

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel İletişim Becerilerinin İncelenmesinde Yazma Aktiviteleri: Öğrenci Günlükleri *

Zülfiye Zeybek^a ve Elif Açıl^b

^a Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Tokat/Türkiye (ORCID: 0000-0003-1601-8654); ^b Mustafa Kemal Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Hatay/Türkiye (ORCID: 0000-0001-7904-4310)

Makale Geçmişi: Geliş tarihi: 18 Aralık 2017; Yayına kabul tarihi: 17 Nisan 2018; Çevrimiçi yayın tarihi: 5 Temmuz 2018

Öz: Bu çalışmada öğrencilerin geometri öğrenme alanında matematiksel iletişim becerilerinin tanım yapabilmeye, kavram kullanımı ve matematiksel dil kullanımı alt başlıkları halinde incelenmesi ve öğrencilerin matematiksel iletişim becerileri ile akademik başarıları arasındaki olası ilişkinin araştırılması amaçlanmıştır. Bu amaçla Erzurum ili bölgesinde bir ortaokulun 7. Sınıfına devam etmekte olan 34 öğrencinin geometri öğrenme alanında yer alan toplam 16 kazanım süresince bireysel olarak tuttukları günlükleri incelenmiştir. Geometri öğrenme alanında yapılan uygulama 7 hafta süresince devam etmiştir. Elde edilen veriler dört seviyede —Seviye 0 (kaçınma), Seviye 1 (yanlış kullanım), Seviye 2 (eksik kullanım) ve Seviye 3 (doğru ve tam kullanım)— iki araştırmacı tarafından bireysel olarak sınıflandırılmıştır. Bireysel sınıflandırmalar karşılaştırılıp sınıflamalar arasındaki uyumsuzluklar tartışılarak giderilmiştir. Çalışmanın bulgularına göre, çalışmaya katılan öğrencilerin çoğunun tanım yapabilmeye becerilerinin sınırlı olduğu ve yaptıkları tanımların anlamlandırılmadan ezbere dayalı olduğu görülmüştür. Öğrencilerin matematiksel kavramları ifade ederken notasyon, sembol ve şekil kullanımından genellikle kaçınmadıkları fark edilmiştir. Her ne kadar öğrenciler matematiksel dil kullanımından kaçınmasa da, bazı yanlış kullanımların olduğu görülmüştür. Öğrencilerin söz konusu becerilerinin ise başarı düzeyine göre farklılaştığını net bir şekilde ifade etmenin doğru olmayacağı yine bu çalışmanın bulgularınca ortaya koyulmuş bir sonuçtur.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel ifade becerileri, matematiksel tanım, matematiksel kavram kullanımı, matematiksel dil, yazılı iletişim, öğrenci günlükleri

DOI: 10.16949/turkbilmat.367513

Abstract: This study aims to investigate students' mathematical communication skills through investigating their defining, using mathematical concepts and mathematical language skills. Additionally, this study aims to investigate the relationship between students' mathematical communication skills with their academic achievements. A seventh grade classroom at a public middle school in the province of Erzurum and 34 students and their mathematics teacher participated in the study. Students were asked to keep journals during seven weeks for sixteen Geometry standards after each standard. Student journals were analyzed in four hierarchical levels—Level 0 (Avoidance), Level 1 (Incorrect Use), Level 2 (Incomplete Use) and Level 3 (Correct and Complete Use)—by two researchers individually. Later, the researchers compared their categorizations and discussed till solving the disagreements. According to the findings of the study, participating students did not comprehend the concept definitions. It was seen that students attempted to use mathematical language in their journals as a way of communication. However, it should be noted that some incorrect use of mathematical language was apparent in student journals. This study also showed that it was hard to conclude that student mathematical communication skills differ based on their academic achievement levels.

Keywords: Mathematical communication skills, mathematical definitions, mathematical concepts, mathematical language, writing skills, student journals

[See Extended Abstract](#)

Sorumlu yazar: Elif Açıl  e-posta: elifacil@hotmail.com

* Bu çalışma 12. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

Kaynak Gösterme: Zeybek, Z. ve Açıl, E. (2018). Yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim becerilerinin incelenmesinde yazma aktiviteleri: Öğrenci günlükleri. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(3), 476-512.

1. Giriş

Amerika Birleşik Devletlerindeki Ulusal Araştırma Konseyi (National Research Council [NRC], 2001) matematiksel yeterliliği birbiriyle bağlantılı beş alt başlık altında açıklar: (1) matematiği anlama, (2) akıcı hesaplama yapabilme, (3) kavramları problem çözmeye kullanabilme, (4) mantıksal düşünebilme ve (5) matematiksel iletişim kurabilme. Bu beş alt başlıktan biri olan matematiksel iletişim kurabilme becerisi, bireylerin düşüncelerini yazılı veya sözlü olarak açıkça ifade edebilmeleri, diğer bireylerin düşüncelerini anlamlandırabilmeleri ve bu süreçte matematik dilini doğru ve etkili bir şekilde kullanabilmelerini ifade etmektedir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Alan yazında, matematiksel iletişim becerisinin gelişimi ile matematiksel düşünme becerilerinin birbirleri ile ilişkili süreçler olduğu ve matematiksel iletişim becerilerindeki gelişimin matematik öğrenimini olumlu yönde etkilediği vurgulanmaktadır (Brethouwer, 2008; Kranda, 2008; Mercer & Sams, 2006; Pugalee, 2001; van der Walt, Maree & Ellis, 2008; Warren, 2006).

Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2006) de bireyin matematiksel yeterliliğinin artırılmasında yazısal ve sözel iletişim kurabilme yeteneğinin geliştirilmesinin önemini vurgular. Dolayısıyla öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinin gelişimini destekleyici nitelikte öğrenme ortamlarının tasarlanması, öğrencilerin matematiksel yeterliliklerinin artırılmasında oldukça önemli bir yer tutmaktadır (Common Core State Standards Initiative [CCSSI], 2010; Kotsopoulos, 2007; NCTM, 2000).

Thompson ve Rubenstein (2000) öğrencilerin matematiksel dil kullanımını artırmak için çeşitli stratejiler öne sürer. Bu stratejilerden en yaygın olanlardan birisi günlük tutulmasının sınıf içinde yaygınlaştırılmasıdır. Günlükler, yazılı iletişimi matematik öğreniminin parçası yapmanın, matematiksel düşünceleri betimlemenin, geliştirilmeye ihtiyaç duyulan alanları netleştirmenin ve matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmenin bir aracıdır (Van de Walle, Karp & Bay Williams, 2013, s. 85). Birçok araştırmacı öğrenci günlüklerinin matematiksel dil kullanımını artırıcı gücünden bahseder (Azzolino, 1990; Chapman, 1996; Dougherty, 1996). Yazısal iletişimin matematik sınıflarında yaygın kullanımının öğrencilerin kavramsal öğrenmelerini desteklediği (Ayyıldız & Altun, 2013; Eker & Coşkun, 2012; Meel, 1999), problem çözüme becerilerini geliştirdiği (Bagley & Gallenberger, 1992) ve biliş ötesi davranışları arttırdığı (Moon, 2010; Pugalee, 2001) kanıtlanmıştır. Hatta NCTM (2000) “yazılı iletişim, öğrencilere düşünme ve fikirlerini açıklığa kavuşturma olanağı sunduğundan öğrencilere düşüncelerini pekiştirmek için yardımcı olur (s.61)” diyerek sınıf içindeki yazısal iletişimin önemini vurgular. Her ne kadar yazısal iletişimin matematik sınıflarındaki rolü ve önemi vurgulansa da, matematikteki yazısal iletişimi araştıran çalışmaların sınırlı sayıda olduğu görülmektedir (Pugalee, 2001; Morgan, 1998). Uğurel, Tekin ve Morali (2009) ülkemizde gerek ilk ve orta matematik öğretimi seviyelerinde gerekse matematik eğitimi araştırma alanında yazma etkinliklerinden fazla yararlanılmadığını eleştirir.

Bu çalışmada öğrencilerin matematiksel iletişim becerileri; matematiksel kavramları ve tanımları matematiksel semboller ve şekiller aracılığı ile doğru ve anlaşılır bir şekilde

açıklayabilme becerileri incelenmiştir. Bu amaçla Erzurum ili bölgesinde bir ortaokulda 7. sınıfa devam etmekte olan 34 öğrencinin, 7 haftalık sürede geometri öğrenme alanında yer alan 16 kazanım süresince bireysel olarak tuttıkları günlükler incelenmiştir. Her ne kadar alan yazında matematiksel iletişim becerilerinin matematik başarısına etkileri araştırılsa da (Brethouwer, 2008; Kranda, 2008; Mercer & Sams, 2006; Pugalee, 2001; van der Walt & ark., 2008; Warren, 2006) öğrencilerin iletişim becerileri ve akademik başarıları arasındaki olası ilişkiyi inceleyen çalışmaların eksik olduğu gözlenmiştir. Bu amaçla, bu çalışma öğrencilerin matematiksel iletişim düzeyleri ve akademik başarıları arasındaki ilişkiyi de araştırmayı amaçlamaktadır. Aşağıdaki araştırma soruları çalışmaya yön vermiştir:

- (1) 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim becerileri hangi düzeydedir?
- (2) Öğrencilerin matematiksel iletişim düzeyleri ve akademik başarıları arasında bir ilişki mevcut mudur?

1.1. Matematiksel Dil

Ernest (1999) matematiksel dili matematiksel düşünceleri tanımlamak, formüle etmek ve karşılaştırmak için kullanılan bir araç olarak tanımlar. Harley (1995)'e göre dil iletişimi sağlamak için kendi sembol ve kurallarını içeren bir sistemdir. Bu yönüyle bakıldığında, içerdiği kendine has notasyon, sembol ve şekiller ile matematik, bir dil olma özelliğine sahiptir (Baber, 2011). NCTM (1989) “matematik öğrencilere anlamlı gelen ve onlar tarafından iletişim aracı olarak etkin bir şekilde kullanılabilen bir dil olarak düşünülmelidir (s. 233)” diyerek hem matematiğin kendine has bir dil olduğunu, hem de matematiği öğrenmek için bu dilin öğrenciler tarafından etkin bir şekilde kullanılması gerektiğini vurgular. Adams (2010) da “dil olmadan matematik olmaz (s.371)” diyerek, matematiksel dilin matematik öğrenmedeki rolüne vurgu yapar. Kendine has notasyon, sembol ve şekiller içeren matematiksel dilin kullanımı matematik derslerinin vazgeçilmez bir parçası olmasının yanı sıra, matematik derslerinde üç önemli rol oynar. Bu üç önemli rol şu şekildedir: (1) dersin öğretiminde bir araç, sınıf içi iletişiminin anahtar noktası, (2) öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırmasına yardımcı bir araç ve (3) öğrenci öğrenmelerinin ölçülmesi için sözel veya yazısal iletişim temelli bir araç (Thompson & Rubenstein, 2000). Ayrıca, matematiksel dil yüksek seviye matematiksel muhakeme yeteneklerinin gelişimi için önemli bir bileşendir (Pugalee, 2001; Sloyer, 2003). NCTM (2000) matematiksel iletişimi beş süreç standardından biri olarak kabul ederek “ana okul öncesinden 12. sınıfa kadar tüm öğrencilerin matematiksel dili etkin bir şekilde kullanarak matematiksel düşüncelerini aktarabilmeleri gerektiğini(s. 60)” vurgular. Benzer olarak, Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] tarafından yayınlanan Ortaokul Öğretim Programında da “öğrencilerin matematiksel dili doğru ve etkin bir şekilde kullanmalarının amaçlandığı” belirtilmektedir (MEB, 2013, s. iv).

Matematiği anlamlandırma ve matematiksel muhakemenin gelişiminde önemli bir etken olan matematiksel dil kullanımı karmaşık bir beceri olup öğrencilerin bu dili kullanırken yaşadıkları zorluklar çeşitli çalışmalarda kanıtlanmıştır (Thompson & Rubenstein, 2000; Rubenstein & Thompson, 2002). Matematiksel dil kullanımının karmaşık bir beceri olmasının yanı sıra, bu dilin kullanımının yaşamın her evresinde (televizyon seyredirken, arkadaşlar ile sohbet ederken, vs.) kullanılan günlük dilin aksine

sadece matematik sınıfları ile sınırlı olması, bu becerinin kazanılmasındaki zorlukları artırır (Adams, 2003; Riccomini, Smith, Hughes & Fries, 2015; Wakefield, 2000). Matematiksel dilin öğrenilmesinde karşılaşılan başlıca zorluklar: (1) matematiksel kelimeler, terimler ve sembollerin anlamlarının duruma özgü olması, (2) bu anlamlarının günlük dildeki kullanımdan daha özel ve farklı olması, (3) aynı anlama gelebilen farklı kelime, terim ve sembollerin kullanılması ve (4) aynı kelime, sembol veya terimlerin farklı durumlarda farklı anlamlar taşıması şeklinde özetlenebilir (Rubenstein & Thompson, 2001, 2002).

Öğrencilerin matematiksel dil kullanmadaki başlıca zorluklarının giderilmesi için çeşitli öneriler sunulsa da (Thompson & Rubenstein, 2000), bu zorlukların giderilmesinin birinci adımı, öğretmenlerin öğrencilerin bu zorlanmalarını anlamakta yattığı belirtilir (Monroe & Orme, 2002). Barwell (2005) etkili matematiksel iletişimin sınıf ortamında geliştirilmesi için birinci adımın öğretmenlerin matematiksel iletişim ve matematiksel iletişimin öğrenci öğrenmelerindeki katkıları hususunda farkındalıklarının artırılması olduğunu savunur. Bu çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim düzeyleri incelenerek bu farkındalığın sağlanmasında bir adım atılmasını amaçlamaktadır. Bu çalışma öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerini onların bireysel olarak tuttıkları ders günlüklerini inceleyerek araştırdığı için, bu bölümde sadece sembol ve şekilsel gösterimlerden bahsedilecektir. Sáenz-Ludlow ve Presmeg (2006) hem matematik hem de matematik eğitimi bilişsel işlem veya amaçları kolaylaştırmak için işaretlerin, sembollerin kullanıldığı, keşfedildiği veya yeniden yaratıldığı sembolik uygulamalardır diyerek matematiksel dilin matematik ve matematik eğitimindeki amacının yanı sıra, içerdiği sembollere dikkat çeker. Pimm (1987) de matematiğin sembolik doğasının matematiğin en önemli özelliği olduğunu savunur.

1.2. Sembol Kullanımı

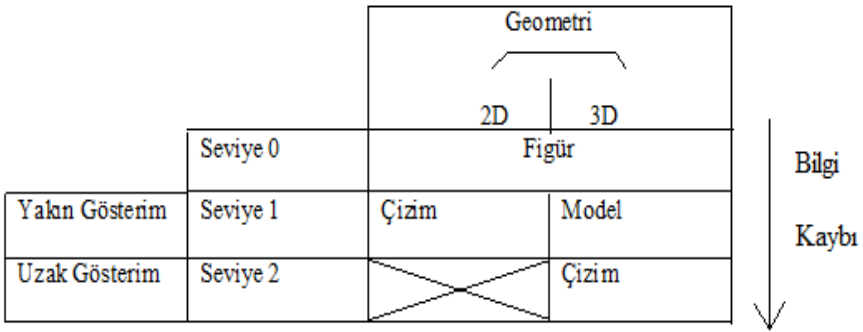
Sembol kullanımı matematiğin olmazsa olmazlarından biridir. Pimm (1991) matematiksel semboller için “matematik dersinin en belirgin ve ayırt edici özelliklerindedir (s. 19)” der. Usiskin (1996)’nin belirttiği gibi matematiksel semboller matematiği yazmak ve matematiksel iletişim kurmak için şart olan araçlar arasında yer alır. Mason (1980) ise sembollerin matematiksel konuların anlaşılabilirliğini gösteren bir pencere olarak adlandırır. Pimm (1991)’e göre matematiksel semboller matematiği diğer bilimlerden ayırmasının yanı sıra birçok role de sahiptir: (1) matematiğin yapısını göstermesi, (2) rutin işlemler yapmayı kolaylaştırması, (3) matematik hakkında yansıma yapılmasını sağlaması ve (4) düşüncenin süreklilik ve etkin anlatımını sağlaması.

Matematiğin vazgeçilmez parçası sayılsa da, sembol kullanımı öğrenciler için zorluk teşkil eder. Eğitimciler için açık olan bazı semboller, öğrenciler için aynı anlamı ifade etmeye bilir. Boulet (2007) öğretmenlerin sembol kullanımına, sembollerin ifade ettikleri anlamlardan daha fazla vurgu yapmasını eleştirir. Sonuç olarak, öğrenciler sembollerini açıklarken veya okurken zorlanmalarının yanı sıra, sembollerin hangi anlama geldiğini anlamada ve onları etkili ve doğru kullanmada çeşitli hatalar gösterir (Boulet, 2007; Rubenstein & Thompson, 2001). Usiskin (1996) eğer bir öğrenci matematiği nasıl okuyacağını bilmiyorsa, onun için matematiği anlamak zorlaşır diyerek matematiğin yapısına has semboller ve bu sembollerin ifade ettiği anlamları bilmenin matematik

yapmaktaki önemine dikkat çeker. Matematiğin doğru okunması ve anlaşılması ancak matematiksel dilin önemli bileşenlerinden olan sembol ve şekilsel gösterimlerin doğru anlaşılması ile mümkün olacaktır. Gelecek bölümde yazısal iletişimin önemli bileşenlerinden olan şekil kullanımı incelenecektir.

1.3. Şekilsel Gösterim

Matematiğin sayı ve şekiller ilmi olarak tanımlanması, şekil kullanımının matematikteki önemini vurgular. Chen ve Herbst (2013) şekillerin muhakeme yeteneğinde anahtar kavramlar olduğunu belirterek üst düzey matematiksel düşünmenin önemli bir bileşeni olduğunu savunur. Parzys (1988) şekili bir metin tarafından tanımlanan bir objenin, bir fikrin veya bir hayalin gösterimi olarak tanımlar. Bu tanımda görüldüğü gibi bir şekil gerçek ve ya hayali bir nesnenin tanımlanmış halinin bir gösterimi, yeniden yaratılmış halidir. Bu gösterim 2 boyutlu (2D) veya üç boyutlu (3D) olabilir. Parzys (1988)'e göre bir şekil ve onun çeşitli gösterimleri arasındaki ilişki şu şekilde özetlenebilir:



Şekil 1: Şekilsel gösterim çeşitleri

Seviye 1 (yakın gösterim)'de gösterim soyuttan somuta geçiş dışında geometrik şekil ile aynı boyutları yansıtır. Seviye 2 (uzak gösterim)'de ise gösterimin boyutları tam anlamıyla şekilinkinden farklıdır. Alt seviyelerden üst seviyelere geçişte bilgi kaybı kaçınılmazdır. Parzys (1988) şekillerin gerçeğe yakın gösterimler olsa bile hiçbir zaman gerçeği tam olarak ifade edemediğini, hatta bazı şekillerin gösterime uygun olmadığını belirterek bu gösterimlerin ancak öğrenen tarafından anlam yüklendikçe anlam kazandığını savunur. Şekil ve öğrenen arasındaki etkileşimler çeşitli sınıflara ayrılarak incelenmiştir.

Duval (1995) matematiksel şekillerin anlaşılmasının farklı kavrama düzeyleri gerektirdiğini savunur. Örneğin, şekilsel kavrama şekillerde zihinsel veya fiziksel değişiklik yapabilmeyi gerektirirken, şekillerin özelliklerini fark edebilmesi görsel kavramada önemlidir. Şekillerin tarif edilebilmesi veya oluşturulabilmesi ardışık kavrama; şekilde gösterilen matematiksel özelliklerin belirtilebilmesi ise söylemsel kavrama için gereklidir. Duval'in bahsettiği gibi matematiksel şekil ve öğrenen arasındaki ilişki şeklin öğrenci tarafından nasıl anlaşıldığının belirleyicisidir.

Araştırmacılar öğrencilerin muhakeme yeteneklerini kullanırken genellikle kavramların tanımlarını kullanmak yerine kavram imajını kullandıklarını kanıtlar (Clements, 2003; Vinner & Dreyfus, 1989). Kavram imajı genellikle öğrencinin kavramla alakalı zihninde bulundurduğu tüm görselleri tanımlamak amacı ile kullanılır (Tall & Vinner, 1981; Vinner, 1983; Vinner & Dreyfus, 1989; Vinner & Hershkowitz, 1980). Bir kavramın tanımı ise kavramı açıklayan ve onun özelliklerini belirten sözcükler formu olarak tanımlanabilir (Tall & Vinner, 1981; Vinner, 1983). Öğrencilerin sınırlı kavram imajlarını kullanarak yanlış çıkarımlarda bulunmaları, bu çıkarımların salt görselliğe bağlı olması ve bu çıkarımlarını muhakeme yaparken kullanmaları araştırmacılar tarafından bulunan yaygın hatalardan biridir (Hershkowitz, 1990).

2. Yöntem

2.1. Araştırma Modeli

Bu çalışmada öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinin resmedilmesi amaçlandığından bir durum çalışması niteliğindedir. Nitel araştırmalarda, durum kendi doğal ortamında incelenir ve durum olarak nitelendirilen şeyin tanımı önemlidir (Denzin & Lincoln, 2000, s. 215). Cresswell (2005) durum çalışmalarını, sınırlı bir olgunun derinlemesine analizinin yapıldığı zengin çalışmalar olarak ifade etmektedir.

2.2. Katılımcılar

Araştırma Erzurum ilinde bir devlet ortaokulunun 7. sınıfına devam etmekte olan 34 öğrenci ve onların matematik öğretmenleri ile yürütülmüştür. Çalışmaya katılan 7. sınıf ve bu sınıfın matematik öğretmeni gönüllük ve çalışmaya katılmaya isteklilik esasına göre seçilmiştir. Ayrıca çalışmada katılımcılara takma isim verilerek gizliliğe dikkat edilmiştir. Bu çalışmaya katılan 7. sınıf öğrencileri akademik başarı notlarına göre beş gruba ayrılmıştır. Çalışmaya dâhil olan öğrencilerin yer aldığı gruplara ait veriler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 1. Katılımcı Ayrıntıları

<i>Katılımcı Gruplar</i>	<i>Öğrenci Sayısı</i>	<i>Matematik Başarı Notu</i>	<i>Başarı Düzeyi</i>
Grup 1 (G1)	6	95-100	Çok İyi
Grup 2 (G2)	7	94-85	İyi
Grup 3 (G3)	9	84-70	Orta
Grup 4 (G4)	8	69-55	Düşük
Grup 5 (G5)	4	54-0	Çok Düşük

Bu grupların oluşumu esnasında öğrencilerin çalışmanın gerçekleştiği dönemin bir dönem öncesindeki karne notları matematik başarı notları olarak alınmıştır. Başarı düzeyleri belirlenirken, öğrencilerin karne notlarının yanı sıra matematik öğretmenlerinin görüşüne de başvurulmuştur. Araştırmacılar tarafından 0-100 puan aralığı dikkate alınarak birbirini takip eden beş küçük aralıklara ayrılmış ve 0'dan başlamak kaydıyla, Tablo 1'den de anlaşıldığı gibi, çok düşükten çok iyiye doğru derecelendirilmiştir. Katılımcılar söz konusu sınıftan amaçlı örnekleme yöntemine göre belirlenmiştir. Amaçlı örnekleme yöntemi bir

olay hakkında derinlemesine bilgi elde edilmesi gerektiği durumlarda kullanılan ve araştırmanın amacına uygun katılımcıların belirlenmesini temsil eden örnekleme yöntemidir (Yin, 2011, s. 88).

2.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmanın amacı olan öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinin belirlenmesi için 7 hafta boyunca dörtgenler ve çember alt öğrenme alanı ile ilgili her bir kazanımdan sonra doldurulan öğrenci günlükleri çalışmanın ana veri toplama aracını oluşturmuştur. 7. sınıf kazanımları incelendiğinde matematiksel şekil, sembol ve notasyon kullanımının diğer kazanımlara göre daha zengin olduğu geometri öğrenme alanındaki kazanımlar çalışmanın amacı ile uygunluğu düşünülerek seçilmiştir. Öğrenci günlüklerinin yanı sıra katılımcı öğretmenin her bir kazanım için doldurduğu ders izlençe formları da veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Aşağıda bu araçlar daha detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

Öğrenci günlükleri. Öğrenci günlükleri, geometri öğrenme alanında yer alan her bir kazanıma yönelik olup öğrencilerden yapılan ders sonunda 10 dakikalık süre boyunca bireysel olarak doldurmaları istenmiştir. Ders günlükleri iki sayfadan oluşmaktadır. Ön sayfada öğrencilerden o gün derse katılmayan arkadaşına derste öğrendiklerini anlatmaları; arka sayfada ise derste öğrenilen bütün kavram ve bu kavramların tanımlarını yazmaları istenmiştir. Ders günlükleri doldurulurken öğrencilere matematiksel dil kullanımına yönelik herhangi bir açıklama yapılmamış, öğrencilerin bu günlükleri nasıl dolduracakları kasıtlı olarak öğrenci tercihine bırakılmıştır. Bunun sebebi ise öğrencilerin matematik dersinde öğrendiklerini ifade ederken matematiksel dil kullanımına ne kadar ihtiyaç duyduğunun ölçülmek istenmesidir.

Öğretmen ders içerik formu. Katılımcı öğretmenden 7 haftalık süre boyunca geometri öğrenme alanında yer alan her bir kazanım için bir ders içerik formu doldurması istenmiştir. Bu ders içerik formunda yer alan beş soru öğretmenin o derste yapmayı planladığı etkinlikleri, derste kullandığı tanım, kavram, örnekler ve görsel şekilleri anlamaya yönelik geliştirilmiştir. Dolayısı ile öğretmenden bu formlarda dersi nasıl planladığı, derste ne tür kavram, tanım veya görsel şekiller kullandığını detaylı bir şekilde not etmesi istenmiştir. Öğretmenin doldurduğu bu ders içerik formları, öğrenci günlükleri analiz edilirken öğrenciler tarafından yapılan eksiklik ve hataların tespitinde önem teşkil etmiştir.

2.4. Veri Toplama Süreci

Araştırmanın verileri 7 hafta boyuncatoplama 31 ders saati süresinde toplanmıştır. Çalışmanın verileri bu süre dâhilinde yer alan dörtgenler ve çember alt öğrenme alanı ile ilgili 16 kazanım sınırlılığındadır. Bu öğrenme alanı ile ilgili kazanımlar ve bu kazanımların süresi aşağıdaki tabloda detaylı bir şekilde sunulmuştur.

Tablo 2. Araştırmanın kazanımları

KAZANIMLAR	TARİH	SÜRE
Pilot Kazanım		
Dörtgenlerin kenar, açı ve köşegen özelliklerini belirler.	16-20 Şubat	2 ders saati
Süreç Kazanımları		
K1 Yamuksal bölgenin alan bağıntısını oluşturur.	23-27 Şubat	1 ders saati
Dörtgenel bölgelerin alanları ile ilgili problemleri çözer ve kurar.	23-27 Şubat	3 ders saati
K2 Kenar uzunluğu ile alan arasındaki ilişkiyi açıklar.	02-06 Mart	2 ders saati
Çevre uzunluğu ile alan arasındaki ilişkiyi açıklar.	02-06 Mart	2 ders saati
K3 Çemberin özelliklerini belirler ve çember modeli inşa eder.	02-06 Mart	1 ders saati
Çemberin düzlemde ayırdığı bölgeleri belirler.	09-13 Mart	1 ders saati
K4 Çember ile doğrunun ilişkisini belirler.	09-13 Mart	1 ders saati
Çember ve ya dairede merkez açı ve çevre açı ile bu açılardan gördüğü yayları belirler.	09-13 Mart	2 ders saati
K5 Aynı yayı gören merkez açının ölçüsü ile çevre açısının ölçüsü arasındaki ilişkiyi belirler.	09-13 Mart	1 ders saati
Merkez açının ve çevre açının ölçüsünü hesaplar.	16-20 Mart	2 ders saati
K6 Çemberin ve çember parçasının uzunluğunu tahmin eder ve hesaplar.	23-27 Mart	2 ders saati
Çemberin ve çember parçasının uzunluğu ile ilgili problemleri çözer ve kurar.	23-27 Mart	3 ders saati
K7 Dairenin ve daire diliminin alanını tahmin eder ve alan bağıntısını oluşturur.	30 Mart-03 Nisan	2 ders saati
Daire ve daire diliminin alanı ile ilgili problemleri çözer ve kurar.	30 Mart-03 Nisan	3 ders saati
K8 Bayrak Kanunu'nda belirtilen ölçülere göre Türk Bayrağı çizer ve kâğıt kullanarak Türk Bayrağı yapar.	06-10 Nisan	2 ders saati
K9 Dairesel silindirin temel elemanlarını belirler, inşa eder ve açınımlarını çizer.	06-10 Nisan	3 ders saati

Tablo 2’de verilen 16 kazanım, toplamda 9 günlük yazma aktivitesi ile gerçekleştirilmiştir. Örneğin; “Kenar uzunluğu ile alan arasındaki ilişkiyi açıklar” kazanımı ile ‘Çevre uzunluğu ile alan arasındaki ilişkiyi açıklar’ kazanımı beraber verildikten sonra uygulama yapılmış ve bu durum K2 olarak nitelendirilmiştir. Çalışmaya başlamadan önce, sınıf kontrolü ve çalışmada veri toplama aracı olarak kullanılan öğrenci günlüklerinin öğrencilere uygunluğunun kontrolü amacıyla çalışmada yer verilen kazanımlardan hemen önceki kazanım pilot kazanım olarak kullanılmıştır. Sonrasında araştırmaya veri sağlayan kazanımlara geçilmiştir. Çalışma süresince her kazanım öncesinde öğretmenden ders içerik formunu doldurması istenirken, kazanım sonrasında öğrencilerden o kazanıma ait matematiksel düşüncelerin ifade edilmesine imkân veren günlüklerin doldurulması istenmiştir. Bunun için öğrencilere yeterli vakit verilmiş olup, öğrencilerin güvenlerinin sağlanması adına günlüklerin notlandırılmayacağına dair uyarılar öğretmen tarafından ara ara yapılmıştır.

2.5. Veri Analiz Süreci

Öğrenci günlükleri üç kategoride incelenmiştir: tanım yapabilme becerisi, kavram kullanım becerisi, matematiksel dil kullanım becerisi. Bu üç kategoride yer alan becerilerin her biri dört seviyede analiz edilmiştir. Bu seviyeler Lim ve Pugalee (2004) tarafından öğrenci günlüklerini analiz etmek amacı ile geliştirilen rubrikten yararlanılarak oluşturulmuştur. Her bir kategoride yer alan farklı seviyelerdeki öğrenci davranışları aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

Tablo 3. Veri Analizi Analitik Çerçevesi

	Tanım Yapabilme	Kavram Kullanımı	Matematiksel Dil Kullanımı
Seviye 0: Kaçınma	Derste kullanılan tanımlardan hiçbirine yer verilmez.	Derste kullanılan kavramlar ve aralarındaki ilişkilerden bahsedilmez.	Matematiksel olmayan dil (sözel dil) kullanımı hâkimdir. Sembol ve şekil kullanımından kaçınma söz konusudur.
Seviye 1: Yanlış Kullanım	Kullanılan tanım(lar)da bazı hatalar mevcuttur.	Derste kullanılan kavramlar ve/veya aralarındaki ilişkilerde hatalar mevcuttur.	Kullanılan matematiksel dil, sembol ve şekillerde bazı hatalar mevcuttur.
Seviye 2: Eksik Kullanım	Derste kullanılan tanımlardan bazılarında yer verilirken, bazılarında değinilmez.	Derste kullanılan kavramlar ve aralarındaki ilişkilerden bazılarında yer verilirken, bazılarında bahsedilmez.	Matematiksel dil, sembol ve şekil kullanımı doğru olmasına rağmen matematiksel olmayan dil kullanımı da mevcuttur.
Seviye 3: Doğru ve Tam Kullanım	Derste kullanılan tüm tanımlara doğru ve eksiksiz olarak yer verilir.	Derste kullanılan tüm kavramlara ve bu kavramların aralarındaki ilişkilere tam ve eksiksiz yer verilir.	Kullanılan matematiksel dil, sembol ve şekiller doğru ve eksiksizdir. Matematiksel dil kullanımı matematiksel olmayan dile göre (sözel dil) tercih edilir.

Her bir öğrenci günlüğü yazarlar tarafından ilk önce bireysel olarak yukarıdaki analitik çerçeve esas alınarak sınıflandırılmıştır. Bireysel kontrollerden sonra araştırmacılar bir araya gelerek sınıflandırma sonuçlarını karşılaştırmışlardır. İki araştırmacı arasındaki sınıflandırma uyumu % 87 olarak bulunmuş olup, uyumsuzluk ve anlaşmazlık durumları

üzerinde fikir birliği sağlanana kadar tartışılmıştır. Böyle bir süreç sonunda sınıflandırmalara son hali verilmiştir.

3. Bulgular

Bu kısımda, öğrencilerin matematiksel becerileri ve bu becerileri ile akademik başarıları arasındaki ilişkiyi ortaya koyan bulgulara ayrı başlıklar altında yer verilmiştir.

3.1. Öğrencilerin matematiksel iletişim becerileri

Bu çalışmada öğrencilerin matematiksel iletişim becerileri; tanım yapabilme, kavram kullanabilme ve matematiksel dili kullanabilme olmak üzere üç aşamada incelenmiştir. Her bir aşamada kendi içinde 4 seviyeye ayrılmıştır: Seviye 0 (S_0)-kaçınma, Seviye 1 (S_1)-yanlış kullanım, Seviye 2 (S_2)-eksik kullanım, Seviye 3 (S_3)- tam ve doğru kullanım. Söz konusu verilere ait frekanslar aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Tablo 4. Matematiksel dil kullanım frekansları

	Tanımlar				Kavramlar				Matematiksel Dil			
	S_0	S_1	S_2	S_3	S_0	S_1	S_2	S_3	S_0	S_1	S_2	S_3
K1*					-	8	23	-	6	3	21	1
K2					4	13	13	2	10	-	17	5
K3	1	5	27	-	5	-	21	7	4	-	26	3
K4	3	5	11	13	3	1	18	10	5	4	19	4
K5	6	16	10	-	13	5	11	3	5	12	13	2
K6					5	1	26	-	2	-	30	-
K7					3	8	18	-	4	1	24	-
K8					5	-	17	8	6	-	21	3
K9	7	1	20	2	2	3	25	-	1	-	25	4

*Kazanım sayıları

Tablo 4’de seviyelerde yer alan öğrenci sayıları, kazanımların her biri ayrı ayrı dikkate alınarak not edilmiştir. K1, K2, K6, K7 ve K8 için yapılacak herhangi bir tanım bulunmadığından ilk dört hücre boş bırakılmış ve her bir aşamaya ait bulgular ayrı başlıklar altında sunulmuştur.

3.1.1 Öğrencilerin tanım yapabilme becerileri

Çalışma kapsamında yer alan dokuz kazanımdan dört kazanım için K3, K4, K5 ve K9 tanımlar mevcut olduğundan bu kazanımlar kapsamında öğrencilerin tanım yapabilme becerileri incelenmiş, diğer kazanımlarda yapılması gereken herhangi bir tanım bulunmadığı için boş bırakılmıştır. Söz konusu kazanımlarda yer alan tanımlar öğretmen tarafından ders öncesi planda ‘*verilmesi gereken tanımlar*’ kısmına not edilmiştir. Öğrencilerden elde edilen günlükler, öğretmenin doldurduğu ders içerik formuna paralel bir şekilde incelenmiş ve düzeylere göre öğrenci dağılımları her bir kazanım da göz önünde bulundurularak aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 5 incelendiğinde, öğrencilerin çoğunluğunun eksik kullanım (S_2) düzeyinde olduğu görülmektedir. Bu kategoride değerlendirilen öğrencilerden bazılarının (Örneğin,

İrem, Sema, Buse) yaptığı tanımlarda küçük eksikliklerin olduğu, bazılarını ise (Örneğin, Ömer, Emirhan, Yasin) yaptıkları tanımların oldukça eksik olduğu ve ya bir iki kavram dışında tanım yapmadıkları (Örneğin Samet, Ceyda, Aziz) görülmüştür. Ancak, her ne kadar yapılan tanımlardaki eksiklik düzeyleri aynı seviye içinde farklılaşsa da, bu öğrencilerin hepsi eksik kullanım düzeyinde değerlendirilmiştir. Ayrıca S_1, S_2 ve S_3 düzeylerindeki öğrencilere bakıldığında doğru ya da yanlış dikkate alınmaksızın öğrencilerin çoğunluğunun tanım kullanmaktan kaçınmadığı bulunmuştur.

Tablo 5. Öğrencilerin tanım yapabilme becerilerinin seviyelere göre dağılımı

	Tanımlar								
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8	K9
S_0			G2 (1*)	G1 (1) G3 (1) G5 (1)	G2 (3) G3 (1) G4 (2)				G1 (2) G2 (1) G3 (1) G4 (2) G5 (1)
S_1			G3 (2) G4 (2) G5 (1)	G2 (1) G3 (1) G4 (2) G5 (1)	G1 (4) G2 (2) G3 (4) G4 (4) G5 (2)				G5 (1)
S_2			G1 (6) G2 (5) G3 (7) G4 (6) G5 (3)	G1 (1) G2 (1) G3 (5) G4 (4)	G1 (2) G2 (1) G3 (4) G4 (2) G5 (1)				G1 (4) G2 (4) G3 (7) G4 (4) G5 (1)
S_3				G1 (4) G2 (4) G3 (2) G4 (2) G5 (1)					G3 (1) G4 (1)

*Öğrenci sayısı

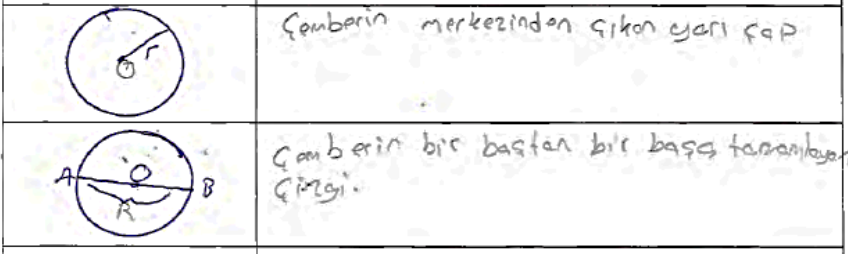
S_0 düzeyinde yer alan öğrencilerin günlükleri incelendiğinde ise sadece bir öğrencinin $K3$ 'de tüm aşamalarda kaçınma davranışı gösterdiği, tanım yapmaktan kaçınan diğer öğrencilerin dört kazanım için kavram ya da matematiksel dil kullanımından kaçınmadıkları gözlenmiştir.

S_1 düzeyinde yer alan öğrencilerin sayısının ise azımsanmayacak çoğunlukta olduğu görülmüştür. Katılımcı öğretmen ders içerik formunda $K3, K4, K5$ ve $K9$ için yapılması gereken tanımları sırasıyla -çember, merkez, çap ve yarıçap; ayrık doğru, teğet doğru, kesen doğru ve kiriş; merkez açı, çevre açı ve yay; dairesel silindir, dik dairesel silindir, eğik dairesel silindir, eksen ve ana doğru- şeklinde belirtmiştir. Aşağıda öğrenciler tarafından yazılmış olan ve S_1 - yanlış kullanım olarak işaretlenen tanımlamaların temsillerine yer verilmiştir.

Tablo 6. Örnek tanımlar

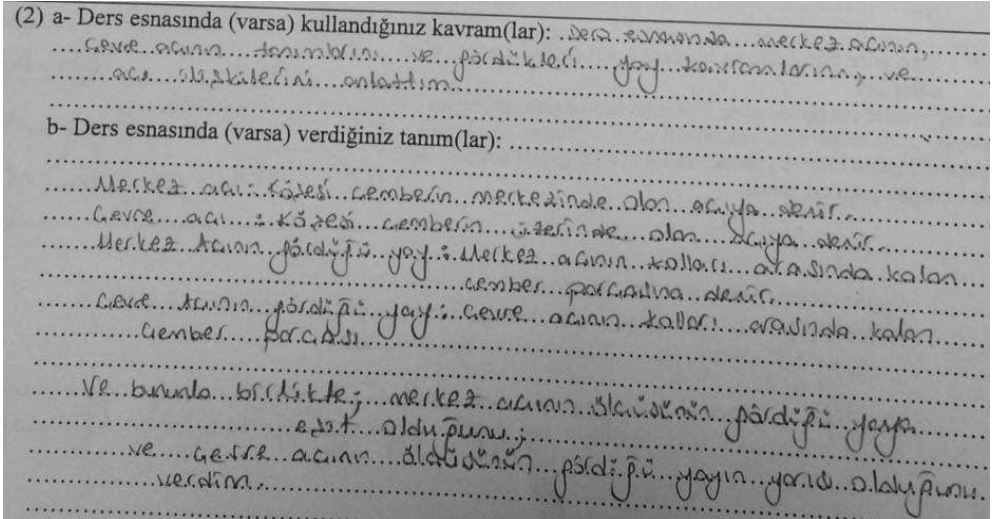
Kazanım	Yanlış tanım örnekleri
K3	<p>Samet: Çemberi bir baştan bir başa tamamlayan çizgi (Şekilde çapı doğru göstermiştir)</p> <p>Adem: Yarıçap, çemberin yarısı olan çizgi (Şekilde yarıçapı doğru göstermiştir)</p> <p>Emirhan: Çap, çemberin bütününi bölen çizgi veya çizgiler (Şekilsel gösterimi doğru)</p> <p>Aziz: Çember, içi boş olan bir cisimdir (Şekilsel gösterim doğru).</p>
K4	<p>Nurullah: Kiriş, çemberin merkezinden geçen doğru.</p> <p>Rıdvan: Kiriş=Çap= merkezden geçen düz doğru.</p> <p>Ömer: Kiriş, çemberi iç bölgeden kesen doğru.</p> <p>Adem: Merkezden geçen doğru, çemberin kirisinden geçen doğruya denir.</p>
K5	<p>Betül: Çemberin üzerinden geçen açı (çevre açısı), çemberin merkezinden geçen açı (merkez açısı)</p> <p>Burcu: Merkez açısı merkezden geçen açı; çevre açısı, merkezden geçmeyen açı.</p> <p>Elif: Köşesi çemberin merkezinde olan yaya merkez açısı; köşesi çemberin üzerinde olan yaya çevre açısı denir.</p> <p>Abdulsamet: Yay, çevre ve merkez açısının gördüğü açıdır.</p> <p>Fatih: Eğer açı merkezden geçiyorsa merkez açıdır.</p> <p>Adem: Çevre açısı, çemberin merkezinden geçen açılarıdır.</p> <p>Sema: Yay, açının kolları arasında kalan bölgeye denir.</p> <p>Emirhan: Merkez açısı, merkezden geçen açı; çevre açısı çemberin çevresinde olan açıdır.</p> <p>Yasin: Merkez açısı, çemberin merkezinin açısı; çevre açısı, çemberin merkezinin dışında kalan bölgeye denir.</p> <p>Beyzanur: Merkez açısı, merkezden geçen açı; çevre açısı, merkezden geçmeyen açıdır.</p> <p>Tuana: Köşesi çemberin merkezinde olan açıya çember açısı denir.</p>
K9	<p>Tuana: Dairesel silindir, birbirine paralel iki yanal yüzeyden oluşur ve taban merkezlerini oluşturan doğruya denir.</p>

Tablo 6 incelendiğinde, K3 için, çap, yarıçap ve çember tanımlarını yanlış yapan tüm öğrencilerin kavramları şekilsel olarak doğru gösterdikleri görülmüştür. Samet'in günlüğü incelendiğinde çap kavramı için yaptığı gösterimin doğru olmasına rağmen, çapı çemberi bir baştan diğer başa tamamlayan çizgi olarak tanımlamasının yanlış olduğu görülmüştür (Bkz. Şekil 2). Benzer durum Emirhan'ın günlüğünde de mevcuttur. Öğrenciler tarafından çapın merkezden geçmesi gerekliliği şekilsel olarak doğru gösterilirken, tanımlarda bu gerekliliğin dikkate alınmadığı görülmüştür. Bu bulgular kazanımlarda yer alan kavram imajlarının öğrencinin zihninde doğru canlanırken, bu kavramlara yönelik yapılan tanımlarının öğrenciler tarafından yanlış bir şekilde ifade edildiğini göstermektedir.



Şekil 2. Samet'in günlüğü (K3)

Tablo 6'de öğrencilerin en çok K5'in gerektirdiği tanımları yaparken yanlış ifadeler kullandıkları görülmektedir. Bu kazanımla ilgili öğretmenin doldurduğu ders içerik formunun bir bölümü Şekil 3'de verilmiştir.



Şekil 3. Öğretmen ders içerik formu (K5)

Şekil 3'te görüldüğü gibi öğretmen, ders planında ilgili kavramların tanımlarını nasıl yapacağını belirtmiştir. Bunun üzerine işlenen ders sonunda öğrencilerden elde edilen günlüklerin incelenmesi ile tespit edilen bazı yanlış cevaplar Tablo 6'da paylaşılmıştır. Öğrencilerden ikisi çevre açısı ile merkez açının tanımlarını karıştırırken, beş öğrenci merkez açısını merkezden geçen açı olarak yanlış ifade etmişlerdir. Benzer olarak, iki öğrenci ise açının merkez açısı ya da çevre açısı olmasını merkezden geçip geçmediği ile ilişkilendirerek yanlış tanımlama yapmıştır. İki öğrenci merkez açısını şekil olarak doğru gösterirken, merkez açısı tanımını yanlış ifade etmişlerdir. Bu öğrencilerden ikisine ait günlüklerin temsili Şekil 4'te verilmiştir. Öğrencilerin tanım ve gösterimlerin birbiri ile uyum sağlamadığı görülmüştür.

Betül

Yaha senin "Gevre açısı" istedik. Öncelikle tanımından
 afayalım. Gevre Açısı: Çemberin merkezinden geçen açıdır.

$\widehat{AOB} = \text{gevre açısı}$
 $\widehat{CB} = \text{Çemberin çapıdır}$

Fatih

Şittir $\widehat{AOB} = a$ ise \widehat{AOC}
 Eger açı merkezden geçiyorsa merkez
 açıdır $\widehat{AOB} + \widehat{BOC}$ merkezden geçen
 açıdır.

Şekil 4. Betül ve Fatih'in günlükleri (K5)

Bunlara ek olarak, K3 ve K5 için söz konusu kazanımların gerektirdiği tanımları tam ve doğru yapan (S_3 düzeyi) hiçbir öğrenci yokken, K4 için aynı düzeyde bulunan 13 öğrenci ve K9 için de iki öğrenci olduğu görülmüştür. K9 için S_3 düzeyinde bulunan öğrenci günlük temsillerine aşağıda yer verilmiştir (Bkz. Şekil 5).

Dairesel silindir birbirine paralel iki daire ve bir
 yarım yuvaraktan oluşur. Taban merkezlerini birleştirir
 doğruya eksen ve tabandaki noktaları birleştirir doğruya
 ise doğrudur veya ana doğrudur. Ana doğru, eksen ve
 yükseklik (h) eşit ise dik daire silindir, Ana doğru ve eksen
 eşit yükseklik farklı ise eğik daire silindir olur.
 Dairesel silindirin açısını bir dikdörtgen ve iki daireden
 oluşur. Dikdörtgen cismin bir kenarı r (yükseklik), diğer
 kenarı ise dairenin çevresi yani $2\pi r$ 'dir

Şekil 5. Sema'nın günlüğü (K9)

3.1.2. Öğrencilerin kavram kullanabilme becerisi

Bu çalışmada çalışma kapsamında yer alan dokuz kazanımın gerektirdiği kavramların doğru bir şekilde kullanılması, bu kavramların ne ifade ettiklerinin doğru bir şekilde açıklanması ve ilgili kavramların birbiri ile doğru bir şekilde ilişkilendirilmesi kavram

kullanabilme becerisi olarak ifade edilmiştir. Örneğin; ‘Yamuksal bölgenin alan bağıntısını oluşturur’ kazanımı için yamuğun elemanlarının doğru bir şekilde ifade edilmesi ve yamuğun alanının paralelkenarın, karenin ya da üçgenin alanları ile olan ilişkisinin açıklaması, öğrencilerin kavram kullanabilme becerisi olarak değerlendirilmiştir. Tüm kazanımlar için öğrenci düzeylerini gösteren tablo aşağıda verilmiştir. Tablo 7’de grupların yanında parantez içinde yer alan sayılar kişi sayısını temsil etmektedir.

Tablo 7. Öğrencilerin kavram kullanabilme becerilerinin seviyelere göre dağılımı

	Kavramlar								
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8	K9
S_0		G2(1)	G2(1)	G2(1)	G2(1)	G3(1)	G2(1)	G1(2)	G2(1)
		G3(1)	G4(2)	G4(1)	G3(6)	G4(3)	G5(2)	G2(1)	G5(1)
		G4(1)	G5(2)	G5(1)	G4(5)	G5(1)		G5(2)	
		G5(1)			G5(1)				
S_1	G3(2)	G1(3)		G3(1)	G1(1)	G1(1)	G2(2)		G3(1)
	G4(3)	G2(3)			G2(3)		G3(2)		G4(1)
	G5(3)	G3(1)			G5(1)		G4(4)		G5(1)
		G4(4)							
		G5(2)							
S_2	G1(5)	G1(1)	G1(4)	G1(3)	G1(5)	G1(5)	G1(5)	G1(1)	G1(6)
	G2(6)	G2(2)	G2(3)	G3(6)	G2(1)	G2(5)	G2(3)	G2(4)	G2(4)
	G3(7)	G3(7)	G3(9)	G4(7)	G3(2)	G3(8)	G3(6)	G3(5)	G3(8)
	G4(4)	G4(3)	G4(4)	G5(2)	G4(2)	G4(5)	G4(3)	G4(6)	G4(6)
	G5(1)		G5(1)		G5(1)	G5(2)	G5(1)	G5(1)	G5(1)
S_3		G1(2)	G1(2)	G1(3)	G2(1)			G1(3)	
			G2(2)	G2(5)	G3(1)			G2(1)	
			G4(2)	G3(2)	G4(1)			G3(3)	
			G5(1)						

Tablo 7 incelendiğinde, öğrencilerin genel olarak kavram kullanımından kaçınmadıkları (S_0) ve öğrencilerin çoğunluğunun eksik kullanım düzeyinde yer aldığı (S_2) görülmüştür. Çalışmada yer alan kazanımların hepsi için öğrencilerin kavramları kullanmaktan ziyade kavramların ilişkilendirilmesi hususunda eksiklik yaşandığı bulunmuştur. Örneğin, K1’de bazı öğrenciler üçgenin veya paralelkenarın alanından bahsederken, Sadece bir öğrenci hariç hiçbir öğrencinin bu iki kavramı yamuğun alanı ile olan ilişkisine değinmediği görülmüştür. Benzer şekilde K6 için, öğrencilerin hemen hemen hepsi π sayısından veya çevre hesaplamalarından bahsederken, hiç biri π sayısı ile çevre kavramını ilişkilendirmediği görülmüştür. Aynı şekilde, K7 için de dairenin alanını elde ederken paralelkenar ile ilişki kuran öğrenci yok denecek kadar az sayıda olduğu dikkat çekmiştir. Aşağıda budurum bir temsiline yer verilmiştir.

Dairenin alanı ise paralel kenarın alan yöntemi ile bulunur. Çok kolay bir konudur. (+)'li sorular geldiği

Şekil 6. Burcu'nun günlüğü (K7)

Şekil 6'da görüldüğü gibi Burcu, dairenin alanının paralelkenarın alan yöntemi ile bulunabileceğini ifade etmekten başka bir açıklama yapmadığı dikkat çekmiştir. Benzer şekilde diğer öğrencilerin de, kavramlar arasındaki ilişkileri açıklarken açıklamalarının yüzeysel kaldığı görülmüştür. Öğrenci günlüklerinde, yüzeysel kurulan ilişkilerin yanı sıra eksik yapılan ilişkilendirmelerin olduğu da bulunmuştur. Örneğin K9 için silindirin açılımı ile ilgili dört öğrencinin 'dikdörtgenin uzun kenarının dairenin çevresine eşit olduğu' şeklinde açıklamalar yaptıkları, öğretmenin ise bu durumu '... dikdörtgenin bir kenarının yükseklik, diğer kenarının ise taban çevresi olduğu...' şeklinde açıkladığı görülmüştür. Fakat öğrencilerin yazdıklarından, silindirin açılımında uzun kenarın üzerine tabanları konumlandıkları için taban çevresine eşit olan kenarın uzun kenar olduğunu kodladıkları fark edilmiştir. Bu durum kavram oluşumunda eksiklik olarak değerlendirilmiştir. Benzer örnek K4 için de verilebilir. Burada öğrencilerin çoğu, *kesen*, *teğet* gibi kavramları tanımlarken *doğru* kavramını kullandıkları gibi *kiriş* kavramı için de aynı kavramı kullandıkları görülmüştür. Birkaç öğrenci dışında hiçbir öğrencinin *kiriş* için *doğru parçası* ifadesini kullanmadığı tespit edilmiştir. Bu gibi örnek durumlar ışığında, öğrencilerin kavram kullanımındaki eksikliklerinin yanı sıra dikkatsiz davrandıkları da söylenebilir.

Tablo 7'de görüldüğü gibi kavramları yanlış ifade eden (S_1) öğrenci sayısı fazla olmakla birlikte özellikle K2 ve K7'de yoğunlaşmaktadır. Öğretmen K2 için doldurduğu formda, ders sonunda öğrencilerin elde edeceği kazanımları aşağıdaki şekilde açıklamıştır.

- 1) Öğrenciler exit cardine uzunluğuna sahip dört kenarlı dörtgenlerden en büyük alana sahip olan her zaman KARE olduğunu öğrenir.
- 2) Kenar uzunlukları sayısal olarak birbirine yakınsatılan alanın arttığını öğrenirler.
- 3) Son olarak çok köretiler takımını ile duydularını ve şekillerden exit alana sahip şekillerin çevrelerinin en fazla kenar uzunluğunun 2 katının 2 fazlasına exit olduğunu kavradılar.

Şekil 7. Öğretmen ders içerik formu (K2)

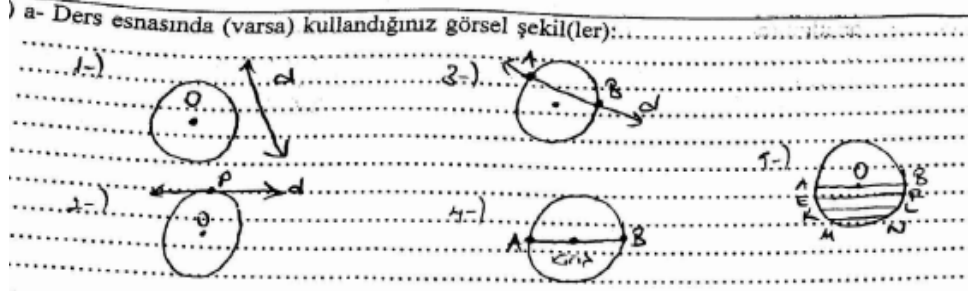
Yanlış kavram kullanımı yapan öğrenci günlükleri ile birlikte Şekil 7'deki form incelendiğinde, öğretmenin ifade ettiği ilk maddede öğrencilerin öğrendiğini düşündüğü kazanımın, öğrenciler tarafından 'En büyük alana sahip olan dörtgen her zaman karedir'

şeklinde genellendiği görülmüştür. Ayrıca tüm başarı düzeylerinde bu yanlış genellemeyi yapan öğrenciye rastlanması da ilgi çekicidir. Örneğin; Berke ve Elif yüksek başarı düzeyinde değerlendirilen iki öğrencidir. Bu öğrencilerin ifadeleri Şekil 8’de verilmiştir.

Berke	Dörtgenlerde alan	Dörtgenlerde en büyük alan olan karedir.
Elif	Bu konuda En büyük alana sahip dört genin kare olduğunu, dikdörtgenlerin kenar uzun-	

Şekil 8. Berke ve Elif’in günlükleri (K2)

Benzer bir yanlış genelleme K4 için de gözlenmiştir. İki öğrencinin *kiriş = çap* yazarak bu iki kavramı aynı anlamda kullandığı fark edilmiştir. Öğretmen ise ders içerik formunda en büyük kirişin çap olduğunu ifade etmiş ve 4 numaralı şekilde çapı kiriş olarak göstermiştir. Kiriş ve çap arasındaki ilişkiyi çoğu öğrenci doğru bir şekilde ifade ederken bu iki öğrenci için bu durum kiriş ve çapın aynı kavramlar gibi algılanması ile sonuçlandığı görülmüştür. Yine öğrenci günlüklerinde aynı şekilsel gösterimin de mevcut olduğu saptanmıştır.




Şekil 9. Öğretmen ders içerik formu (K4)

K7 için S_1 seviyesinde yer alan öğrenci günlükleri incelendiğinde öğrencilerin çoğunun ‘alan ile çevre’ ya da ‘daire diliminin alanı ile alan’ kavramlarının karıştırıldığı tespit edilmiştir. K1’de ise öğrencilerin üçgenin alan formülünü yamuğun alan formülü olarak ifade ettikleri görülmüştür. Son olarak çemberin elemanlarının ve özelliklerinin açıklandığı K3 ile Türk Bayrağı’nın çiziminin yapıldığı K8’de kavram kullanımı hatalı olan hiçbir öğrencinin yer almaması dikkat çekmektedir.

Tablo 7’de S_3 seviyesi dikkate alındığında K1, K6, K7 ve K9 için hiçbir öğrencinin kavramları tam ve doğru bir şekilde ifade edemediği görülmektedir. Bu seviyede değerlendirilen öğrencilerin ilgili kazanımın gerektirdiği tüm kavramları uygun şekillerde kullanabildikleri, açıklayabildikleri ve gerekli ilişkileri tam ve doğru bir şekilde


yapabildikleri tespit edilmiştir. Aşağıda K3 için bu seviyede değerlendirilen bir öğrenci günlüğü örneği verilmiştir.

Bugünkü dersimde Çember ve Daireyi öğre-
dik. Çember ve dairenin arasındaki en büyük
farkın çemberin içinin boş olması olduğunu öğ-
rendik. Çemberi





O noktasının merkezi olduğunu,
2 tane yarıçapın (r'nin) bir çap (R)
ettiğini öğrendik. Şu şekilde ifade edilir;
 $G(O,r)$ - Merkezi: O


Dairenin ne demek olduğunu öğrendik.



Şu şekilde gösterilir;
 $D(O,r)$ - Merkezi: O, yarıçaplı daire

Çemberin düzlemde ayrıntılı bölgeleri şöyledir;

İç Bölge \Rightarrow  Dış Bölge \Rightarrow 

Çember Üzeri \Rightarrow 

İfade	Tanımı
ÇEMBER	Sabit bir noktaya eşit uzaklıktaki noktalara oluşturulmuş kümedir.
DAİRE	Çemberin kenarıyla iç bölgesinin oluşturulmuş şekle daire denir.
Yarıçap (r)	Çemberin merkezi ile çember üzerindeki noktalara arası uzunluk
Merkez (O)	Sabit noktaya merkez denir.
Çap (R)	$R = 2 \cdot r$ Merkeze den gecen iki ucu çember üzerinde olan doğru parçasıdır.
$D(O,r)$	O merkezi, r yarıçaplı daire
$G(O,r)$	O merkezi, r yarıçaplı çember

Şekil 10. Elif'in günlüğü (K3)

Şekil 10'da Elif'in kazanımın gerektirdiği çemberin elemanlarını ve düzlemde ayırdığı bölgeleri açıkça ifade ettiği ve söz konusu kavramları doğru bir şekilde ilişkilendirdiği görülmüştür.

3.1.3. Öğrencilerin matematiksel dili kullanabilme becerisi

Bu kısımda bahsedilen matematiksel dili kullanabilme becerisi ile öğrencilerin tanımını yapıp açıklamaya çalıştıkları kavramları şekil, sembol ve notasyon kullanarak ifade edebilmesi kastedilmektedir. Öğrencilerin günlükleri bu çerçevede incelenmiş ve söz konusu beceriler için hangi seviyede değerlendirildikleri aşağıdaki tabloda belirtilmiştir. Tablo 8'de grupların yanında parantez içinde yer alan sayılar kişi sayısını temsil etmektedir.

Tablo 8 genel olarak değerlendirildiğinde, öğrencilerin çoğunluğunun matematiksel dili kullanmada eksik kullanım seviyesinde (S_2) değerlendirildiği, az bir bölümünün de yanlış kullanım seviyesinde değerlendirildiği görülmüştür. Matematiksel dili kullanmaktan kaçınan (S_0) öğrencilerin sayısının azımsanmayacak düzeyde olduğu yine aynı tablodan anlaşılmaktadır. Tabloda dikkat çeken bir diğer husus K2, K3, K6, K8 ve K9 için hiçbir öğrencinin yanlış kullanım seviyesinde (S_1) değerlendirilmediğidir. Diğer yandan K6 ve K7

hariç diğer kazanımlarda en az bir öğrencinin tam ve doğru kullanım düzeyinde (S_3) yer aldığı görülmüştür.

Tablo 8. Öğrencilerin matematiksel dili kullanabilme becerilerinin seviyelere göre dağılımı

	Matematiksel Dil								
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8	K9
S_0	G2(1)	G1(2)	G2(1)	G1(1)	G2(2)	G4(2)	G2(1)	G1(2)	G3(1)
	G3(1)	G2(4)	G4(1)	G2(3)	G3(1)		G4(1)	G3(2)	
	G4(2)	G3(2)	G5(2)	G4(1)	G4(1)		G5(2)	G5(2)	
	G5(2)	G4(1)			G5(1)				
S_1	G3(1)			G3(3)	G1(4)		G3(1)		
	G4(2)			G4(1)	G2(2)				
S_2	G1(4)	G1(2)	G1(4)	G1(4)	G1(1)	G1(6)	G1(5)	G1(2)	G1(4)
	G2(5)	G2(1)	G2(4)	G2(3)	G2(1)	G2(6)	G2(5)	G2(5)	G2(5)
	G3(7)	G3(6)	G3(9)	G3(5)	G3(3)	G3(9)	G3(7)	G3(7)	G3(7)
	G4(3)	G4(7)	G4(7)	G4(5)	G4(7)	G4(6)	G4(6)	G4(6)	G4(7)
	G5(2)		G5(2)	G5(2)	G5(1)	G5(2)	G5(1)	G5(1)	G5(2)
S_3	G1(1)	G1(1)	G1(2)	G1(1)	G1(1)			G1(2)	G1(2)
		G2(1)	G2(1)	G3(1)	G2(1)			G2(1)	G3(1)
		G3(1)		G4(1)					G5(1)
		G5(2)		G5(1)					

Matematiksel dili kullanmaktan kaçınan (S_0) öğrencilerin sayıları dikkate alındığında en fazla öğrencinin K2’de, en az öğrencinin ise K9’da yer aldığı görülmektedir. Yine aynı tabloda kazanımların veriliş süreci boyunca öğrenci sayılarındaki değişimin sistematik bir şekilde ilerlemediği de gözlenmiştir. Bu öğrencilerin günlükleri incelendiğinde, ilgili kazanımda yer alan kavramları açıklamada şekil, notasyon veya herhangi bir matematiksel ifadeden yararlanmadıkları tespit edilmiştir. Bazı öğrencilerin günlükleri tamamen boşken (örneğin; K3-Ömer), bazı öğrencilerin kavramları, kavramlar arası ilişkileri sadece sözel ifadelerle açıkladıkları (örneğin; K5-Burcu) görülmüştür. Ayrıca dört öğrencinin farklı kazanımlarda da kaçınma seviyesinde davranış gösterdikleri, altı öğrencinin ise bazı kazanımlarla ilgili kavramları ve kavramlar arası ilişkileri tam ve doğru bir biçimde ifade ederken, matematiksel dil kullanımından kaçındıkları fark edilmiştir. Bir öğrencinin K4 için doldurduğu günlük bu durumu örneklendirmektedir (Bkz. Şekil 11).

Bugünkü dersimizde Çemberin Doğru ile ilişkisini öğrendik. Bu konuda 4 özellik öğrendik. 1.'si çember ve ayırık doğru 2.'si çember ve teğet doğru 3.'ü çember ve kesen doğru 4.'s'i çember ve merkezden geçen doğrudur. 1.'sinde çember ve ayırık doğru da doğru çembere hiç değmez. 2.'sinde çember ve teğet doğru çembere bir noktada kesen doğru. 3.'sü çember ve kesen doğru bu da çembere 2 noktada kesen doğruya denir. 4.'sü çember ve merkezden geçen doğru ise çembere 2 noktada kesen doğru merkezden geçiyordur. Bu doğruya giriş de denir. Merkezden geçen en büyük giriş 'ÇAP' tır. Ve giriş merkezden uzaklığa bağlıdır.

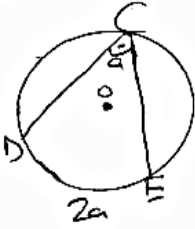
Bugünkü dersimiz. Burcadır.

Şekil 11. Burcu'nun günlüğü (K4)

Şekil 11'de görüldüğü gibi, Burcu'nun K4 ile ilgili tüm kavramları ve bu kavramlar arasındaki ilişkileri tam ve doğru bir şekilde açıklarken, bunları temsil eden herhangi bir şekil ya da sembol kullanmadığı dikkat çekmiştir.

Matematiksel dili yanlış kullanan (S_1) öğrenciler incelendiğinde; toplam 9 uygulamanın 5'inde (K2, K3, K6, K8 ve K9) hiçbir öğrencinin yanlış kullanım sergilemediği, bir kazanımda ise (K7) yalnızca bir öğrencinin yanlış kullanım sergilediği görülmüştür. Yine Tablo 7'de sadece K5'de öğrenci sayısının diğer kazanımlara oranla daha fazla olduğu ifade edilebilir. Bu kazanımda altı öğrencinin açıları ifade etmede yanlış gösterim yaptığı, üç öğrencinin merkez açı ile çevre açığı birbirine karıştırdığı çizdikleri şekillerden anlaşılmaktadır (Bkz. Şekil 12). Diğer iki öğrencinin ise merkez açıyı merkezden geçen açı olarak tanımladıkları ve bu tanımları yansıtan şekillerle gösterdikleri görülmüştür (Bkz. Şekil 4 ve 12).

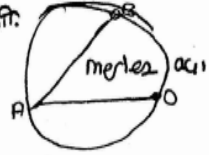
Talha


 $\widehat{CDE} = \text{açı}$ yayın yarısıdır.

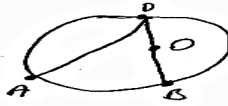
 $\widehat{CDE} = \text{Çevre} \sim \frac{1}{2}$
 $\widehat{DE} = \text{yay}$

Tuana

Canım arkadaşım lütfen buğün merkezi açığı gördük Merkez Açı \Rightarrow Kes
 Çemberin merkezinde don açığın çember açısı denir.



Yusuf


 \rightarrow Merkez açısıdır.

 $\text{yay} = \cap$ gösterilmiştir.

 $\widehat{AOB} = \text{AOB}$ yayıdır.

 $\widehat{AOB} = \text{AOB}$ açıdır.

 $\widehat{AB} = \text{AB}$ yayıdır.

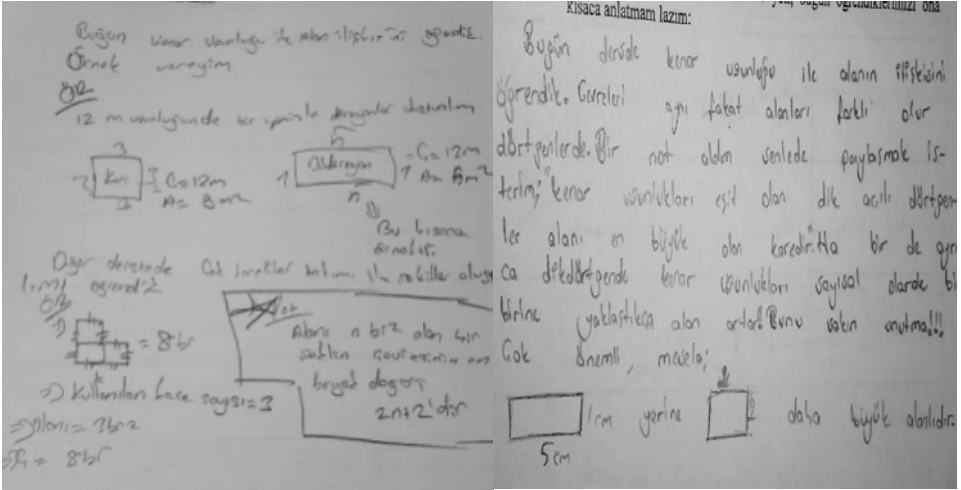
Şekil 12. Talha, Tuana ve Yusuf'un günlükleri (K5)

K1 için S_0 'da değerlendirilen üç öğrencinin günlükleri incelendiğinde, öğrencilerin yamuğun alan formülünü $\frac{\text{alt taban} + \text{üst taban} \cdot \text{yükseklik}}{2}$, $\frac{\text{alt taban} \cdot \text{yükseklik}}{2}$, $\frac{\text{alt taban} \cdot \text{üst}}{2}$ gibi yanlış ifade ettikleri görülmüştür.

K4'de yapılan yanlışlıklar ise daha çok doğru-doğru parçası; ayrik-teğet doğru; kesen-teğet doğru gibi kavramların gösterimlerinin karıştırılması şeklinde olmuştur.

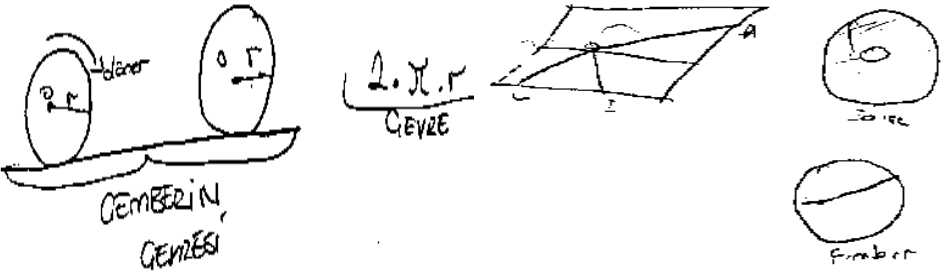
Tablo 8'de her bir kazanım için en çok öğrencinin S_2 seviyesinde yer aldığı tespit edilmiştir. Yani matematiksel dili yeterli ya da yetersiz olarak nitelendirmeksizin kullanan öğrenci sayısının, matematiksel dili kullanmaktan kaçınan öğrenci sayısına oranla büyük çoğunluğu temsil ettiği görülmüştür. Bu öğrenci günlükleri incelendiğinde bazı öğrencilerin kavramları ve ilişkileri açıklarken yoğunlukla matematiksel dili kullanmayı tercih ettikleri bazıların ise birkaç şekil ya da notasyondan yararlanarak daha çok sözel açıklamalar

kullandıkları fark edilmiştir. Bu durum K2 için Adem ve Dilara'nın günlüklerinde açık bir şekilde görülmektedir (Bkz. Şekil 13).



Şekil 13. Adem ve Dilara'nın günlükleri (K2)

Ayrıca S_2 düzeyinde değerlendirilen günlüklerde, öğrencilerin kavramları ve ilişkileri açıklarken kullandıkları matematiksel dilde özensiz oldukları dikkat çekmektedir. Örneğin K6'da öğrenciler çemberin bir tam turunda aldığı yolun çemberin çevresini verdiği ifadesini matematiksel olarak gösterirken, çemberin merkezini referans almadıkları görülmüştür (Bkz. Şekil 14). K3'de de benzer olarak çember modelinde merkezi, çemberin tam orta noktasında ifade etmeyen öğrencilerin mevcut olduğu tespit edilmiştir (Bkz. Şekil 14).




Şekil 14. Melisa ve Alparslan'ın günlükleri (K3)

Son olarak matematiksel dili tam ve doğru bir şekilde kullanan (S_3) öğrencilere bakıldığında, K6 ve K7 hariç diğer kazanımların hepsinde en az bir öğrencinin bu seviyede değerlendirildiği fark edilmiştir (Bkz. Tablo 8). Örneğin K8 için üç öğrencinin kazanımın

gerektirdiği kavramları ve kavramlar arasındaki ilişkileri şekil üzerinde gösterirken, diğer yandan notasyonlar ve formüllerle de ifade ettikleri görülmüştür. Bu duruma örnek oluşturan günlük aşğıdaki şekilde verilmiştir.

Bugünkü dersimde Türk Bayrağı'nı
Türk Bayrağı'nın çizilmesi için yasanın
ölçüler verilmiştir.



ÖRNEK
150 cm olan Bayrağın uzunluğu
Genişliği $L = \frac{3}{2} \cdot G$ $\frac{3}{2} \cdot \frac{150}{1} = \frac{450}{2}$

ÖRNEK
Yıldız çemberinin ayın iç çemberine $\frac{1}{2}$
15 cm olan bayrağın genişliği?

İfade	Tanımı
G	Bayrağın genişliği = G
L	Bayrağın uzunluğu = $\frac{3}{2} \cdot G$
A	Dis ay merkezinin yukarı uzaklığı = $\frac{1}{2} \cdot G$
B	Ayın dış çemberinin çapı = $\frac{1}{2} \cdot G$
C	Ayın iç ve dış merkeze arası = $\frac{1}{16} \cdot G$
D	Ayın iç çemberinin çapı = 0,2
E	Yıldız çemberinin ayın iç uzaklığı = $\frac{1}{3} \cdot G$
F	Yıldız çemberinin çapı = $\frac{1}{6} \cdot G$
M	Uçurluk genişliği = $\frac{1}{30} \cdot G$

Şekil 15. Elif'in günlüğü (K8)

3.2. Öğrencilerin matematiksel becerileri ile akademik başarıları arasındaki ilişki

Çalışmada öğrenciler başarılarına göre; 1-Çok iyi, 2- İyi, 3- Orta, 4- Düşük, 5- Çok düşük olmak üzere göre beş gruba ayrılmıştır. 9 uygulamanın hepsi için her bir öğrenci günlüğü bir veri olarak kabul edilmiş ve başarı gruplarına göre seviyelere denk düşen öğrenci sayıları aşğıdaki tabloda sunulmuştur:

Tablo 9. Başarı gruplarına göre öğrencilerin matematiksel becerilerinin seviyelere göre dağılımı

	Tanımlar				Kavramlar				Matematiksel Dil			
	S ₀	S ₁	S ₂	S ₃	S ₀	S ₁	S ₂	S ₃	S ₀	S ₁	S ₂	S ₃
G1	3	4	13	4	2	5	35	10	5	4	33	10
G2	5	3	11	4	7	8	29	9	12	2	35	4
G3	3	7	23	3	8	7	58	7	7	10	59	3
G4	4	8	12	3	12	12	40	3	9	3	53	1
G5	2	5	5	1	11	7	10	1	10	1	14	4

Tabloda seviyelere göre dağılan öğrenci sayılarını grup bazında karşılaştırmanın, her bir gruba düşen öğrenci sayılarının farklı olmasından ötürü pek doğru olmayacağı düşünülmüştür. Ayrıca tanım kullanabilme becerisinde yer alan öğrenci sayısının, beş kazanımda yapılması gereken herhangi bir tanım bulunmamasından ötürü, diğer iki aşamaya nazaran daha az olmasının bu karşılaştırmayı anlamlı kılmadığı görülmüştür. Fakat bu durumların, seviyeler ya da grupların kendi içinde değerlendirilmesine engel oluşturmadığı ifade edilebilir.

Tabloda hiçbir hücrenin boş olmaması ile her gruptan en az bir öğrencinin herhangi bir seviyede davranış sergilediği görülmüştür. Grupları kendi içerisinde değerlendirdiğimizde, G1’de genel olarak matematiksel dili kullanmaktan kaçınan öğrenci sayısı doğru ya da eksik tanım yapan öğrenci sayısına oranla oldukça azdır. Aynı durumu G5 için söylemek pek mümkün görünmemektedir. G5 öğrencileri özellikle kavram kullanımından ve matematiksel şekil ve notasyonların kullanımından kaçınma davranışı göstermişlerdir. G5’de yer alan öğrenci sayısının 5 olduğu da göz önüne alınırsa bu sayılar daha da anlam kazanmaktadır. Örneğin; kavram kullanımı kategorisinde hem G1 hem de G5 için toplam 12 öğrenci günlüğü vardır. G1’de yer alan 12 günlüğün 2’sinde kavram kullanımında kaçınma davranışı gözlenirken, G5’de 11 günlükte kaçınma davranışı tespit edilmiştir. Diğer yandan G1’de 10 günlükte kavram kullanımı tam ve doğru olarak ifade edilmişken, G1’de sadece 1 günlük bu şekildedir. Ayrıca matematiksel dil kullanabilme becerisi için de benzer şeyleri söylemek mümkündür. Bu bulgular ışığında matematiksel dilin kullanılma becerisinin öğrencilerin başarı düzeylerine paralel olarak değiştiğini söylemek doğru değildir. Çünkü başarı düzeyi oldukça düşük olan öğrencilerin bazı kazanımlar için tanımları tam ve doğru olarak yaptıkları ya da kavramları ve kavramlar arası ilişkileri tam ve doğru olarak ifade ettikleri ya da kavramları şekil, sembol ve notasyonlarla tam ve doğru bir şekilde açıklayabildikleri gözlenmiştir. K4’de Melisa’nın bu durum için etkili bir örnek teşkil ettiği gözlenmiştir. Öğretmen söz konusu kazanım çerçevesinde vermeyi planladığı kavramları ve tanımları görselleri ile birlikte aşağıdaki gibi açıklamıştır (Bkz. Şekil 16).

- (2) a- Ders esnasında (varsa) kullandığınız kavram(lar):
 Ders esnasında ayık doğru, teğet doğru, kesen doğru ve kiris kavramları ilk kez kullandım.
- b- Ders esnasında (varsa) verdiğiniz tanım(lar):
 Ayık doğru; Çember ile hiç bir ortak noktası olmayan doğruya denir.
 Teğet doğru; Çember ile bir ortak noktası olan doğruya denir.
 Kesen doğru; Çemberin iki noktasında kesen doğruya denir.
 Kiris; Çemberin iki noktasını birleştiren doğru parçasıdır.
 En büyük kiris ÇAP.T.R.!


- (3) a- Ders esnasında (varsa) kullandığınız görsel şekil(ler):
-
- b- Ders esnasında (varsa) verdiğiniz örnek(ler), çözdüğünüz soru(lar):
- İfaveleli... c. tentisi... a. a.
- | | |
|----------------|--------------------|
| 1-1. P noktası | a-1. Kesen doğru |
| 1-1. [AB] | b-1. Yarıçap |
| 2-1. [OC] | c-1. Teğet doğ. |
| 4-1. [DE] | d-1. Çap |
| 5-1. d1 doğru | e-1. Kiris |
| 6-1. d2 doğru | f-1. Teğet noktası |

Şekil 16. Öğretmen Ders İçerik Formu (K4)


Başarı durumu çok düşük olarak nitelendirilen Melisa'ya ait günlük incelendiğinde ise, ders içerik formunda yer alan tüm kavramların öğrenci tarafından da açık bir şekilde ifade edildiği görülmüştür (Bkz. Şekil 17).

GEMERİN DOĞRU İLE İLİŞKİSİ


1= GEMER VE AYRIK DOĞRU = Doğru Gemberin dışından ise Gember ile doğrunun ile doğrunun ortak noktası yoktur.

ÖRNEK =  $d \cap G(O,r) = \emptyset$


2= GEMER VE TEĞET DOĞRU = Doğru Gembere bir noktadan değiyor ise Gember ile doğrunun bir ortak noktası vardır. BU doğruya Gember teğet denir.

ÖRNEK =  $d \cap G(O,r) = \{A\}$

3= GEMER VE KESEN DOĞRU = İki ortak noktası vardır. BU doğruya Gemberin kesen doğru denir.

ÖRNEK =  $d \cap G(O,r) = \{A,B\}$

4= GEMERİN VE MERKEZ DEN GEÇEN DOĞRU = Doğru ile Merkez Arasındaki Uzaklık Sıfırdır.

ÖRNEK =  $A, B \in G(O,r)$ $|AB| > 2r$ en büyük kiriş çapıdır.

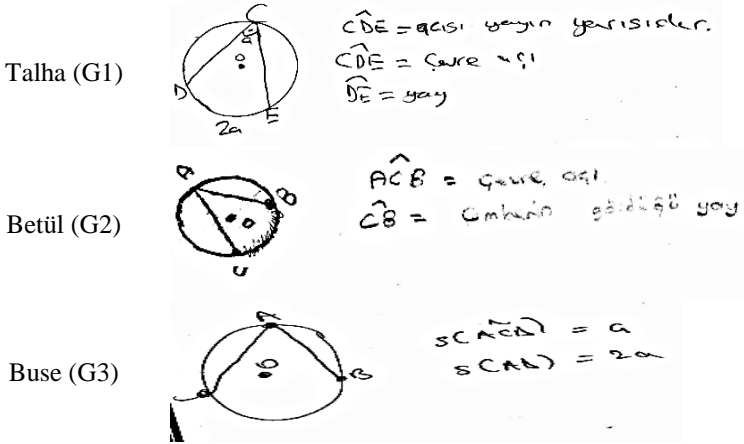
NOT: merkezin geçen en büyük kiriş ÇAPDIR

Şekil 17. Melisa'nın günlüğü (K4)

Tanım kullanma bilgisi öğrencilerin başarı düzeylerine göre incelendiğinde, başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerin genellikle eksik ya da tam; başarı düzeyi orta veya daha düşük olan öğrencilerin ise genellikle eksik ya da yanlış bir tanım kullanma bilgisine sahip olduğu görülmüştür (Bkz. Tablo 9). Yine genellikle başarı düzeyi orta veya daha düşük olan öğrencilerin tanım kullanmaktan kaçınma davranışı gösterdikleri fark edilmiştir. Diğer yandan her düzeyden en az bir öğrencinin herhangi bir seviyede davranış gösteriyor olması da dikkat çekicidir. Örneğin Melisa başarı düzeyi düşük olarak nitelendirilen bir öğrenci olmasına rağmen kazanımla ilgili tanımları eksiksiz olarak yaptığı görülmüştür (Bkz. Şekil 17).

Kavram kullanma bilgisi öğrencilerin başarı düzeylerine göre incelendiğinde, başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerin kaçınma davranışını pek göstermedikleri ve genellikle eksik kullanım seviyesinde yer aldıkları görülmüştür (Bkz. Tablo 9). Ayrıca öğrencilerin gösterdikleri davranışların kazanım boyutunda pek farklılaşmadığını da söylemek yanlış olmayacaktır. Örneğin, başarı düzeyi çok düşük olarak nitelendirilen Rıdvan, kazanımların hemen hepsinde kavram kullanımından kaçınma davranışı göstermiştir.

Matematiksel dili kullanma bilgisi incelendiğinde, başarı düzeyi yüksek olarak nitelendirilen öğrencilerin matematiksel dili diğer öğrencilere nazaran daha yoğun bir şekilde tercih ettikleri görülmüştür (Bkz. Tablo 9). Tablo 9'da K5 için S_0 seviyesinde her başarı düzeyinde öğrencinin yer alması dikkat çekici bir durumdur. Öğrencilerin günlükleri incelendiğinde çoğunluğunun açısı isimlendirmelerinde hata yaptıkları fark edilmiştir (Bkz. Şekil 18).



Şekil 18. Talha, Betül ve Buse'nin günlükleri (K5)

Öğrencilerin çoğunun matematiksel kavramları açıklarken, şekil kullanmaktan pek kaçınmadıkları fakat sembol, notasyon ve değişken kullanmaktan kaçındıkları görülmüştür. Bu yüzden herhangi bir kazanıma bağlı kalmadan, öğrencilerin genellikle eksik kullanım seviyesinde değerlendirildiğini söylemek yanlış olmayacaktır.

4. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmanın amacı öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinin ortaya çıkarılmasıdır. Öğrencilerin matematiksel iletişim becerileri öğrenci günlüklerindeki tanım yapabilme, kavram kullanabilme ve matematiksel dil kullanabilme becerileri incelenerek resmedilmeye çalışılmıştır. Elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin tanım yapabilme becerisinin diğer iki beceriye göre daha eksik olduğu, kavram kullanabilme becerisinin ise diğer iki beceriye göre daha iyi düzeyde olduğu sonucuna varılmıştır.

Tanım yapabilme becerisine ait bulgular incelendiğinde, öğrencilerin çoğunluğunun tanım yapmaktan kaçınmadığı görülmüştür. Ancak, tanım yapan öğrenciler arasında, yanlış tanım yapan öğrencilerin sayılarının çokluğu dikkat çekmiştir. Yanlış tanım yapan öğrencilerin tanımlama yaparken yaptıkları hatalar incelendiğinde ise, bu hataların iki sebepten kaynaklandığı görülmüştür. Bunların ilki öğrenci tarafından tanımlanan kavramların öğrenci zihnindeki kavram imajlarının, bu kavramları tanımlarken dayanak noktası olarak kullanılmasından kaynaklı zorluklar olarak belirlenmiştir. Yani öğrencilerin, ilgili kavramı günlüklerinde şekilsel olarak doğru bir şekilde gösterebildiği ancak, bu

kavramı tanımlarken bu görsel imajları yazılı olarak doğru ifade edemedikleri bulunmuştur. Örneğin, Bir öğrenci çap için çemberi bir baştan diğer başa tamamlayan çizgi şeklinde yanlış tanımlarken, çap için çizdiği görselin doğru olduğu görülmüştür (Bkz. Şekil 1).

Tanımlamalar esnasında yaşanan öğrenci zorlanmalarındaki ikinci sebep ise, öğrencilerin tanım yaptıkları kavram isimlerinin zihinlerinde bıraktığı anlamı bu kavramları tanımlarken dayanak noktası olarak kullanılmasından kaynaklı zorluklar olarak belirlenmiştir. Örneğin, öğrencilerin merkez açı kavramını tanımlarken merkezden geçen açı olarak ifade ettikleri görülmüştür. Aynı şekilde çevre açının çemberin çevresinden geçen açı olarak tanımlanması bu tür hatalar olarak belirlenmiştir (Bkz. Tablo 6). Öğrencilerin matematiksel kavramların tanımlarını yaparken sahip oldukları bu hatalar, öğrencilerin kavramları içselleştiremediklerini gösteren birer durum olduğu düşünülmektedir. Alan yazında bu sonucu destekler bazı çalışmalar yer almaktadır (Akkoç, 2006; Edwards & Ward, 2004, 2005, 2008; Gökbulut & Ubuz, 2013; Zaslavsky & Shir, 2005; Zazkis & Leikin, 2008). Örneğin; Vinner (1983) matematiksel tanımlarda iki kavram arasındaki farka dikkat çekmiştir: kavram tanımı ve kavram imajı. O'na göre kavram tanımı ilgili kavramı açık bir şekilde betimlerken, kavram imajı kavram ile ilgili zihinsel görüntüleri temsil etmektedir. Zihinsel görüntüler öğrencilerin kişisel deneyimleri ile yakından ilişkilidir. Kişisel deneyimler bilginin kavramsallaştırılmasında ve oluşturulmasında oldukça büyük öneme sahiptir. Dolayısıyla öğrencilerin zihinsel görüntülerinin bilgiyi kavramsallaştırma ve oluşturma süreçlerine yapacağı katkı dikkate alınmalıdır. Diğer yandan, öğrencilerin herhangi bir kavramın tanımını ezbere yapmasının o kavramın anlaşıldığının bir göstergesi olarak görülmemesi gerektiği de bazı çalışmalarca ifade edilmektedir (Gökbulut & Ubuz, 2013, Soylu & Aydın, 2006). Bu çalışmanın bulguları da öğrenciler tarafından yapılan bazı tanımlamaların öğretmenin verdiği şekliyle tam ve doğru olarak yapıldığı tespit edilmiştir. Kavramla ilgili yapılan tanımların öğrenci tarafından anlaşılıp anlaşılmadığına yönelik belirlemeler için daha ileriki çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır.

Kavram kullanma bilgisi kavramların doğru şekilde ifade edilmesi, ne ifade ettiklerinin açıklanması ve başka kavramlarla ilişkisinin ortaya konulmasını kapsamaktadır. Kavram kullanımına dair bulguların analizinde, öğrencilerin genellikle kavram kullanmaktan kaçınmadıkları, fakat çoğu öğrencinin bu kategoride eksik beceriye sahip olduğu gözlenmiştir. Burada öğrencilerin kavramları ifade etme ve açıklamadan ziyade, özellikle kavramların ilişkilendirilmesi hususunda eksiklik yaşadığı tespit edilmiştir. Bir iki öğrenci dışında hiçbir öğrencinin kavramları ilişkilendirerek açıklamayı tercih etmediği görülmüştür. Örneğin, K1 için öğrencilerin yeni kavramları (yamuğun alanı) daha aşına oldukları kavramları (paralelkenar ve üçgenin alanı) kullanarak açıklamayı tercih etmedikleri gözlenmiştir. Oysaki kavramların öğretimi ve öğreniminde ilişkisel anlamının önemi büyüktür (Açıl, 2015; Sucuoğlu, Büyüköztürk & Ünsal, 2008; Toluk-Uçar, 2011). Diğer yandan, öğretmenin ders içerik formunda da bu ilişkilendirmenin yüzeysel kaldığı dikkat çekmiştir. Ayrıca, bazı öğrencilerin kavramları açıklarken bu kavramların ifade ettiklerini yanlış genellediği görülmüştür (Bkz. Şekil 8). Genellemelere imkân veren kazanımlarda öğretmenin doldurduğu form ile öğrenci günlükleri incelendiğinde, yapılan bazı yanlış genellemelere öğretmenin fırsat verdiği dikkat çekmiştir. Örneğin, öğretmenin çapı giriş olarak göstermesi öğrenciler tarafından giriş ile çapın aynı kavramlar olduğu

genellemesi yapmasına fırsat yaratmıştır. Diğer yandan yapılan bazı genellemelerin öğretmen tarafından yeterince açıklanmaması öğrencilerin eksik ya da hatalı öğrenmelerine yol açtığı düşünülmektedir. Öğretmenin ders sonunda öğrenciler tarafından kazanılan becerilerde “*eşit çevre uzunluğuna sahip dik açılı dörtgenlerden en büyük alana sahip olanın her zaman kare*” olduğu genellemesi öğrenciler tarafından “*en büyük alana sahip dörtgenin kare*” olduğu şeklinde yanlış genellendiği görülmüştür. Aynı şekilde, birçok öğrencinin, “*dikdörtgenin uzun kenarının dairenin çevresine eşit*” olduğunu ifade ettiği görülmüştür. Bu durum, doğru matematiksel genellemeler için ön koşul niteliğinde olan yargıların yeterince vurgulanmamasından kaynaklanıyor olabileceği düşünülmektedir. Morali, Köroğlu ve Çelik (2004) çalışmasında öğrencilerin eksik öğrenmelerini iki durumla açıklamışlardır: öğretmenlerin bazı kavramlar üzerinde yeterince durmaması ve yanlış açıklamalar yapması. Köroğlu, Yavuz ve Ertem (2004) ise yanlış anlamaların bir nedeninin, öğretmenin öğrenci zihnindeki kavram oluşumunda başarıyı yakalayamaması şeklinde açıklamışlardır. İfade edilen bu örnek durumlar, öğretmenin eğitim-öğretimdeki rolü için önemini gözler önüne sermektedir. Öğrencilerin kavram oluşturma bilgisi, kavramları anlama ve yapılandırma bilgisinde öğretmen kilit noktadır (Dursun & Dede, 2004). Dolayısıyla sadece öğrencilerin değil, öğretmenlerin de kişisel gelişimleri önemsenmeli, öğretmenler bu konuda bilinçlendirilerek gerekirse takviye eğitimlerle desteklenmelidir.

Kavram kullanımında yapılan eksikliklerin yanı sıra öğrencilerin kavramları açıklamada kullandıkları diğer kavramlarda dikkatsiz davrandıkları fark edilmiştir. Örneğin, çoğu öğrenci kirişin tanımını yaparken doğru parçası yerine doğru kavramını kullanmıştır. Ayrıca öğrencilerin alan ve çevre, daire diliminin alanı ile alan, çember ile daire gibi bazı kavramları birbiri yerine kullanabildikleri tespit edilmiştir. Kavramların kullanımındaki karışıklıklara rağmen, söz konusu öğrencilerin aynı kavramları şekilsel olarak doğru bir şekilde gösterdikleri de fark edilmiştir. Bu gibi durumları öğrencilerin yanlış bilgiye sahip olduğu şeklinde yorumlamak sağlıklı bir çıkarım olmayacaktır, fakat öğrencilerin kavram kullanımında özensiz davrandıklarını ifade etmek gerekmektedir. Bu davranışlar bazen öğrencilerin hataları ile sonuçlanabilir. O yüzden öğrencilerin kavram kullanımında dikkatli davranmalarının önemli olduğu düşünülmektedir.

Çalışmanın bulgularına göre genel olarak öğrencilerin günlüklerinde matematiksel dil kullanmaktan kaçınmadıkları gözlenmiştir. Ancak az sayıda da olsa, bazı öğrencilerin matematiksel dili yanlış kullandığı görülmüştür (Bkz. Tablo 8). Öğrencilerin matematiksel dili kullanma becerileri incelendiğinde tanım ve kavram bilgisi seviye 3 olarak nitelendirilen bazı öğrencilerin matematiksel dili kullanmaktan kaçındıkları gözlenmiştir. Öğrencilerin matematiksel gösterimlerde özensiz davranmaları da çalışma da dikkat çeken bir diğer husus olmuştur. Örneğin, doğru ve doğru parçasının birbiri yerine kullanılması ileriiki zamanlarda kavram yanlışlarına yol açabileceği düşünülmektedir. Tünnüklü, Alaylı ve Akkaş (2013) çalışmalarında öğrencilerin hatalı çizimlerinin sahip oldukları kavram yanlışlarının güçlü bir göstergesi olduğunu ifade etmektedirler. Yazısal iletişimin matematik sınıflarında yaygın kullanımının öğrencilerin kavramsal öğrenmelerini desteklediği ve sonuç olarak kavram yanlışlarını azalttığı belirtilmiştir (Ayyıldız & Altun, 2013; Eker & Coşkun, 2012; Meel, 1999). Bu nedenle yazısal iletişimin matematik sınıflarında daha yaygın kullanılması tavsiye edilmektedir. Matematiksel dil yazısal dili

kapsamının yanı sıra sözel dil ve el hareketleri ve işaret dilini de kapsar. Araştırmacılar işaretlerin öğrenci açıklama ve iletişim becerilerinin önemli bir parçası olduğunu belirtirler (Goldin-Meadow & Singer, 2003; Roth & Lawless, 2002; Roth & Welzel, 2001). Her ne kadar işaretler ve sözel dil matematiğin önemli parçaları olsa da, bu çalışmada sadece öğrencilerin yazısal iletişim becerileri araştırılmıştır. Sözel ve özellikle el hareketleri ve işaret dilini de kapsayacak şekilde araştırma yapılması tavsiye edilmektedir.

Çalışmanın ikincil amacı öğrencilerin matematiksel iletişim becerileri ile akademik başarıları arasındaki olası ilişkinin ortaya çıkarılmasıdır. Her ne kadar alan yazında matematiksel iletişim becerilerinin matematik başarısına etkileri yaygın olarak araştırılrsa da (Brethouwer, 2008; Kranda, 2008; Mercer & Sams, 2006; Pugalee, 2001; van der Walt & ark., 2008; Warren, 2006) öğrencilerin iletişim becerileri ve akademik başarıları arasındaki olası ilişkiyi inceleyen çalışmaların yaygın olmadığı gözlenmiştir. Başarı düzeyi düşük olan birkaç öğrencinin bazı kazanımlarda tanım yapabilme ya da kavram kullanabilme ya da matematiksel dili kullanabilme becerisinde seviye 3 düzeyinde davranış gösterdiği görülmüştür. Diğer yandan kaçınma (seviye 0) ya da yanlış kullanım seviyesinde (seviye 1) davranış gösteren öğrenciler arasında başarı düzeyi çok yüksek olarak nitelendirilen öğrencilerin de var olduğu tespit edilmiştir. Dolayısıyla öğrencilerin tanım yapabilme, kavram kullanabilme veya matematiksel dili kullanabilme becerilerinin akademik başarıları ile net bir şekilde ilişkilendirilmesi en azından bu örneklem için mümkün görülmemektedir. Fakat beceriler kendi içerisinde incelendiğinde, örneğin kavramları şekilsel ifade etmede başarının etkisi tam olarak gözlenemezken, sembol ve notasyon kullanımında öğrencilerin başarı düzeyine göre farklılaştığı görülmüştür. Başarı düzeyi düştükçe sembol ve notasyon kullanımında kaçınmanın arttığı, başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerin ise açıklamalarında sıklıkla sembollere ve notasyonlara yer verdiği gözlenmiştir. Bu farklılaşmada öğretmen faktörünün rolü olabileceği düşünülmektedir. Dickson, Brown ve Gibson (1993) çalışmalarında öğrencilerin açık kavramını yeterince açıklayamadıklarını fark etmiş ve öğretmenlerin sıklıkla kullandıkları matematiksel kavramların öğrenci tarafından yeterli bir şekilde öğrenilmediğini ifade etmişlerdir. Bu matematiksel iletişim sürecinde öğretmenin rolünün önemine işaret eden bir durumdur. Başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerin, öğretmenin kullandığı notasyon ve sembollere daha hâkim olduğu ve günlüklerinde de bunu yansıttıkları düşünülmektedir. Aynı şekilde, başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerin tanımları ifade ederken kavram imajlarını birincil kaynak olarak kullanmamaları bu öğrencilerin şekilsel gösterimden çok yararlanmama sebebi olarak düşünülebilir.

Investigating Seventh Grade Students' Mathematical Communication Skills: Student Journals

Extended Abstract

Introduction

The US National Research Council (NRC) (2001) describes mathematical proficiency as five interrelated components: (1) conceptual understanding, (2) procedural fluency, (3) strategic competence, (4) adaptive reasoning and (5) mathematical communication. Mathematical communication skill, which constitutes as one of these five components of mathematical proficiency, includes not only the ability of explaining thoughts verbally or in written format, but also the ability of understanding other's thoughts and using mathematical language correctly and effectively (NCTM, 2000). According to the National Council of Teacher of Mathematics (NCTM), "Changes in the workplace increasingly demand teamwork, collaboration, and communication" (NCTM, 2000, p. 348). Thus, communication is a key part of students' learning. This study aims to investigate students' mathematical communication skills through investigating their ability of defining, using mathematical concepts and mathematical language. Additionally, this study aims to investigate the relationship between students' mathematical communication skills with their academic achievements. More specifically the following research questions guide the study:

- (1) What level 7th grade students' mathematical communication skills are?
- (2) Is there any relationship between 7th grade students' mathematical communication skills and their academic achievement levels?

Method

A seventh grade classroom at a public middle school in the province of Erzurum and 34 students and their mathematics teacher participated in the study. The participating students were grouped in 5 levels based on their academic achievements. These groups were formed based on students' transcripts in the previous semester and their math teacher's comments on their academic achievements. Students were asked to keep journals during seven weeks for sixteen Geometry standards after each standard. Additionally, the participating teacher was asked to keep a teacher log to describe all the tasks, definitions, concepts, examples and figures used during the lesson after each standard during seven weeks. Student journals were analyzed in four hierarchical levels—Level 0 (Avoidance), Level 1 (Incorrect Use), Level 2 (Incomplete Use) and Level 3 (Correct and Complete Use)—by two researchers individually. Later, the researchers compared their categorizations and discussed till solving the disagreements. Overall percentage agreement was 87% for the inter-rater reliability.

Findings

According to the findings of the study, participating students did not comprehend the concept definitions. The majority of the students were coded in level 2 (incomplete use) in the

definition category. However, it should be noted that even though the students were coded in the same level—level 2 (incomplete use)—the definitions they used varied in terms of missing parts. Furthermore, it was seen that the participating students did not refrain from using definitions in their journals regardless of their levels in this category. In the category of using mathematical concepts, the majority of the students was again coded in level 2 (incomplete use). The students coded in this level did not refrain from using concept names; however, they did refrain from mentioning the relationships between these concepts in their journals. It was seen that students attempted to use mathematical language in their journals as a way of communication. However, it should be noted that some incorrect use of mathematical language including incorrect use of figures or notations was apparent in student journals. This study also showed that it was hard to conclude that student mathematical communication skills differ based on their academic achievement levels.

Discussion and Conclusion

This study aimed to investigate communication skills of seventh grade students. Therefore, student journals that the participating students kept after each standard for seven weeks were investigated in three categories as definitions, using concepts and mathematical language.

According to the findings of the study, the students' ability of defining was coded as the lowest compared to the other two categories—use of mathematical concepts and mathematical language. The number of the students who provided incorrect definitions was not low. When investigated further for why the students' ability of defining was coded as the lowest, it was seen that there might be two possible reasons. First of all, the results of the study demonstrated that the students' limited concept images of the concepts involved in the definition influenced their definition skills. This result aligns well with the results of many other studies (Akkoç, 2006; Edwards & Ward, 2004, 2005, 2008; Gökbulut & Ubuz, 2013; Zaslavsky & Shir, 2005; Zazkis & Leikin, 2008). Second of all, the meanings of the concept names that were awakened in the students' minds might lead students to provide incorrect definitions. For instance, when analyzed student journals the number of the students who defined central angle incorrectly as the angle which has a side that goes through the center of a circle was significantly high. Overall, this study demonstrated that when defining concepts, the students do so procedurally as highlighted in different studies (Gökbulut & Ubuz, 2013, Soyulu & Aydın, 2006).

This study also demonstrated that although the students did not refrain from using the concept names in their journals, when it comes to highlight the relationships among different concepts they were not very successful. Although the students refrained from using the relationships among different concepts, researchers argue that understanding the relationships is such an essential component of learning mathematics conceptually (Açıl, 2015; Sucuoğlu, Büyükoztürk & Ünsal, 2008; Toluk-Uçar, 2011).

According to the results of the study, the participating students were able to use mathematical language in order to communicate. However, it should be noted that incorrect use of mathematical language was apparent in the student journals. The current education reform acts (CCSSM, 2010; NCTM, 2000) and many studies (Ayyıldız & Altun, 2013; Eker &

Coşkun, 2012; Meel, 1999) highlight the advantages of using mathematical writings in math classrooms. Similarly, the results of this study also demonstrated that student journals might be an effective tool to assess student understanding as well as their misunderstandings.

Kaynaklar/References

- Aıl, E. (2015). *Ortaokul 3. sınıf öğrencilerin denklem kavramına yönelik soyutlama süreçlerinin incelenmesi: APOS Teorisi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Adams, A. (2010). Rehearsal or reorganization two patterns of literacy strategy use in secondary mathematics class. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 7, 371-390.
- Adams, T., L. (2003). Reading mathematics: More than words can say. *The Reading Teacher*, 56, 786-795.
- Akkoç, H. (2006). Fonksiyon kavramının çoklu temsillerinin çağrıştırdığı kavram görüntüleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 1-10.
- Ayyıldız, N., & Altun, S. (2013). Matematik dersine ilişkin kavram yanılgılarının giderilmesinde öğrenme günlüklerinin etkisinin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(2), 71-86.
- Azzolino, A. (1990). Writing as a tool for teaching mathematics: The silent revolution. In T. J. Cooney & C. R. Hirsh (Eds.), *Teaching and learning mathematics in the 1990s, 1990 yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) (pp. 92-100). Reston, VA: NCTM.
- Baber, R., L. (2011). *The language of mathematics: Utilizing math in practice*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Barwell, R. (2005). Language in the mathematics classroom. *Language and Education*, 19(2), 97-102.
- Bagley, T., & Gallenberger, C. (1992). Assessing students' dispositions: Using journal to improve students' performance. *Mathematics Teacher*, 85, 660-663.
- Boulet, G. (2007). How does language impact the learning of mathematics? Let me count the ways. *Journal of Teaching and Learning*, 5(1), 1-12.
- Brethouwer, J. (2008). *Vocabulary instruction as a tool for helping students of diverse backgrounds and ability levels to understand mathematical concepts* (Unpublished master's thesis). University of Nebraska, Lincoln.
- Chapman, K., P. (1996). Journals: Pathways to thinking in second-year algebra. *Mathematics Teacher*, 89, 588-90.
- Chen, C., & Herbst, P. (2013). The interplay among gestures, discourses, and diagrams in students' geometrical reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 83, 285-307.
- Clements, D., H. (2003). Teaching and learning geometry. In J. Kilpatrick, G. Martin & D. Schifter (Eds.), *Research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 15-78). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Common Core State Standards Initiative [CCSSI]. (2010). *Common core state standards for mathematics*. Retrieved July 12, 2017 from <http://www.corestandards.org/Math/Practice/>

- Cresswell, J., W. (2005). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research* (2nd ed.). Ohio: Pearson.
- Denzin, K., & Lincoln, S. (2000). *The sage handbook of qualitative research* (3rd ed.). London: Sage Publications.
- Dickson, L., Brown, B., & Gibson, O. (1993). *Children learning mathematics: A teacher's guide to recent research*. London: Cassell.
- Dougherty, B., J. (1996). The write way: A look at journal writing in first-year algebra. *Mathematics Teacher*, 89, 556-60.
- Dursun, Ş., & Dede, Y. (2004). Öğrencilerin matematikte başarısını etkileyen faktörler matematik öğretmenlerinin görüşleri bakımından. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(2), 217-230.
- Duval, R. (1995). Geometrical pictures: Kinds of representation and specific processings. In R. Sutherland & J. Mason (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematics education* (pp. 142–157). Berlin: Springer.
- Edwards, B. S., & Ward, M. B. (2008). *The role of mathematical definitions in mathematics and in undergraduate mathematics courses*. Retrieved November 22, 2017 from <https://books.google.com.tr/>
- Edwards, B. S., & Ward, M. B. (2005). New practices in teaching mathematical definitions. In D. Smith & E. Swanson (Eds.), *Preparing future science and mathematics teachers: Faculty write about cept innovations on campuses today* (pp. 23-25). Bozeman, MT: Science Math Resource Center.
- Edwards, B. S., & Ward, M. B. (2004). Surprises from mathematics education research: Student (mis)use of mathematical definitions. *The American Mathematical Monthly*, 111(5), 411-424.
- Eker, C. & Coşkun, I. (2012). Ders günlüğü yazmanın ilkököl 4. sınıf öğrencilerinin sosyal bilgiler dersi akademik başarılarına etkisi. *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 29, 111-122.
- Ernest, P. (1999). Forms of knowledge in mathematics and mathematics education: Philosophical and rhetorical perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 38(1–3), 67–83.
- Goldin-Meadow, S., & Singer, M. A. (2003). From children's hands to adults' ear: Gesture's role in the learning process. *Development Psychology*, 39(3), 509–520.
- Gökbulut, Y. & Ubuz, B. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının prizma bilgileri: Tanım ve örnekler oluşturma. *İlköğretim Online*, 12(2), 401-412.
- Harley, T., A. (1995). *The psychology of language: From data to theory*. England: Erlbaum (UK) Taylor & Francis.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 70–95). Cambridge: Cambridge University Press.
- Kotsopoulos, D. (2007). Mathematics discourse: "It's like hearing a foreign language". *Mathematics Teacher*, 101(4), 301-305.
- Koroğlu, H., Yavuz, G., & Ertem, S. (2004, Ekim). 11. sınıf öğrencilerinin geometri dersinde karşılaştıkları bazı kavram yanlışları ve çözüm önerileri. XII. Eğitim Bilimleri Kongresi'nde sunulan bildiri, Gazi Üniversitesi.

- Kranda, J. (2008). *Precise mathematical language: Exploring the relationship between student vocabulary understanding and student achievement* (Unpublished master's thesis). University of Nebraska, Lincoln.
- Lim, L., & Pugalee, D. K. (2004). Using journal writing to explore they communicate to learn mathematics and they learn to communicate mathematically. *Ontario Action Researcher*, 7(2), 17-24.
- Mason, J. (1980). When is a symbol symbolic? *For the Learning of Mathematics*, 1(2), 8-12.
- Mili Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaokul matematik dersi öğretim program (5, 6, 7, ve 8. sınıflar)*. Ankara: MEB.
- Meel, D. (1999). Email dialogue journals in a college calculus classroom: A look at the implementation and benefits. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 18(4), 387-413.
- Mercer, N., & Sams, C. (2006). Teaching children how to use language to solve maths problems. *Language and Education*, 20(6), 507-528.
- Moralı, S., Köroğlu, H., & Çelik, A. (2004). Buca Eğitim Fakültesi matematik öğretmen adaylarının soyut matematik dersine yönelik tutumları ve rastlanan kavram yanılgıları. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(1), 161-175.
- Monroe, E. E., & Orme, M. P. (2002). Developing mathematical vocabulary. *Preventing School Failure: Alternative Education for Children and Youth*, 46(3), 139-142.
- Moon, J. (2010). *Assessment: Learning journals and logs*. Retrieved June 15, 2017 from: <http://ar.cetl.hku.hk/pdf/ucdtla0035.pdf>
- Morgan, C. (1998). *Writing mathematically: The discourse of investigation*. London: Falmer Press.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2006). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (1989). *The curriculum and evaluation standards*. Reston, VA: Author.
- National Research Council [NRC]. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. In J. Kilpatrick, J. Swafford & B. Findell (Eds.), *Center for education, division of behavioral and social sciences and education* (pp. 115-116). Washington, DC: National Academies Press.
- Parzys, B. (1988). Knowing vs seeing. Problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 79-92.
- Pimm, D. (1991). Communicating mathematically. In K. Durkin & B. Shire (Eds.), *Language in mathematical education: Research and practice* (pp. 17-23). Philadelphia: Open University Press.
- Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically: Communications in mathematics classrooms*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Pugalee, D., K. (2001). Writing, mathematics, and metacognition: looking for connections through students' work in mathematical problem solving. *School Science and Mathematics*, 101(5), 236-45.
-

- Riccomini, P. J., Smith, G. W., Hughes, E. M., & Fries, K. M. (2015). The language of mathematics: The importance of teaching and learning mathematical vocabulary. *Reading & Writing Quarterly*, 31(3), 235-252.
- Roth, W. M., & Lawless, D. (2002). Scientific investigations, metaphorical gestures, and the emergence of abstract scientific concepts. *Learning and Instruction*, 12, 285-304.
- Roth, W. M., & Welzel, M. (2001). From activity to gestures and scientific language. *Journal of Research in Science Teaching*, 38(1), 103-136.
- Rubenstein, R., & Thompson, D. (2002). Understanding and supporting children's mathematical vocabulary development. *Teaching Children Mathematics*, 9, 107-112.
- Rubenstein, R., N., & Thompson, D., R. (2001). Learning mathematical symbolism: Challenges and instructional strategies. *The Mathematics Teacher*, 94(4), 265-271.
- Sloyer, C., W. (2003). Mathematical insight: Changing perspective. *Mathematics Teacher*, 96, 238-242.
- Sáenz-Ludlow, A., & Presmeg, N. (2006). Semiotic perspectives on learning mathematics and communicating mathematically. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1/2), 1-10.
- Soylu, Y., & Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesinin önemi üzerine bir çalışma. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 83-95.
- Sucuoğlu, B., Büyüköztürk, Ş., & Ünsal, P. (2008). Türk çocuklarının temel-ilişkisel kavram bilgilerinin değerlendirilmesi. *İlköğretim Online*, 7(1), 203-217.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.
- Thompson, D. R., & Rubenstein, R. N. (2000). Learning mathematics vocabulary: Potential pitfalls and instructional strategies. *The Mathematics Teacher*, 93(7), 568-574.
- Türnüklü, E., Alaylı, F. G. & Akkaş, E. N. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin algıları ve imgelerinin incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(2), 1213-1232.
- Toluk-Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: Öğretimsel açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 2(2), 87-102.
- Uğurel, I., Tekin, Ç., & Morali, S. (2009). Matematik eğitimi literatüründen "yazma aktiviteleri" üzerine genel bir bakış. *E-journal of new World sciences Academy Education Science*, 1C0038, 4(2), 494-507
- Usiskin, Z. (1996). Mathematics as a language. In P. C. Elliot & M. J. Kenney (Eds.), *Communication in mathematics, K-12 and beyond* (pp. 231-243). Reston, VA: NCTM.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Williams, J. M. B. (2007). *Elementary and middle school mathematics*. Boston: Pearson.
- Van der Walt, M., Maree, K., & Ellis, S. (2008). A mathematics vocabulary questionnaire for immediate use in the intermediate phase. *South African Journal of Education*, 28, 489-504.
- Vinner, S. (1983). Conceptdefinition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14, 293-305.

- Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 356-366.
- Vinner, S., & Hershkowitz, R. (1980). Concept images and common cognitive paths in the development of some simple geometrical concepts. In R. Karplus (Ed.), *Proceedings of the Fourth International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 177-184). Berkeley: University of California, Lawrence Hall of Science.
- Wakefield, D. V. (2000). Math as a second language. *The Educational Forum*, 64(3), 272-279.
- Warren, E. (2006). Comparative mathematical language in the elementary school: A longitudinal study. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 169-189.
- Yin, R., K. (2011). *Qualitative research from start to finish*. New York: A Division of Guilford Publications.
- Zazkis, R., & Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: a case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 131-148.
- Zaslavsky, O., & Shir, K. (2005). Students' conceptions of a mathematical definition. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(4), 317-346.
-