Ç.Ü. SOSYAL BİLİMLER DERGİSİ 1 (1) 1987, 35-41

ESNEK FONKSİYONLARI TAHMİN EDEBİLME GÜCÜ

Altan ÇABUK *

ÖZET

Bu makalede son zamanlarda üretim ve maliyet teorileri üzerinde çalışmalarda kullanılan çeşitli fonksiyon tiplerinin Box-Cox dönüşüm fonksiyonu ile elde edilmesi ve bunların içerisinden en uygun olanının ekonometrik olarak belirlenmesi hedef alınmıştır. Esnek fonksiyonlar olarak bilinen bu fonksiyonların ekonometrik tahminlerinde Shephard'ın ikilik teoreminden faydalanılmıştır.

Çukurova Bölgesinde bulunan bir tekstil firmasının verilerinin kullanımı ile belirlenen fonksiyonlar içerisinde Translogaritmik tipin en uygun fonksiyon olduğuna karar verilmiştir.

1.GİRİŞ

Üretim teorisi ile ilgili deneysel çalışmalarda kullanılmak üzere son zamanlarda ekonometrik alanda birçok yeni fonksiyon tipleri ortaya atılmıştır. Bu fonksiyonların çoğu esnek fonksiyonlar olarak isimlendirilip, çeşitli ikame esneklikleri ile ilgili öncelikli bir kısıtlayıcıya gereksinim duyulmayan fonksiyonlardır. Benzer tahmin tekniklerinin kullanılmasıyla parametreleri tahmin edilebilen bu fonksiyonların tamamı, iki kez türevlenebilen üretim ve maliyet fonksiyonlarının ikinci dereceden taylor açılımıyla elde edilirler. Teorik ve hatta ekonometrik zeminde ayrılma imkansızlığı içerisinde olan esnek fonksiyonların en uygun olanının seçiminde karar kılmak bu çalışmanın özünü teşkil edecektir.

Berndt, Darrough ve Diewert (1976), Translogaritmik, Genelleştirilmiş Leontief ve Genelleştirilmiş Cobb-Douglas fonksiyonları üzerinde ayrı temele dayalı yapmış oldukları çalışmalarında Translogaritmik fonksiyonların en iyi seçim olduğunu belirlemişlerdir. Buna benzer bir çalışmada, Appelbeum (1979) Tranlog, Genelleştirilmiş Leontief ve Kuadratik fonksiyonlar üzerinde 1929-1971 yılları arasında Amerika imalat sanayi verilerinden yararlanarak yapmış olduğu çalışmada Kuadratik fonksiyonun en iyi seçim olduğunu belirlemiştir.

Bu sunulan çalışmada Box-Cox Dönüşüm Fonksiyonunun kullanılmasıyla elde edilen Translog, Genelleştirilmiş Leontief ve Kuadratik Fonksiyon çeşitleri üzerinde en iyi seçimin hangi fonksiyon tipini belirleyeceği üzerinde olacaktır.

---

* Çukurova Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonomi Bölümü.

II.FONKSİYON TİPLERİNİN BELİRLENMESİ

$$X_i(Mi) = (X_i^{Mi} - 1)/Mi$$
$$Y(N) = (Y^{2N} - 1)/2N \quad \dots\dots\dots\dots (1)$$

(1) nolu denklem sisteminde X_i (Mi) ve Y(N) Box-Cox dönüşüm fonksiyonları olmak üzere, teknolojinin tanımlandığı üretim fonksiyonu

$$Y(N) = \sum_{i'} a_i X_i(Mi) + \frac{1}{2} \sum_i \sum_i b_{ij} X_i(Mi)\, X_j(Mi) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ile tanımlansın. X_i (Mi) ve Y(N) fonksiyonları Mi ve N değerlerine bağlı olarak farklı değerler alırlar. Mesela;

$$X_i(Mi) = \begin{cases} M \longrightarrow 0 & \text{ise} \quad \mathrm{Log}\, X_i \\ M = 1 & \text{ise} \quad (X_i - 1) \quad \dots\dots\dots (3) \\ M = 1/2 & \text{ise} \quad 2(X_i^{1/2} - 1) \end{cases}$$

Ekonometrik çalışmalarda kullanılan bu tip fonksiyonlarda Mi'nin tek değeri farklı esnek tipleri yansıttığından (2) nolu üretim fonksiyonunda Mi=M alınmak suretiyle Y üretim fonksiyonunu

$$Y(N) = \sum_i a_i X_i(M) + \frac{1}{2} \sum_i \sum_i b_{ij} X_i(M)\, X_j(N) \quad \dots\dots\dots (4)$$

şeklinde ifade edebiliriz. Parametrelerine ilişkin kısıtlayıcı şartların da eklenmesiyle istenilen derecede homojenliğin elde edilmesini mümkün kılan (4) nolu fonksiyon, homotetik olmayan üretim fonksiyonunu tanımlamaktadır.

(4) nolu üretim fonksiyonunda M ve N değerlerini belirleyerek aşağıda üç durumda sunulan esnek fonksiyonları elde etmek mümkündür:

1.Durum: M=N=0 alındığında, translogaritmik üretim fonksiyonu elde edilir. Yani,

$$\mathrm{Ln}Y = \sum_i a_i \mathrm{Ln}X_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_i b_{ij} \mathrm{Ln}X_i\, \mathrm{Ln}X_j \quad \dots\dots\dots (5)$$

Buna ek olarak $\sum_i a_i = 1$ ve $\sum_i b_{ij} = 0$ kısıtlayıcıları dikkate alındığında fonksiyon birinci dereceden homojen bir fonksiyon olur.

2.Durum: M=N=1 alındığında aşağıda ifade edilen homotetik olmayan kuadratik fonksiyon elde edilir.

$$Y=\left[\left(\sum_i\sum_j b_{ij}X_iX_j\right)+2\sum_i\left(a_i-\sum_j b_{ij}\right)X_i+\left(2\sum_i\left(\sum_j\frac{b_{ij}}{2}-a_i\right)+1\right]^{1/2}\ldots(6)$$

Benzer şekilde $\sum_i a_i=1$ ve her i için $a_i=\sum_j b_{ij}$ alındığında birinci dereceden homojen fonksiyon elde edilir.

3.Durum: M=N=1/2 alındığında ise, homotetik olmayan genelleştirilmiş leontief üretim fonksiyonu

$$Y=2\sum_i\sum_i b_{ij}X_{ii}^{1/2}X_i^{1/2}=2\sum_i(a_i-2\sum_j b_{ij})X_i^{1/2}+2\sum_i(\sum_j B_{ij}-a_i)+1\ldots(7)$$

belirlenir. E $a_i=1$ ve her i için $a_i=2E_j\, b_{ij}$ kısıtlayıcıları ile birlikte yukarıdaki durumlara benzer olarak birinci dereceden homojen fonksiyon olur.

(2) nolu denklemden elde edilen her üç duruma ilişkin girdi pay denklemleri ise,

$$S_i=\frac{a_i X_i^M+\sum_j b_{ij}X_i^M(X_j^M-1)/M}{\sum a_i X_i^M+\sum_i\sum_i b_{jj}X_i^M(X_j-1)/M}\quad i=1,2,\ldots,n\quad\ldots\ldots\ldots\ldots(8)$$

denklemi ile belirlenir. M=O, M=1 ve M=1/2 alındığın translog, kuadratik ve genelleştirilmiş Leontief fonksiyonlarına ilişkin pay denklemleri elde edilir.

Bu esnek fonksiyonlar arasından üretim fonksiyonunu en iyi temsil eden fonksiyonun seçilebilmesi için her durumdaki parametrik kısıtlayıcılara ilişkin testin yapılması gereklidir. Ekonometrik tahmini kolaylaştırmada, teknoloji parametrelerinde doğrusallığı yansıtan talep denklemleri sisteminin elde edilmesi için Shephard'ın ikilik teoreminden faydalanılır. Bu teoreme göre üretim veya maliyet fonksiyonu ile temsil edilen teknoloji aynı kavramlardır. (1) Fonksiyonlar içerisinde bulunan girdilerin payları toplamı bire eşit olacağından tüm sistemi tahmin ederken n-1 denklem modelde içerilir. (2)

III. UYGULAMA VE SEÇİM

Bu bölümde amaç, bir önceki bölümde bahsedilen fonksiyonlardan transandel logaritmik ve genelleştirilmiş leontief fonksiyonlarının homojenlik göstergeleri temel alınarak belirlenmeleri ve seçimi üzerinde olacaktır. Kullanılan verilen Çukurova Bölgesinde bulunan bir testil firmasının 33 dönemlik verilerini kapsamaktadır. Çalışmanın diğer önemli bir yanı ise verilerin doğrudan firmadan sağlanmış olmasıdır.

---

(1) R.Shephard, Cost and Production Functions, London: Oxford University Press, s.9

(2) R.R.Braetigam, A.F.Daughety, M.A. Turnquist, "The Estimation of a Hybrid Cost Function For a Railroad Firm", Review of Economics and Statistics, Vol.64, 1982, s.96.

Biçimsel olarak araştırmayı amaçladığımız translogaritmik maliyet fonksiyonun genel temsili aşağıdaki şekilde yazılabilir.
p_1, p_2, p_3 karşılıklı olarak hammadde, enerji ve işgücü fiyatını, C ve y ise maliyet ve üretimi göstermektedir. Tahmin yönteminin etkinliğini artırmak için (9) nolu denkleme Shephard'ın Lemmasının uygulanması ile elde edilen faktör pay denklemlerini de modele ekleyeceğiz. (1) Böylece S faktör paylarını göstermek üzere

$$S_i = a_{io} + \sum_{j=1}^{3} a_{ij}\, p_j + d_{i1} y \quad i=1,2 \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

tanımlanır. Ayrıca iktisat teorisine göre, maliyet fonksiyonları faktör fiyatlarına göre birinci dereceden homojen olabileceklerinden (9) ve (10) nolu denklem sistemi tahmin edilirken aşağıdaki kısıtlayıcı şartlar da beraberinde dikkate alındı.

$$\text{i.} \quad \sum_{i=1}^{3} a_{io} = 1$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

$$\text{ii.} \quad \sum_{i=1}^{3} a_{ij} = 0 \qquad j=1,2,3$$

Benzer şekilde araştırmayı amaçladığımız genelleştirilmiş leontief maliyet fonksiyonu ise,

$$C(y;p_i) = y \sum_{i=1}^{3} a_{ii}\, p_i + \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} b_{ij}\, p_i^{1/2}\, p_j^{1/2} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

$$C = a_o + \sum_{i=1}^{3} a_{io}\, p_i + b_{10}\, y + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{3} a_{ii} p_i^2 + \sum_{i=1}^{3} \sum_{j \neq i}^{3} a_{ij} p_i p_j$$

$$+ \sum_{i=1}^{3} d_{i1} p_i\, y \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

şeklindedir. (2) Shephard'ın Lemmasının uygulanması ile girdilere ilişkin faktör talep denklemleri elde edilir. Modelimizde ele aldığımız translogaritmik maliyet fonksiyonu ile genelleştiriimiş leontief maliyet fonksiyonlarının parametreleri ilişkisiz denklemler tahmin yönteminin kullanılmasıyla belirlenirler. Bu yöntem Zellner tarafından geliştirilen ve Zellner tahmini olarak bilinen yöntemdir. (3)

---

(1) W.E. Diewert, "An Application of the Shephard Duality Theorem: A Generalized Leontief Production Function", Journal of Political Economy, Vol.79, 1971, ss.483-497.

(2) R.A.Pollak, R.C. Sickles, and T.J.Wales, "The CES-Translog: Specification and Estimation of a New Cost Function", Review of Ecomic and Statistics, Vol.66, No.4, Nov. 1984, s.603.

(3) a.Zellner, "An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests For Aggregation Bias", Journal of American Statistical Association, Vol.57, June 1962, ss.585-612.

Modellerimizde ele alınan değişkenlere ait seriler işleme sokulmadan önce kendi örnek ortalamalarına bölünmüştür. Bu durum birimler arası bütünlüğü sağlamak ve verilerin özelliğini korumak açısından zorunludur. (3) İlişkisiz denklemler tahmin yöntemiyle elde edilen fonksiyonların ikinci aşamada kısıtlayıcı şartların da modele girmesiyle elde edilen sapmaların kareleri toplamı, birinci aşamada elde edilen sapmaların kareleri toplamına bölündü. Pay ve paydaya uygun serbestlik derecelerinin de eklenmesiyle elde edilen dağılım asimtotik olarak F dağılımına eşittir. (4)

Bu durumda her iki fonksiyona ilişkin yapılan homojenlik test neticeleri aşağıda sunulmuştur;

A.Translog Maliyet:

Yokluk Hipotezi $H_o = \sum_{i=1}^{3} a_{io} = 1$

$$\sum_{i=1}^{3} a_{ij} = 1 \qquad j=1,2,3$$

Karşıt Hipotez $H_a = H_o$ doğru değil

B.Genelleştirilmiş Leontief

Yokluk Hipotezi $H_o = \sum_{i=1}^{3} a_{ii} = 1$

$$\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=i}^{3} b_{ij} = 0$$

Karşıt Hipotez $H_a = H_o$ doğru değil

Netice olarak fonksiyonlara ilişkin F değerleri,

A.Translog	F(4,12)=1,989
B.G.Leon.	F(2,26)=6,999

olarak bulunmuştur. F-Tablo değerlerine bakıldığında sadece translogaritmik

---

(3) J.R.Meyer and G.Craft, "The Evaluation of Statistical Socting Techniques as Applied in the Transportation Industry" The American Economic Review, Vol.51, May 1961, ss.413-14.

(4) M.Denny and J.D.May, "Homotheticity and Real Value-Added in Canadian Manufacturing", Production Economics, Vol.2, Ed.M.Fuss and D.McFadden, Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1978, ss. 61-69.

maliyet fonksiyonuna ilişkin kurulan yokluk hipotezi kabul edilmektedir. Bu durumda verilerimize ilişkin fonksiyon seçiminde homojenlik varsayımı dikkate alındığında, translogaritmik maliyet fonksiyonun, genelleştirilmiş leontiefe karşın daha iyi seçim olduğu kabul edilmiştir.

IV. SONUÇ

Çalışmamızda Box-Cox Dönüşüm fonksiyonu ile elde edilen yeni tip esnek fonksiyonlara ilişkin özellikler, belirlenme yöntemleri ve en uygun seçimin yapılması temel alınmıştır. Çukurova bölgesinde bulunan bir firmadan direk olarak sağlanan verilerin kullanımıyla elde edilen esnek fonksiyonlar içerisinde translogaritmik maliyet fonksiyonunun daha iyi seçim olduğu yapılan testler neticesinde kabul edilmiştir. Shephard'a göre teknolojiyi temsil eden üretim ve maliyet fonksiyonları aynı ifadeler olarak tanımlandıklarından çalışmamızda maliyet fonksiyonlarının belirlenmesi esas alınmıştır.

KAYNAKÇA

Braeutigam, R.R., A.F.Daughety, and M.A.Turnquist, "The Estimation of a Hybrid Cost Function For a Railroad Firm", Review of Economics and Statistics, Vol.64, 1982 ss.394-404.

Denny, M., and J.D.May, "Homotheticity and Real Value-Added in Canadian Manufacturing", Production Economics, Vol.2, Ed.M.Fuss and D.McFadden, Amsterdam: North-Holland Pub.Co., 1978, ss.53-70.

Diewert, W.E., "An Application of The Shephard Duality Theorem: A Generalized Leontief Production Function", Journal of Political Economy, Vol.79, 1971, ss.481-507.

Meyer, J.R. and G.Craft, "The Evaluation of Statistical Costing Tecniques as Applied in the Transportation Industry", The American Economic Review, Vol.51, May 1961, ss.413-14.

Pollak, R.A., R.C.Sickles, and T.J.Wales, "The CES-Translog: Specification and Estimation of a New Cost Function" Review of Economics and Statistics, Vol.66, No.4, Nov.1984, ss.602-7.

Shephard, R., Cost and Production Functions, London: Oxford University Press, 1953.

Zellner, A. "An Efficient Method of Seemingly Unrelated Regressions and Tests For Aggregation Bias", Journal of American Statistical Association, Vol.57, June 1962 ss.585-612.

ABSTRACT

ESTIMATION POWER OF FLEXIBLE FUNCTIONS

In this paper we have generalized the application of the Box-Cox Transformation Function to provide a variety of new possible functional forms that have recently been introduced for the empirical study of production and cost theories. Most of these functional forms are known as "flexible" type. They can all provide a second order Taylor's Local Approximation approach to an arbitrary twice differentiable production or cost functions.

For an econometric estimation of these functions the paper indicates how the Shephard Duality Theorem may be utilized, in order to obtain a system of derived demand equations. This theorem assumes that technology may be equivalently represented by either a production or a cost function.

We made parametric tests to discriminate between the translog cost and Generalized Leontief cost functions. On the basis of a parametric testing procedure and using data of a Çukurova textile firm, we find that the translogarithmic functions are preferred choice to the Generalized Leontief approach.