

Levend Parnas  
Y. Doç. Dr.

Ömer G. Bilir  
Prof. Dr.

Makina Mühendisliği Bölümü  
Orta Doğu Teknik Üniversitesi  
06531 ANKARA

Erdinç Tezcan  
Ar. Gör.

Makina Mühendisliği Bölümü  
Gazi Üniversitesi  
06570 ANKARA

# Gerinim Geyci İle Gerilme Şiddeti Çarpanlarının Belirlenmesi

*Bu çalışmada, açılma modu (opening mode) için, gerilme şiddeti çarpanları gerinim geyç yöntemleri ile belirlenmiştir. Elde edilen deneysel sonuçlar sonlu elemanlar metodu (SEM) çözümleri ile karşılaştırılmıştır. Deneysel çalışmada, standartlara göre üretilen kompakt çekme numuneleri üzerinde Elektrik Akımı ile Boşaltma (EDM) ve Tel ile Boşaltma (WDM) teknikleri kullanılarak çatlak açılmıştır. Gerinim geyci yardımıyla çatlak ucu gerinim değerleri elde edilmiş ve deneysel gerilme şiddeti çarpanları hesaplanmıştır.*

## GİRİŞ

Mühendislik yapılarının tasarımındaki en önemli konulardan biri yapının gerilme ve dolayısıyla gerinim dağılımını veren gerilme analizidir. Diğer önemli bir konu ise, yapının değişik elemanlarında kullanılacak malzemeyi belirlemek üzere doğru başarısızlık (failure) kriterinin seçimidir. Bilindiği üzere alışılmış başarısızlık kriterleri, özellikle çatlaklara veya benzeri mekanik bozukluklara hassas olan, örneğin bazı yüksek mukavemet çeliklerindeki başarısızlıkları açıklamaya yetmemektedir. Birçok mühendislik malzemesinin yapısında bulunan malzeme bozuklukları, başarısızlık yüklerinin belirlenmesinde kullanılan gerilme dağılımının değişmesine neden olmaktadır.

Kırılma mekaniğinin uygulamalı bir bilim olarak ortaya çıkması ile birlikte, çeşitli yapıların olası gevrek kırılma davranışlarını tahmin etmek üzere malzeme tokluğu, çatlak boyu ve gerilme dağılımı arasında bir ilişki kurmak mümkün olabilmektedir. Benzer olarak, lineer elastik kırılma mekaniği yaklaşımı, çatlak ucu çevresindeki gerilmelerin büyüklüğü ve dağılımını yapıya uygulanan nominal gerilmenin değerine, çatlak boyu, şekli ve yönüne bağlayan analitik bir temel üzerine kurulmuştur. Buna göre, çatlak düzlemine dik yönde uygulanan nominal çekme gerilmesi etkisi altındaki bir elastik yapı içerisindeki çatlak ucunun çevresindeki gerilme dağılımını veren gerilme denklemleri (stress field equations), çatlak ucu çevresi gerilme dağılımının Açılma Modu etkisi altındaki bütün yapı parçalarında değişmez olduğunu göstermektedir. Bu gerilme dağılımı büyüklüğünün, gerilme şiddeti çarpanı dediğimiz ve  $K_I$  ile gösterilen tek bir parametre ile ifade edilmesi mümkündür. Bu parametreyi lineer elastik kırılma mekaniği yöntemleri kullanarak yani analitik olarak

belirlemek mümkün olduğu gibi, bu amaçla deneysel bir takım yöntemler kullanmak da mümkündür.

Komplayns ölçümleri ve fotoelastisite tekniklerini temel alan bazı deneysel yöntemler çeşitli kırılma mekaniği parametrelerini belirlemede veya teorik hesaplamalarda elde edilen sonuçları sağlamada kullanılmaktadır. İlk defa Irwin [1] çatlak ucu gerilme şiddet çarpanlarının belirlenmesi için gerinim geyç tekniklerinin kullanılmasını önerdi. Fakat bu önerinin uygulamaya geçirilmesinde fazla mesafe katedilemedi. Bunun başlıca nedeni, gerinim geyci büyüklüğünün yarattığı problemin aşılması için gerekli tekniklerin uzunca bir süre geliştirilememiş olmasıdır. Diğer bir önemli neden ise, komplayns ölçümleri ve fotoelastisite gibi gerilme şiddet çarpanının belirlenmesinde kullanılan diğer deneysel yöntemlerin varlığıdır [2-6]. Fakat bu yöntemlerin kullanımında belirli sınırlamalar vardır. Gerilme şiddeti çarpanının belirlenmesi, örneğin ışığı az geçiren veya hiç geçirmeyen malzemelerde bazen çok güç ve dinamik uygulamalarda ise bazen imkansız olabilmektedir.

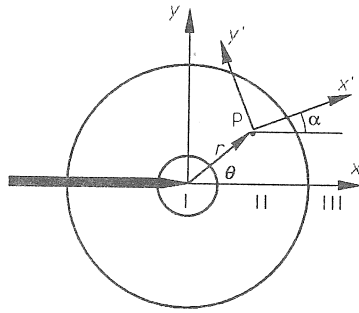
Bir çatlak ucu çevresinde gerinim geyçleri ile ölçülen gerinim ifadeleri Dally ve Sanford tarafından geliştirildi [7]. Aynı yayında, bir veya daha fazla gerinim geycinden alınan ölçümler yardımı ile  $K_I$ 'in doğru olarak hesaplanabilmesi amacıyla geyçlerin yerleri ve dağılımının belirlenmesinin yöntemleri de verilmiş ve gerinim geyçlerinin gerilme şiddeti çarpanının belirlenmesinde kullanılabileceği gösterilmiştir.

Bu çalışmanın deneysel kısmında Dally ve Sanford tarafından geliştirilen gerinim geyç tekniği [7] kullanılarak, tek bir gerinim geyci ve bazı kısıtlamalarla gerilme şiddeti çarpanlarının başarı ile belirlenebileceği gösterilmiştir. Geliştirilen yöntem, kenar çatlağı içeren

düzlemsel bir plaka için açılma modu gerilme şiddet çarpanının belirlenmesi problemine uygulanmıştır. Gerinim ve gerilme şiddeti çarpanı değerleri, kompakt çekme numunesi için lineer elastik kırılma mekaniği ve bu çalışmada gerçekleştirilen sonlu elemanlar metodu (SEM) çözümleri ile karşılaştırılmıştır.

### PROBLEMİN FORMÜLASYONU

Çatlak ucu çevresi Şekil 1'de görüldüğü gibi 3 bölgeye ayrılarak incelenebilir [7]. Çatlak ucunu çevreleyen ilk bölge, lokal yüksek gerilme değerleri yüzünden oluşan akma nedeniyle kullanılabilir bir bölge değildir. En dışta yer alan III. bölge de çalışmada kullanılan gerinim ifadelerindeki sınırlı sayıdaki sonlu seri açılımlarındaki düşük hassasiyet nedeniyle kullanılamamaktadır. Bu yüzden II. bölge hem analitik çözüm açısından hem de gerinim geyçlerinin bağlanabileceği bir büyüklüğe sahip olmasından dolayı tercih edilmektedir.



Şekil 1. Çatlak Ucu Yakın Çevresi ve Problemin Geometrik Tanımı.

Sanford bir çalışmasında [8] çatlak ucundaki gerilme dağılımının serbest yüzeylerin yakınlığı ve kuvvetin uygulanma noktası gibi parametrelerden etkilenen kırılma mekaniği problemlerinin çözümünde kullanılan Westergaard denklemlerini [9], düzlem elastisite problemleri için genelleştirmiştir. Buna göre genelleştirilmiş biçimde aşağıda verilen gerilme değerleri

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \text{Re } Z - y \text{Im } Z' - y \text{Im } Y' + 2 \text{Re } Y \\ \sigma_{yy} &= \text{Re } Z - y \text{Im } Z' + y \text{Im } Y' \\ \tau_{xy} &= -y \text{Re } Z' - y \text{Re } Y' - \text{Im } Y\end{aligned}\quad (1)$$

tek uçlu bir çatlak için aşağıda verilen gerilme fonksiyonları yardımıyla çözümler:

$$\begin{aligned}Z(z) &= \sum_{n=0}^N A_n z^{n-1/2} \\ Y(z) &= \sum_{m=0}^M B_m z^m\end{aligned}\quad (2)$$

Eğer  $m = 0, 1$  ve  $n = 0, 1$  alınacak olursa bir düzlem elastisite problemi için gerinim değerleri aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\begin{aligned}E \varepsilon_{xx} &= A_0 r^{-1/2} \cos(\theta/2) [(1-\nu) \\ &\quad - (1+\nu) \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2)] + 2B_0 \\ &\quad + A_1 r^{-1/2} \cos(\theta/2) [(1-\nu) \\ &\quad + (1+\nu) \sin^2(\theta/2)] + 2B_1 r \cos \theta \\ E \varepsilon_{yy} &= A_0 r^{-1/2} \cos(\theta/2) [(1-\nu) \\ &\quad - (1+\nu) \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2)] + 2\nu B_0 \\ &\quad + A_1 r^{-1/2} \cos(\theta/2) [(1-\nu) \\ &\quad - (1+\nu) \sin^2(\theta/2)] + 2\nu B_1 r \cos \theta \\ G \gamma_{xy} &= (A_0/2) r^{-1/2} \sin \theta \cos(3\theta/2) \\ &\quad - (A_1/2) r^{-1/2} \sin \theta \cos(\theta/2) + 2B_1 r \sin \theta\end{aligned}\quad (3)$$

Bu denklem takımı gerinimler için dört parametrelili bir çözümü ifade eder. Eğer II. bölgedeki gelişigüzel dört noktaya yerleştirilmiş  $[P(r_1, \theta_1), P(r_2, \theta_2), P(r_3, \theta_3), P(r_4, \theta_4)]$  farklı dört gerinim geyç değeri okunabilirse bu parametreler denklem (3) yardımı ile belirlenebilir. Açılma modundaki gerilme şiddet çarpanı  $K_I$  ise aşağıdaki ifade ile bulunabilir.

$$K_I = \sqrt{2\pi A_0}\quad (4)$$

Gerinim geyçlerini herhangi dört yönde bağlamak yerine, denklem (3)'deki bazı terimleri götüreceği biçimde Şekil 1'de gösterildiği gibi belirli  $\alpha$  açılarında yerleştirmek ve kullanılacak gerinim geyci sayısını azaltmak mümkündür [7]. Herhangibir  $\alpha$  açısı için sanal düzlemde transform edilmiş gerinim denklemleri normal gerinimler cinsinden şöyle yazılabilir:

$$2G \varepsilon_{xx} = A_0 r^{-1/2} [ k \cos(\theta/2) - (1/2) \sin \theta \sin(3\theta/2) \cos 2\alpha + (1/2) \sin \theta \cos(3\theta/2) \sin 2\alpha ] + B_0 (k + \cos 2\alpha) + A_1 r^{1/2} [ k + \sin^2(\theta/2) \cos 2\alpha - (1/2) \sin \theta \sin 2\alpha ] + B_1 r [ (k + \cos 2\alpha) \cos \theta - 2 \sin \theta \sin 2\alpha ] \quad (5)$$

$$G (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx}) = (A_0/2) r^{-1/2} \sin \theta \cdot [ \sin(3\theta/2) \cos 2\alpha - \cos(3\theta/2) \sin 2\alpha ] + B_0 \cos 2\alpha + (A_1/2) r^{1/2} \sin \theta \cdot [ \cos(\theta/2) \sin 2\alpha - \sin(\theta/2) \cos 2\alpha ] + B_1 r [ 2 \sin \theta \sin 2\alpha - \cos \theta \cos 2\alpha ] \quad (6)$$

Burada  $k = (1 - \nu) / (1 + \nu)$  ifadesi ile verilen  $k$  kısaltılmış bir malzeme parametresini ifade eder.

Denklem (5) x'y' koordinat sistemine göre  $\alpha$  açısıyla yerleştirilmiş bir gerinim geycinden gelen gerinim değerine karşılık gelmektedir. Denklem (6) ise daha ziyade bir rozet geyç ölçümü için kullanılabilir. Daha önce belirtildiği gibi denklem (5)'deki bazı terimleri geycin yönüyle oynayarak elemek mümkündür. Bu çalışmada en basit durum olan tek bir gerinim geyç kullanımı gözönüne alınmış ve bu durumun uygulanabilirliği araştırılmıştır. Tek bir geyç verisi için üç parametrelili bir çözüm mümkün olmaktadır. Bir gerinim geyçli ve üç parametrelili bu yöntemle göre başlangıçtaki 4 parametreden  $B_1$

ihmal edilerek,  $A_0$ ,  $A_1$  ve  $B_0$  için çözüm aranmaktadır. Gerinim geycinin yerleştirildiği ve genişliği Rosakis ve Ravi Chandra [10] tarafından  $r > h/2$  olarak belirlenen II. bölge için yapılan böyle bir varsayım sonucu fazla etkilememektedir.

### Gerinim Geycinin Yerleştirilmesi

Gerinim geyci, düzlem elastisite gerilme çözümünün kullanılacağı ve büyüklüğü bir önceki bölümde verilen II. bölgeye yerleştirilmektedir. Yönü ise denklem (5)'in sadeleştirilmesi ile elde edilmektedir. Bu denklem incelendiğinde,  $B_0$  ve  $A_1$  içeren terimlerin, bu parametrelerin katsayılarının sıfırlanmasıyla elenebileceği görülür. Buna göre

$$k = -\cos 2\alpha = (1 - \nu) / (1 + \nu) \quad (7)$$

ve

$$k + \sin^2(\theta/2) \cos 2\alpha - (1/2) \sin \theta \sin 2\alpha = 0 \quad (8)$$

veya denklem (8)'den

$$\tan(\theta/2) = -\cot 2\alpha \quad (9)$$

eşitlikleri elde edilir. Denklem (7) ve (9) bir malzeme özelliği olan Poisson oranı ile gerinim geycinin yönünü belirleyen  $\theta$  ve  $\alpha$  arasındaki bir ilişkiyi ifade eder. Değişik malzemeler için değişik açılarda yerleştirilen bir gerinim geyci bu yöntemin önemli bir özelliğidir. Parametreler  $B_0$  ve  $A_1$  içeren terimlerin elenmesi için değişik malzemelerde kullanılması gereken açılar Tablo 1'de sunulmuştur. Bu yöntemle göre, test edilecek malzeme için açılar bu tablodan alınmakta ve geyç bu açılarla belirlenen yönde yapıştırılmakta ve okunan gerinim değeri ve denklem (4) kullanılarak gerilme şiddeti çarpanı  $K_I$  belirlenmektedir. Örneğin, bir alüminyum numune için  $\alpha = \theta = 60^\circ$  olmaktadır. Buna göre denklem (5)

$$2G \varepsilon_{xx} = A_0 r^{-1/2} 3\sqrt{3}/8 \quad (10)$$

şekline indirgenmektedir. Gerinim geyci, çatlak düzlemi ile  $60^\circ$  açı yapacak şekilde numune kalınlığına ( $h$ ) göre alt sınırı belirlenecek olan II. bölge içine yerleştirilmekte ve okunan gerinim değerinden denklem (4) yardımı ile gerilme şiddet çarpanı aşağıdaki gibi belirlenmektedir:

$$K_I = E \sqrt{(8/3) \pi r \epsilon_{x'x'}} \quad (11)$$

Tablo 1. Değişik Poisson Oranları İçin Gerinim Geyici Açılıları.

v	$\theta$ [°]	$\alpha$ [°]
0.25	73.74	63.43
0.30	65.16	61.29
1/3	60.00	60.00
0.40	50.76	57.69
0.50	38.97	54.74

## ANALİTİK ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

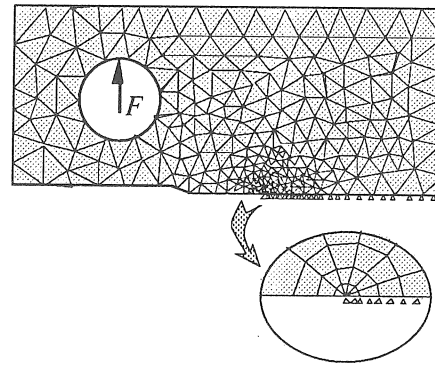
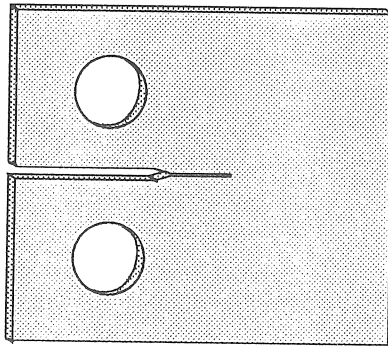
### Teorik Gerilme Şiddeti Çarpanı

Bu çalışmada kullanılan teorik  $K_I$  değerleri ASTM formulünden [11] hesaplanmıştır. Buna göre, kompakt çekme numunesi için teorik  $K_I$  değeri aşağıda verilen ifadeden bulunabilir:

$$K_I = (P/hW^{1/2}) f(a/W) \quad (12)$$

ve

$$f(a/W) = \frac{(2 + a/W)}{(1 - a/W)^{3/2}} (0.866 + 4.64 a/W - 13.32 a^2/W^2 + 14.72 a^3) \quad (13)$$



Şekil 2. Kompakt Çekme Numunesi ve Sonlu Elemanlar Modeli.

burada

- P = uygulanan yükü
- h = numune kalınlığını
- W = numune genişliğini ve
- a = çatlak uzunluğunu ifade eder.

### Sonlu Elemanlar Metodu (SEM)

Deneysel çalışmaya ek olarak sonlu elemanlar analiz tekniği kullanılarak değişik sınır şartlarındaki plakalar için bir çalışma yürütülmüştür. Bu amaçla her türlü geometrik modelleme, yükleme ve sınır koşullarını tanımlayabilme ve lineer olmayan elasto-statik analiz yapma olanağını veren sonlu elemanlar analiz paketi ANSYS kullanılmıştır. Şekil 2'de görülen kompakt çekme numunesi yükleme koşulları ve geometrisi simetrik olduğu için sadece bir yarısı düşünülerek modellenmiştir.

Geometrinin matematiksel modellenmesinde 732 tane quadratik, dörtgen ve sekiz düğümlü düzlem gerilme elemanı kullanılmıştır [12]. Çatlak ucu ise r sıfıra giderken sonsuz normal gerilme değerleri veren tekil elemanlar (quarter point singular elements) yardımı ile modellenmiştir. Analizdeki aktif serbestlik derecesi 3041 dir. Elasto-statik analizden sonra, açılma modundaki gerilme şiddeti çarpanı değerleri ile gerinim geycinin yerleştirildiği noktadaki transform edilmiş gerinim değerleri hesaplanmıştır.

### SONUÇ VE TARTIŞMA

Bölüm 2'de özetlenen teorik model, geometrisi Şekil 3'de görülen kompakt çekme numunesi üzerinde denendi. Bu çalışmada elastisite modülüsleri sırasıyla 210 GPa ve 70 GPa ve Poisson oranları 0.3 ve 1/3 olan çelik ve

alüminyum plakalar kullanıldı. Çelik için  $h = 5.0, 5.4, 7.0, 8.3, 8.5, 10.0, 12.2, 13.6, 16.4, 18.5, 20.8$  mm ve alüminyum için ise sadece 5 mm kalınlıktaki numuneler test edildi. Şekil 3'de görülen 4.7 mm uzunluğundaki çatlak uçları Elektrik Akımı ile Boşaltma (Electrical Discharge Machining) ve Tel ile Boşaltma (Wiring Discharge Machining) teknikleri kullanılarak çatlak açıldı. 40 ton kapasiteli Mohr & Federhaff üniversal tezgahında çekmeye tabii tutulan kompakt çekme numunesindeki çatlak etrafındaki uygun bölgeye yapıştırılan gerinim geyci yardımıyla çatlak ucu gerinim değerleri elde edildi ve bu değerler kullanılarak Tablo 2'de  $K_{exp}$  ile gösterilen deneysel gerilme şiddeti çarpanları hesaplandı.

Tablo 2'de deney sonuçlarının tipik bir dökümü kalınlığı 8.3 mm olan numune için verilmiştir. Numuneleri ince, orta kalın ve kalın olmak üzere üç kategoriye ayırmak mümkündür. Deneysel gerinim değerlerinin, bu kalınlıkta bir numune için SEM çözümüne yakın bir değerde belirlendiği anlaşılmaktadır. Benzeri bir durum, özellikle niteliksel olarak, gerilme şiddeti çarpanları için de geçerlidir. Tablo 2'de verilen gerilme şiddeti çarpanı değerleri  $h = 8.3$  mm için Şekil 4'de grafik halinde sunulmuştur. Buradan da görüleceği gibi teorik ( $K_{th}$ ) ve SEM ( $K_{SEM}$ ) çözümleri neredeyse aynı değerleri vermektedir.

Özellikle çelik numunelerin sonuçları incelendiğinde, üç farklı kalınlığın etkisi

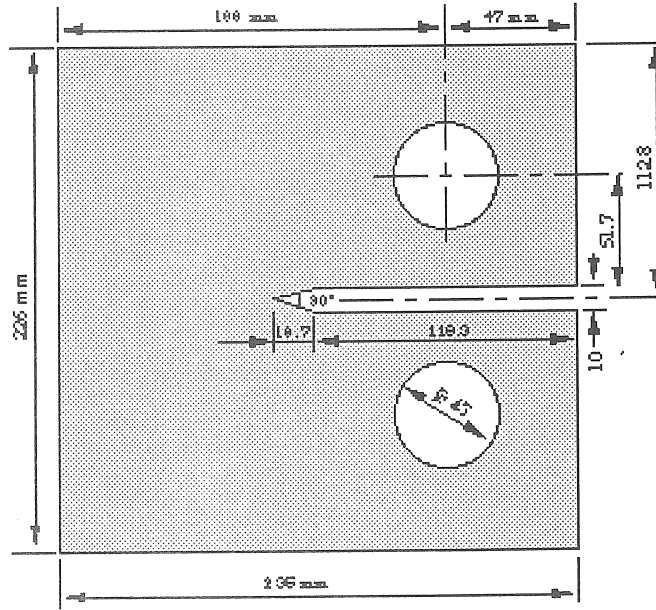
görülmektedir. Şekil 5 ve 6'da  $h = 6$  mm için  $K_I$  ve gerinim değerleri çeşitli yükler için verilmektedir. Şekil 6'daki gerinim değerleri yaklaşık 7 kN a kadar doğrusal olarak gitmekte ve bu yük değerinden sonra doğrusal olmayan bir davranış göstermektedir. Çatlak ucuna yakın yerleştirilen gerinim geyci bölgesindeki plastik deformasyonun ince numuneler için bu davranışa yol açtığı düşünülmektedir.

Aynı durum 5 mm kalınlığındaki alüminyum numune için de geçerlidir. Bu numune de Şekil 7'de görüldüğü gibi yaklaşık 3 kN dan sonra doğrusal olmayan bir davranış göstermektedir.

Plastik bölgenin genişliğini plastik bir malzeme modeli kullanarak SEM yardımı ile de belirlemek mümkündür. Böylece ince numunelerde, gerinim geycin konulması gereken yer hakkında sağlıklı bir sonuca varmak mümkün olabilir.

Numune kalınlığı arttıkça, bu doğrusal olmayan davranış ortadan kalkmakta ve Şekil 8'de de görüldüğü gibi deneysel ve teorik sonuçlar aynı eğilimi göstermektedir.

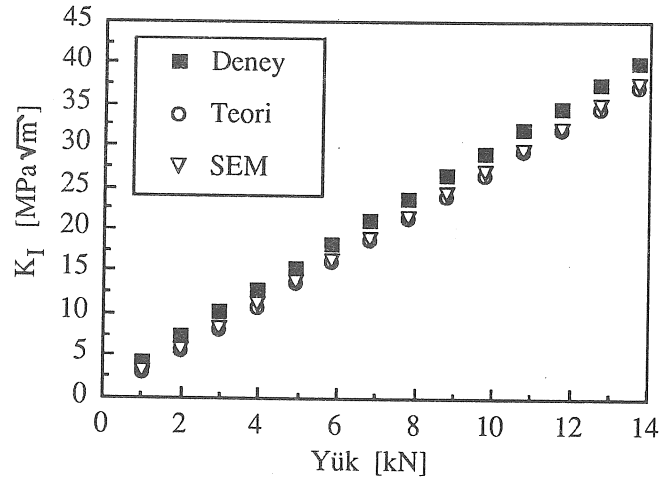
Sonuçlardan da anlaşılacağı üzere tek gerinim geyç ve üç parametrelili bu deneysel metodun kullanılması sırasında numune kalınlığının ve dolayısıyla gerinim geycinin yerleştirildiği bölgenin yarattığı problemler gözönüne alınmalıdır. Gerinim geyç verileri, doğrusal olmayan davranış gösterdiği noktadan itibaren gözardı edilmelidir.



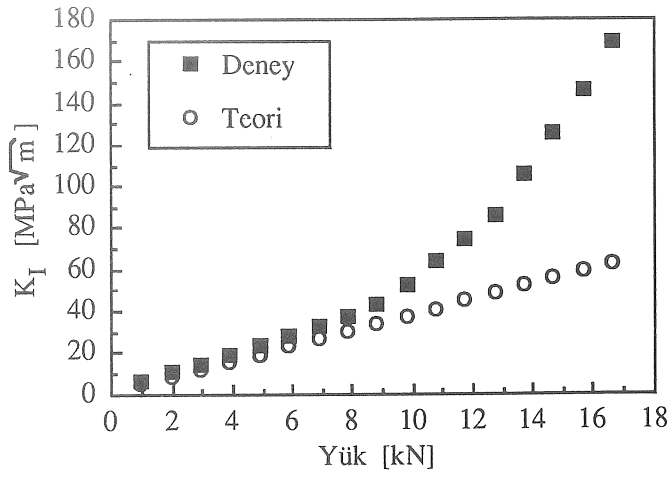
Şekil 3. Kompakt Çekme Numunesi.

Tablo 2. Çatlak Ucu Gerinim ve  $K_I$  Değerlerinin Karşılaştırılması  $h = 8.3$  mm.

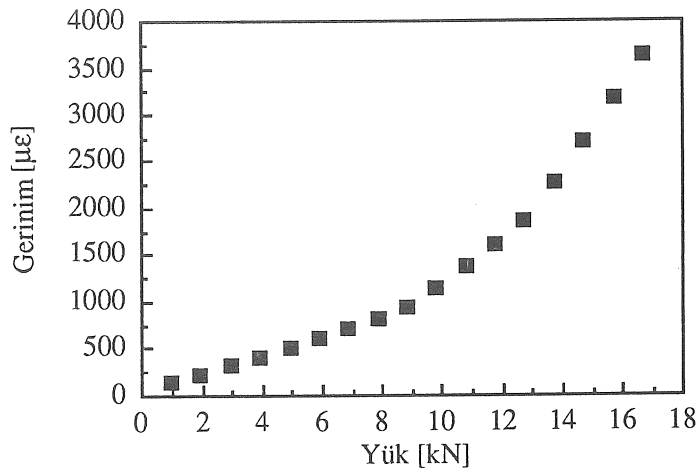
Yük [kN]	Gerinim (Deney)[ $\mu\epsilon$ ]	Gerinim (SEM)[ $\mu\epsilon$ ]	$K_{deney}$ [MPa $\sqrt{m}$ ]	$K_{th}$ [MPa $\sqrt{m}$ ]	$K_{SEM}$ [MPa $\sqrt{m}$ ]
0.98	72	46	3.92	2.63	2.64
1.96	130	92	7.09	5.26	5.29
2.94	180	138	9.82	7.89	7.93
3.92	228	185	12.44	10.52	10.57
4.90	276	231	15.05	13.15	13.22
5.88	328	277	17.89	15.78	15.86
6.86	378	323	20.62	18.41	18.50
7.84	428	369	23.35	21.04	21.15
8.82	478	415	26.07	23.67	23.79
9.80	528	461	28.80	26.30	26.43
10.78	578	508	31.53	28.93	29.08
11.76	628	554	34.26	31.56	31.72
12.74	678	600	37.00	34.19	34.36
13.72	726	646	39.60	36.82	37.01



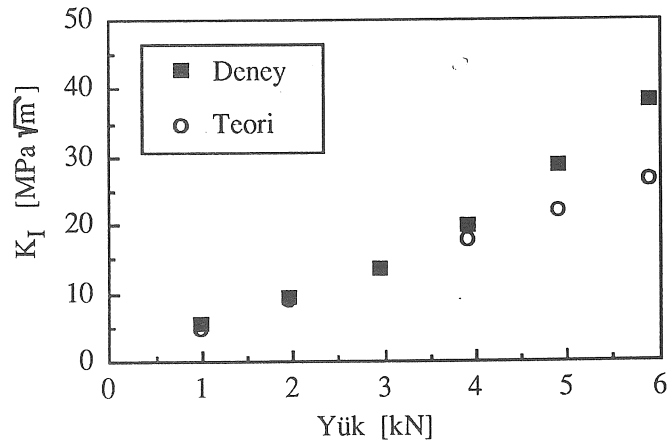
Şekil 4. Çelik Numune İçin Gerilme Şiddeti Çarpanları,  $h = 8.3$  mm.



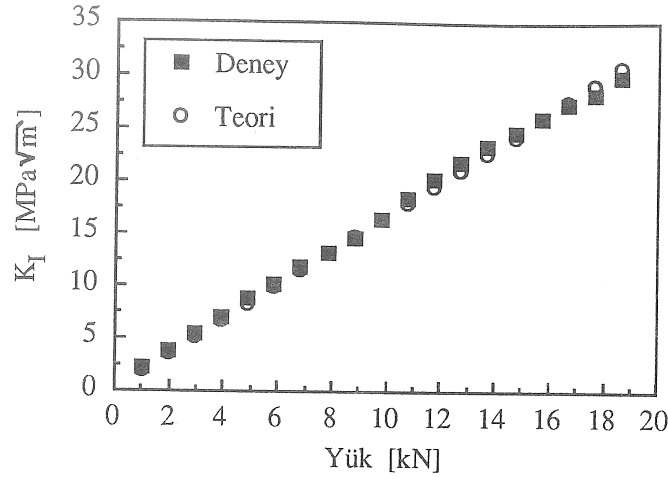
Şekil 5. Çelik Numune İçin Gerilme Şiddeti Çarpanları, h = 6 mm.



Şekil 6. Çelik Numune İçin Gerinim Geyç Değerleri, h = 6 mm.



Şekil 7. Aluminyum Numune İçin Gerilme Şiddeti Çarpanları, h = 5 mm.



Şekil 8. Kalın Çelik Numune İçin Gerilme Şiddeti Çarpanları,  $h = 13.6$  mm.

### TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın yazarları, Orta Doğu Teknik Üniversitesi BİLTİR (Bilgisayarla Tasarım, İmalat ve Robotik) Merkezine, sağladıkları her türlü destek için teşekkür ederler.

### ABSTRACT

In this study, the determination of the opening mode stress intensity factor by using strain gage methods is investigated experimentally and analytically. The results are compared with the finite element solution. In the experimental program, cracks are opened at the tip of crack starter slot on the standard compact tension test specimens by using Electrical Discharge Machining (EDM) and Wiring Discharge Machining (WDM). Strain gage data from the crack tip region is used to calculate stress intensity factors.

### KAYNAKÇA

1. Irwin, G.R., Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate, *Journal of Applied Mechanics*, 24 (1957) 3.
2. Kobayashi, A.S., *Experimental Techniques in Fracture Mechanics*, SEM Monograph, Iowa State University Press, 1973.
3. Barker, D.B., Sanford, R.J. and Chona, R., Determining K and Related Stress-Field Parameters from Displacement Fields, *Experimental Mechanics*, 37 (1970), 409-415.
4. Theocaris, P.S., Local Yielding around a Crack Tip in Plexiglas, *Journal of Applied Mechanics*, 37 (1970), 409-415.
5. Gross, B., Strawley, J.E., and Brown, W.F., *NASA TND-2395*, NASA Lewis Research Center, 1964.
6. Kobayashi, A.S., *Boeing Company*, Document No. D2-23552, 1962.
7. Dally, J.W., Sanford, R.J., Strain Gage Methods for Measuring the Opening-Mode Stress Intensity factor, *Experimental Mechanics*, 27 (1987), 381-388.
8. Sanford, R.J., A Critical Re-examination of the Westergaard Method for Solving Opening-Mode Crack Problems, *Mechanics Research Communications*, 6 (1979) 5.
9. Westergaard, H.M., Bearing Pressure and Cracks, *Journal of Applied Mechanics*, 6 (1939).
10. Rosakis, A.J., Ravi-Chandra, K., *On Crack Tip Stress States and Experimental Evaluation of Three-Dimensional Effects*, California Institute of Technology Report, FM-84-2, March 1984.
11. ASTM Standard E 399-83, *Standard Test Methods for Plane Strain Fracture Toughness of Metallic Materials*, 1983 Annual Book of ASTM Standards, 03.01, ASTM, 1983.
12. ANSYS Users' Manual, *Procedures, Revision 5.0*, Swanson Analysis Systems, Inc., 1992.