Ordu Üniv. Bil. Tek. Derg., 2018; 8(1): 91-99
Ordu Univ. J. Sci. Tech., 2018; 8(1): 91-99
e-ISSN: 2146-6459

Araştırma Makalesi / Research Article

Parametrik Esnek Yarı Gruplar

Yıldıray ÇELİK[1*], Zühal AYDOĞAN[1]

[1]Ordu Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, Ordu

(Geliş Tarihi/Recived Date: 26.03.2018; Kabul Tarihi/Accepted Date: 27.05.2018)

Öz

Bu çalışmada, parametrik esnek yarı grup kavramı verildi. Ayrıca bu kavramın temel özellikleri araştırıldı ve sonuçları arasındaki ilişkiler değerlendirildi.

***Anahtar Kelimeler*:** Esnek küme, Yarı grup, Parametrik esnek yarı grup

Parametric Soft Semigroups

Abstract

In this paper, the concept of soft intersection semigroup is given. Also, basic properties of this concept are investigated and relationships between its results are introduced.

Keywords: Soft set, Semigroup, Parametric soft semigroup

**Sorumlu Yazar / Corresponding Author: ycelik61@gmail.com*

1. Giriş

Esnek küme teorisi Molodtsov (1999) tarafından belirsizliklerle başa çıkabilmek için yeni bir matematiksel araç olarak ortaya konuldu. Esnek küme teorisi birçok yönü ile zengin bir uygulama potansiyeline sahiptir. Bu uygulamalardan bazısı Molodtsov (1999) tarafından kendi öncü çalışmasında gösterilmiştir. Son zamanlarda esnek küme teorisi üzerindeki çalışmalar hızlı bir şekilde ilerleme göstermiştir. Maji ve ark. (2003) esnek küme teorisinin uygulamalarını tanımladılar ve esnek küme teorisi üzerinde birçok işlemle çalıştılar. Chen ve ark. (2005) esnek kümelerin parametre dönüşümleriyle ilgili yeni tanımlar ortaya koydular ve bu tanımların kaba küme teorisi (Pawlak, 1982) ile olan ilişkisini incelediler. Pei ve Miao (2005) esnek kümelerle bilgi sistemleri arasındaki ilişkiyi tartıştılar. Maji ve ark. (2001) tarafından esnek kümeler bulanık alt kümelere taşınarak bulanık esnek kümeler tanımlandı. Bu şekilde esnek kümeler için daha önceden bilinen tanım ve teoremler bulanık küme yapısına uyarlanmış oldu.

Esnek kümlerin cebirsel yapısı bazı bilim adamları tarafından incelendi. İlk olarak, Aktaş ve Çağman (2007) esnek grupların yapısını inceleyerek, esnek grupların bulanık alt kümeler ve kaba kümelerle olan ilişkisini değerlendirdiler. Ayrıca Molodsov'un esnek kümelerle ilgili tanımını kullanarak esnek grupların bazı özelliklerini ortaya koydular. Jun (2008) esnek BCK-BCI cebirlerini tanımladı ve bununla ilgili çalışmalar yaptı. Feng ve ark. (2008) esnek yarı halka kavramını ifade ettiler ve esnek kümeler için mevcut olan özellikleri yarı halka yapısına uyarladılar. Ali ve ark. (2009) esnek kümeler için bilinen $\cap$, $\cup$ gibi cebirsel yapıları yeniden düzenleyerek esnek kümelerde yeni ifadeleri oluşturdular. Çelik ve ark. (2011) esnek kümeleri halka yapısı üzerinde ele aldılar, esnek halka ve esnek ideal kavramlarını ortaya koydular. Aslam ve Qurashi (2012) esnek grup kavramını genişlettiler ve normal esnek grup, devirli esnek grup, değişmeli esnek grup gibi yeni yapıları tanımladılar. Feng ve ark. (2013) esnek kümeler üzerinde kongrüans bağıntısını tanımladılar ve bu bağıntıyı yarı gruplar üzerinde incelediler. Ali ve ark. (2010) bir yarı grup üzerinde esnek ideal, esnek quasi ideal ve esnek bi ideal kavramlarını ortaya koydular ve bunlara ait temel özellikleri araştırdılar.

Bu çalışmada biz parametrik esnek yarı grup kavramını vererek bu kavramın temel özellikleri ve sonuçları arasındaki ilişkileri değerlendirdik.

2. Genel Bilgiler

Tanım 2.1. S$\neq \emptyset$ ve ‘’*’’ S üzerinde tanımlı bir ikili işlem olsun. Eğer her a,b,c $\in$S için $a * (b * c) = (a * b) * c$ ise S ye bir yarı grup denir.

Tanım 2.2. (S,$*$) bir yarı grup ve A$\neq \emptyset \subseteq$S olsun. Eğer A$*$A$\subset$A ise A ya S’nin bir alt yarı grubu denir. Eğer A$*$S$\subset$A ise A ya S nin sağ ideali, S$*$A$\subset$A ise A ya S nin sol ideali denir.

Tanım 2.3. (Çağman ve Enginoğlu, 2010) U$\neq \emptyset$ bir evren E$\neq \emptyset$ ve A$\subseteq E$ olsun. U üzerinde, f_A: E$\rightarrow$ P(U) dönüşümü ile verilen (f_A,E) ikilisine U üzerinde bir esnek küme denir. $f_A = \{(x, f_A(\mathrm{x})) : x \in \mathrm{E},\ f_A(\mathrm{x}) \in P(U)\}$

Tanım 2.4. (Çağman ve Enginoğlu, 2010) f_A , f_B $\in$ S(U) olsun. $\forall$x$\in$E için f_A(x) $\subseteq$ f_B(x) ise f_A ya f_B nin bir esnek alt kümesi denir ve $f_A \subseteq f_B$ şeklinde gösterilir.

Tanım 2.5. (Çağman ve Enginoğlu, 2010) f_A , f_B $\in$ S(U) olsun. $\forall$x$\in$E için $f_{A\cup B}$(x) = f_A(x) $\cup$ f_B(x) olmak üzere $f_A \cup f_B = f_{A\cup B}$ şeklinde tanımlanan $f_A \cup f_B$ esnek kümesine f_A ve f_B nin birleşimi denir.

Tanım 2.6. (Çağman ve Enginoğlu, 2010) f_A , f_B $\in$ S(U) olsun. $\forall$x$\in$E için $f_{A\cap B}$(x) = f_A(x) $\cap$ f_B(x) olmak üzere $f_A \cap f_B = f_{A\cap B}$ şeklinde tanımlanan $f_A \cap f_B$ esnek kümesine f_A ve f_B nin kesişimi denir.

Tanım 2.7. (Çağman ve Enginoğlu, 2010) f_A , f_B $\in$ S(U) olsun. $\forall$(x,y)$\in$ExE için $f_{A\wedge B}$(x,y)= f_A(x) $\cap$ f_B(y) olmak üzere $f_A \wedge f_B$=$f_{A\wedge B}$ şeklinde tanımlı $f_A \wedge f_B$ esnek kümesine f_A ve f_B nin $\wedge$- arakesiti denir.

Tanım 2.8. (Çelik ve ark., 2011) f_A, f_B $\in$S(U) olsun. φ:A$\rightarrow$B bir fonksiyon olsun. f_A nın φ dönüşümü altındaki görüntüsü $\varphi(f_A)$ ile gösterilir ve her b$\in$B için

$$(\varphi(f_A))(\mathrm{b})=\begin{cases} \cup\{f_A(a) : a \in \mathrm{A} \text{ ve } \varphi(a) = b\}, & eğer\ \varphi^{-1}(b) \neq \emptyset \\ \emptyset & diğer\ durumda \end{cases}$$

şeklinde tanımlanır.

f_B nin φ altındaki ters görüntüsü $\varphi^{-1}(f_B)$ ile gösterilir ve her a∈A için $(\varphi^{-1}(f_B))(a) = f_B(\varphi(a))$ şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.9. $f_A \in$ S(U) ve $\gamma \subseteq$U olsun. {x ∈ A : f_A(x) ⊇ γ } kümesine f_A nın γ-seviye kümesi denir ve U(f_A;γ) ile gösterilir.

Tanım 2.10. f_s ve g_s U üzerinde esnek kümeler olsunlar. Her $x, y, z \in S$ için;

$$f_s \circ g_s = \begin{cases} \bigcup_{x=yz} \{f_s(y) \cap g_s(z)\} & x = yz \text{ iken} \\ \emptyset & \text{diğer durumda} \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan $f_s \circ g_s$ ‘ ye f_s ve g_s’nin parametrik esnek çarpımı denir.

Örnek 2.1. $S = \{a, b, c, d\}$ yarı grubu aşağıdaki gibi tanımlansın:

	a	**b**	**c**	**d**
a	a	a	a	a
b	a	a	a	a
c	a	a	b	a
d	a	a	b	b

U=D_3={$< x, y >: x^3 = y^2 = e,\ xy = yx^2$}={$e, x, x^2, y, yx, yx^2$}

$f_s(a) = \{e, x, y, yx\}$, $f_s(b) = \{e, x, y^2\}$, $f_s(c) = \{e, y, yx^2\}$, $f_s(d) = \{e, x, x^2, y\}$

$g_s(a) = \{e, y, y^2\}$, $g_s(b) = \{e, x, yx\}$, $g_s(c) = \{e, yx, yx^2\}$,$g_s(d) = \{e, y, yx\}$

$b = cc,\ b = dc,\ b = dd$ olduğundan,

$f_s \circ g_s(b) = \{f_s(c) \cap g_s(c)\} \cup \{f_s(d) \cap g_s(c)\} \cup \{f_s(d) \cap g_s(d)\}$ ={e, y, yx, yx^2}

Benzer şekilde $f_s \circ g_s\,(a) = \{e, x, y, yx\}$ ve $f_s \circ g_s(c) = f_s \circ g_s(d) = \emptyset$ dir.

Önerme 2.1. f_s , g_s , $h_s \in S(U)$ olsun. Bu takdirde;

i) $(f_s \circ g_s) \circ h_s = f_s \circ (g_s \circ h_s)$

ii) $f_s \circ g_s \neq g_s \circ f_s$

iii) $f_s \circ (g_s \cup h_s) = (f_s \circ g_s) \cup (f_s \circ h_s)$

$(f_s \cup g_s) \circ h_s = (f_s \circ h_s) \cup (g_s \circ h_s)$

iv) $f_s \circ (g_s \cap h_s) = (f_s \circ g_s) \cap (f_s \circ h_s)$

$(f_s \cap g_s) \circ h_s = (f_s \circ h_s) \cap (g_s \circ h_s)$

v) Eğer $f_s \subseteq g_s$ ise $f_s \circ h_s \subseteq g_s \circ h_s$ ve $h_s \circ f_s \subseteq h_s \circ g_s$

vi) $t_s, l_s \in S(U)$ iken $t_s \subseteq f_s$ ve $l_s \subseteq g_s$ ise $t_s \circ l_s \subseteq f_s \circ g_s$

Tanım 2.11. $X \subseteq S$ olsun.

$$S_X(x) = \begin{cases} U, & x \in X \; ise \\ \emptyset, & x \notin X \; ise \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan S_X fonksiyonuna X'in karakteristik fonksiyonu denir.

Açıkça görülüyor ki esnek karakteristik fonksiyon U üzerinde bir esnek kümedir.

Önerme 2.2. X, Y S yarı grubunun boştan farklı alt kümeleri olsun. Bu takdirde aşağıdaki özellikler geçerlidir:

i) $X \subseteq Y$ ise $S_X \subseteq S_Y$ dir.
ii) $S_X \cap S_Y = S_{X \cap Y}$ ve $S_X \cup S_Y = S_{X \cup Y}$
iii) $S_X \circ S_Y = S_{XY}$

3. Parametrik Esnek Yarı Gruplar

Bu bölümde parametrik esnek yarı grup kavramını vereceğiz, bu kavrama ait bazı temel özellikleri araştıracağız ve sonuçları arasındaki ilişkiyi ortaya koyacağız.

Tanım 3.1. S bir yarı grup ve f_s, U üzerinde bir esnek küme olsun. Her $x, y \in S$ için $f_s(xy) \supseteq f_s(x) \cap f_s(y)$ ise f_s ye S nin parametrik esnek yarıgrubu denir. Parametrik esnek yarı grubu kısaca PE-yarı grup olarak yazacağız.

Örnek 3.1. $S = \{a, b, c, d\}$ örnek 2.1 deki gibi bir yarı grup olsun.

f_s, $U = S_3$ simetrik grubu üzerinde bir esnek küme olsun.

$f_s(a) = \{(1), (123), (132), (12)\}$, $f_s(b) = \{(123), (12)\}$,

$f_s(c) = \{(12)\}$, $f_s(d) = \{(123)\}$ şeklinde tanımlanan f_s esnek kümesi U üzerinde bir PE-yarı gruptur.

Şimdi, $U = \left\{ \begin{bmatrix} x & 0 \\ x & 0 \end{bmatrix} : x, y \epsilon \mathbb{Z}_4 \right\}$ şeklinde 2x2 türünde matrisini tanımlayalım.

U üzerinde g_s esnek kümesi aşağıdaki şekilde tanımlansın.

$g_s(a) = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \right\}$, $g_s(b) = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}$

$g_s(c) = \left\{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}\right\}$, $\qquad g_s(d) = \left\{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}\right\}$

$g_s(dc) \not\supseteq g_s(d) \cap g_s(c)$ olduğundan g_s, U üzerinde PE-yarı grup değildir.

Eğer her $x \in S$ için $f_s(x) = U$ ise f_s U üzerinde bir PE-yarı grup tur.

Bu şekildeki PE-yarı grupları $\mathbb{S}$ ile göstereceğiz. Açıkca $\mathbb{S} = S_S$ dir. Yani her $x \in S$ için $\mathbb{S}(x) = U$ dur.

Önerme 3.1.

i) $\mathbb{S} \circ \mathbb{S} \subseteq \mathbb{S}$
ii) $f_s \circ \mathbb{S} \subseteq \mathbb{S}$ ve $\mathbb{S} \circ f_s \subseteq \mathbb{S}$
iii) $f_s \cup \mathbb{S} = \mathbb{S}$
iv) $f_s \cap \mathbb{S} = f_s$

Teorem 3.1. f_s, U üzerinde esnek bir küme olsun. f_s, U üzerinde PE-yarı gruptur $\Leftrightarrow$ $f_s \circ f_s \subseteq f_s$.

İspat: f_s, U üzerinde PE-yarı grup olsun. $a \epsilon S$ alalım.

Eğer, $(f_s \circ f_s)(a) = \emptyset$ ise $(f_s \circ f_s)(a) \subseteq f_s(a)$ dır. Böylece $f_s \circ f_s \subseteq f_s$ dir.

Diğer durumlarda;

$x, y \in S$ alalım öyleki $a = xy$ olsun. f_s, PE-yarı grup olduğundan,

$(f_s \circ f_s)(a) = \bigcup_{a=xy}(f_s(x) \cap f_s(y)) \subseteq \bigcup_{a=xy} f_s(xy) = \bigcup_{a=xy} f_s(a) = f_s(a)$

Böylece, $f_s \circ f_s \subseteq f_s$ dir.

Tersine, $f_s \circ f_s \subseteq f_s$ olsun. $x, y \in S$ ve $a = xy$ alalım.

$$f_s(xy) = f_s(a) \supseteq (f_s \circ f_s)(a) = \bigcup_{a=xy} (f_s(x) \cap f_s(y)) \supseteq f_s(x) \cap f_s(y)$$

$f_s(xy) \supseteq f_s(x) \cap f_s(y)$ olduğundan f_s , U üzerinde PE-yarı gruptur.

Teorem 3.2. $X \neq \emptyset \subseteq S$. X, S nin alt yarı grubudur $\Leftrightarrow$ S_X, S nin PE-yarı grubudur.

İspat: Varsayalım ki, X, S nin alt yarı grubu olsun. O halde $XX \subseteq X$ dir.

Önerme 2.2 den $S_X \circ S_X = S_{XX} \subseteq S_X$ yazarız.

Böylece Teorem 3.1 den S_X, U üzerinde PE-yarı gruptur.

$x\epsilon XX$ ve S_X, S nin PE-yarı grubu olsun. Teorem 3.1 den $S_X(x) \supseteq (S_X \circ S_X)(x) = S_{XX}(x) = U$.

Anlaşılıyor ki, $S_X(x) = U$. Bunun sonucu olarak $x\epsilon X$ dir. Böylece $XX \subseteq X$ ve $X,\ S$ nin alt yarı grubudur.

Önerme 3.2. $f_S$ve $f_T,\ U$ üzerinde PE-yarı grup olsun. Bu takdirde $f_S \wedge f_T$ de U üzerinde PE-yarı gruptur.

İspat: (x_1, y_1), $(x_2, y_2) \in S \times T$ olsun.

$$f_{S\wedge T}((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = f_{S\wedge T}(x_1x_2, y_1y_2)$$

$$= f_S(x_1x_2) \cap f_T(y_1y_2)$$

$$\supseteq \big(f_S(x_1) \cap f_S(x_2)\big) \cap \big(f_T(y_1) \cap f_T(y_2)\big)$$

$$= (f_S(x_1) \cap f_T(y_1)) \cap (f_S(x_2) \cap f_T(y_2))$$

$$= f_{S\wedge T}(x_1, y_1) \cap f_{S\wedge T}(x_2, y_2)$$

Buradan, $f_{S\wedge T}$ de U üzerinde PE-yarı gruptur.

Tanım 3.2. $f_S$ve $f_T,\ U$ üzerinde PE-yarı grup olsun. $f_S$ve f_T nin parametrik esnek Kartezyen çarpımı $f_S \times f_T$=$f_{S\times T}$ şeklinde tanımlıdır ve bütün $(x, y) \in S \times T$ için $f_{S\times T}(x, y) = f_S(x) \times f_T(y)$ dir.

Önerme 3.3. $f_S$ve $f_T,\ U$ üzerinde PE-yarı grup ise $f_S \times f_T$ de $U \times U$ üzerinde PE-yarı gruptur.

İspat: Tanım 3.2'den $f_S \times f_T$=$f_{S\times T}$ dir.

Bütün $(x, y) \in S \times T$ için $f_{S\times T}(x, y) = f_S(x) \times f_T(y)$ dir.

Şimdi, (x_1, y_1), $(x_2, y_2) \in S \times T$ alalım;

$$f_{S\times T}((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = f_{S\times T}(x_1x_2, y_1y_2)$$

$$= f_S(x_1x_2) \times f_T(y_1y_2)$$

$$\supseteq \big(f_S(x_1) \cap f_S(x_2)\big) \times \big(f_T(y_1) \cap f_T(y_2)\big)$$

$$= \big(f_S(x_1) \times f_T(y_1)\big) \cap (f_S(x_2) \times f_T(y_2))$$

$$= f_{S\times T}(x_1, y_1) \cap f_{S\times T}(x_2, y_2)$$

Buradan, $f_S \times f_T$=$f_{S\times T}$ de $U \times U$ üzerinde bir PE-yarı gruptur.

Önerme 3.4. f_s ve h_s , U üzerinde PE-yarı grup ise $f_s \cap h_s$ de U üzerinde PE- yarı gruptur.

İspat: $x, y \in S$ alalım.

$(f_s \cap h_s)(xy) = f_s(xy) \cap h_s(xy)$

$\supseteq (f_s(x) \cap f_s(y)) \cap (h_s(x) \cap h_s(y))$

$= (f_s(x) \cap \ h_s(x)) \cap (f_s(y) \cap h_s(y))$

$= (f_s \cap h_s)(x) \cap \ (f_s \cap h_s)(y)$

Böylece, $f_s \cap h_s$ de U üzerinde PE-yarı gruptur.

Önerme 3.5. f_s, U üzerinde esnek küme olsun. $Im(f_s) = \{\beta \subseteq U \colon f_s(x) = \beta, x\epsilon S\ için\}$ olmak üzere $\beta \in Im(f_s) \subseteq U$ olsun. Eğer f_s, U üzerinde PE-yarı grupsa $U(f_s; \beta)$ da S'nin alt yarı grubudur.

İspat: Bazı $x \in S$ için $f_s(x) = \beta$ olduğundan $U(f_s; \beta) \neq \emptyset \subseteq S$ dir.

$x, y \in U(f_s; \beta)$ alalım. $f_s(x) \supseteq \beta$ ve $f_s(y) \supseteq \beta$ dır.

Bizim ihtiyacımız olan $xy \in U(f_s; \beta)$ olduğunu göstermektir. f_s, U üzerinde PE-yarı grup olduğundan;

$f_s(xy) \supseteq \ f_s(x) \cap f_s(y) \supseteq \beta \cap \beta = \beta$. Buradan $xy \in U(f_s; \beta)$ dır.

Tanım 3.3. f_s, U üzerinde PE-yarı grup olsun. Bu takdirde $U(f_s; \beta)$ alt yarı gruplarına f_s nin β alt yarı grupları denir.

Önerme 3.6. f_s, U üzerinde esnek küme, her $\beta \subseteq U$ için $U(f_s; \beta)$, f_s nin β-alt yarı grupları ve $Im(f_s)$ bir sıralı küme olsun. Bu takdirde f_s, U üzerinde bir PE-yarı gruptur.

İspat: $x, y \in S$, $f_s(x) = \beta_1$, $f_s(y) = \beta_2$ ve $\beta_1 \subseteq \beta_2$ olsun.

Buradan $x\epsilon\ U(f_s; \beta_1)$ ve $y \in\ U(f_s; \beta_2)$ dir.

$\beta_1 \subseteq \beta_2$, $x, y\epsilon U(f_s; \beta_1)$ ve $U(f_s; \beta)$, S nin bütün $\beta \subseteq U$ için alt yarı grup olduğundan $xy\epsilon U(f_s; \beta_1)$ dir.

Buradan $f_s(xy) \supseteq a_1 = a_1 \cap a_2 = f_s(x) \cap f_s(y)$ dir.

Böylece f_s, U üzerinde PE-yarı gruptur.

Önerme 3.7. f_S ve f_T U üzerinde esnek kümeler. φ, S den T ye bir yarı grup izomorfizması olsun. Eğer f_S, U üzerinde PE-yarı grup ise $\varphi(\ f_S)$ de PE-yarı gruptur.

İspat: t_1,$t_2 \in T$ olsun. φ örten fonksiyon ve $s_1, s_2 \in S$ olsun. Öyleki $\varphi(s_1) = t_1,\ \varphi(s_2) = t_2$ dir.

$\varphi(\ f_S)(\ t_1 t_2)$=

$$= \bigcup \{f_S(s) : s \in S, \quad \varphi(s) = t_1 t_2\}$$

$$= \bigcup \{f_S(s) : s \in S, \quad s = \varphi^{-1}(t_1 t_2)\}$$

$$= \bigcup \left\{f_S(s) : s \in S, \quad s = \varphi^{-1}\big(\varphi(\ s_1 s_2)\big) = \ s_1 s_2\right\}$$

$$= \bigcup \{f_S(s_1 s_2) : s_i \in S,\ \ \varphi(s_i) = t_i\ , i = 1,2\ \}$$

$$\supseteq \bigcup \{f_s(s_1) \cap f_s(s_2) : s_i \in S,\ \ \varphi(s_i) = t_i\ , i = 1,2\}$$

$$= \left(\bigcup \{f_s(s_1) : s_1 \in S, \varphi(s_1 = t_1\}\right) \cap \left(\bigcup \{f_s(s_2) : s_2 \in S, \varphi(s_2 = t_2\}\right)$$

$$= (\varphi(f_s))(t_1) \cap (\varphi(f_s)(t_2)$$

Böylece $\varphi(f_s), U$ üzerinde PE-yarı gruptur.

Önerme 3.8. f_S ve f_T U üzerinde esnek kümeler olsun. φ, S'den T' ye bir yarı grup homomorfizması olsun. Eğer f_T, U üzerinde PE-yarı grup ise $\varphi^{-1}(f_T)$ de PE-yarı gruptur.

İspat: $s_1, s_2 \in S$ olsun.

$$\big(\varphi^{-1}(f_T)\big)(s_1 s_2) = \ f_T\big(\varphi(s_1 s_2)\big)$$

$$= f_T(\varphi(s_1)\varphi(s_2))$$

$$\supseteq f_T(\varphi(s_1)) \cap \ f_T(\varphi(s_2))$$

$$= (\varphi^{-1}(f_T)(s_1) \cap \big(\varphi^{-1}(f_T)\big)(s_2)$$

Buradan, $\varphi^{-1}(f_T)$ nin de U üzerinde PE-yarı grup olduğu görülür.

Kaynaklar

1. Aktaş H. and Çağman N., soft sets and soft groups, Information Science, 177, 2726-2735, 2007.

2. Ali M.I., Feng F., Liu X., Min W.K. and Shabir M., On some new operations in soft set theory, Computers and Mathematics with Applications, 57, 1547-1553, 2009.

3. Ali M.I., Shabir M. and Shum K.P., On soft ideals over semigroups, Southeast Asian Bulletin of Mathematics, 34, 595-610, 2010.

4. Chen D., Tsang E.C.C., Yeung D.S. and Wang X, The parameterization reduction of soft sets and its applications, Comput. Math. Appl., 49, 757-763, 2005.

5. Çağman N. and Enginoğlu S., Soft set theory and uni-int decision making, European Journal of Operational Research, 207, 848-855, 2010.

6. Çelik Y., Ekiz C. and Yamak S., A new view on soft rings, Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, 40(2), 273-286, 2011.

7. Feng F., Jun Y.B. and Zhao X, Soft semirings, Computers and Mathematics with Applications, 56, 2621-2628, 2008.

8. Feng F., Muhammad I.A. and Muhammad S., Soft relations applied to semigroups, Filomat, 27(2), 1183-1196, 2013.

9. Jun Y.B., Soft BCK/BCI-algebras, Computers and Mathematics with Applications, 56, 1408-1413, 2008.

10. Maji P.K., Biswas R. and Roy A.R., Fuzzy Soft Sets, The Journal of Fuzzy Mathematics, 9, 589-602, 2001.

11. Maji P.K., Biswas R. and Roy A.R., Soft set theory, Comput. Math. Appl., 45, 555-562, 2003.

12. Molodtsov D., Soft set theory-first results, Comput. Math. Appl., 37, 19-31, 1999.

13. Pawlak Z., Rough sets, Int. J. Inform. Comput. Sci., 11, 341-356, 1982.

14. Pei D. and Miao D., From Soft Sets to Information Systems, IEEE International Conferance on Granular Computing, 2, 617-621, 2005.