



## Using Mathematical Models in Fraction Operations: A Case Study

Hayal YAVUZ MUMCU <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Ordu University, Department of Mathematics and Science Education, Ordu, Turkey,  
hayalym52@gmail.com, <http://orcid.org/0000-0002-6720-509X>

Received : 12.03.2018

Accepted : 17.05.2018

Doi: 10.17522/balikesirnef.437721

*Abstract* – The purpose of this qualitative study is the examination of pre-service teachers' using mathematical models in the fraction operations. The study group consist of 29 pre-service teachers attending a state university's Primary Mathematics Teaching program and have taken *mathematical modeling* elective course. In the study, the Achievement Test, which was formed by the researcher was used as the data collection tool. At the end of the study, it has been observed that pre-service teachers can use all models successfully in the case of addition and subtraction operations, but have difficulty in using these models in multiplication and division operations. It has also been seen that pre-service teachers have difficulty in expressing the algorithm or meaning of the fraction operations and the relation of whole and fractional parts in the models. In relation to the results of the study, it is proposed that more specific courses are included in the curricula of teacher education programs, which will include the knowledge of teaching mathematics and how to teach specific concepts which the learners have difficulty to learn in mathematics.

*Key words:* fraction operations, using mathematical models, pre-service teachers

-----

Corresponding author: Hayal YAVUZ MUMCU, Dr. Lecturer, Ordu University, 52200, Ordu, TURKEY.

### Summary

**Introduction:** The most abstract concept that students encounter in the basic education is fractions and fractions are one of the biggest hurdles in the mathematics learning process in terms of learners. Depending on the abstract structure and the different representations, fractions cannot be easily understood by the students, so new and different materials and teaching methods are needed for the students. It is important to use mathematical representations / models when making abstract concepts or situations as concrete and understandable as possible, especially when the majority of students at primary level are

thought to be in the process of concrete operations. For this reason, prospective teachers, who are future teachers, should have knowledge and experience about the using of mathematical models and their usage patterns for teaching fractions. There is also a need for scientific studies that reveal how teacher candidates use such models. From this point of view, the aim of this research can be expressed as examining how mathematics teacher candidates use mathematical models in fractional operations. The sub-problems of the research are as follows.

- How do prospective teachers use area models in addition, subtraction, multiplication and division with fractions?
- How do prospective teachers use set models in addition, subtraction, multiplication and division with fractions?
- How do prospective teachers use number line models in addition, subtraction, multiplication and division with fractions?
- What is the relationship between the pattern use performances of prospective teacher candidates in terms of different types of operations?

*Methodology:* This research is a qualitatively designed case study. The study group is composed of 29 students attending the 2nd grade of a state university, primary mathematics teaching program. Typical case sampling is used for students' selection. The Achievement Test developed by the researcher was used as data collection tool and it has 12 open ended questions. In these questions, the teacher candidates are required to create the appropriate area, set and linear models for the fraction operations given to them. Expert opinions were used for the test questions and the reliability coefficient was calculated as 0,87.

For this study, first of all, the mathematical modeling course was carried out which is an elective course for pre-service teachers and the concepts of model, modeling, mathematical modeling and how mathematical models are used for teaching some concepts and for solving real life problems in mathematics were emphasized in this course. Besides, mathematical models and their usage patterns at the elementary level were introduced to the pre-service teachers. In this process, it is emphasized how mathematical models can be used to improve the meanings of the arithmetic operations, fractions, decimal numbers and percentage concepts. Regarding the fraction concept, teaching processes were planned and carried out on the meaning of fractions, different representations of fractions, using models in the representation of fractions and fraction operations. In these processes, learning and discussion environments were created which the pre-service teachers actively participate in and discuss their ideas about using

mathematical models for fractions. This study, which is carried out at the end of the course, aims to observe how teacher candidates use mathematical models in fraction operations.

In the analysis of the data obtained from the study, the responses of pre-service teachers were expressed and interpreted with frequency and percentage values taking into account. As a result of the content analysis, the answers were coded as Correct (D), Partly Correct (KD) and False (Y). The indicators created by the researcher were used for coding of the responses, and expert opinions were used for creating these indicators. In order to ensure the reliability of the coding process, the opinions of the two experts in the field were used and at the end of the process, the percentage of agreement between encoders is calculated for coding reliability.

*Results:* As a result of the study, it has been observed that pre-service teachers generally have difficulty in demonstrating the algorithm / mathematical meaning of the fractional operations, but have lower performance in using these models, especially when multiplication and division operations are involved. When the model categories are considered, it is observed that pre-service teachers are more unsuccessful in using the set model than the other models. Teacher candidates are found to be able to calculate the result of fractional operations arithmetically in most cases and then struggle to create a model that matches the result they have obtained. In addition, it has been observed that teacher candidates have difficulty in relating whole and fractional parts in the modeling process. Regarding the results of the study, it is suggested that new and different lessons should be planned and added to the undergraduate curriculum including the knowledge of teaching the subjects that are difficult for the students to understand and where special teaching methods are needed. Concerning the academic studies to be carried out, it is suggested that new and different studies including special teaching activities in the field should be planned and carried out for different specific concepts similar to the concept of fraction.

# Kesir İşlemlerinde Model Kullanma: Bir Durum Çalışması

Hayal YAVUZ MUMCU <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Ordu Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Ordu, Türkiye,  
hayalym52@gmail.com, <http://orcid.org/0000-0002-6720-509X>

Gönderme Tarihi: 12.03.2018

Kabul Tarihi: 17.05.2018

Doi: 10.17522/balikesirnef.437721

**Özet** – Bu çalışmanın amacı öğretmen adaylarının kesir işlemlerinde matematiksel model kullanma performanslarının incelenmesidir. Çalışma nitel olarak desenlenmiş bir durum çalışmasıdır. Çalışma grubunu bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim görmekte olan ve *matematiksel modelleme* seçmeli dersini almış olan 29 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Çalışmada veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından oluşturulmuş ve 12 adet açık uçlu sorudan oluşan Başarı Testi kullanılmıştır. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının toplama ve çıkarma işlemleri söz konusu olduğunda tüm modelleri başarı ile kullanabiliyorken, çarpma ve bölme işlemlerinde söz konusu modelleri kullanmakta güçlük çektikleri gözlenmiştir. Özellikle çarpma ve bölme işlemlerinde öğretmen adaylarının kesir işlemlerinin algoritmasını/anlamını ve kesirlerin gösteriminde bütün ile kesirsel parçaların ilişkisini model kullanarak ifade etmekte zorlandıkları görülmüştür. Çalışma sonuçları ile ilgili olarak matematik öğretmenliği lisans öğretim programlarında, alanı öğretme bilgisini içerecek spesifik derslerin daha fazla yer alması ve öğretim programlarına matematikte öğrencilerin öğrenme gücü çaktığı özel kavramların nasıl öğretileceği bilgisini içeren yeni ve farklı derslerin eklenmesi önerilmiştir.

**Anahtar kelimeler:** kesir işlemleri, matematiksel model kullanma, öğretmen adayları

## Giriş

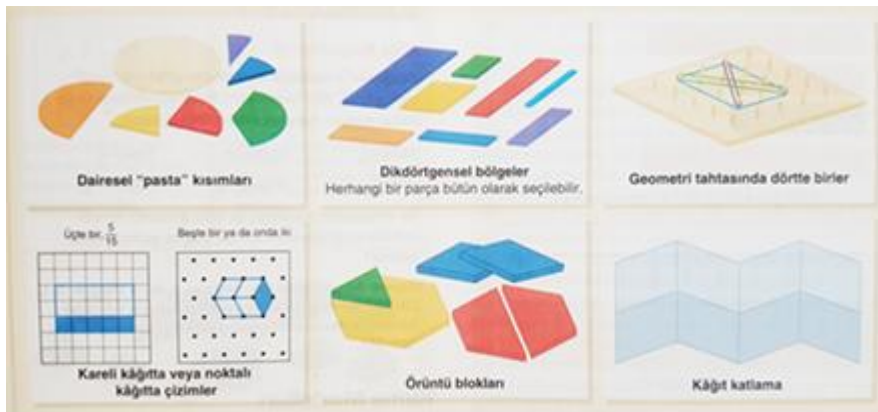
Öğrencilerin temel eğitim sürecinde karşılaştıkları en soyut kavram kesir kavramıdır (Newstead & Murray, 1998) ve kesirlerin öğrenimi öğrenciler açısından, matematik öğrenme sürecindeki en büyük engellerden biridir (Behr, Harel, Post & Lesh, 1993). Bigalke ve Hasemann (1978) ile Padberg ve Wartha (1978) çalışmalarında, öğrencilerin kesirleri anlamakta güçlük çekmesinin nedenlerini; kesirlerin günlük yaşamda doğal sayılar kadar kullanılmaması, kesirlerin yazılı formunun doğal sayılardan daha karmaşık olması, kesirleri sayı doğrusunda göstermenin ve sıralamanın kolay olmaması ve kesir işlemlerinin doğal sayılardan çok daha karmaşık olan birçok kurala sahip olması olarak ifade etmektedirler. Kesirlerin soyut yapısı ve farklı gösterimlerinin öğrenciler tarafından kolay anlaşılmasına bağlı olarak kesir öğretiminde öğretim ortamlarında kullanılacak yeni ve farklı materyallere ve öğretim yöntemlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Özellikle ilköğretim seviyesinde olan öğrencilerin

çoğunun somut işlemler döneminde oldukları düşünüldüğünde, soyut nesne veya durumların mümkün olduğunca somut ve anlaşılır hale getirilmesinde matematiksel gösterim/modellerin kullanımı önemlidir. Zira kesir etkinliklerinde modellerin kullanımının önemli olduğunu gösteren birçok kanıt vardır (Cramer & Henry, 2002; Siebert & Gaskin, 2006). Yapılan araştırmalar (Çiltaş & Işık, 2012; Çiltaş & Yılmaz, 2013; Eraslan, 2011; Gümüş, Demir, Koçak, Kaya & Kıyıcı, 2008) matematik öğretiminde model kullanımının olumlu sonuçlar verdiğini ifade etmekte ve model kullanımını desteklemektedirler.

Model; Gilbert (2000) tarafından bir fikir, bir obje veya bir olgunun görselleştirilmesi olarak tanımlanırken, Lesh ve Doerr (2003) ise model kavramını, karmaşık sistemleri ve yapıları yorumlamak ve anlamak için zihinde var olan kavramsal yapılar ile bu yapıların dış temsilleri olarak ifade etmişlerdir. Alacacı (2012) kesirlerin somut modellerle gösteriminde dört farklı yol olarak bölge, çizgi, küme ve alan modellerini ifade ederken, Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2013) kesirlerle çalışmak için üç model kategorisi ifade etmektedir. Bunlar bölge/alan, uzunluk ve küme/çokluk modelleridir.

- Bölge /Alan Modelleri

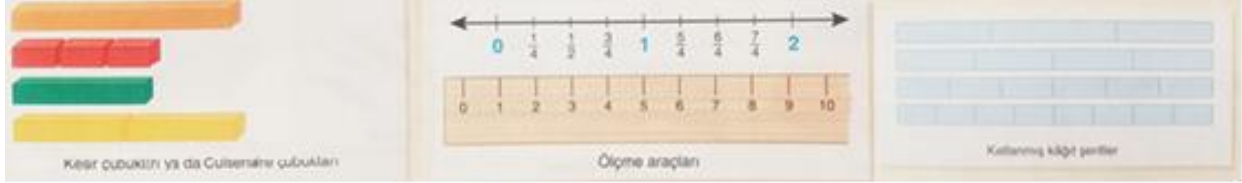
Kesirlerin, bir alanın veya bölgenin parçaları ile gösteriminde kullanılan modellerdir. Dairesel pasta kısımları, dikdörtgensel bölgeler, geometri tahtasında dörtte birler, kareli/noktalı kâğıtta çizimler, örüntü blokları ve kâğıt katlama, bölge/alan modellerine örnek olarak gösterilebilir. Burada kesrin gösteriminde kullanılan alan ile tüm şeklin alanı arasında kurulan ilişkilendirme ön plandadır. Alacacı (2012)'nin çalışmasında bölge modelinde şeklin eş parçalara ayrılmış olması gerektiği, alan modelinde ise parçaların şekillerinin değil alanlarının eşit olması gerektiği vurgulanırken, Van de Walle ve diğerleri (2013) bölge ve alan modellerini benzer anlamlarda kullanmıştır (Şekil 1).



Şekil 1 Kesirler İçin Alan/Bölge Modelleri

- Uzunluk Modelleri

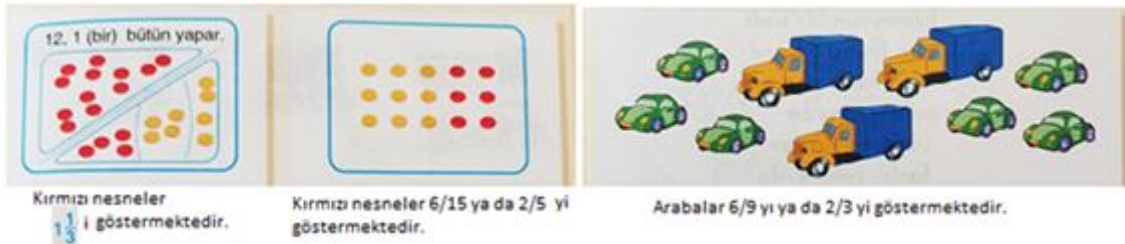
Uzunluk modelleriyle alanlar yerine uzunluklar ve ölçümler karşılaştırılır. Çizgiler çizilir ve alt bölümlere ayrılır ya da temel fiziksel materyaller alınarak karşılaştırılır. Kesir çubukları, sayı doğrusu modelleri, kâğıt şeritler uzunluk modellerine örnek olarak gösterilebilir (Şekil 2). Çubuklar ya da şeritler, herhangi bir uzunluk bütünü temsil edebileceğinden öğrenci çalışmalarına esneklik sağlamaktadır.



Şekil 2 Kesirler İçin Uzunluk Modelleri

- Küme modelleri

Küme modellerinde bütün bir nesnelere kümesi olarak anlaşılır ve bütünün alt kümeleri kesirsel parçaları oluşturur. Küme modeli kesirlerin birçok gerçek yaşam kullanımları ve oran kavramlarıyla önemli bağlantılar kurmaya yardımcı eder.



Şekil 3 Kesirler İçin Küme Modelleri

Kesir öğretiminde model kullanımı oldukça önemli olmakla birlikte, ne yazık ki modelleri kullanan öğretmenler bile manipülatifleri her zaman kullanmamakta veya öğrencilere modelin ışığında kesirlerin anlam ifade etmesi için yeterli zaman ayırmamaktadır (Van de Walle ve diğerleri, 2013, Çelik & Çiltaş, 2015). Bu nedenle geleceğin öğretmenleri olan öğretmen adaylarının matematik öğretiminde ve özel olarak kesir öğretiminde matematiksel modellerin kullanımının öğretim sürecine olan etkileri ve söz konusu modellerin öğretim süreçlerindeki kullanım biçimleri hakkında bilgi ve deneyim sahibi olmaları gerekmektedir. Ayrıca öğretmen adaylarının söz konusu modelleri kullanma durumlarını ortaya çıkaran bilimsel çalışmalara ihtiyaç vardır. Bu noktadan hareketle bu araştırmanın amacı, matematik öğretmeni adaylarının kesir işlemlerinde matematiksel model kullanma durumlarını incelemek olarak ifade edilebilir. Araştırmanın alt problemleri aşağıdaki gibidir.

- Öğretmen adayları kesirlerle toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinde alan modellerini nasıl kullanmaktadırlar?
- Öğretmen adayları kesirlerle toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinde küme modellerini nasıl kullanmaktadırlar?
- Öğretmen adayları kesirlerle toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinde sayı doğrusu modellerini nasıl kullanmaktadırlar?
- Öğretmen adaylarının farklı tür işlemler söz konusu olduğunda model kullanma performansları arasında nasıl bir ilişki vardır?

### Yöntem

Bu araştırma nitel olarak desenlenmiş bir durum çalışmasıdır. Nitel durum çalışmasının en önemli özelliği bir ya da birkaç durumun derinlemesine araştırılmasıdır (Merriam, 1998; Yıldırım & Şimşek, 2013). Bu yöntemi pek çok araştırma yönteminden ayıran özelliği, eğitimin çeşitli konularını anlamada özellikle ne, nasıl ve niçin soruları yöneltildiğinde tercih edilen bir yöntem olmasıdır (Çepni, 2012; Yin, 2003). Bu çalışmada öğretmen adaylarının belirli bir konuda matematiksel modelleri kullanma durumları ayrıntılı olarak ele alınıp inceleneceğinden bu yöntemin kullanımı tercih edilmiştir.

Durum çalışması türlerinden içsel durum çalışması, belirli bir kişi, grup, olay ya da kurum hakkında daha fazla şey bilinmek istendiğinde yani durumu daha iyi anlamak için kullanılmaktadır. Bu türden durum çalışmasında amaç, genel teoriler üretmek veya elde edilen bulguları daha geniş örnekleme genellemek değil, durumu derinlemesine öğrenmektir. Bu nedenle bu çalışmada içsel durum çalışması yöntemi kullanılmıştır.

### Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu bir devlet üniversitesinin eğitim fakültesi, matematik öğretmenliği programının 2. sınıfına devam etmekte olan ve ilgili dönemde matematiksel modelleme seçmeli dersini alan 29 öğrenci oluşturmaktadır. Öğrencilerin seçiminde zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak veren amaçlı örnekleme yöntemlerinden (Patton, 1987) tipik durum örnekleme kullanılmıştır.

### Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilmiş olan Başarı Testi kullanılmıştır. Testte 12 adet açık uçlu soru yer almaktadır. Bu sorularda öğretmen adaylarından istenilen, kendilerine verilen aritmetik kesir işlemleri için uygun olan alan, küme

ve sayı doğrusu modellerini oluşturmalarıdır. Oluşturulan testte yer alan sorular için uzman görüşlerine başvurulmuş ayrıca testin güvenilirlik katsayısı 0,87 olarak hesaplanmıştır.

### *Çalışma Süreci*

Bu çalışma için öncelikli olarak çalışma grubunda yer alan öğretmen adaylarına seçmeli olarak aldıkları matematiksel modelleme dersi kapsamında model, matematiksel model, modelleme ve matematiksel modelleme kavramları ve gerçek yaşam problemlerini çözmeye sürecinde matematiksel modellemelerden nasıl yararlandığı üzerinde durulmuştur. Bunun dışında öğretmen adaylarına, dersin 6 haftalık bölümünde özellikle ilköğretim kademesinde matematik öğretiminde kullanılan matematiksel modeller tanıtılmış ve matematiksel modellerin öğretim süreçlerinde kullanım biçimlerine odaklanılmıştır. Bu süreçte dört işlemin, kesir kavramının, ondalık sayı ve yüzde kavramlarının anlamlarının geliştirilmesinde matematiksel modellerin nasıl kullanılabileceği üzerinde durulmuştur. Kesir kavramı ile ilgili olarak ders kapsamında öğrencilere kesirlerin anlamları, gösterimleri, kesirlerin gösteriminde modellerin kullanımı ve kesirlerle yapılan işlemlerin model kullanılarak ifade edilmesi üzerine öğretim süreçleri yürütülmüştür. Bu süreçlerde öğretmen adaylarının tamamen aktif olduğu öğrenme ortamları oluşturulmuş ve öğretmen adaylarının var olan bilgileri ile öğrendikleri yeni bilgileri karşılaştırmalarını sağlayacak tartışma ortamları oluşturulmuştur. Ders süreci sonunda yürütülen bu çalışma ile öğretmen adaylarının özel olarak kesir işlemlerinde matematiksel modelleri kullanım biçimleri gözlenmeye çalışılmıştır.

### *Verilerin Analizi*

Çalışmadan elde edilen verilerin analizinde öğretmen adaylarının yanıtları her bir model kategorisi ve kesir işlemi göz önüne alınarak frekans ve yüzde değerleri ile ifade edilmiş ve yorumlanmıştır. Öğretmen adaylarının yanıtlarının niteliğinin belirlenmesinde içerik analizinden yararlanılmış ve yanıtlar Doğru (D), Kısmen Doğru (KD) ve Yanlış (Y) olarak kodlanmıştır. Yanıtların kodlanması sürecinde araştırmacı tarafından oluşturulmuş olan Tablo 1'deki göstergeler dikkate alınmıştır.

**Tablo 1** Yanıtların Kodlanmasında Kullanılan Göstergeler

Yanıtın Kodu	Yanıtın Göstergesi/Göstergeleri
<b>D</b>	• Söz konusu işlemi/işlemin anlamını gösteren matematiksel modeli tam ve doğru olarak oluşturmuştur.
<b>KD</b>	• Söz konusu işlemi/işlemin anlamını içeren matematiksel modele yardımcı modeli/modelleri oluşturmuş fakat ana modeli oluşturamamıştır.



	<ul style="list-style-type: none"> <li>Söz konusu işlemi/işlemin anlamını içeren matematiksel modelin algoritmasını yazılı olarak doğru biçimde ifade edebilmiş fakat ana modeli görsel anlamda tam olarak oluşturamamıştır.</li> </ul>
Y	<ul style="list-style-type: none"> <li>Söz konusu işlemi/işlemin anlamını içeren matematiksel modeli oluşturmamış veya yanlış bir model oluşturmuştur.</li> <li>Söz konusu işlemin sonucunu aritmetik olarak hesaplayıp, elde ettiği sonucu gösteren matematiksel bir model oluşturmuştur.</li> <li>Herhangi bir model oluşturulmamış veya yazılı ifade kullanılmamıştır.</li> </ul>

Tablo 1'deki göstergelerin oluşturulmasında öğretmen adaylarının yanıtları tekrar tekrar okunarak, yanıtların ortak noktaları saptanmaya çalışılmıştır. Göstergelerin oluşturulması noktasında uzman görüşlerinden yararlanılmıştır. Tablo 1'deki göstergeler referans alınarak yapılan kodlamaların güvenilirliğini sağlamak üzere alanda uzman iki öğretim üyesinin fikirlerine başvurulmuş ve kodlama süreçlerinden kendilerinden destek alınmıştır.

**Tablo 2** Kodlayıcılar Arası Uyum Yüzdeleri

Yanıt Türleri	Alan Modeli Uyum Yüzdesi	Küme Modeli Uyum Yüzdesi	Sayı Doğrusu Modeli Uyum Yüzdesi
D	$103/(103+13)=0,88$	$101/(101+15)=0,87$	$109/(109+17)=0,93$
KD	$95/(95+21)=0,81$	$93/(93+23)=0,80$	$103/(103+13)=0,88$
Y	$97/(97+19)=0,83$	$96/(96+20)=0,82$	$106/(106+10)=0,91$

Süreç sonunda kodlama güvenilirliği için kodlayıcılar arası uyum yüzdeleri Tablo 2'deki gibi hesaplanmıştır. Bunun için Miles ve Huberman'ın (1994, s. 64) formülü (Güvenirlilik = görüş birliği / (görüş birliği + görüş ayrılığı)) kullanılmıştır.

## Bulgular ve Yorumlar

### Farklı Model Kategorilerinden Elde Edilen Bulgular

Çalışma grubunda yer alan öğretmen adaylarının her bir model kategorisi için Başarı Testi'ne verdikleri yanıtlara ilişkin bulgular Tablo 3'te verilmektedir.

**Tablo 3** Başarı Testi'ne Verilen Yanıtların Kod ve Frekansları

İşlem	Alan Modeli									Toplam					
	Toplama			Çıkarma			Çarpma			Bölme					
YT	D	KD	Y	D	KD	Y	D	KD	Y	D	KD	Y	D	KD	Y
Yf	24	3	2	29	-	-	20	7	2	3	7	19	76	17	23
İşlem	Küme Modeli									Toplam					
	Toplama			Çıkarma			Çarpma			Bölme					
YT	D	KD	Y	D	KD	Y	D	KD	Y	D	KD	Y	D	KD	Y
Yf	17	11	1	22	7	-	13	6	10	3	5	21	55	29	32
İşlem	Sayı Doğrusu Modeli									Toplam					
	Toplama			Çıkarma			Çarpma			Bölme					

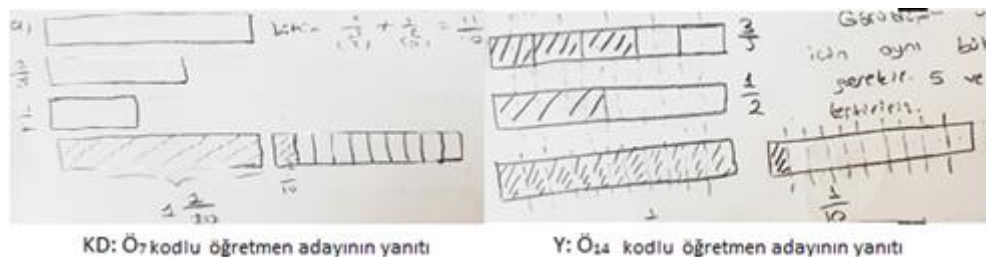
YT	D	KD	Y	D	KD	Y	D	KD	Y	D	KD	Y	D	KD	Y
Yf	25	2	2	25	3	1	12	4	13	5	5	19	67	14	35
TOPLAM	66	16	5	76	10	1	45	17	25	11	17	59	198	60	90

Tablo 3’te sunulan veriler, çalışmanın bu bölümünde öğretmen adaylarının yanıtlarından doğrudan alıntılarla desteklenerek her bir model kategorisi için ayrı ayrı ele alınmış ve yorumlanmıştır.

#### Alan Modeli Kullanımına İlişkin Elde Edilen Bulgular

Öğretmen adaylarının alan modeli kullanımına ilişkin yanıtları incelendiğinde toplamda 76 yanıtın (% 65,51) doğru, 17 yanıtın (%14,65) kısmen doğru, 23 yanıtın (%19,82) ise yanlış olduğu görülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının kesir işlemlerinde alan modelini genel olarak doğru biçimde kullandıkları söylenebilir. Bununla birlikte Tablo 3’deki veriler işlemin türü göz önüne alınarak yorumlandığında kesirlerle toplama işlemlerinde 24 (%82,75), çıkarma işlemlerinde 29 (%100), çarpma işlemlerinde 20 (%68,96), bölme işlemlerinde ise 2 (%6,89) öğretmen adayının doğru yanıtlar verdikleri görülmüştür. Bu verilere dayanarak öğretmen adaylarının alan modellerini sırasıyla çıkarma, toplama, çarpma ve bölme işlemlerinde kullanabildikleri söylenebilir. Bölme işlemi dışında tüm işlemler için öğretmen adayları alan modellerini genel olarak doğru biçimde kullanırken, bölme işlemi söz konusu olduğunda öğretmen adaylarının %68,96’sı yanlış modeller oluşturmaktadırlar. Dolayısıyla öğretmen adaylarının bölme işlemi dışındaki tüm işlemlerde alan modelini başarıyla kullanabildikleri fakat bölme işleminde modelleri genel itibariyle oluşturup kullanmakta güçlük çektikleri görülmektedir.

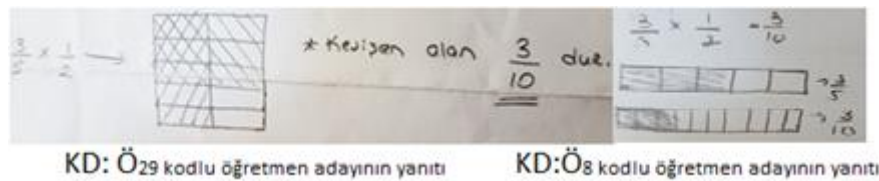
Öğretmen adayları toplama işleminde alan modelini genel itibariyle doğru biçimde kullanabilmektedirler. Bu kategoride yer alan yanıtlar incelendiğinde bu yanıtların 3’ünün (%10,34) kısmen doğru, 2’sinin ise (%6,89) yanlış olduğu görülmektedir. Söz konusu yanıtlar Şekil 4 ‘te örneklendirilmiştir.



Şekil 4 Alan Modelinin Toplama İşleminde Kısmen Doğru ve Yanlış Kullanımına Örnek Durumlar

Şekil 4'te yer alan kısmen doğru yanıt incelendiğinde Ö<sub>7</sub> kodlu öğretmen adayının kesirlerin gösteriminde modelleri eksik biçimde kullandığı ve yanıtını, oluşturduğu modellere göre değil, yapmış olduğu aritmetik işlemlere bağlı olarak verdiği görülmektedir. Öğretmen adayı kâğıdın bir tarafında  $\frac{3}{5}$  ile  $\frac{1}{2}$ 'yi toplamış ve elde ettiği sonuca göre model oluşturma sürecini tamamlamıştır. Öğretmen adayının yanıtı doğru olmakla birlikte oluşturması gereken modelleri tam olarak oluşturamadığı için yanıtı kısmen doğru olarak kabul edilmiştir. Bu kategoride yer alan diğer yanıtlar incelendiğinde de benzer durumlar gözlenmiş, öğretmen adaylarının modelleri oluşturma sürecinde aritmetik işlemlerden yararlandıkları görülmüştür. Şekil 4'te yer alan yanlış yanıt incelendiğinde öğretmen adayının  $\frac{3}{5}$  ve  $\frac{1}{2}$  kesirlerini gösterirken bütünü aynı büyüklükte göstermeye çalıştığı fakat bunu tam olarak başaramadığı görülmektedir. Öğretmen adayı  $\frac{3}{5}$  kesri için bütünü 10 parçaya bölerken,  $\frac{1}{2}$  kesri için aynı bütünü 11 parçaya bölmekte ve 5 parçasını taramakta, 1 tamı göstermek için 11 parçaya bölmüş olduğu bütünü kullanırken  $\frac{1}{10}$  kesri için aynı bütünü bu kez 10 parçaya bölmektedir. Öğretmen adayının, bu kategoride yer alan diğer yanıtlara benzer şekilde, aritmetik işlemlerine bağlı olarak model oluşturmaya çalıştığı fakat söz konusu süreçte başarılı olamadığı görülmektedir. Bu kategoride yanlış olan diğer tek yanıt incelendiğinde öğretmen adayının söz konusu işlemi aritmetik işlemler yürüterek doğru olarak hesaplamasına karşın, model kullanarak  $1 \frac{1}{5}$  olarak ifade ettiği görülmüştür. Çıkarma işlemi söz konusu olduğunda öğretmen adaylarının tamamı alan modelini doğru biçimde kullanabilmişlerdir. Bu nedenle bu kategori ile ilgili alıntılara yer verilmeyecektir.

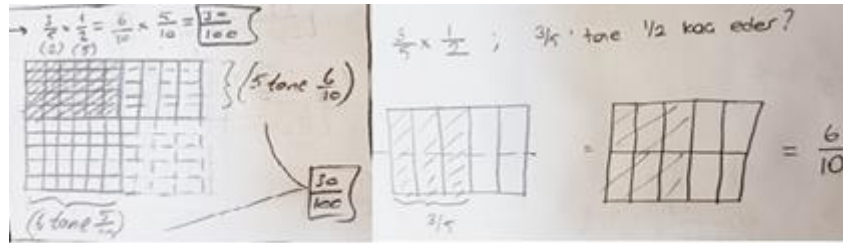
Çarpma işlemi için elde edilen veriler incelendiğinde öğretmen adaylarının yanıtlarının büyük bir bölümünün doğru olduğu fakat 7 öğretmen adayının (%24,13) kısmen doğru, 2 öğretmen adayının (%6,89) ise yanlış yanıtlar verdikleri görülmüştür. Kısmen doğru yanıtlar incelendiğinde bunların 3'ünün (%42,85) çarpma işlemi için iki kümenin kesişimi modeli ile gösterdikleri, diğer 4'ünün ise (%57,14) çarpma işleminin sonucunu sadece model ile gösterdikleri ve yanıtlarının gerekçesini ifade etmedikleri görülmüştür. Söz konusu yanıtlar Şekil 5'te örneklendirilmiştir.



Şekil 5 Alan Modelinin Çarpma İşleminde Kısmen Doğru Kullanımına Örnek Durumlar

Kesirlerle çarpma işlemini kesişen alan olarak gösteren öğretmen adaylarının yanıtları kısmen doğru olarak kabul edilmiştir. Burada söz konusu modellerin doğru değil kısmen doğru biçimde oluşturulduğu görülmektedir. Zira  $3/5 \times 1/2$  işleminde sadece  $1/2$  lik parçanın  $3/5$ 'ünün taranması gerekmektedir. Şekil 5'te örneği verilen diğer yanıtlarda ise öğretmen adaylarının diğer kategorilerde olduğu gibi oluşturmuş oldukları modelleri, yürütmüş oldukları aritmetik işlemlere bağlı olarak oluşturdukları görülmektedir. Burada öğretmen adaylarının çarpma işleminin anlamına ilişkin herhangi bir model oluşturmadıkları görülmektedir. Bu nedenle söz konusu yanıtlar kısmen doğru olarak kabul edilmiştir.

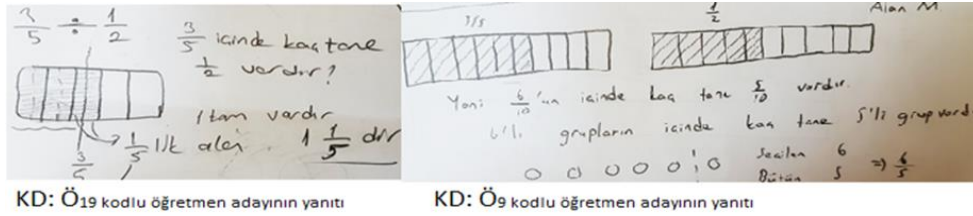
Bu kategoride yer alan yanlış yanıtlar incelendiğinde ise (Şekil 6) bunlardan birinde öğretmen adayının kesirlerle çarpma işlemiyle ilgili alan bilgisinin yetersiz olduğu görülmektedir. Buna bağlı olarak Ö<sub>27</sub> kodlu öğretmen adayı yürüttüğü yanlış işlemleri gösteren yanlış modeller kullanmıştır. Ö<sub>5</sub> kodlu öğretmen adayı ise söz konusu durumu gösteren modeli oluşturamadığı için sadece işlemin sonucunu gösteren matematiksel modeli kullanmıştır. Burada işlemin anlamına yönelik bir modelin varlığı söz konusu olmadığından söz konusu yanıt yanlış olarak değerlendirilmiştir.



Şekil 6 Alan Modelinin Çarpma İşleminde Yanlış Kullanımına Örnek Durumlar

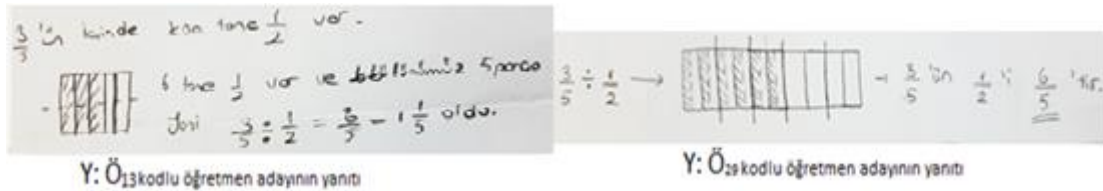
Bölme işlemi ile ilgili olarak öğretmen adaylarının yanıtlarının diğer kategorilerdeki yanıtlardan büyük oranda farklılaştığı görülmektedir. Öğretmen adaylarının ancak 3'ü (%10,34) doğru yanıt verirken, 7 öğretmen adayı (%24,13) kısmen doğru, 19 öğretmen adayı (%65,51) ise yanlış yanıtlar vermişlerdir. Bu kategoride yer alan kısmen doğru yanıtlar incelendiğinde bunların ikisinde (%28,57) (Ö<sub>19</sub> ve Ö<sub>22</sub>) öğretmen adaylarının bölme işleminin anlamını model kullanarak ifade etmeye çalıştıkları fakat oluşturdukları modeli doğru biçimde kullanamadıkları görülmüş-tür. Her iki öğretmen adayı da benzer biçimde işlemin sonucu olan  $1 \frac{1}{5}$  kesrini model kullanarak ifade etmekte güçlük çekmişlerdir. Şekil 7'de öğretmen adayının  $1 \frac{1}{5}$  tam sayılı kesrinin kesir kısmı olan  $1/5$ 'i yanlış gösterdiği görülmektedir. Zira öğretmen adayının işaret ettiği alan  $1/10$  kesri ile ifade edilebilir. Burada öğretmen adaylarının işlemin sonucuna göre hareket ettikleri görülmektedir. Bunun dışında kalan 5 öğretmen adayı ise

(%71,42) bölme işleminin anlamının modellerle nasıl gösterileceğini yazılı olarak ifade etmişlerse de bu durumu model kullanarak ifade edememişlerdir. Söz konusu durum Şekil 7’de Ö<sub>9</sub> kodlu öğretmen adayının yanıtı ile örneklendirilmiştir.



Şekil 7 Alan Modelinin Bölme İşleminde Kısmen Doğru Kullanımına Örnek Durumlar

Alan modelinin bölme işlemi için yanlış kullanıldığı durumlar incelendiğinde bunların 11 tanesinde (%57,89) öğretmen adaylarının aritmetik işlemler sonucu elde ettikleri sonuçları ifade ettikleri ve bazılarının bu sonucu model kullanarak gösterdikleri görülmüştür. Bu öğretmen adayları oluşturdukları modeli, söz konusu kesir işlemiyle ilişkilendirme noktasında eksik kalmışlardır. Bunun dışında kalan yanıtlarda ise 2 öğretmen adayının (%10,52) bölme işlemine çarpma işleminin anlamını yüklediği görülmüştür. Söz konusu durum Şekil 8’de örneklendirilmiştir (Ö<sub>29</sub>). Bunun dışında kalan 6 farklı yanıtın (%31,57) içeriği incelendiğinde öğretmen adayları tarafından yanlış modellerin oluşturulduğu görülmüştür. Söz konusu modeller Şekil 8’de örneklendirilmiştir (Ö<sub>13</sub>).



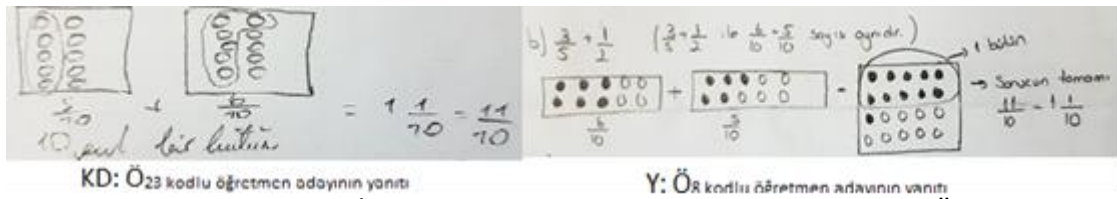
Şekil 8 Alan Modelinin Bölme İşleminde Yanlış Kullanımına Örnek Durumlar

Şekil 8’de yer alan Ö<sub>29</sub> kodlu öğretmen adayının söz konusu bölme işlemi  $\frac{3}{5}$ ’ün  $\frac{1}{2}$ ’i (beşte üçün ikide biri) şeklinde ifade ettiği ve bu ifadeye uygun bir matematiksel model oluşturduğu görülmektedir. Öğretmen adayının sürecin devamında  $\frac{3}{5}$ ’ün  $\frac{1}{2}$ ’i olarak  $\frac{6}{5}$  kesrini ifade etmesi ise kesirlerle çarpma işlemi de tam olarak anlamlandıramadığının göstergesi olarak kabul edilebilir. Ö<sub>13</sub> kodlu öğretmen adayı ise  $\frac{3}{5}$ ’ün içinde 6 tane  $\frac{1}{2}$  var ve bütünüme 5 parça ifadesini kullanmıştır. Bu ifade öğretmen adayının söz konusu modeli tam olarak anlamlandıramadığının göstergesi olarak kabul edilmiştir.

### Küme Modeli Kullanımına İlişkin Elde Edilen Bulgular

Küme modeli kullanımına ilişkin çalışmadan elde edilen bulgular incelendiğinde bu kategorideki sorulara verilen yanıtların toplamda 55'inin (%47,41) doğru, 29'unun (%25) kısmen doğru, 32'sinin (%27,58) ise yanlış olduğu görülmüştür. Dolayısıyla bu kategorideki sorular için öğretmen adaylarının ortalama bir performans gösterdikleri söylenebilir. İşlemlerin türü söz konusu olduğunda ise kesirlerle toplama işlemlerinde 17 (%58,62), çıkarma işlemlerinde 22 (%75,86), çarpma işlemlerinde 13 (%44,82), bölme işlemlerinde ise 3 (%10,34) öğretmen adayının doğru yanıtlar ver-dikleri görülmüştür. Bu verilere dayanarak öğretmen adaylarının kesir işlemlerinde küme modelini sırasıyla çıkarma, toplama, çarpma ve bölme işlemlerinde kullanabildikleri söylenebilir. Bölme işlemi dışında tüm işlemler için öğretmen adaylarının küme modellerini ortalama bir oranda kullanabildikleri, bölme işlemi söz konusu olduğunda ise öğretmen adaylarının %72,41'inin yanlış modeller oluşturdukları görülmüştür. Dolayısıyla öğretmen adaylarının alan modeli kategorisine benzer şekilde genel itibariyle bölme işleminde de küme modelini kullanmakta güçlük çektikleri ve oldukça düşük performans gösterdikleri görülmektedir.

Küme modeli kategorisi için toplama işleminde öğretmen adaylarının yanıtları incelendiğinde bu yanıtların %58,62'sinin doğru, %37,93'ünün kısmen doğru, %3,44'ünün ise yanlış olduğu görülmüştür. Bu verilere dayanarak öğretmen adaylarının yanıtlarının büyük bir bölümünün doğru ve kısmen doğru yanıtlardan oluştuğu söylenebilir. Toplama işlemi için öğretmen adaylarının kısmen doğru yanıtları incelendiğinde bunların tamamında, işlemi gösteren modelin içeriğinin yazılı olarak ifade edildiği fakat söz konusu kesrin bir model ile gösterilmediği görülmüştür. Bu kategoride yer alan kısmen doğru ve yanlış yanıtlar Şekil 9'da örneklendirilmiştir.



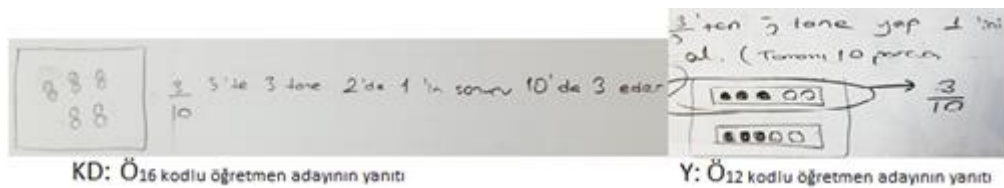
Şekil 9 Küme Modelinin Toplama İşleminde Kısmen Doğru ve Yanlış Kullanımına Örnek Durumlar

Şekil 9'da Ö23 kodlu öğretmen adayının  $\frac{5}{10}$  ile  $\frac{6}{10}$  kesirlerini ayrı ayrı model kullanarak gösterdiği ve toplamının  $\frac{11}{10}$  yani  $1 \frac{1}{10}$  olacağını ifade ettiği fakat  $1 \frac{1}{10}$  kesrini tekrar model kullanarak göstermeye gerek duymadığı görülmektedir. Bu tür yanıtlar ana model tam olarak oluşturulmamış olsa da modelin içeriğinin ifade edilmesine bağlı olarak kısmen doğru olarak kodlanmıştır. Bu kategoride yer alan tek yanlış yanıt Ö8 kodlu öğretmen adayına

aittir. Bu yanıtta öğretmen adayının  $1 \frac{1}{10}$  kesrini yanlış model kullanarak ifade ettiği görülmektedir. Bu nedenle söz konu-su yanıt yanlış olarak kodlanmıştır.

Küme modelinin çıkarma işleminde kullanıldığı durumlar göz önüne alındığında öğretmen adaylarının %75,86'sının doğru, %24,13'ünün ise kısmen doğru yanıtlar verdikleri görülmüştür. Dolayısıyla bu kategoride öğretmen adaylarının genel itibariyle başarılı oldukları söylenebilir. Kısmen doğru yanıtlar incelendiğinde bunların tamamının toplama işleminde olduğu gibi söz konusu işlemin sonucunu gösteren ana modelin tam olarak oluşturulmadığı fakat içeriğinin/anlamının yazılı olarak ifade edildiği yanıtlar olduğu görülmüştür. Bu tür yanıtlar toplama işleminde örneklendirildiği için bu bölümde direkt alıntılara yer verilmemiştir.

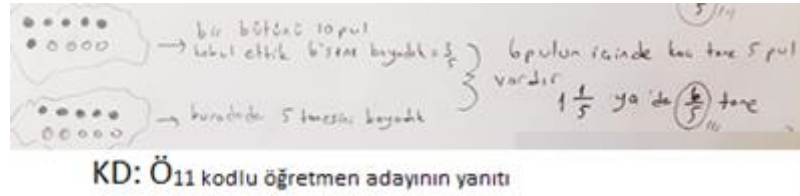
Küme modelinin çarpma işleminde kullanıldığı durumlara bakıldığında öğretmen adaylarının %44,82'sinin bu soruya doğru, %20,68'inin kısmen doğru, %34,48'inin ise yanlış yanıtlar verdikleri görülmüştür. Bu kategoride, toplama ve çıkarma işlemlerine nazaran, öğretmen adaylarının doğru yanıtlarında azalma, yanlış yanıtlarında ise artış olduğu görülmektedir. Küme modelinin çarpma işleminde kullanımına verilen kısmen doğru yanıtlar incelendiğinde bunların tamamında çarpma işleminin anlamını içeren ana modelin kısmen doğru biçimde oluşturulduğu görülmüştür. Yanlış yanıtlar incelendiğinde ise bunların %50'sinin (yarısının) söz konusu işlemin sadece sonucunu model kullanarak ifade ettikleri bu sonuca aritmetik işlemlerle ulaştıkları görülmüştür. Bu yanıtlarda çarpma işleminin anlamını içeren herhangi bir model bulunmamaktadır. Yanlış yanıtların kalan diğer yarısında ise öğretmen adaylarının, çarpma işlemini, sayma nesnelərini içeren farklı tür yanlış modeller kullanarak ifade ettikleri görülmüştür. Küme modelinin çarpma işleminde kullanımına verilen kısmen doğru ve yanlış yanıtlar Şekil 10'da örneklendirilmiştir.



Şekil 10 Küme Modelinin Çarpma İşleminde Kısmen Doğru ve Yanlış Kullanımına Örnek Durumlar

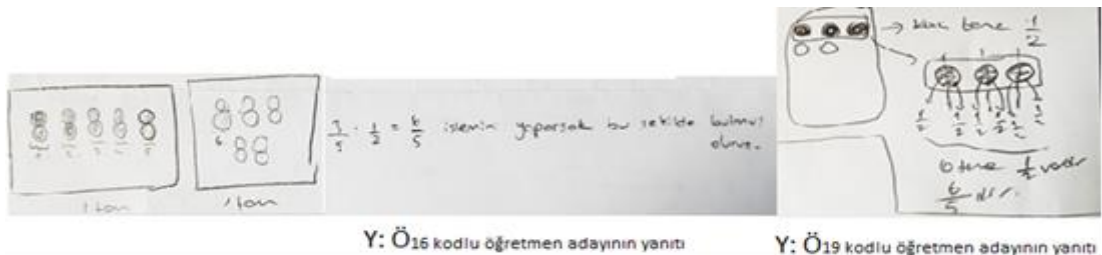
Ö<sub>16</sub> kodlu öğretmen adayının çarpma işleminin anlamını içeren bir modeli tam olarak oluşturamadığı, bununla birlikte söz konusu anlamı yazılı olarak kısmen ifade edebildiği görülmektedir. Bu nedenle yanıtı kısmen doğru olarak kodlanmıştır. Ö<sub>12</sub> kodlu öğretmen adayının ise  $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$  işlemini;  $\frac{3}{5}$ 'ten 2 tane yap birini al şeklinde ifade ettiği ve yanlış bir model oluşturduğu görülmektedir.

Küme modelinin bölme işleminde kullanımına ilişkin bu çalışmadan elde edilen veriler incelendiğinde, bu kategori-de öğretmen adaylarının yanıtlarının diğer kategorilere nazaran büyük ölçüde farklılaştığı görülmektedir. Öğretmen adaylarının ancak %10,34'ü bu kategoride yer alan soruya doğru yanıt verebilirken, %17,24'ü kısmen doğru, %72,41'i ise yanlış yanıtlar vermişlerdir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının çoğunluğunun küme modellerini kesirlerle bölme işlemlerini temsil etmek/göstermek için kullanmakta güçlük çektikleri söylenebilir. Bu kategoride yer alan kısmen doğru yanıtlar incelendiğinde bunların tamamında öğretmen adaylarının, diğer kategorilerde olduğu gibi bölme işleminin anlamını gösteren küme modelini oluşturmadıkları, bunun yerine söz konusu modelin algoritmasını yazılı olarak ifade ettikleri görülmüştür. Söz konusu yanıtlar Şekil 11'de örneklendirilmiştir.



Şekil 11 Küme Modelinin Çarpma İşleminde Kısmen Doğru Kullanımına Örnek Durum

Şekil 11'de verilen Ö11 kodlu öğretmenin yanıtı, işlemin anlamı veya algoritmasına ilişkin küme modelini içermediğinden kısmen doğru olarak kabul edilmiştir. Küme modelinin bölme işleminde kullanımına ilişkin yanlış yanıtlar incelendiğinde ise, bunların %28,57'sinde öğretmen adaylarının söz konusu işlemin sonucunu aritmetik olarak hesapladıkları fakat yanlış bir model kullanarak gösterdikleri, yine %28,57'sinde öğretmen adaylarının işleme ve sonucuna ilişkin herhangi bir model oluşturmadıkları, %33,33'ünde ise işleme ve işlem algoritmasına yönelik yanlış modeller oluşturdukları görülmüştür. Bu kategorideki yanıtların %9,52'sinde ise öğretmen adayları sonucu aritmetik olarak hesaplamış ve elde ettikleri sonucu matematiksel bir modelle ifade etmişler, işleme/işlemin anlamına ilişkin herhangi bir model oluşturmamışlardır. Sözü edilen durumlar Şekil 12'de örneklendirilmiştir.



Şekil 12 Küme Modelinin Çarpma İşleminde Yanlış Kullanımına Örnek Durumlar

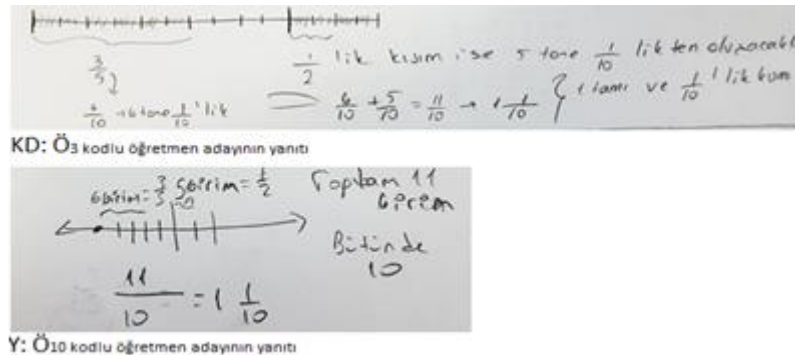


Şekil 12’de verilen Ö<sub>16</sub> kodlu öğretmen adayının oluşturduğu modelde işlemin anlamı/algoritmasına yönelik herhangi bir açıklama yer almadığı ve ayrıca söz konusu işlemin sonucunun yanlış bir model kullanılarak gösterildiği görülmektedir. Bu nedenle söz konusu yanıt yanlış olarak değerlendirilmiştir. Ö<sub>19</sub> kodlu öğretmen adayı ise  $\frac{3}{5}$  kesrinin içinde 6 tane  $\frac{1}{2}$  olduğunu ifade etmektedir. Öğretmen adayının oluşturduğu model  $\frac{3}{5} : \frac{1}{2}$  işleminin anlamını/algoritmasını doğru biçimde içermediğinden yanlış olarak değerlendirilmiştir.

### Sayı Doğrusu Modeli Kullanımına İlişkin Elde Edilen Bulgular

Sayı doğrusu modelinin kullanımına ilişkin çalışmadan elde edilen veriler incelendiğinde öğretmen adaylarının bu kategoride yer alan sorulara verdikleri yanıtların %57,75’inin doğru, %12,06’sının kısmen doğru, %29,31’inin ise yanlış olduğu görülmektedir. Bu verilere dayanarak yaklaşık olarak üç öğretmen adayından birinin kesir işlemlerinde sayı doğrusu modelini kullanmadığı yorumu yapılabilir. İşlemlerin türü söz konusu olduğunda ise kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerinde 25 (%86,20), çarpma işlemlerinde 12 (%41,37), bölme işlemlerinde ise 5 (%17,24) öğretmen adayının doğru yanıtlar verdikleri görülmüştür. Dolayısıyla öğretmen adaylarının kesir işlemlerinde sayı doğrusu modelini sırasıyla toplama/çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinde kullanabildikleri görülmektedir. Toplama ve çıkarma işlemlerinde öğretmen adaylarının performansları değişmezken, çarpma ve bölme işlemleri söz konusu olduğunda bu performansların büyük ölçüde azaldığı görülmektedir. Öğretmen adaylarının %44,82’si çarpma, %65,51’i ise bölme işlemlerinde sayı doğrusu modelini kullanamamışlardır. Özellikle bölme işleminde yaklaşık olarak her beş öğrenciden üçünün sayı doğrusu modelini kullanamıyor olması dikkat çekici bir bulgudur.

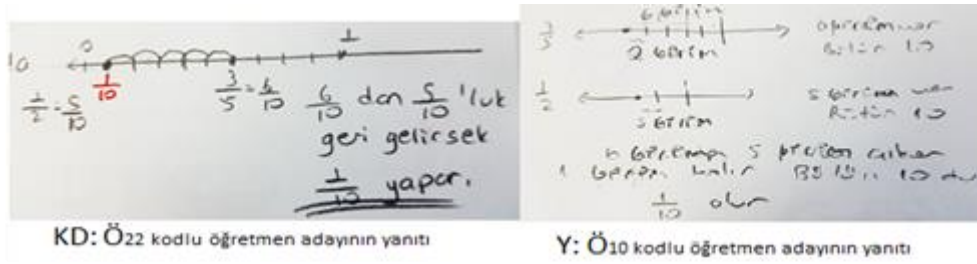
Sayı doğrusu modelinin toplama işleminde kullanımına ilişkin öğretmen adaylarının yanıtları incelendiğinde bunların %86,20’sinin doğru, %6,89’unun kısmen doğru, %6,89’unun ise yanlış olduğu görülmüştür. Dolayısıyla öğretmen adaylarının genel olarak sayı doğrusu modelini kesirlerle toplama işleminde başarıyla kullandıkları söylenebilir. Bu kategoride yer alan yanıtlardan kısmen doğru ve yanlış olanlar Şekil 13’te örneklendirilmiştir.



**Şekil 13** Sayı Doğrusu Modelinin Toplama İşleminde Kısmen Doğru ve Yanlış Kullanımına Örnek Durumlar

Şekil 13'te Ö<sub>3</sub> kodlu öğretmen adayının toplama işleminin sayı doğrusu modelini doğru biçimde oluşturamadığı fakat oluşturması gereken modelin anlamını/algorithmasını yazılı olarak ifade edebildiği görülmektedir. Bu nedenle söz konusu yanıt kısmen doğru olarak kabul edilmiştir. Ö<sub>10</sub> kodlu öğretmen adayı ise oluşturması gereken modeli yanlış biçimde oluşturduğundan ötürü yanıtı yanlış olarak kodlanmıştır.

Sayı doğrusu modelinin çıkarma işleminde kullanımına ilişkin öğretmen adaylarının yanıtları incelendiğinde bunların %86,20'sinin doğru, %10,34'ünün kısmen doğru, %3,44'ünün ise yanlış olduğu görülmüştür. Çıkarma işleminde öğretmen adaylarının genel olarak sayı doğrusu modelini kullanabildikleri söylenebilir. Bu kategoride yer alan kısmen doğru ve yanlış yanıtlar Şekil 14'te örneklendirilmiştir.

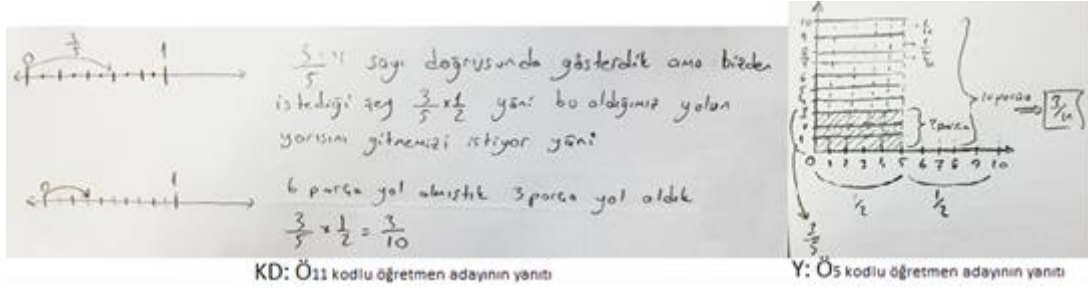


**Şekil 14** Sayı Doğrusu Modelinin Toplama İşleminde Kısmen Doğru ve Yanlış Kullanımına Örnek Durumlar

Şekil 14 'te Ö<sub>22</sub> kodlu öğretmen adayının çıkarma işlemini gösteren sayı doğrusu modelini kısmen oluşturduğu, işlemin anlamını/algorithmasını yazılı olarak ifade ettiği görülmektedir. Bu nedenle ilgili yanıt kısmen doğru olarak kabul edilmiştir. Ö<sub>10</sub> kodlu öğretmen adayı ise işlem için doğru bir model oluşturamamıştır. Bu nedenle yanıtı yanlış olarak kabul edilmiştir.

Sayı doğrusu modelinin çarpma işleminde kullanımına ilişkin öğretmen adaylarının yanıtları incelendiğinde bunların %41,37'sinin doğru, %13,79'unun kısmen doğru, %44,82'sinin ise yanlış olduğu görülmüştür. Bu verilere göre öğretmen adaylarının yarısına yakın bir bölümü kesirlerle çarpma işleminde sayı doğrusu modelini kullanmakta güçlük çekmişlerdir. Bu kategoride yer alan kısmen doğru yanıtların yarısında, oluşturulması gereken sayı doğrusu modeli kısmen doğru oluşturulmuş, diğer yarısında ise oluşturulması gereken modelinin içeriği/algorithması yazılı olarak ifade edilmiş ve buna bağlı olarak söz konusu işlemin sonucunu gösteren sayı doğrusu modeli oluşturulmuştur. Sayı doğrusu modelinin çarpma işlemi için yanlış kullanan öğretmen adaylarının yanıtları incelendiğinde ise bunların

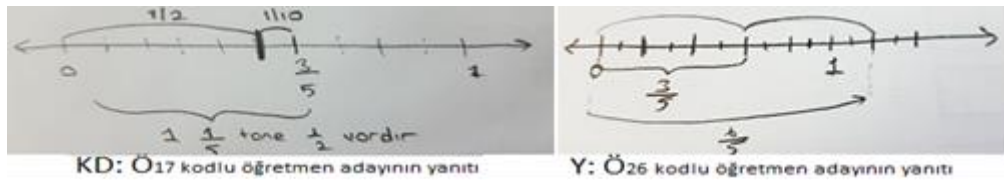
%46,15’inde sadece işlemin sonucunun sayı doğrusu modeli ile gösterildiği, %30,76’sının boş yanıtlar olduğu, %23,07’sinde ise yanlış modeller oluşturulduğu görülmüştür. Burada boş yanıtların diğer kategorilere nazaran çok daha fazla oluşu dikkat çekicidir. Bu kategoride yer alan kısmen doğru ve yanlış yanıtlar Şekil 15’te örneklendirilmiştir.



Şekil 15 Sayı Doğrusu Modelinin Çarpma İşleminde Kısmen Doğru Kullanımına Örnek Durumlar

Şekil 15’te Ö11 kodlu öğretmen adayının sadece işlemin anlamını yazılı olarak ifade ettiği ve sonucu model kullanarak gösterdiği, Ö5 kodlu öğretmen adayının ise yanlış bir model oluşturduğu görülmektedir. Dolayısıyla yanıtları sırasıyla kısmen doğru ve yanlış olarak kodlanmıştır.

Sayı doğrusu modelinin bölme işleminde kullanımına ilişkin öğretmen adaylarının yanıtları incelendiğinde bunların %17,24’ünün doğru, %17,24’ünün kısmen doğru, %65,51’inin ise yanlış olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının çoğunluğunun sayı doğrusu modelini bölme işleminde kullanmadığı görülmektedir. Bu kategoride yer alan kısmen doğru yanıtlar incelendiğinde bunların %80’inde öğretmen adaylarının söz konusu modeli kısmen doğru oluşturabildikleri, bunu söz konusu işlemin anlamı/algorithması ile ilişkilendiremedikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarının yanlış yanıtları incelendiğinde ise bunların %31,57’sinde herhangi bir model oluşturulmadığı (soruya yanıt verilmediği), diğer yanıtlarda ise sadece sonucun hesaplanarak model ile gösterilmeye çalışıldığı, fakat işlemin anlamını içeren sayı doğrusu modelinin yanlış oluşturulduğu veya hiç oluşturulmadığı görülmüştür. Söz konusu yanıtlar Şekil 16’da örneklendirilmiştir.



Şekil 16 Sayı Doğrusu Modelinin Bölme İşleminde Kısmen Doğru Kullanımına Örnek Durumlar

Şekil 16’da Ö17 kodlu öğretmen adayının söz konusu işlemin sonucuna göre bir model oluşturmaya çalıştığı fakat oluşturduğu modelin yazılı ifadesi ile çeliştiği görülmektedir.

Dolayısıyla öğretmen adayının oluşturduğu model kısmen doğru olarak kabul edilmiştir. Ö<sub>26</sub> kodlu öğretmen adayı ise söz konusu işleme/işlemin anlamına yönelik yanlış bir model oluşturduğundan yanıtı yanlış olarak kodlanmıştır.

### *Farklı Kesir İşlemlerinden Elde Edilen Bulgular*

Çalışmanın bu bölümünde, alt problemleri yanıtlayabilmek amacıyla çalışmadan elde edilen bulgular, farklı kesir işlemleri göz önüne alınarak sunulacaktır. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının farklı kesir modellerini toplama işlemlerinde %75,86; çıkarma işlemlerinde %87,35; çarpma işlemlerinde %51,72; bölme işlemlerinde ise %12,64 oranında kullanabildikleri görülmüştür. Dolayısıyla öğretmen adaylarının kesir modellerini sırasıyla çıkarma, toplama, çarpma ve bölme işlemlerinde kullanabildikleri söylenebilir. Bununla birlikte yanlış yanıtlar göz önüne alındığında öğretmen adaylarının %28,73'ünün çarpma işlemlerinde, %67,81'inin ise bölme işlemlerinde kesir modellerini yanlış biçimde oluşturdukları ve kullandıkları görülmüştür. Dolayısıyla yaklaşık olarak her üç öğretmen adayından birinin çarpma, ikisinin ise bölme işlemlerinde kesir modellerini kullanamadıkları söylenebilir.

### **Sonuçlar ve Tartışma**

Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

- Öğretmen adayları alan modellerini toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinde başarı ile kullanırken, bölme işlemi söz konusu olduğunda bu modelleri kullanma konusunda güçlük çekmektedirler.
- Öğretmen adayları küme ve sayı doğrusu modellerini genel olarak kullanabilmekte iseler de çarpma ve bölme işlemlerinde söz konusu modelleri kullanmakta güçlük çekmektedirler. Özellikle bölme işleminde öğretmen adaylarının büyük bir bölümü küme ve sayı doğrusu modellerini kullanamamaktadırlar.
- Öğretmen adayları kesir işlemlerinde sırasıyla alan, sayı doğrusu ve küme modellerini doğru biçimde kullanabilmektedirler. Bununla birlikte performans düzeyleri göz önüne alındığında genel itibariyle öğretmen adaylarının küme modelini kullanmakta, diğer modellere nazaran daha başarısız oldukları görülmektedir.
- Öğretmen adayları kesir modellerini sırasıyla çıkarma, toplama, çarpma ve bölme işlemlerinde doğru biçimde kullanabilmektedirler. Genel olarak çarpma ve bölme işlemlerinde öğretmen adaylarının her model kategorisi için performanslarının azaldığı görülmektedir.

- Öğretmen adayları genel itibariyle kesir işlemlerinin algoritmasını/matematiksel anlamını model kullanarak gösterme konusunda güçlük çekmektedirler. Bu durum diğer işlemlere nazaran çarpma ve bölme işlemlerinde daha fazla görülmektedir.
- Öğretmen adayları kesir işlemlerinin sonucunu çoğu durumda aritmetik olarak hesaplayıp, daha sonra elde ettikleri sonuca uygun bir model oluşturma çabası içinde olmuşlardır. Bu durum kendilerinin, oluşturdukları modelin doğruluğundan emin olmadıklarının ve bunu teyit etme gereksinimi duyduklarının bir göstergesi olarak kabul edilebilir.
- Öğretmen adaylarının model oluşturma süreçlerinde genel olarak, kesirlerde bütün ile kesirsel parçaları ilişkilendirmekte zorluk yaşadıkları gözlenmiştir.

Alan yazında özellikle kesir işlemlerinde model kullanma üzerine farklı çalışmalar olmakla birlikte, öğretmen adaylarıyla yürütülen çalışmaların oldukça az olduğu görülmektedir. Çalışmanın bu bölümünde konu ile ilgili olarak sırasıyla öğretmenlerle ve öğretmen adaylarıyla yürütülen çalışmalara yer verilecektir.

Matematik öğretmenlerinin kesir öğretiminde model kullanma durumları üzerine yapılan farklı çalışmaların sonuçları benzerlik taşımaktadır. Söz konusu çalışmalar genel olarak matematik öğretmenlerinin kesir öğretiminde matematiksel modelleri çok fazla kullanmadıkları ve söz konusu modelleri kullanma konusunda olumlu tutum içinde olmalarına karşın yeterli bilgiye sahip olmadıklarını ortaya koymaktadır (Akgün, Çiltaş, Deniz, Çiftçi & Işık, 2013; Bayazıt, Aksoy & Kırnay, 2011; Çelik & Çiltaş, 2015; Gökkurt, Şahin & Soylu, 2012; Gökkurt, Soylu & Demir, 2015; Özgün, 2012; Tekin-Dede & Bukova-Güzel, 2013; Toptaş, Han & Akın, 2017). Yapılan bilimsel çalışmalar (Behr, et al., 1993; de Castro, 2008; Çiltaş & Işık, 2012; Çiltaş & Yılmaz, 2013; Eraslan, 2011; Gümüş ve diğerleri; Toluk-Uçar, 2009) kesir öğretiminde model/gösterim kullanmanın öğrenme üzerinde olumlu etkiye sahip olduğunu ortaya koymakta ve bu bağlamda söz konusu süreçlerde model/gösterimlerin kullanılması gerektiğini vurgulamasına karşın, matematik öğretmenlerinin konu ile ilgili bilgi ve becerilerinin yetersiz oluşu hiç kuşkusuz önüne geçilmesi gereken bir problem durumunu işaret etmektedir. Bu bağlamda geleceğin öğretmenleri olan öğretmen adaylarının konu ile ilgili donanımlarının yeterli düzeye çekilmesi gerekmekte, bu konuda yapılacak tüm bilimsel çalışmalar önem arz etmektedir.

Kesir öğretiminde model kullanma ile ilgili olarak öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmaların sonuçları incelendiğinde ise bu çalışmaların kapsamlarına bağlı olarak farklı tür sonuçlarının olduğu görülmektedir. Azim (1995) ilköğretim öğretmen adaylarının kesirlerle

çarpma işlemi anlamlandırmaları üzerine yürüttüğü çalışmada öğretmen adaylarının ancak %28'inin kesirlerle çarpmaya ilişkin verilen bir modeli anlamlandırabildiğini ifade etmektedir. Cluff (2005) öğretmen adaylarının kesirlerin ve kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinin anlamını yeterince bilmediklerini, konu ile ilgili olarak kavramsal bilgidен ziyade işlemsel bilgiye sahip olduklarını ifade etmektedir. Işıksal (2006) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye ilişkin alan bilgileri ile pedagojik alan bilgilerini incelediği çalışmada, öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeyle ilgili problemleri kolaylıkla sembolize edip çözebildiklerini, buna karşın, öğretmen adaylarının bu kavramları yorumlama ve anlamlandırmalarındaki alan bilgilerinin yeterince derin olmadığını belirlemiştir. Söz konusu çalışmada ayrıca öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye ilişkin kavramların mantığına vurgu yapılması gerektiğine yönelik inançlarının yüksek olmasına rağmen, bu kavramların açıklama ve gösterimine yönelik bilgilerinin yeterli olmadığı belirlenmiştir. Tolluk-Uçar (2009) öğretmen adaylarının kesir kavramlarını yeterli düzeyde anlamlandıramadıklarını ve buna bağlı olarak kesir işlemleri için gösterim oluşturmada genel olarak güçlük yaşadıklarını ifade etmektedir. Bunun dışında yapılmış olan farklı çalışmalar (Ball, 1990; Borko, Eisenhart, Brown, Underhill, Jones, & Agard, 1992; Eisenhart, Borko, Brown, Underhill, Jones, & Agard, 1993; Erdem, Gökkurt, Şahin, Başbüyük & Soylu, 2015; Gökkurt, Şahin, Soylu, & Soylu, 2013; Işık, 2011; Lubinski, Fox, & Thomason, 1998; Ma, 1999; Şahin, Gökkurt, & Soylu, 2013; Tirosh, 2000; Tuna, Biber & Yurt, 2013; Zembat, 2007) benzer sonuçları işaret etmektedir.

Kesir işlemlerinde kullanılan modelin türü göz önüne alındığında öğretmenlerin genel olarak sınıflarında belirli tür modelleri kullanmayı tercih ettikleri görülmektedir. Çelik ve Çiltaş (2015) matematik öğretmenlerinin kesirler ve kesirlerle ilgili işlemler konusunu öğretim süreçlerinde matematiksel modelleri kullanım düzeylerinin belirlemeyi amaçladıkları çalışmalarında, öğretmenlerin genel olarak bölge modelini kullandıklarını ifade etmişlerdir. Bölge modelinden sonra ağırlıklı olarak sayı doğrusu modeli kullanılmış fakat küme ve alan modeli hemen hemen hiç kullanılmamıştır. Söz konusu çalışmada alan modeli, bölge modeline benzer olmakla birlikte, bölge modelinden farklı olarak kesirsel parçalar aynı alana sahiptir fakat aynı şekle sahip olmak zorunda değildirler (Alacacı, 2012). Söz konusu çalışmadan elde edilen bu sonuçların, bu çalışma sonuçları ile benzerlik taşıdığı söylenebilir, zira bu çalışmada öğretmen adayları alan/bölge ve sayı doğrusu modellerini küme modeline kıyasla daha başarılı olarak kullanmışlardır. Alan yazında yapılan farklı çalışmalardan da (De Castro, 2008; Forrester & Chinnappan, 2010; Parmar, 2003; Toluk-Uçar, 2009) benzer sonuçlar elde edilmiş

ve alan ya da bölge modelinin kesir işlemlerinde en çok kullanılan model olduğu tespit edilmiştir. Kesir modelleri söz konusu olduğunda öğretmen adaylarının/öğretmenlerin tüm modelleri öğretim süreçlerine uygun biçimde entegre etmeleri ve farklı öğrenme ihtiyaçlarına uygun biçimde kullanmaları gerekmele birlikte yapılan çalışmalar farklı durumların varlığına işaret etmektedir. Sözü edilen durumun önüne geçilebilmesinde öğretmen ve öğretmen adaylarının konu ile ilgili bilgi ve becerilerinin artırılmasının büyük bir öneme sahip olduğu düşünülmektedir.

İşlemin türü göz önüne alındığında bu çalışmada öğretmen adaylarının belirgin biçimde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik model oluşturmada zorlandıkları, bunun yanında en düşük performansı bölme işleminde gösterdikleri görülmüştür. Yapılan farklı çalışmalar incelendiğinde sonuçların benzerlik taşıdığı ve özellikle çarpma ve bölme işlemi söz konusu olduğunda öğrencilerin ve öğretmen adaylarının çeşitli zorluklar yaşadıkları görülmektedir. Sözü edilen çalışmalardan biri olarak Bayazıt, Aksoy ve Kırnay (2011), ilköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleri anlama ve model oluşturma yeterliliklerini inceledikleri çalışmalarında, öğretmenlerin matematik ders kitaplarında sunulmuş olan modelleri anlama ve sembolik olarak verilen matematiksel durumları izah etmek için uygun modeller oluşturup kullanma konularında güçlük yaşadıklarını, özellikle çarpma ve bölme işlemi söz konusu olduğunda öğretmenlerin model oluşturma konusunda ciddi sıkıntılar yaşadıklarını ve öğretmenlerin hiçbirinin kesirlerle bölme işlemine uygun modeli oluşturamadığı sonucunu ortaya koymuşlardır. Işıksal (2006) öğretmen adaylarının kesirlerle ilişkili çarpma ve bölme problemlerini çözebilmelerine ve söz konusu işlemleri hesaplayabilmelerine rağmen, bu işlemlerin anlamlarını açıklayamadıklarını ortaya koymaktadır. Aynı çalışmada öğretmen adaylarının iki kesri birbirine kolaylıkla bölebildiği fakat işlemin algoritmasının nedenlerini izah edemedikleri ifade edilmektedir. Benzer şekilde Ball (1990) öğretmen adaylarının kesirlerde bölmenin ne anlama geldiğini bilmeden kuralları hatırlayarak ve kullanarak problemleri çözdüklerini ifade etmektedir. Işık (2011) öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma-bölmeye yönelik kurdukları problemlerin analizini yaptığı çalışmasında, öğretmen adaylarının tam sayılı kesirlerde çarpma ve iki kesrin bölümüne yönelik olarak işlem ve kesir sayılarına anlam yüklemeye eksikliklerinin olduğunu ortaya çıkarmıştır. Işık ve Kar (2012) ise, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde bölme işlemine yönelik kurdukları problemlerdeki hataların analizinin yapılmasını amaçladıkları çalışmalarında öğretmen adaylarının bölmenin kavramsal boyutunu göz ardı ettikleri sonucunu ortaya koymuşlardır. Zembat (2007) tarafından sınıf öğretmeni adayları ile yapılan çalışmada, kesirlerde bölmeye yönelik kurulan problemlerde birim kargaşası yaşandığı ifade edilmektedir.

Toluk (2002) ve Durmuş (2005) ise yaptıkları araştırmalarla çoğu ilköğretim öğrencisinin rasyonel sayılarda bölme işlemini algoritmik/işlemsel olarak yapabildiğini ancak kavramsal olarak ifade etmekte zorlandıklarını belirlemişlerdir. Dolayısıyla sözü edilen çalışmaların ve bu çalışmanın ortak noktası olarak çarpma ve bölme işlemlerinin anlamlarının genel olarak öğrenciler ve öğretmen adayları tarafından tam olarak anlaşılmadığı ve bu nedenle söz konusu durumları göstermeye yönelik model oluşturma noktasında sözü edilen bireylerin zorlandıkları söylenebilir.

Öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının kesir ve kesir işlemleri ile ilgili olarak kavramsal bilgi eksiklikleri ve buna bağlı olarak öğretim süreçlerinde model kullanmaya ilişkin düşük performansları hiç kuşkusuz öğrencilerin de söz konusu eksikliklere ve olumsuz durumlara sahip olmalarına yol açmaktadır. Nitekim yapılan çalışmalar kesir modellerinin öğrenciler tarafından yeterli seviyede kullanılmadığını vurgulamaktadır (Altıparmak & Özüdoğru, 2015; Kılıç & Özdaş, 2010; Kurt & Çakıroğlu, 2009; Orhun, 2007; Şiap & Duru, 2004). Gürbüz ve Birgin (2008) farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin rasyonel sayıların farklı gösterim şekilleriyle işlem yapma becerilerini karşılaştırdıkları çalışmalarında, her bir öğrenim seviyesindeki öğrencilerin cebirsel gösterimlerle işlem yapma becerilerinin geometrik model ve sayı doğrusunu kullanarak işlem yapma becerilerinden daha iyi olduğunu ortaya koymuşlardır. Şiap ve Duru (2004) ise ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde geometrik modelleri kullanabilme becerilerini inceledikleri çalışmalarında öğrencilerin kesir kavramını tam olarak algılayamadıkları ve kesirlerde geometrik model kullanmayı gerektiren sorulara nazaran cebirsel işlem gerektiren soruları daha iyi yaptıkları sonucunu elde etmişlerdir. Aynı çalışmada öğrencilerin geometrik model kullanmayı gerektiren sorularda öncelikle ifadeyi cebirsel olarak yazdıkları ve ona göre soruyu yanıtladıkları ifade edilmektedir. Söz konusu durum, bu çalışmada da ulaşılan sonuçlar arasındadır. Zira bu çalışmada da öğretmen adayları hemen hemen tüm sorularda verilen işlemleri önce cebirsel olarak yazmış ve hesaplamış daha sonra ise elde ettikleri sonuca uygun modeli oluşturma çabası içinde olmuşlardır. Dolayısıyla öğrenciler ve öğretmen adaylarının bu anlamda benzer süreçlerde yer aldıkları söylenebilir.

## Öneriler

Kesir öğretiminde önemli bir yere sahip olan model kullanma etkinlikleri, bu çalışmadan ve ifade edilen farklı çalışmalardan elde edilen sonuçlara göre öğrenciler, öğretmen adayları ve öğretmenler tarafından yeterli düzeyde bilgi sahibi olunmayan ve genel olarak düşük performans gösterilen öğretim faaliyetleridir. Burada sözü edilen problemin temel nedeni,



yetişmekte olan öğretmen adaylarının söz konusu faaliyetlere ilişkin bilgi ve beceri eksiklikleridir zira geleceğin bireyleri bu öğretmen adaylarının öğrencileri olacaktır. Dolayısıyla buradaki problemin çözüm noktası, büyük oranda, öğretmen adaylarının lisans öğretim süreçlerinin iyileştirilmesinden geçmektedir. Burada iyileştirmeden kasıt, ders saatlerini artırmak değil, öğretmen adaylarının alanı öğretme bilgisini içerecek spesifik derslerde yer almalarının sağlanmasıdır. Zira Floden (1993)'dan akt., Işıksal (2006) da benzer düşünceyle, akademik ders saatlerini artırmanın öğretmen adaylarının pedagojik bilgilerini artırmak demek olmadığını veya bunu garanti etmeyeceğini ifade etmekte, Lederman, Gess-Newsome ve Latz (1994) ile Crespo ve Nicol (2006) ise öğretmen eğitim programlarına bu bağlamda özel kavramların nasıl öğretileceği bilgisini içeren derslerin eklenmesini önermektedir. Sadece kesir öğretimi değil, matematikte öğrencilerin anlamakta zorlandıkları ve özel öğretim yöntemlerine ihtiyaç duyulan tüm konular için alanı öğretme bilgisini içeren yeni ve farklı derslerin planlanarak lisans öğretim programlarına eklenmesi önerilmektedir.

Yapılacak akademik çalışmalarla ilgili olarak, kesir kavramına benzer farklı spesifik kavramlara yönelik, alanı öğretmen bilgisini ve bu bağlamda özel öğretim faaliyetlerini içeren yeni ve farklı çalışmaların planlanarak yürütülmesi önerilmektedir.

### Kaynakça

- Akgün, L., Çiltaş, A., Deniz, D., Çiftçi, Z., & Işık, A. (2013). İlköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme ile ilgili farkındalıkları. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 6(12), 1-34.
- Alacacı, C. (2012). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları. E. Bingölbali ve M.F. Özmantar (Ed.), *Matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* içinde (s. 63-95). Ankara: PegemA.
- Altıparmak, K. ve Özüdoğru, M. (2015). Error and misconception: Relation of fraction and part-whole. *Journal of Human Sciences*, 12(2), 1465-1483.
- Azim, D. S. (1995). *Preservice elementary teachers' understanding of multiplication with fractions*. (Unpublished doctoral dissertation). Washington State University.
- Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 132-144.
- Bayazit, İ., Aksoy, Y., & Kırnay, M. (2011). Öğretmenlerin matematiksel modelleri anlama ve model oluşturma yeterlilikleri. *Nwsa: Education Sciences*, 6 (4), 2495-2516.

- Behr, M., Harel, G., Post, T. R., & Lesh, R. (1993). Rational Number: Towards a semantic analysis. In T. Carpenter, E. Fennema, & T. Romberg (Ed.), *Rational numbers: An integration of research* (pp. 13-47). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Bigalke, H.G., & Hasemann, K. (1978). *Zur Didaktik der Mathematik in den Klassen 5 and 6, Band 2*. Frankfurt: Diester weg.
- Birgin, O. ve Gürbüz, R. (2008). Sınıf öğretmeni adaylarının ölçme ve değerlendirme konusundaki bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Selçuk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 20, 163-179.
- Borko, H., Eisenhart, M., Brown, C. A., Underhill, R. G., Jones, D., & Agard, P. C. (1992). Learning to teach hard mathematics: do novice teachers and their instructors give up too easily? *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(3), 194-222.
- Cluff, J. J. (2005). *Fraction multiplication and division image change in pre-service elementary teachers*. (Unpublished Master of Arts Thesis). Brigham Young University, Provo.
- Cramer, K., & Henry, A. (2002). Using manipulative models to build number sense for addition of fractions. In *Making sense of fractions, ratios, and proportions* (pp. 41-48). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Crespo, S., & Nicol, C. (2006). Challenging pre-service teachers' mathematical understanding: The case of division by zero. *School Science and Mathematics*, 106(2), 84-97.
- Çelik, B., ve Çiltaş, A. (2015). Beşinci sınıf kesirler konusunun öğretim sürecinin matematiksel modeller açısından incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10 (1), 180-204.
- Çepni, S. (2012). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş*. Trabzon: Celepler.
- Çiltaş, A. ve Işık, A. (2012). Matematiksel modelleme yönteminin akademik başarıya etkisi. *Çağdaş Eğitim Dergisi Akademik*, 2, 57-67.
- Çiltaş, A. ve Yılmaz K. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının teoremlerin ifadeleri için kurmuş oldukları matematiksel modeller. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 2(2), No: 12, 107-115.
- De Castro, B. (2008). Cognitive models: the missing link to learning fraction multiplication and division. *Asia Pacific Education Review*, 9(2), 101-112.
- Durmuş, S. (2005). Rasyonel sayılarda bölme işlemini ilköğretim öğrencilerin algılayışları. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9, 97-109.

- Eisenhart, M., Borko, H., Brown, C. A., Underhill, R. G., Jones, D., & Agard, P. C. (1993). Conceptual knowledge falls through the cracks: complexities of learning to teach mathematics for understanding. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(1), 8-40.
- Eraslan, A. (2011). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri ve bunların matematik öğrenimine etkisi hakkındaki görüşleri. *İlköğretim Online*, 10(1), 364-377.
- Erdem, E., Gökkurt, B., Şahin, Ö., Başıbüyük, K., & Soylu, Y. (2015). Examining prospective elementary mathematics teachers' modeling skills of multiplication and division in fractions. *Croatian Journal of Education*, 17(1), 11-36.
- Floden, R. E. (1993). *Findings on learning to teach*. East Lansing: Michigan State University, College of Education, National Center for Research on Teacher Learning.
- Forrester, P. A., & Chinnappan, M. (2010). The predominance of procedural knowledge in fractions. In L. Sparrow, B. Kissane & C. Hurst (Eds.), *Shaping the future of mathematics education MERGA33* (pp. 185-192). Fremantle, WA: MERGA Inc.
- Gilbert, J.K., Boulter, C.J., & Elmer, R. (2000). Positioning models in science education and in design and technology education. In J.K. Gilbert & C.J. Boulter (Eds.), *Developing models in science education* (pp. 3-18). Dordrecht: Kluwer Academic.
- Gökkurt, B., Soylu, Y., & Demir, Ö. (2015). Ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerin öğretimine yönelik görüşlerinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(2), 230-251.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., & Soylu, Y. (2012). Matematik öğretmenlerinin matematiksel alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies (JASSS)*, 5(8), 997-1012.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y., & Soylu, C. (2013). Examining pre-service teachers' pedagogical content knowledge on fractions in terms of students' errors. *International Online Journal of Educational Sciences*, 5(3), 719-735.
- Gümüş, İ., Demir, Y., Koçak, E., Kaya, Y., & Kırıcı, M. (2008). Modelle öğretimin öğrenci başarısına etkisi. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(1), 65-90.
- Gürbüz, R., & Birgin, O. (2008). Farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin rasyonel sayıların farklı gösterim şekilleriyle işlem yapma becerilerinin karşılaştırılması. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(23), 85-94.

- Işık, C. (2011). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41, 231-243.
- Işık, C. ve Kar, T. (2012). 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online*, 11(4), 1021-1035.
- Işıksal, M. (2006). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye ilişkin alan ve pedagojik içerik bilgileri üzerine bir çalışma*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Kılıç, Ç. ve Özdaş, A. (2010). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapmayı gerektiren problemlerin çözümlerinde kullandıkları temsiller. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 18(2), 513-530.
- Kurt, G. ve Çakıroğlu, E. (2009). Middle grade students' performances in translating among representations of fractions: A Turkish perspective. *Learning and Individual Differences*, 19(4), 404-410.
- Lederman, N. G., Gess-Newsome, J., & Latz, M. S. (1994). The nature and development of pre-service science teachers' conceptions of subject matter and pedagogy. *Journal of Research in Science Teaching*, 31(2), 129-146.
- Lesh, R. A., & Doerr, H. M. (2003). *Beyond constructivism: models and modeling perspectives on mathematics teaching, learning, and problem solving*. Mahawah, N.J.: Lawrence Erlbaum.
- Lubinski, C. A., Fox, T., & Thomason, R. (1998). Learning to make sense of division of fractions: One K-8 pre-service teacher's perspective. *School Science and Mathematics*, 98(5), 247-253.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education* (Rev. ed.). San Francisco: Jossey-Bass.
- Miles, M. B., & Huberman A. M. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis*. (2nd Ed.). California: Sage.

- Newstead, K., & Murray, H. (1998). Young student's construction of fractions. Proceeding of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Stellenbosh, South Africa, 295-302.
- Orhun, N. (2007). Kesir işlemlerinde formal aritmetik ve görselleştirme arasındaki bilişsel boşluk. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(14), 99-111.
- Özgün, D. (2012). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde ürettiği matematik modellerinin nitel bir yaklaşımla incelenmesi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.
- Padberg, F., & Wartha, S. (1978). *Didaktik der Bruchrechnung*. Freiburg: Herder.
- Parmar, R. (2003). Understanding the concept of "division": Assessment considerations. *Exceptionality*, 11(3), 177-189.
- Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. London: Sage.
- Siebert, D., & Gaskin, N. (2006). Creating, naming, and justifying fractions. *Teaching Children Mathematics*, 12(8), 394-400.
- Şahin, Ö., Gökkurt, B., & Soylu, Y. (2013). Matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle ilgili pedagojik alan bilgilerinin öğrenci hataları bağlamında incelenmesi. *4th International Conference on New Trends in Education and Their Implications* Sempozyumunda sunulan sözlü bildiri, Antalya.
- Şiap, İ. ve Duru, A. (2004). Kesirlerde geometriksel modelleri kullanabilme becerisi. *Gazi Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, 12(1), 89-96.
- Tekin-Dede, A. ve Bukova-Güzel, E. (2013). Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin model oluşturma etkinlikleri ve matematik derslerinde kullanımlarına ilişkin görüşleri. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(1), 300-322.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teacher' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.
- Toluk, Z. (2002). İlkokul öğrencilerinin bölme işlemi ve rasyonel sayıları ilişkilendirme süreçleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 19(2), 81-101.
- Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education*, 25, 166-175.

- Toptaş, V., Han, B., & Akın, Y. (2017). Sınıf öğretmenlerinin kesirlerin farklı anlam ve modelleri konusunda görüşlerinin incelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33, 49-67.
- Tuna, A., Biber, A. Ç., & Yurt, N. (2013). Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerileri. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33(1), 129-146.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *Elementary and middle school mathematics*. Boston: Allyn and Bacon.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin.
- Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods* (3rd ed.). Thousand Oaks, California: Sage.
- Zembat, İ. Ö. (2007). Working on the same problem–concepts; with the usual subjects–prospective elementary teachers. *Elementary Education Online*, 6(2), 305-312.