Original Article / Özgün Araştırma Doi: 10.19126/suje.377320 25
Makale Gönderim Tarihi / Received: 11.01.2018 Makale Kabul Tarihi / Accepted: 20.06.2018
Makale Yayımlanma Tarihi / Publication: 15.12.2018 Aralık / December 2018 • 8(3) • 25-36

İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Örüntülere İlişkin Problem Tasarlama Durumları

Prospective Elementary Mathematics Teachers' Problem Designing Situations about Pattern

Emine Nur ÜNVEREN BİLGİÇ* **Büşra ÇAYLAN****

Öz. Araştırmanın amacı öğretmen adaylarının örüntüler konusunu diziler ve seriler ile ilişkilendirmelerinde Analiz III dersinin etkisini incelemektir. Nitel paradigma takip edilerek tasarlanan araştırma bir içsel durum çalışmasıdır. Araştırmanın katılımcılarını 39 matematik öğretmen adayı oluşturmaktadır. 12 hafta boyunca devam eden Analiz III dersi kapsamında diziler ve serilerin örüntüler ile bağlantısının kurulmasına yönelik problem tasarlamaya ilişkin bir eğitim verilmiştir. Öğretmen adaylarından Analiz III dersi öncesinde ve sonrasında bu doğrultuda bir problem tasarlamaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının yedinci sınıf kapsamında ele alınan örüntüler konusuna ilişkin tasarladıkları problem durumlarında eğitim öncesi ilişkilendirmekte zorlandıkları ancak eğitim sonrasında ilişkilendirebildikleri ortaya çıkmıştır. Eğitim sonrasında genel kural yazmada ciddi bir başarı elde etmişlerdir. Öğretmen adaylarının problem tasarlama eksenli ilerleyen bir öğretimin Analiz III dersinde teorik ve soyut kalan noktaların aydınlanmasında yardımcı olduğunu belirttikleri görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Dizi, seri, örüntü, problem çözme.

Toplumsal Mesaj.

Öğretmen adayları, öğretecekleri sınıf seviyesinin ötesinde, farklı seviyelerdeki matematikte yeterlilik kazanmalıdırlar. Bu noktadan hareketle araştırmanın amacı, öğretmen adaylarının üniversite sürecinde aldıkları Analiz III dersinin örüntülere ilişkin tasarladıkları problem durumlarını diziler ve seriler ile ilişkilendirmeleri üzerine etkisini incelemektir.

Abstract. The aim of the research is to examine the effect of -Calculus III course on prospective elementary mathematics teachers' associating pattern -with sequences/series. The research, designed by following the qualitative paradigm, is an internal case study. The participants of the study consisted of 39 prospective elementary mathematics teachers -. Training that lasted for 12 weeks on designing the problem of establishing the connection between series /sequences andthe pattern was given in -Calculus III Course. -Prospective teachers were asked to design a problem in this direction before and after the training. It was revealed that the -prospective teachers have difficulty in associating pre-training problems in the problem situations they designed for the topic which is covered in the seventh grade, but they couldassociate them after the training. After the training, they achieved a serious success in writing the general rule. -Prospective teachers have indicated that –progressive teaching based on problem design helps themenlighten the theoretical and abstract points in the -Calculus III course.

Keywords: Sequence, series, pattern, problem solving.

Public Interest Statement.

Teacher candidates must gain proficiency in mathematics at different levels beyond classroom level they will teach. The aim of this research is to examine the effects of -Calculus III course that the candidates have taken at the university on problem designing about pattern associate with series and sequences.

* Orcid ID: https://orcid.org/0000-0001-9684-4192, Arş. Gör. Dr., Sakarya Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, eunveren@sakarya.edu.tr
** Orcid ID: https://orcid.org/0000-0002-5567-6791, Arş. Gör., Sakarya Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, bcaylan@sakarya.edu.tr

Ünveren Bilgiç, E. N. ve Çaylan, B. (2018). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Örüntülere İlişkin Problem Tasarlama Durumları. *Sakarya University Journal of Education, 8*(3), 25-36.

1. GİRİŞ

Örüntüler matematiksel kavramları anlamada oldukça önemlidir. Örüntüleri oluşturmak, tanımak ve genişletmek; genelleme yapmak, ilişkileri görmek ve matematiğin mantığını anlamak için gereklidir. Çocuklarda sayı algısı ve matematiksel keşif, örüntüler yardımıyla gelişir. Örüntüler çocukların sıralama, hesaplama, düzenleme becerilerini geliştirmenin yanında, aynı zamanda temel işlemler için düşünme stratejileri geliştirmelerine de olanak sağlar (Reys, Suydam, Lindquist ve Smith, 1998). Ayrıca, örüntüler çocukların akıl yürütme, iletişim, ilişkilendirme ve problem çözme becerilerinin gelişmesinde de önemli bir role sahiptir (Waters, 2004). Daha derin bir bakış açısıyla örüntü konusu, çocukların sayıları keşfetmelerine ve genelleme yapmalarına yardımcı olması açısından değerlidir. Bu nedenle sayısal ilişkilerde örüntüleri incelemek ilköğretim matematik programlarının süregelen bir parçası olmalıdır (Burns, 2000). Türkiye'de ilköğretim matematik programı da sayı ve şekil örüntülerine ilişkin kazanımlara 1., 2., 3., 5., ve 7. sınıf seviyelerinde yer vermektedir (MEB, -2018).

1.1 Amaç

Matematik öğretmenleri sınıf seviyelerine göre öğrettikleri matematiksel fikirleri derinlemesine anlamalı ve bu fikirleri gelişimsel olarak uygun bir şekilde iletebilmelidir. Matematik öğretmenleri matematiksel fikirlerin nasıl temsil edileceğini ve bunlar arasında nasıl bağlantı kurulabileceğini bilmelidir. Ancak bu şekilde öğrenciler de bu fikirleri algılayarak, bunların gücünü, çeşitliliğini ve yararlılığını takdir edecektir. Ayrıca, matematik öğretmenleri öğrenci düşüncelerini (sorular, çözüm stratejileri, kavram yanılgıları gibi) anlayabilmeli ve bunları öğrencilerin öğrenmesini destekleyecek şekilde ele almalıdır (Papick, 2011). Shulman'a göre (1986) öğretmen, bir şeyi anlamasının ötesinde, onun neden öyle olduğunu anlamalıdır. Mandeville ve Qiduan (1997), öğretimin güçlülüğünün öğretmenin matematiksel kavramlar arasında bilgi ağı oluşturma kapasitesine ve böylece öğrenciler için güçlü bağlantılar inşa etmesine bağlı olduğunu vurgulamışlardır. Aksine, alan bilgisi zayıf olan öğretmenler becerilerin ayrı ayrı öğretildiği yapılandırılmış öğretim yaklaşımlarına eğilimlidirler. Friedrichsen (2009) alan bilgisinin üç potansiyel kaynağını belirtmiştir. Bunlar; öğretmenlerin kendi ilkokul, ortaokul ve lise öğrenme deneyimleri, öğretmen eğitimi ve profesyonel gelişim programları ve öğretim deneyimleridir. Bu yüzden, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının öğretecekleri matematiğin temellerine dayanan üniversite seviyesinde dersleri almaları gereklidir (CBMS, 2001). Ayrıca, öğretmen adaylarının öğretecekleri sınıf seviyesinin ötesinde, farklı seviyelerdeki matematikte yeterlilik kazanmalıdırlar (CBMS, 2012). Ancak, matematik öğretmenlerinin üniversitede öğrendikleri matematiksel kavramlarla okullarda öğrettikleri matematiksel kavramlar arasında ilişki kuramadıkları görülmüştür (Wu, 1999). Ayrıca, yapılan araştırmalar, matematik konuları arasında diziler ve serilerin zorluk bakımından zirveye yakın olduğunu (Durmuş, 2004; Tatar, Okur ve Tuna,2008) ve öğretmen adaylarının diziler ve serileri anlamada zorluk yaşadıklarını (Akbayır, 2004; Akgün ve Duru, 2007; Alcock ve Simpson, 2005) göstermiştir. Bu sebeple, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının Analiz III dersinde diziler ve serilere ilişkin öğrendikleri bilgileri gelecekte öğretecekleri örüntü konusu ile ilişkisi önemlidir. Bu noktadan hareketle araştırmanın amacı Analiz III dersinin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının örüntüler konusuna ilişkin tasarladıkları problemleri diziler ve seriler ile ilişkilendirebilme üzerine etkisini incelemektir.

1.2 Problem

Bu amaçla araştırma sorusu "İlköğretim matematik öğretmen adaylarının örüntüler konusunda tasarladıkları problemlerde diziler ve seriler ile ilişki kurma durumları Analiz III dersinden önce ve sonra nasıldır?" şeklindedir.

2. YÖNTEM

Araştırmanın amacı; Analiz III dersi kapsamında incelenen diziler ve seriler öğretiminin, geleceğin öğretmenleri olacak adayların örüntüler kapsamında tasarlayacakları problem durumlarını ve çözümlerini diziler ve seriler ile ilikilendirmeleri üzerindeki etkisinin incelenmesidir. Bu amaç gereği nitel paradigma takip edilerek tasarlanan araştırma; öğretmen adaylarının tasarladıkları problem durumlarının odak olarak alındığı bir içsel durum çalışmasıdır. İçsel durum çalışmaları; bir programı betimlemek ve ne kadar etkili olduğunu ortaya koymak amacıyla eğitim araştırmacıları tarafından sıklıkla kullanılmaktadır (Johnson ve Christensen, 2014).

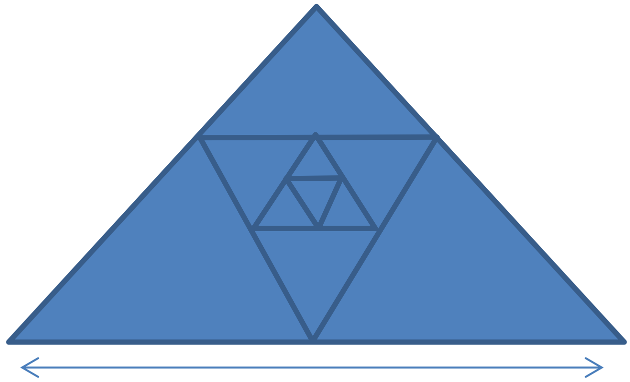
2.1 Çalışma Gurubu

Araştırmanın katılımcılarını, Marmara Bölgesinde bir devlet üniversitesinde Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalında öğrenim gören 39 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırma, 2017-2018 güz dönemi “Analiz III” dersi bağlamında yapılmıştır. Bu araştırmada katılımcıların seçiminde amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Amaçlı örnekleme amaca yönelik veya yargı örnekleme olarak anılır. Araştırmacı bu örnekleme yönteminde vermek istenilen bilgiler doğrultusunda amacı belirler ve bunları bulmak için araştırmalar yapar (Bernard, 2000). Belirlenmiş bu amaçlar doğrultusunda bilginin temini için farklı yollar seçmek mümkündür (Patton, 2014). Bu yollardan bir tanesi de tipik durum örneklemesidir. Eğitim Fakültelerinin tamamında Analiz III dersi kapsamında benzer bir öğretim sürecinin takip edilmesi ve öğrenci profilinin geçmişte benzer dersleri başarmış olması bu araştırmanın örneklemine tipik durum özelliği kazandırmaktadır.

2.2 Veri Toplama Yöntemi

Birinci araştırmacının yönetiminde 2017-2018 öğrenim yılı güz yarıyılında on iki hafta boyunca, haftada üç saat olarak sürdürülen bu dersi toplamda 39 öğretmen adayı düzenli olarak takip etmişlerdir. Bu dersin ilk haftasında (dersin içeriğine ilişkin bir paylaşımda bulunmadan önce) katılımcılardan ilköğretim 7. sınıf düzeyindeki “Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur.” (MEB, -2018) kazanımı doğrultusunda geçmişte öğrendikleri diziler ve seriler konusunu göz önünde bulundurarak bir problem tasarlamaları ve bu problemin bu düzeydeki çözümünü diziler ve seriler ile ilişkilendirerek yazmaları istenmiştir. Sonraki haftalarda dersi yürüten araştırmacı ders içeriğindeki tanımları, teoremleri, örnekleri günlük yaşamla ilişkilendirerek örnek problem durumları tasarlamış ve öğretmen adaylarından da tasarlayıp sınıf ortamında tartışılmasını sağlamıştır. Araştırma sürecinde araştırmacı katılımcı-araştırmacı rolündedir. Araştırmanın amacı göz önünde bulundurulduğunda araştırma öncelikle katılımcıların ele alınan kazanıma yönelik olarak problem tasarlamaları ile başlamıştır. Bunun amacı; katılımcıların daha önceden de tanıdıkları seriler ve dizileri örüntüler ile ilişkilendirebilme durumlarını ortaya koymaktır. Buradan elde edilen veriler analiz edildikten sonra araştırmacı on iki hafta boyunca Analiz III dersi kapsamında ele alınan tüm bilgileri tasarlanabilecek olası problem tasarımları ile örneklendirmiş ve katılımcıları da problem tasarlama konusunda desteklemiştir. Aşağıda dönem içerisinde araştırmacının ders kapsamında verdiği örneklerden biri paylaşılmıştır.

Soru) Aşağıdaki şekilde iç içe üçgenler çizilmiştir. Her üçgen kendisini çevreleyen üçgenin kenarlarının orta noktalarının birleştirilmesiyle oluşturulmuştur. En dıştaki üçgenin kenarı 10 cm ise üçgenlerin çevreleri toplamı nedir?



Çözüm: $30 + 15 + \frac{15}{2} + \frac{15}{4} + \cdots + \frac{15}{2^n}$ Şeklinde bir toplam elde etmeyi bekliyoruz. O halde $45 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{15}{2^n}$ toplamını bulabilmek için önce $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{15}{2^n}$ serisinin karakterini inceleyelim. D'Lambert Ölçütü'nü hatırlayarak; $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|$=L ve $L < 1$ ise seri yakınsak ve $L > 1$ ise seri ıraksaktır. O halde bu seri için söz konusu durum; $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{\frac{15}{2^{n+1}}}{\frac{15}{2^n}}\right| = \frac{1}{2} < 1$olur. O halde seri yakınsaktır. Ayrıca karşılaştırma ölçütünden $\frac{1}{2^n}$ geometrik bir seri olup yakınsaktır. Limitin ε içeren tanımından hareketle $\frac{1}{2^n}$ de n e değer verdikçe 1' e yakınsadığını görürüz. Toplamı tekrar ele alacak olursak; $45 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{15}{2^n}$ ifadesi $45 + 15 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ olur ki bu da $45 + 15.(1) = 60\ dır$.

Araştırma sürecinden de anlaşılacağı üzere katılımcılar, yalnızca dönemin başında ve sonunda değil, dönem boyunca da problem tasarlamaya çalışmışlardır. Dönem sonunda "Örüntü konusuna ilişkin "Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur." kazanımına yönelik olarak Analiz III dersinde öğrendiğiniz bilgileri göz önünde bulundurarak bir problem durumu tasarlayınız ve çözümünü gerçekleştiriniz." şeklinde bir soruyu içeren bir sınav yapılmıştır. İki araştırmacı elde edilen verileri tekrarlı bir şekilde okuduktan sonra problem durumlarını içerik analizi ile kategorilere ve alt kategorilere ayırmışlardır. Bu amaçla Miles ve Huberman (1984)'ın, verilerin azaltılması, ham verinin önemli kısımlarının seçimi, belirli noktalara odaklaşma, basitleştirme, özetleme ve dönüştürme ilkelerinden yararlanılmıştır. Ayrı ayrı oluşturulan kategorilerin kodlama tutarlılığına bakılmıştır. Uyuşum yüzdesini hesaplamada P=(Nax100)/(Na+Nd) (P: uyuşum yüzdesi, Na: uyuşum miktarı, Nd: uyuşmazlık miktarı) eşitliği kullanılmıştır (Türnüklü, 2000). Sonuçta uyuşum yüzdesi % 74 olarak bulunmuştur. Bu değer araştırmanın güvenilir olarak kabul edilebileceğini göstermektedir. Buna ek olarak verilerin toplanması sürecinde dersi yürüten görevli araştırmacının bazı derslerin sonunda katılımcıların ders performanslarına göre belirlediği katılımcılar ile gerekli görülen özel durumlarda gerçekleştirdiği görüşmelerinden de yararlanılmıştır.

2.3 Verilerin Analizi

Elde edilen yazılı dokümanlar araştırmacılar tarafından tekrar tekrar okunarak içerik analizine tabii tutulmuştur. İçerik analizinde temel amaç, toplanan verileri açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere ulaşmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Burada belli kodlar belirlenmiştir ve bu kodlardan yola çıkılarak temalar elde edilmiştir. Görüşmelerden elde edilen veriler yazıya geçirilmiş ve araştırmada ihtiyaç duyulan yerleri aydınlatmak amacıyla doğrudan aktarılmıştır.

3. BULGULAR

Eğitim öncesi öğretmen adayları tarafından tasarlanan problemlere ait kategoriler ve alt kategoriler Tablo 1 de, bu problemlere ilişkin çözümlere ait kategoriler ve alt kategoriler de Tablo 2'de paylaşılmıştır.

Tablo 1. Öğretmen Adaylarının İlk Problem Tasarımlarına Ait Kategoriler ve Alt Kategoriler

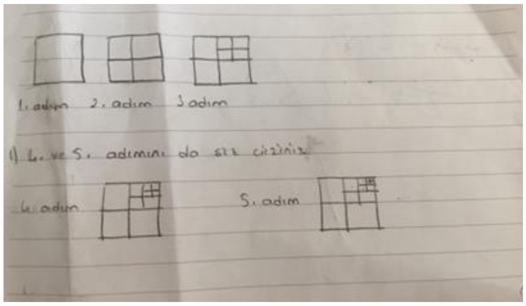
Kategori ve Alt Kategoriler	Katılımcılar
Alıştırma	K1, K5, K12, K21, K28
Problem	
• Cebirsel Örüntüler	K9, K11, K13, K16, K18, K25, K27, K29, K30, K32, K33, K34, K36, K39
• Geometrik Örüntüler	K1, K2, K3, K4, K5, K6, K7, K8, K10, K12, K14, K15, K17, K19, K20, K21, K22, K23, K24, K26, K28, K31, K35, K37, K38

Öğretmen adaylarının tasarladıkları ilk problem durumlarının tekrarlı okunması neticesinde elde edilen veriler yazılan sorunun problem ya da alıştırma olması durumuna göre iki kategoriye ayrılmıştır. Daha sonra problem durumları kategorisi altında cebirsel örüntüler ve geometrik örüntüler olmak üzere iki alt kategori tespit edilmiştir. Alıştırma formatında bir soru hazırlayan K5 gerçekleştirilen görüşmede *"...Siz bizden problem istediniz. Biz bunları burayı kazanabilmek için problem olarak çözüp geldik. Dolayısıyla alt sınıflarda bir öğrenci için de problem olacaktır. Ama belli bir zaman sonra bizim gibi onlar için de alıştırma olacaktır. Doğru aslında söylediğiniz. Test kitaplarında da hep bunlara benzer sorular var. Gerçekten problem özelliği taşıyan bir soru yazabilirdim belki. Ama o sırada nasıl yazacağımı bilemedim. Arkasında güçlü bir kurgunun ve dizive seri bilgisinin olması gerekiyor. Bu beni korkuttu."* ifadelerine yer vermiştir.

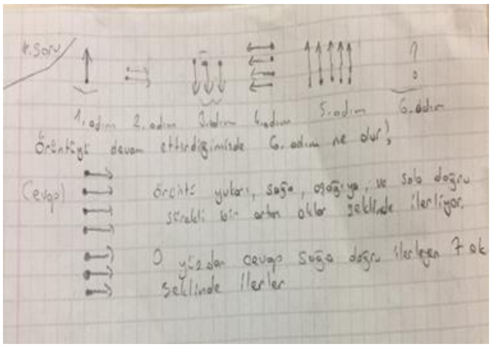
Tablo 2. Öğretmen Adaylarının İlk Problem Çözümlerine Ait Kategoriler ve Alt Kategoriler

Kategori ve Alt Kategoriler	Katılımcılar
Genel Kurala Ulaşma	
• Bir Genel Kural Elde Etme	K4, K6, K9, K18, K20, K24, K25, K31, K32
• Bir Genel Kural Yazamama	K1, K2, K3, K5, K7, K8, K10, K11, K12, K13, K14, K15, K16, K17, K19, K21, K22, K23, K26, K27, K28, K29, K30, K33, K34, K35, K36, K37, K38, K39
Dizi/Seri Fikir Altyapısı ile İlişkilendirme	
• Dizi İle İlişkilendirme	(Yok)
• Seri İle İlişkilendirme	(Yok)
• Dizi Ve Seri İle İlişkilendirme	(Yok)
• İlişkilendirememe	(Tamamı)

Katılımcıların çözümleri de ayrıntılı olarak incelenmiştir. Çözümlerde genel kurala ulaşma ve dizi/seri fikir altyapısı ile ilişkilendirme şeklinde iki kategori tespit edilmiştir. Genel kurala ulaşma kategorisi altında; bir genel kural elde etme ve bir genel kural yazamama alt kategorileri; dizi/seri fikir alt yapısı ile ilişkilendirme kategorisi altında dizi ile ilişkilendirme, seri ile ilişkilendirme, dizi ve seri ile ilişkilendirme ve ilişkilendirememe alt kategorileri tespit edilmiştir. Katılımcıların çözüm açıklamaları oldukça kısıtlı kalmıştır. Buna ek olarak tasarlanan problem durumlarının birbirine çok benzediği tespit edilmiştir. Aşağıda K2 ve K3'ün eğitim öncesi tasarladıkları problem durumlarına birer örnek sunulmuştur:



Şekil 1. K2'nin Eğitim Öncesi Tasarladığı Problem Durumu



Şekil 2. K3'ün Eğitim Öncesi Tasarladığı Problem Durumu

Gerçekleştirilen görüşmeler ışığında sağlıklı bir problem durumu yazabilenlerin çoğunun genel kurala ulaşamaması ve dizi-seri ile olan ilişkisini açıklayamamasına neden olarak katılımcılardan K2 "*Diziler ve seriler aslında örüntülerle ilişkili ama bir bağlantı kuramadım. Yedinci sınıf düzeyinde çözüm yap bırak ama bununla ilişki kurmak çok zor cidden. Hiç bu açıdan bakmamıştım şimdiye kadar. Ama düşününce alakalı. Böyle bir bağlantı olsa daha etkili olur en azından bizim için. Neyi neden öğrettiğimizi daha iyi anlarız…*" şeklinde açıklamıştır.

Eğitim sonrası katılımcılar tarafından tasarlanan problemlere ait kategoriler ve alt kategoriler Tablo 3 de, bu problemlere ilişkin çözümlere ait kategoriler ve alt kategoriler de Tablo 4'de paylaşılmıştır.

Tablo 3. Katılımcıların İkinci Problem Tasarımlarına Ait Kategoriler ve Alt Kategoriler, Kodlar

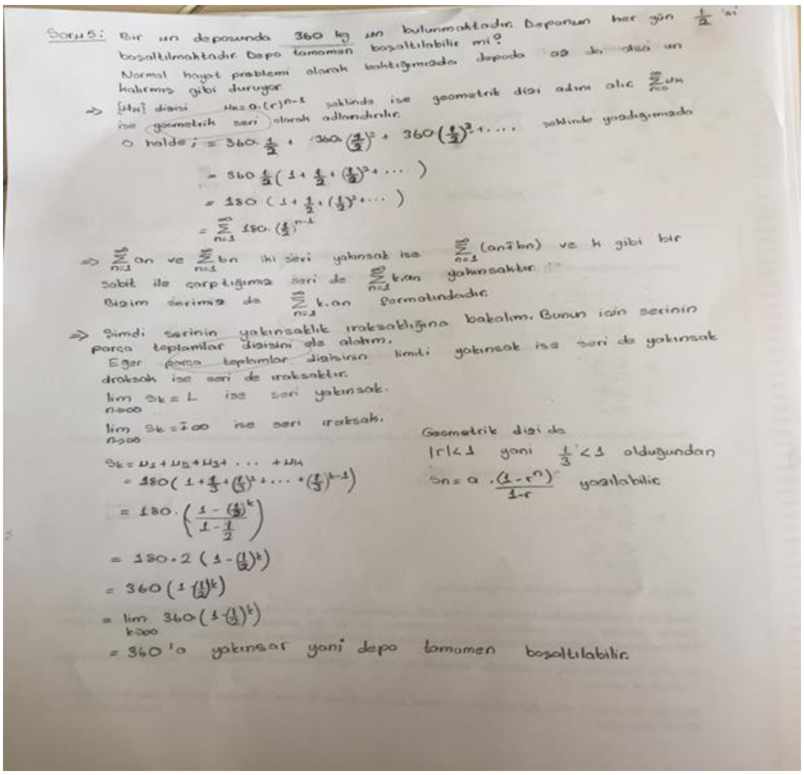
Kategori ve Alt Kategoriler	Katılımcılar
Problem	
• Cebirsel Örüntüler	
• Uzaklık	K1,K4,K8,K12,K14,K15,K19,K21,K25,K27,K32,K35,K36,K37,K38, K39
• Olasılık (K2)	K2
• Şekil	K6
• Artış miktarı	K17,K22,K29
• Geometrik Örüntüler	
• Çevre	K3,K5,K16,K23,K26,K33
• Alan	K7,K9,K11,K13,K18,K20,K24,K28,K30,K31
• Uzunluk	K10
• Hacim	K34

Katılımıların eğitim sonrası problem tasarımları incelendiğinde tasarladıkları yapıların tamamının problem niteliğinde olduğu, alıştırma özelliği taşıyan bir yapı bulunmadığı tespit edilmiştir. Katılımcıların tasarladıkları problem durumları iki alt kategori altında toplanmıştır. Bunlar cebirsel örüntüler ve geometrik örüntüler merkeze alınarak hazırlanan problem durumlarıdır. Cebirsel örüntüler temele alınarak hazırlanan problem durumlarında katılımcıların çoğunun yol-uzaklık ilişkisinden hareketle problem tasarladıkları tespit edilmiştir. Benzer şekilde geometrik örüntülerde alan ve çevre temelli problem durumlarına daha sık rastlanmıştır. Katılımcılardan K33*"Daha çok geometrik seri günlük yaşamda karşımıza çıkıyor. Bunu da ancak gerçek yaşamda birebir görebileceğimiz alan, çevre, uzaklık gibi kavramlarda somutlaştırabiliyoruz…"* ifadeleri ile açıklamıştır.

Tablo 4. Katılımcıların İkinci Problem Çözümlerine Ait Kategoriler ve Alt Kategoriler, Kodlar

Kategori ve Alt Kategoriler	Katılımcılar
Genel Kurala Ulaşma	
• Bir Genel Kural Elde Etme	K1,K2,K3,K4,K5,K6,K7,K8,K9,K10,K11,K12,K13,K14,K15,K16,K17,K18,K19,K20,K21,K22,K24,K25,K26,K27,K28,K30,K31,K32,K33,K34,K35,K36,K37,K39
• Bir Genel Kural Yazamama	K29,K23,K38
Dizi/Seri Fikir Altyapısı ile İlişkilendirme	
• Dizi İle İlişkilendirme	
• Kısmi toplamlar dizisi	K1,K3,K4,K6,K7,K9,K10,K11,K12,K13,K14,K15,K16,K19,K21,K24,K27,K28,K30,K31,K32,K33,K34,K36,K37,K39
• Aritmetik dizi	K6,K17,K29
• Geometrik dizi	K9,K14,K16,K18,K19,K20,K21,K24,K26,K27,K30,K31,K32,K33,K34
• Seri İle İlişkilendirme	
• Geometrik seri	K1,K2,K3,K4,K5,K7,K8,K9,K10,K11,K12,K13,K14,K15,K16,K18,K9,K20,K21,K24,K25,K26,K27,K28,K30,K31,K32,K33,K34,K35,K36,K7,K39
• Aritmetik seri	K6
• Alternatif seri	K22
• Dizi Ve Seri İle İlişkilendirme	
• Yakınsaklık-ıraksaklık testleri	K1,K2,K3,K22
• Dizi ve seri arasındaki ilişki	K2,K6,K18,K19,K20,K24,K27,K30,K31,K32,K33,K34
• İlişkilendirememe	K29,K23,K38

Katılımcıların üç tanesi dışında tamamı genel bir kurala ulaşabilmişlerdir. Bu üç katılımcıdan K23 çözümünü Analiz III dersi kapsamında değerlendirerek bir genel kurala ulaşamamasını, *"Derste gördüğümüz örneklerde anladım ama kendim ilişkilendirmeye kalkınca benzer şeyler yazdım hep. Orijinal olmasını istedim ama aynı oldu…"* ifadeleri ile açıklamıştır. Katılımcıların alternatif seri ve aritmetik seriye yönelik problem durumu tasarlamakta yetersiz kaldıkları görülmüştür. Diziler, seriler arasındaki ilişkiyi kurmaya yönelik katılımcıların tamamının kısmi toplamlar dizisinden yola çıkarak değerlendirmelerde bulundukları görülmüştür. Tasarladıkları problem durumlarının yedinci sınıf düzeyinde çözümünü yaptıktan sonra Analiz III dersinde öğrendikleri diziler ve seriler ile olan ilişkisini açıklamaya çalıştıkları görülmüştür. Bu duruma örnek olarak katılımcılardan K2'nin tasarladığı problem durumu ve çözümü Şekil 3'te paylaşılmıştır. Buna ek olarak katılımcıların dönem boyunca öğretimin bu doğrultuda yürütülmesinden memnun kaldıkları gerçekleştirilen gözlemlerde ortaya konmuştur. Bu konuda katılımcılardan K2 *"Pedagojik alan ile Analiz III dersi arasında kurulan bağlantının hem bu dersin teorik düzeyde öğrenilmesine olumlu katkısının olduğunu hem de yedinci sınıftaki bu kazanıma ilişkin problem tasarlama becerilerimizi geliştirdiğini düşünüyorum. Dersin içerisinde anlamlandıramadığımız bazı yerler Siz' in verdiğiniz örneklerle bizim için daha anlaşılır hale geldi."* şeklinde düşüncelerini belirtmiştir. Buna ek olarak K5 ile gerçekleştirilen görüşmede *"Ben bu dersi ikinci kez alıyorum hocam. Eğitim öncesinde dziler ve serileri bilmeme ragmen ilişkilendirmekte zorluk yaşadım. Çünk geçtiğimiz senelerde verilen bilgileri ezberlemişim hep. Ama bu dönem uygulamalı gibi ilerledik. Ancak ders içindeki verdiğiniz örnekler aradaki yapıyı kurmama yardımcı oldu. Bence alan dersleri bu şekilde öğreteceğimiz konularla ilişkilendirilerek ele alınmalı…"* ifadelerine yer vermiştir.



Soru 5: Bir un deposunda 360 kg un bulunmaktadır. Deponun her gün $\frac{1}{2}$'si boşaltılmaktadır. Depo tamamen boşaltılabilir mi?
Normal hayat problemi olarak baktığımızda depoda az da olsa un kalırmış gibi duruyor.

=> $\{u_n\}$ dizisi $u_n = a.(r)^{n-1}$ şeklinde ise geometrik dizi adını alır. $\sum_{n=0}^{\infty} u_n$ ise geometrik seri olarak adlandırılır.

O halde; $= 360.\frac{1}{2} + 360(\frac{1}{2})^2 + 360(\frac{1}{2})^3 + \dots$ şeklinde yazdığımızda

$= 360\frac{1}{2}(1 + \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2 + \dots)$

$= 180(1 + \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2 + \dots)$

$= \sum_{n=1}^{\infty} 180.(\frac{1}{2})^{n-1}$

=> $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ve $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ iki seri yakınsak ise $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n \mp b_n)$ ve k gibi bir sabit ile çarptığımız seri de $\sum_{n=1}^{\infty} k.a_n$ yakınsaktır.
Bizim serimiz de $\sum_{n=1}^{\infty} k.a_n$ formatındadır.

=> Şimdi serinin yakınsaklık ıraksaklığına bakalım. Bunun için serinin parça toplamlar dizisini ele alalım.
Eğer parça toplamlar dizisinin limiti yakınsak ise seri de yakınsak ıraksak ise seri de ıraksaktır.

$\lim_{n\to\infty} S_k = L$ ise seri yakınsak.

$\lim_{n\to\infty} S_k = \mp\infty$ ise seri ıraksak.

$S_k = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_k$

$= 180(1 + \frac{1}{3} + (\frac{1}{3})^2 + \dots + (\frac{1}{3})^{k-1})$

$= 180.\left(\frac{1-(\frac{1}{2})^k}{1-\frac{1}{2}}\right)$

$= 180.2(1-(\frac{1}{2})^k)$

$= 360(1-(\frac{1}{2})^k)$

$= \lim_{k\to\infty} 360(1-(\frac{1}{2})^k)$

$= 360$'a yakınsar yani depo tamamen boşaltılabilir.

Geometrik dizi de $|r| < 1$ yani $\frac{1}{3} < 1$ olduğundan $S_n = a.\frac{(1-r^n)}{1-r}$ yazılabilir.

Şekil 3. K2'nin Eğitim Sonrası Tasarladığı Problem Durumu

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Öğretmenlerin matematik ve matematik eğitimi arasında kurdukları ağ öğrencilerinin ilerideki öğrenmeleri de dahil olmak üzere bilgiyi yapılandırma süreçleri üzerinde oldukça önemlidir. Bu durumdan hareketle araştırmada öğretmen adaylarının Analiz III dersi öncesinde ve sonrasında, yedinci sınıf kapsamında ele alınan örüntüler konusuna ilişkin diziler ve serilerle bağlantı kurarak problem tasarlama süreçleri incelenmiştir. Bu doğrultuda elde edilen verilerin analizi sonucunda katılımcıların yedinci sınıf kapsamında ele alınan örüntüler konusuna ilişkin tasarladıkları ve çözümünü gerçekleştirdikleri problem durumlarında, eğitim öncesi diziler ve seriler ile ilişkilendirmekte zorlandıkları ancak dersi yürüten araştırmacının bu doğrultuda gerçekleştirdiği eğitimler sonrasında ilişkilendirebildikleri ortaya çıkmıştır.

Eğitim öncesinde ilişkilendirmekte çekimser kaldıklarını ifade eden katılımcılar bu durumun nedenini diziler ve seriler konusuna ilişkin bilgilerinin ezbere dayanmasını göstermişlerdir. Buna ek olarak söz konusu eğitimin; katılımcıların alan eğitimi dersleri ile alan dersleri (matematik eğitimi ile matematik) arasındaki ilişkiyi anlamlandırmalarına yardımcı olduğu ifade edilmiştir. Bu konuda diziler ve seriler konusuna ilişkin derin bir bilgi birikimi olması beklenen katılımcıların (dersi ikinci kez alan) da eğitim öncesinde bir ilişki kuramadıkları ve gerçekleştirilen eğitimin bu ilişkilendirmeyi sağlamada olumlu bir etkisinin olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Buradan hareketle alan derslerinin ilköğretim kazanımları ile ilişkilendirilerek öğretiminin öğretmen adaylarının matematik eğitimi ve matematik arasında kuracakları ağ için ciddi bir katkısı olabilir.

Eğitim sonrası katılımcıların problem tasarımları eğitim öncesine göre daha fazla gerçek yaşam ile ilgilidir. Buna ek olarak eğitim sonrası katılımcıların çoğu benzer problem durumlarını (uzaklık, çevre, alan) tasarlamayı tercih etmişlerdir. Ayrıca eğitim öncesinde ilişki kuramayan katılımcıların eğitim sonrası problem tasarımlarında geometrik dizi ve geometrik seri kavramları ile ilişki kurdukları belirlenmiştir. Bu duruma neden olarak geometrik seri ve diziyi günlük yaşamda daha rahat örneklendirebilmelerini göstermişlerdir. Katılımcıların karşılaştıkları bir diğer zorluk Radford'un (2008) da vurgu yaptığı genelleme -tümevarım ayrımı ile ilgilidir. Bu noktada katılımcılar eğitim öncesinde genel bir kurala ulaşmakta zorluk yaşamışlardır. Katılımcıların genelleme sürecinin gerçekleşmesine engel olan en büyük unsur örüntünün terimleri arasında ortak bir özellik keşfetmeden yalnızca deneme-yanılmaya bağlı kalınmasıdır. Bu noktada eğitim sonrasında genel kural yazmada ciddi bir başarı elde etmişlerdir.

Öğretmen, öğretmen adayları ve öğrencilerin matematiksel bilgiye sahip olmaları kadar, bu bilgilerini doğru bir şekilde ifade edebilmeleri etkili bir matematik öğretim ve öğrenim süreci için oldukça önemlidir (Çakmak, Bekdemir ve Baş, 2014). Bu doğrultuda öğretmen adaylarının yedinci sınıf kazanımını temele alan problem tasarlama eksenli ilerleyen bir öğretimin Analiz III dersinde teorik ve soyut kalan noktaların aydınlanmasında yardımcı olduğunu belirttikleri görülmüştür.

Çalışmaya katılan katılımcıların sayısının fazlalığından dolayı adaylarla birebir görüşmeler gerçekleştirilememiştir. Bu noktada daha az katılımcıyı içeren bir çalışma grubu ile problem tasarlama süreçlerinde hangi faktörlerden etkilendikleri, nerelerden yardım aldıkları, problem tasarlama hakkındaki görüşleri daha detaylı bir şekilde incelenebilir.

Öğrencilerin farklı problem durumları ile karşılaşmaları onların problem ile mücadelede direnç kazanmalarına yardımcı olacaktır. Bu doğrultuda öğretmenlerin öğrencilerine çok farklı problem durumları ile karşı karşıya getirmeleri oldukça önemlidir. Bu nedenle söz konusun araştırma öğretmen adayları yerine öğretmenler ile gerçekleştirilebilir. Öğretmenlerin tasarladıkları problem durumları öğrencilere uygulanarak öğrenci görüşleri ve performansları da incelenebilir.

Kaynakça

Akar, G. K. (2010). Bir matematik öğretmeni ne bilmeli? Alan bilgisi ve alan eğitimi bilgisi arasındaki fark. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 27*(2), 33-47.

Akay, H., Soybaş, D. ve Argün, Z. (2006). Problem Kurma Deneyimleri ve Matematik Öğretiminde Açık-Uçlu Soruların Kullanımı. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 14* (1), 129-146.

Akbayır, K. (2004). Üniversite 2. sınıf öğrencilerin serilerin tayininde bazı yakınsaklık kriterlerindeki hataları ve kavram yanılgıları. *Kastamonu Eğitim Fakültesi Dergisi, 12*(2), 442–450.

Akgün, L. ve Duru, A. (2007). Misunderstanding and difficulties in learning sequence and series: A case study. *Journal of The Korea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education, 11*(2),75–85.

Alcock, L. ve Simpson, A. (2005). Convergence of sequences and series 2: Interactions between visual reasoning and the learner's beliefs about their own role. *Educational Studies in Mathematics, 58* (1), 77–100.

Bernard, H. R. (2000). *Social Research Methods*. Londra, Sage.

Burns, M. (2000). *About teaching mathematics. A-K 8 research*. California: Math Solutions.

Conference Board of the Mathematical Sciences (2001). *The mathematical education of teachers*. Providence, R. I. and Washington, D.C. : American Mathematical Society and Mathematical Association of America.

Conference Board of the Mathematical Sciences (2012). *The mathematical education of teachers II.* Providence, R. I. and Washington, D. C. : American Mathematical Society and Mathematical Association of America. Retrieved from https://www.cbmsweb.org/archive/MET2/met2.pdf.

Çakmak, Z., Bekdemir, M. ve Baş, F. (2014). İlköğretim Matematik Öğretmenliği Öğrencilerinin Örüntüler Konusundaki Matematiksel Dil Becerileri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 16*(1), 204-223.

Durmuş, S. (2004). Matematikte öğrenme güçlüklerinin saptanması üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Fakültesi Dergisi, 12*(1), 125–128.

Friedrichsen, P. J., Abell, S. K., Pareja, E. M., Brown, P. L., Lankford, D. M. ve Volkmann, M. J. (2009). Does teaching experience matter? Examining biology teachers' prior knowledge for teaching in an alternative certification program. *Journal of Research in Science Teaching, 46*(4), 357–383.

Johnson, B. ve Christensen, L. (2014). *Educational Research Quantitative, Qualitative and Mixed Approach.* (Çev. S. B. Demir) Ankara, Eğiten Kitap.

Mandeville G. K. ve Qiduan, L. (1997). The effect of teacher certification and task level on mathematics achievement. *Teaching and Teacher Education, 13*(4), 397–407.

Miles, M.B.and A.M. Huberman (1984), *Qualitative Data Analysis: A Sourcebook of New Methods*. Sage Publications, USA.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar). Ankara: MEB.

Papick, I. J. (2011). Strengthening the mathematical content knowledge of middle and secondary mathematics teachers. *Notices of the AMS, 58*(3), 389-392.

Patton, M. Q. (2014). Qualitative research & evaluation methods: ıntegrating theory and practice. California, CA: Sage.

Radford, L. (1996). Some reflections on teaching algebra through generalization. In N. Bednarz, C. Kieran ve L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra* (pp. 107–111). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Reys, R. E., Suydam, M. N., Lindquist, M. M. ve Smith, N. L. (1998). *Helping children learn mathematics*. Boston, Allyn and Bacon.

Schoenfeld, Alan H. (1989). Teaching mathematical thinking and problem solving. In Lauren B. Resnick and Leopold E. Klopfer (Eds.), *Toward the thinking curriculum: Current cognitive research* (pp. 83-103). Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4–14.

Tatar, E., Okur, M. ve Tuna, A. (2008). Ortaöğretim matematiğinde öğrenme güçlüklerinin saptanması üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Fakültesi Dergisi, 16*(2), 507–516.

Waters, J. (2004). Mathematical patterning in early childhood settings. In I. Putt, R. Faragher, and M. Mclean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (pp. 565-572). Sydney, Merga.

Wu, H. H. (1999). On the education of mathematics majors. In E. Gavosto, S. G. Krantz, and W. G. McCallum (Eds.), *Contemporary issues in mathematics education* (pp. 9–23). New York, Cambridge University.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). *Nitel araştırma yöntemleri*. Ankara, Seçkin.

Extended Summary

Number perception and mathematical discovery are developed with the aid of patterns in children. The pattern allows children to develop strategies about their skills in sorting, calculating, and editing as well as developing for thinking constituve processes (Reys, Suydam, Lindquist &Smith, 1998). On the other hand, mathematics teachers should be able to understand mathematical ideas deeply in accordance with their class level and convey these ideas in a developmentally appropriate way. Mathematics teachers should know how to represent mathematical ideas and how to connect them. This is the only way for students to perceive mathematical ideas, to appreciate their power, their diversity and usefulness. In addition, mathematics teachers should be able to understand student thinking (such as questions, solution strategies, misconceptions) and deal with them in a way that supports the learning of students (Papick, 2011).

Friedrichsen (2009) described three potential sources of knowledge in the field. These are teachers' own elementary school, secondary school and high school learning experiences, teacher training and professional development programs and teaching experiences. Therefore, prospective elementary mathematics teachers need to take courses at university level based on the -mathematics they will teach (CBMS, 2001). In addition, prospective teachers must acquire proficiency in -mathematics at different levels beyond the classroom level they will teach (CBMS, 2012). Therefore, it is important that prospective elementary mathematics teachers should learn the sequences and series in the CalculusIII course in relation to the pattern they will teach in the future. The aim of this research is to examine the effect of Calculus III course on the ability of prospective elementary mathematics teachers to design problems related to patterns in relation to sequences and series. For this purpose, the research question is as follows "How –do prospective elementary mathematics teachers related problems designed obout the patterns to the sequences and series before and after the Calculus III course?

The research designed by following the qualitative paradigm; is an internal case study in which problematic situations designed by -prospective teachers -were taken as the focus. The participants of the research constitute 39 -prospective teachers who are studying at -Elementary Mathematics Education Program at a state university in the Marmara Region. The research was carried out in the context of the "-Calculus III" course -in the fall semester of 2017-2018. In this study, purposeful sampling method was used in the selection of the participants.

During the first half of the 2017-2018 academic year, this course, which lasted for three hours a week for twelve weeks, was followed by a total of 39 teachers by the management of the first researcher. In the first week of this lesson (before having a share about the content of the course), -prospective teachers designed a problem situation in the direction of the 7th grade level objective that " students state the rules of number pattern with letters and find the desired term of the pattern when its rule is given -in terms of letters" (MoNE, 2018). In the following weeks, the researcher designed the sample problem cases by associating the definitions, the theorems, examples in the course with the daily life, and prospective teachers were asked - to prepare and discuss them in the classroom environment. At the end of the semester, it -was asked to design a problem situation at 7th grade level associated with the knowledge learned in the -Calculus III course.

After -examining the data repeatedly, the two researchers divided the problem cases into categories and subcategories by content analysis. In addition, interviews which held during the training process were used

The network that teachers build between mathematics and mathematics education is very important to the knowledge construction process, including the future learning of students. The process of designing the problem of participants by linking with the sequences and series related to the topic of the pattern which is included in the 7th grade at the beginning and the end of the course was investigated in this study. It was revealed that the participants had a difficulty in associating patterns with the sequences and series before the training but they could made after the training by researcher’ s effort. Participants who stated that they were reluctant to relate before the training showed that the reason for this situation is based on the lack of knowledge of the sequences and the series. In addition, it was stated that the participants helped to make sense of the relationship between field training courses and field lessons (mathematics education and mathematics).