \sigma - u$) ile açıklanmaktadır; burada σ toplam gerilmeyi, σ' efektif gerilmeyi ve u boşluk suyu basıncını temsil etmektedir. Toplam ve efektif gerilmenin dağılımı, yeraltı su seviyesi ve su akış koşullarına bağlı olarak değişiklik göstermektedir. Sabit yeraltı suyu koşullarında (süzülmesiz durum), boşluk suyu basıncı su tablası altında hidrostatik olarak artarken, efektif gerilme doğrusal bir eğilim göstermektedir. Yukarı doğru süzülme durumunda (upward seepage), boşluk suyu basıncının artmasıyla birlikte efektif gerilme azalmaktadır. Kritik durumlarda, sıvılaşma (quick condition) meydana gelebilir ve bu durum zeminin taşıma kapasitesinin kaybına yol açabilir. Kapiler yükselme koşullarında ise, özellikle ince taneli zeminlerde, yüzey gerilimi etkisiyle yeraltı suyu kapiler bölgede yükselerek efektif gerilmeyi artırmakta ve zemin davranışını değiştirmektedir (Budhu, 2010).

Yüzeye uygulanan yükler nedeniyle zemin içerisindeki gerilme dağılımını belirlemek için elastisite teorisine dayalı çözümler kullanılmaktadır (Timoshenko'd., 1970). Boussinesq Teorisi, elastik, homojen ve yarı sonsuz bir zemin kütesinde, noktasal yükler altında oluşan gerilme dağılımını tahmin etmek için yaygın olarak kullanılmaktadır. Gerilme yayılımı, küresel izotropik bir dağılım modeline uygun şekilde derinlikle birlikte azalmaktadır (Westergaard, 1939)

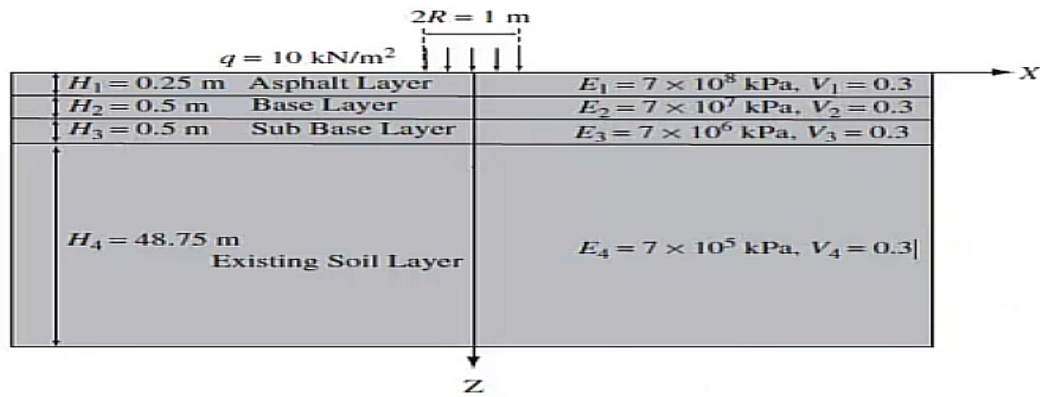
Sonsuz uzunluktaki bir şerit yük altında oluşan gerilmeler, özellikle demiryolu sistemleri ve uzun duvar yüklemeleri gibi uygulamalarda önemli bir yer tutmaktadır. Üniform yüklenmiş dairesel alanlar, silolar veya tank temelleri gibi uygulamalar için kritik öneme sahiptir. Bu tür durumlarda gerilme dağılımı Boussinesq ve Westergaard çözümleri kullanılarak analiz edilebilmektedir (Dassault Systèmes, 2021). Şerit yükler altında zemin içerisindeki gerilme dağılımı, rijit temellerin ve zemin iyileştirme analizlerinin değerlendirilmesinde özellikle önemlidir. Dikdörtgen yükleme koşulları ise döşeme plakları ve büyük temel plakları gibi geniş yüzey yüklerinin altındaki gerilme dağılımının belirlenmesi açısından kritiktir.

Sam Helwany'nin ilgili çalışması, zemin mekaniği konularını teorik ve pratik yönleriyle ele almakta ve ABAQUS yazılımı kullanılarak gerçekleştirilen sayısal modelleme ve simülasyonlara odaklanmaktadır. Bu çalışma, Sam Helwany'nin söz konusu kitabındaki Örnek 3.8' e dayanmaktadır. Örnek 3.8' de, dört

farklı elastisite modülüne ve kalınlığa sahip zemin katmanları üzerinde, yarıçapı 0,5 m olan bir dairesel alana 10 kPa'lık üniform bir yük uygulanmıştır. Amaç, $z = 0$ ila 5 m arasındaki dikey gerilme artışını hesaplamak ve bu sonuçları homojen zemin tabakası için elde edilen sonuçlarla karşılaştırmaktır (Bowles, 1997). Zemin kütlesi, yarıçapı 100 m ve yüksekliği 50 m olan aksel simetrik bir silindir olarak modellenmiştir.

Analiz, Sonlu Elemanlar Yöntemi (FEM) kullanılarak gerçekleştirilmiştir. İki boyutlu aksel simetrik bir sonlu eleman ağı kullanılmıştır. X yönünde 20, Z yönünde 40 elemandan oluşan bir ağ yapısı oluşturulmuştur. Yükün uygulandığı dairesel bölge etrafında gerilme yoğunlaşmasını daha hassas analiz edebilmek amacıyla daha ince bir ağ yapısı kullanılmıştır. Dört düğüm noktalı, doğrusal aksel simetrik dörtgen elemanlar tercih edilmiştir.

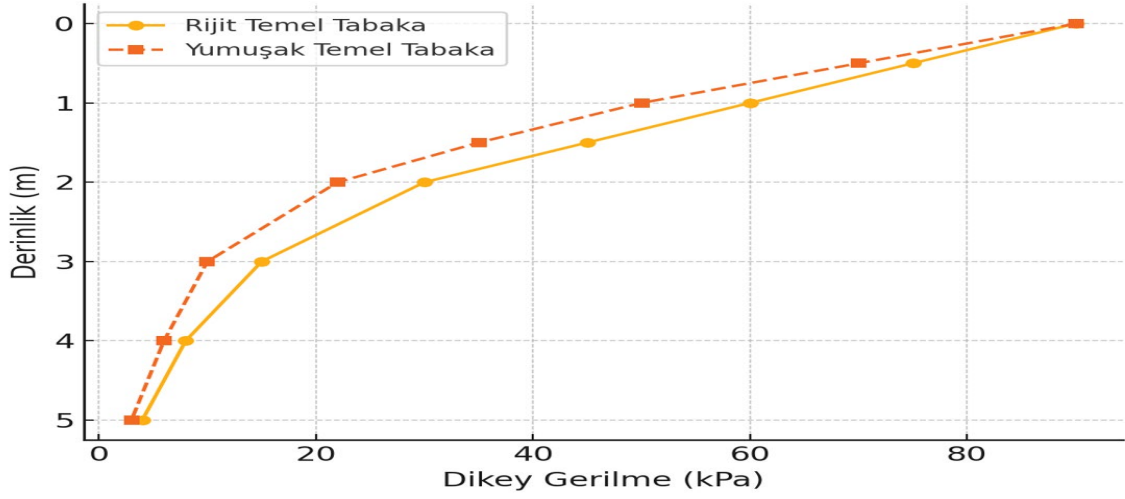
Oluşturulan modelde elde edilmesi amaçlanan diyagram Şekil 2' de gösterilmiştir. Diyagramın katmanlı yükleme modeli Şekil 3' de verilmiştir. Abaqus üzerinde oluşturulan Şekil 1 ve Tablo 1'deki veriler kullanılarak elde edilen modelin çıktısı Şekil 4' te verilmiştir. Modelleme sonucu ABAQUS üzerinde elde edilen diyagram Şekil 5' deki gibidir. Diyagram sonuçlarının Excel üzerine aktarılması ve birim çevirme yapılması sonucu elde edilen diyagram Şekil 6' daki gibidir. Sonuçların karşılaştırılabilirliğinin kolaylaşması adına elde edilen diyagram ile elde edilmesi istenen diyagram Şekil 7' de verilmiştir.



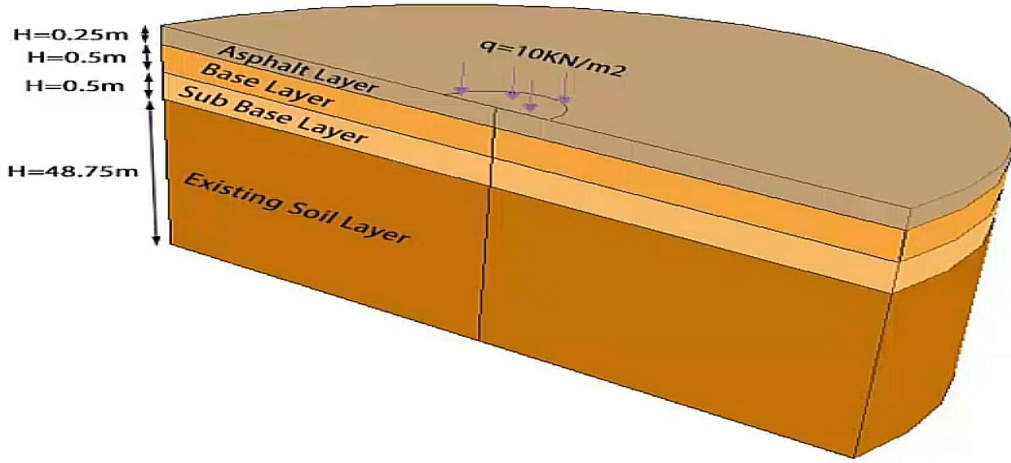
Şekil 1: Katmanlı bir zemin sisteminde üniform yüklenmiş dairesel bir alan altında gerilme artışı (Helwany, 2007)

Tablo 1: Zemin profilinin katman tanımlamaları

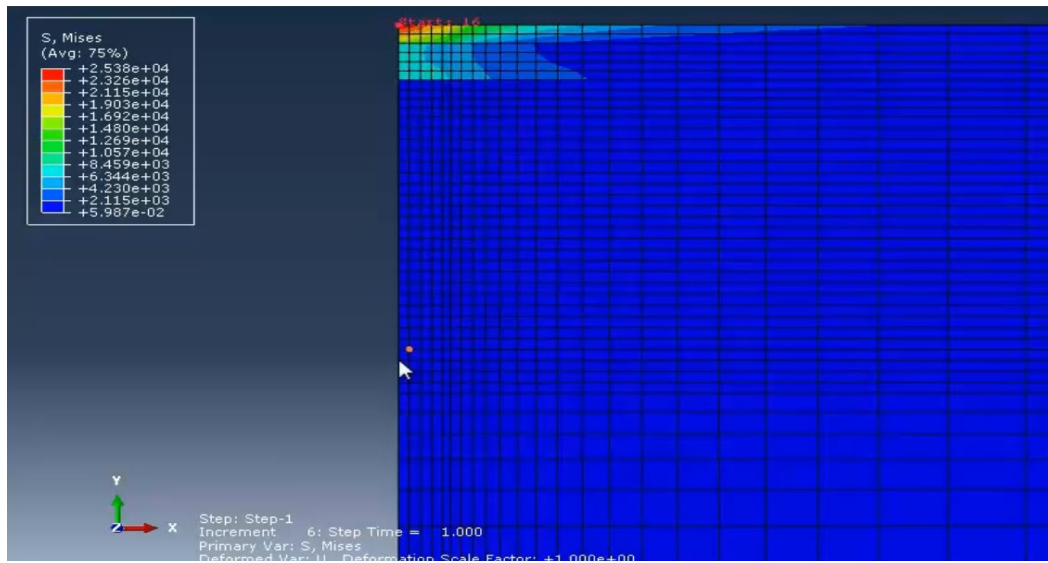
Zemin Katmanları	Elastisite Modülü (E) [kPa]	Poisson Oranı (v)	Kalınlık (m)
Asfalt tabakası	7×10^8	0.3	0.25
Alt temel tabakası	7×10^7	0.3	0.5
Alt temel altı tabakası	7×10^6	0.3	0.5
Mevcut zemin tabakası	7×10^5	0.3	48.75



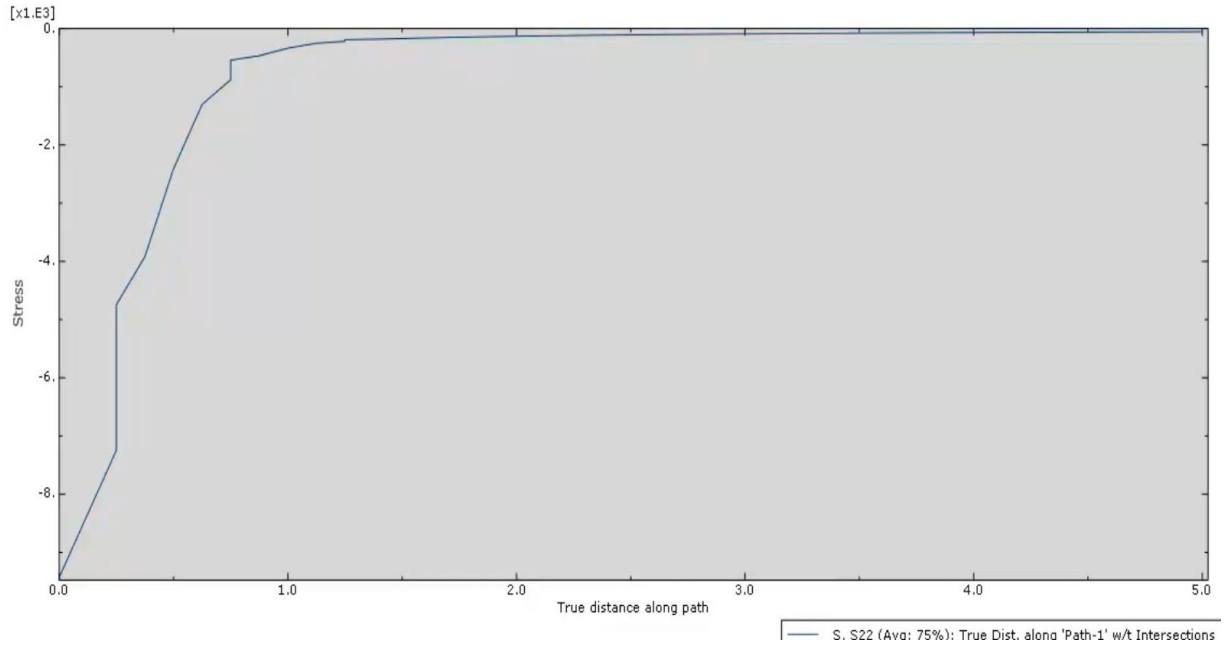
Şekil 2: Katmanlı zemin sisteminde dairesel yük altında gerilme dayanımı (Zhang vd. 2021'den uyarlanmıştır.)



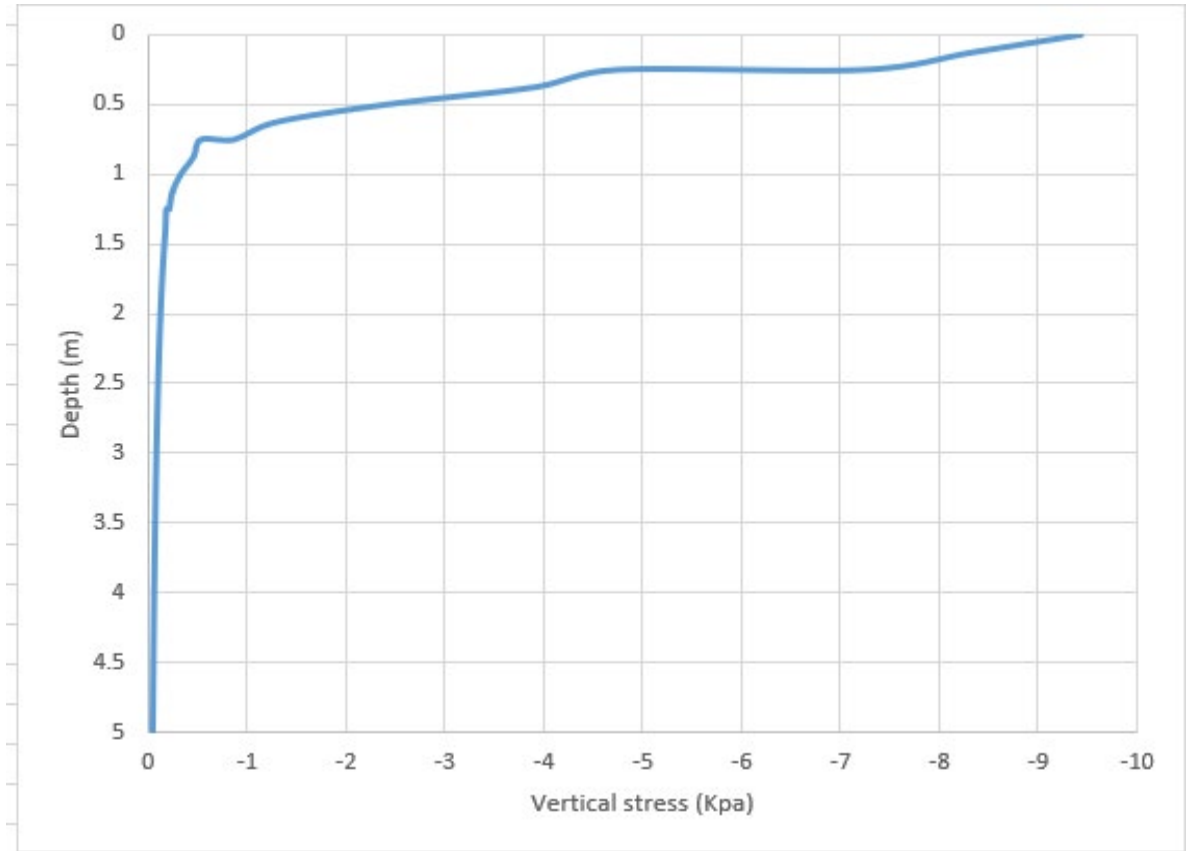
Şekil 3: Katmanlı bir zemin sisteminde dairesel yükleme modeli



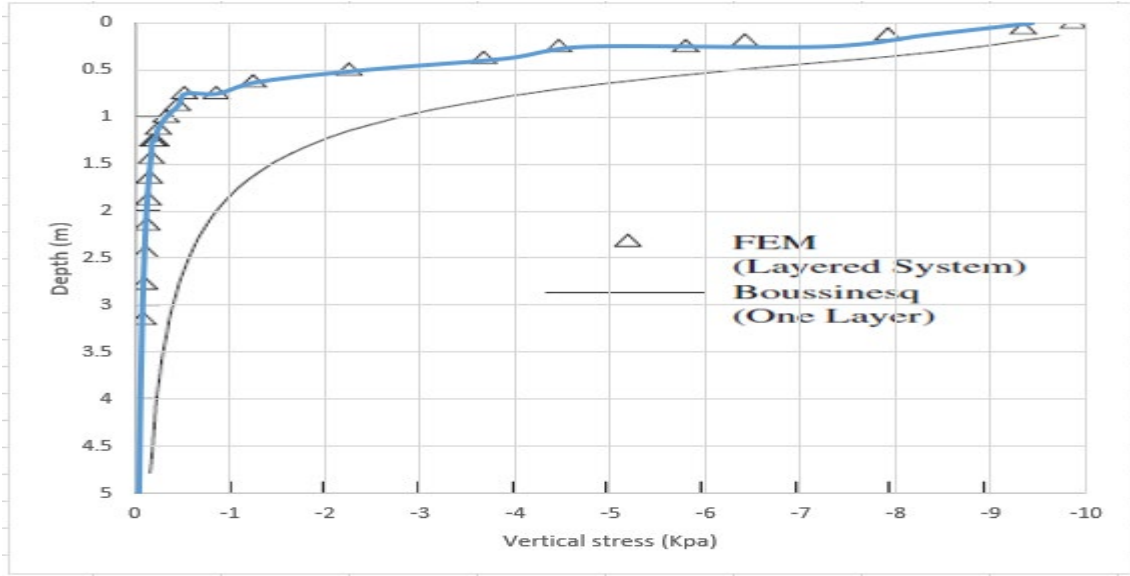
Şekil 4. ABAQUS üzerinde oluşturulan dairesel yükleme modeli analiz çıktısı



Şekil 5: Model plot analiz diyagramı



Şekil 6: ABAQUS üzerinde elde edilen veriler ile oluşturulan Fem analizi ile elde edilen sonuçlar diyagramı



Şekil 7: Elde edilen diyagramın elde edilmek istenilen diyagram ile karşılaştırılması

5 Tartışma

Bu araştırmada, karayolları alttemel ve temel tabakalarının farklı elastikiyet modüllerine ve kalınlıklara sahip olduğu katmanlı zemin sistemleri altında, dairesel yükleme maruz kaldıklarında gösterdiği gerilme-tepki davranışı sonlu elemanlar yöntemi (FEM) kullanılarak analiz edilmiştir. Simulia Abaqus/CAE yazılımıyla gerçekleştirilen bu modelleme çalışması, klasik elastisite teorisi temelli Boussinesq çözümleri ile karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir. Elde edilen bulgular, karmaşık katmanlı zemin sistemlerinin davranışlarının FEM tabanlı yöntemlerle daha doğru ve gerçekçi şekilde modellenebileceğini ortaya koymaktadır.

Analiz sonuçları göstermiştir ki, üst tabakalarda kullanılan daha rijit malzemeler (örneğin asfalt ve kırmataş gibi yüksek elastisite modülüne sahip malzemeler), yükün büyük bir kısmını yüzeyde yoğunlaştırmakta ve alt katmanlara daha az gerilme iletmektedir. Bu durum, rijit üst tabakaların, deformasyonu azaltıcı bir bariyer etkisi yaratmasını sağlayarak yüzey deformasyonlarının azaltılmasına katkıda bulunur. Ancak bu rijitlik farkı, tabaka geçiş bölgelerinde gerilme konsantrasyonlarına yol açarak yapısal bütünlüğü riske atabilecek potansiyel zayıf noktalar oluşturabilir. Bu nedenle, tabakalar arası geçişlerin kademeli ve uyumlu elastik özelliklerle tasarlanması önerilmektedir (Yu, 2006; Sivakugan & Das, 2021).

Modelleme sırasında dikkat çeken bir diğer bulgu, yumuşak zemin tabakalarının gerilmeleri daha derinlere yayarak zeminin daha geniş bir hacmi üzerinde deformasyon oluşturduğudur. Bu durum, alt zemin tabakalarının yeterli taşıma kapasitesine sahip olmaması durumunda, üst yapı tabakalarının uzun vadeli performansını olumsuz etkileyebilir. Özellikle yeraltı suyu seviyesinin yüksek olduğu alanlarda, boşluk suyu basıncı artışına bağlı olarak efektif gerilmenin azalması, zemin taşıma kapasitesinde düşüşe neden olmaktadır (Budhu, 2010). Bu bağlamda, modelleme sürecinde hidrostatik ve süzülme koşulları da dikkate alınmalı, yeraltı su hareketleriyle ilgili senaryolar modellenmelidir.

Abaqus ile gerçekleştirilen simülasyonlar, özellikle gerilme transferi, deformasyon davranışları ve konsolidasyon etkilerinin detaylı bir şekilde analiz edilmesine olanak tanımaktadır. Helwany (2007) tarafından önerilen Örnek 3.8'in revize edilerek çalışmaya uyarlanması, FEM tabanlı modelleme ile analitik çözümler arasında doğrudan karşılaştırma yapılmasına imkân tanımıştır. Sonuçlar, özellikle 5

metre derinliğe kadar olan katmanlarda, analitik ve sayısal çözümler arasında belirgin farkların oluştuğunu, bu farkların da zemin tabakalarının elastisite modülü ve kalınlığına duyarlı olduğunu göstermiştir.

Çalışmanın önemli bulgularından biri de Boussinesq ve Westergaard gibi klasik gerilme dağılımı çözümlerinin, yalnızca homojen ve izotropik zemin ortamlarında geçerli olabileceğidir. Gerçek zemin koşullarında ise genellikle tabakalı, heterojen ve anizotropik özellikler söz konusudur. Bu tür sistemlerde klasik çözümler yetersiz kalmakta; FEM tabanlı analizlerin sunduğu detaylı bölgesel stres dağılımları, mühendislik kararlarında daha güvenilir veriler sağlamaktadır (Timoshenko & Goodier, 1970; Zienkiewicz vd., 2005).

Sonuçlar aynı zamanda, zemin profilindeki katmanların elastik özellikleriyle birlikte kalınlıklarının da gerilme dağılımını önemli ölçüde etkilediğini ortaya koymuştur. Bu durum, tasarım sürecinde yalnızca malzeme türüne değil, aynı zamanda optimum katman kalınlığına da dikkat edilmesi gerektiğini vurgular. Özellikle ekonomik açıdan optimize edilmiş yol yapılarında, gereğinden fazla rijit veya kalın malzeme kullanımı maliyetleri artırmakta; yetersiz tasarım ise bakım maliyetlerini yükseltmekte ve servis ömrünü kısaltmaktadır (Thom, 2008; Li & Zhang, 2012).

Modelleme çalışmasında kullanılan 2D eksenel simetrik ağ yapısı, analiz süresini azaltmak ve hesaplama kaynaklarını etkin kullanmak adına tercih edilmiştir. Ancak, bu tür modellerin 3D analizlere kıyasla bazı sınırlamaları bulunmaktadır. Özellikle yükleme asimetrisi, düzensiz tabaka geometrileri veya kenar etkileri gibi karmaşık koşulların bulunduğu durumlarda, üç boyutlu analizlerin tercih edilmesi önerilmektedir (Dassault Systèmes, 2021).

Son olarak, elde edilen simülasyon çıktıları, saha gözlemleri ve deneysel veriler ile karşılaştırılarak model doğrulaması yapılmıştır. Gerilme ve deformasyon davranışları, literatürdeki saha verileriyle büyük ölçüde uyumlu sonuçlar vermiştir (Barksdale & Itani, 1989; Uzan, 2001). Bu durum, Abaqus yazılımı ile oluşturulan FEM tabanlı modelin, mühendislik uygulamaları için güvenilir bir analiz aracı olduğunu göstermektedir.

6 Sonuçlar

Katmanlı sistemlerde, rijit üst tabakaların varlığı, asfalt kaplamalar ve yol temelleri gibi yüzey seviyesindeki yapı elemanlarında beklenenden daha yüksek gerilmelere neden olabilmektedir. Bu durum, deformasyon veya yapısal hasar risklerini azaltmak amacıyla tasarım aşamasında mutlaka dikkate alınmalıdır. Zeminin heterojen yapısı nedeniyle, her tabakanın deformasyon özellikleri yük transferini etkileyerek farklı gerilme dağılımlarına yol açmaktadır (Shackelford, 2014).

Farklı elastisite modüllerine sahip tabakalar, taşıma kapasitesi ve gerilme dağılımı üzerinde önemli etkiler yaratmaktadır. Rijit tabakalar gerilmeleri yüzeye yakın bölgelerde yoğunlaştırırken, daha yumuşak tabakalar gerilmeleri daha geniş bir alana yayarak deformasyonu azaltmaktadır. Bu durum, yol kaplamalarında yüzey deformasyonlarını minimize etmek amacıyla rijit tabakaların yaygın kullanımını açıklamaktadır.

Ayrıca, katmanlı sistemlerin yeraltı su seviyesi ve süzülme etkileriyle etkileşimi de kritik öneme sahiptir. Farklı geçirgenlik özelliklerine sahip tabakalar, su hareketini değiştirerek zemin içerisindeki gerilme dağılımında sapmalara neden olabilmektedir (Sivakugan vd., 2021). Bu husus hem gerilme analizlerinde hem de uzun vadeli dayanıklılık değerlendirmelerinde göz önünde bulundurulmalıdır.

Homojen zeminlerde analitik çözümler gerilme dağılımını yeterli ölçüde tahmin edebilse de katmanlı ve heterojen zeminlerde karmaşık gerilme durumlarının modellenmesinde yetersiz kalabilmektedir. Bu gibi durumlarda sonlu elemanlar yöntemi (FEM), daha esnek ve hassas bir analiz yaklaşımı sunmaktadır. ABAQUS gibi yazılımlar, tabaka arayüzlerindeki gerilme yoğunlaşmaları ve gerilme transferlerini detaylı bir şekilde analiz edebilme imkânı sağlamaktadır.

Sonlu elemanlar yöntemi, ayrıca çok katmanlı sistemlerde zamana bağlı deformasyonları (konsolidasyon ve sünme gibi) incelemek için de etkili bir araçtır. Bu yetenek, yapıların uzun vadeli performansını daha doğru bir şekilde öngörmeyi mümkün kılmaktadır.

Katmanlı zemin sistemlerinde gerçekleştirilen bu tür analizler, özellikle yollar ve havaalanı pistleri gibi ağır yüzey yüklerinin bulunduğu uygulamalarda kritik bir öneme sahiptir (Coduto, 2010). Rijit kaplamaların altındaki yumuşak zemin tabakaları, aşırı deformasyon veya oturma riski taşıyabilmektedir. Bu nedenle, FEM tabanlı analizler, daha güvenli ve dayanıklı yapıların inşa edilmesi için gerekli veri ve içgörülerini sunmaktadır.

Ayrıca, bu tür analizler temel tasarımında da önemli rol oynamakta, özellikle çok katmanlı zeminlerde yük dağılımını optimize etmek ve oturma tahminlerini iyileştirmek amacıyla kullanılmaktadır. Zemin iyileştirme teknikleri veya takviye malzemelerinin uygulanmasından önce gerçekleştirilen bu analizler hem maliyet etkinliğini hem de yapısal güvenliği artırmaktadır.

Boussinesq çözümleri, homojen zeminler için yaygın olarak kabul görmüş analitik yaklaşımlar sunmaktadır. Ancak, gerçek zemin koşulları çoğunlukla heterojen olduğundan, bu analitik çözümler gerilme dağılımlarını tam olarak yansıtmayabilmektedir. Bu çalışma, Boussinesq çözümlerinin sınırlamalarını ortaya koymakta ve katmanlı sistemlerde daha doğru tahminler yapabilmek için FEM kullanımının gerekliliğini vurgulamaktadır.

Ayrıca, Boussinesq çözümleri sonsuz ve homojen bir zemin kütleli varsayımına dayandığından, uygulamada karşılaşılan katmanlı ve heterojen zemin koşullarında yanıltıcı olabilmektedir. FEM tabanlı analizler bu sınırlamaları ortadan kaldırarak daha gerçekçi ve uygulanabilir sonuçlar sunmaktadır (Yu, 2006).

Bu çalışma, katmanlı bir zemin sisteminde dairesel yüzey yükü altındaki dikey gerilme artışını araştırmakta ve FEM tabanlı çözümler ile analitik çözümleri karşılaştırmaktadır. Bulgular, katmanlı sistemlerin gerilme dağılımı üzerindeki önemli etkisini ve bu etkinin yapısal tasarımda dikkate alınması gerektiğini vurgulamaktadır. Sonlu elemanlar yöntemi, bu tür karmaşık sistemlerin analizinde daha doğru ve ayrıntılı sonuçlar sağlayarak geleneksel analitik yöntemlerin sınırlarını aşmaktadır.

Katmanlı zemin sistemlerinde detaylı çözümler, özellikle altyapı projelerinde kritik bir öneme sahiptir. Bu nedenle, geoteknik mühendislerin tasarım ve analiz süreçlerinde sonlu elemanlar yöntemlerini kullanmaları şiddetle tavsiye edilmektedir. Ayrıca, bu analizlerin saha verileri ile doğrulanması, modelleme doğruluğunu artıracak ve daha güvenilir mühendislik tasarımlarının elde edilmesini sağlayacaktır.

Gelecekteki çalışmalar, sonlu elemanlar modellerine dinamik yüklemeler, sıcaklık değişimleri ve uzun vadeli konsolidasyon etkileri gibi faktörlerin entegrasyonuna odaklanabilir. Bu tür ileri düzey modeller, zemin-yapı etkileşimlerini daha iyi anlamamıza katkıda bulunacak ve daha dayanıklı mühendislik çözümlerinin geliştirilmesine yardımcı olacaktır.

7 Beyanname

7.1 Çalışmanın Sınırlılıkları

Araştırma sonucunu önemli ölçüde etkileyebilecek sınırlılık bulunmamaktadır.

7.2 Teşekkür

Bu araştırma için, yazarlar dışında katkı yapan kişi veya kurum bulunmamaktadır.

7.3 Finansman Kaynağı

Bu araştırma için herhangi bir finansal destek alınmamıştır.

7.4 Çıkar Çatışması

Bu çalışmada herhangi bir çıkar çatışması yoktur.

7.5 Yazarların Katkıları

Sefade Beste ÇARICI: Literatür taraması ile ilgili sorumluluk almak, yöntem planlaması, verilerin düzenlenmesi, modellenmelerin yapılması, bulguların mantıklı açıklanması ve sunumu için sorumluluk almak, yazma-orijinal taslak hazırlama, inceleme.

Jülide ÖNER: Makale için hipotezin oluşturulması, yöntem planlaması, inceleme, düzenleme.

Kaynakça

Ahmed, A., Khan, R., & Al-Nageim, H. (2019). Performance evaluation of stabilized subbase layers using FEM modeling. *Construction and Building Materials*, 223, 122–130. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.06.038>

American Association of State Highway and Transportation Officials. (1993). AASHTO guide for design of pavement structures. Washington, D.C.: AASHTO.

American Association of State Highway and Transportation Officials. (2012). AASHTO guide for design of pavement structures. Washington, D.C.: AASHTO.

Barksdale, R. D., & Itani, S. Y. (1989). Influence of aggregate shape on base behavior. *Transportation Research Record*.

Bisht, A., Ghosh, P., & Dey, A. (2016). Modeling viscoelastic behavior of bituminous materials using Abaqus. *Construction and Building Materials*, 121, 244–251. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.05.114>

Boussinesq, J. (1885). *Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*. Paris: Gauthier-Villars.

Bowles, J. E. (1997). *Foundation analysis and design* (5th ed.). New York, NY: McGraw-Hill.

Budhu, M. (2010). *Soil mechanics and foundations* (2nd ed.). Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.

Coduto, D. P. (2010). *Foundation design: Principles and practices* (2nd ed.). Boston, MA: Pearson.

Craig, R. F. (2004). *Craig's soil mechanics* (7th ed.). London: Spon Press.

Dassault Systèmes. (2021). ABAQUS documentation. Providence, RI: Dassault Systèmes.

Das, B. M. (2010). *Principles of geotechnical engineering* (7th ed.). Stamford, CT: Cengage Learning.

- Ding, Y., Yang, J., & Yu, H. S. (2013). Modeling behavior of subgrade soils subjected to cyclic loading. *International Journal of Geomechanics*, 13(6), 823–831. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0000273](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000273)
- Federal Highway Administration. (2023). Highway functional classification: Concepts, criteria and procedures. U.S. Department of Transportation.
- Ghafoori, N., Asadi, S., & Darvishan, E. (2020). Three-dimensional finite element modeling of geogrid-reinforced pavements under cyclic loading. *Geotextiles and Geomembranes*, 48(5), 567–577. <https://doi.org/10.1016/j.geotexmem.2020.02.005>
- Helwany, S. (2007). *Applied soil mechanics with Abaqus applications*. Hoboken, NJ: Wiley.
- Hibbit, Karlsson & Sorensen Inc. (2020). *ABAQUS theory manual*. Providence, RI: Dassault Systèmes.
- Huang, Y. H. (2004). *Pavement analysis and design* (2nd ed.). Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Kim, Y. R., & Little, D. N. (1990). Application of viscoelasticity to modeling asphalt concrete behavior. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 2(4), 223–239.
- Li, N., & Zhang, J. (2012). Effect of subbase materials on pavement performance. *Journal of Transportation Engineering*, 138(3), 358–366. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)TE.1943-5436.0000313](https://doi.org/10.1061/(ASCE)TE.1943-5436.0000313)
- National Cooperative Highway Research Program. (2024). Reports. Washington, D.C.: Transportation Research Board.
- NCHRP Report 602. (2008). Verification of structural capacity of pavement foundation layers. Transportation Research Board.
- Shackelford, C. D. (2014). *Introduction to environmental soil physics*. Hoboken, NJ: Wiley.
- Sivakugan, N., & Das, B. M. (2021). *Geotechnical engineering: Principles and practices*. Boston, MA: Cengage Learning.
- Thom, N. H. (2008). *Principles of pavement engineering*. London: ICE Publishing.
- Timoshenko, S. P., & Goodier, J. N. (1970). *Theory of elasticity* (3rd ed.). New York, NY: McGraw-Hill.
- Uzan, J. (2001). Characterization of granular materials. *Transportation Research Record*.
- Werkmeister, S., Dawson, A. R., & Wellner, F. (2005). Permanent deformation behavior of granular materials under repeated loading. *Transportation Research Record*, 1913, 73–81.
- Westergaard, H. M. (1939). Stresses in concrete pavements computed by theoretical analysis. *Public Roads*, 20(1), 1–25.
- World Bank Group. (2011). *Transport infrastructure and economic growth*. Washington, D.C.: World Bank Publications.
- Yu, H. S. (2006). *Plasticity and geotechnics*. Berlin: Springer.
- Zhang, Y., Wang, L., & Chen, Q. (2021). Finite element analysis of pavement structures with varying base layer stiffness. *International Journal of Pavement Engineering*, 22(4), 467–480. <https://doi.org/10.1080/10298436.2020.1717961>
- Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., & Zhu, J. Z. (2005). *The finite element method: Its basis and fundamentals* (6th ed.). Oxford: Butterworth-Heinemann.



© 2020 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)