

**Araştırma / Research****FARKLI YÜKLEMELERE MARUZ KİRİŞLERDE EVRİMSEL YAPI OPTİMİZASYONU VE ÇUBUK ANALOJİSİYLE DİZAYNI**

**Murat ARAS<sup>1</sup> (ORCID: 0000-0002-2102-8868)\***  
**Özlem ÇALIŞKAN<sup>1</sup> (ORCID: 0000-0002-5272-9552)**  
**Turgut KAYA<sup>2</sup> (ORCID: 0000-0003-3102-9562)**

<sup>1</sup> İnşaat Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi, Bilecik, Türkiye

<sup>2</sup> İnşaat Bölümü, Batman Üniversitesi Meslek Yüksekokulu, Batman, Türkiye

*Geliş / Received: 13.09.2017*  
*Kabul / Accepted: 21.02.2018*

**ÖZ**

Evrimsel Yapı Optimizasyonu (ESO) yönteminde amaç; yapı içerisinde gerilmelerin düzgün dağılım sağlamasıyla ağırlık ve rijitlik bakımından en ideal yapıya ulaşmaktır. Yapı tasarımı için yeni olan ESO yönteminde, başlangıç tasarım alanındaki elemanlar bir döngü içerisinde belirli kıstaslar dahilinde çıkarılma işlemiyle gerçekleştirilmektedir. Bu döngü, ideal tasarım elde edilene kadar tekrarlanmaktadır. Elde edilen ideal model, Çubuk Benzeşim Metodunun (STM) başlangıcı için optimum model olarak kabul edilebilmektedir. Çubuk Benzeşim Metodu, kirişleri çubuk sistemine çevirerek elemanların paralel-yatay çubuk gibi davrandığı kabul eden yöntemdir. Bu çalışmada, farklı yüklemelere maruz köprü kirişinde, ESO yönteminde elde edilen optimum tasarımın STM modeli için uygunluğu incelenmiştir. Ayrıca farklı yüklemeler için optimum tasarım örneklemeleri sunulmuştur. ESO yönteminde eleman çıkartılma döngüsü ANSYS sonlu elemanlar programı yardımıyla gerçekleştirilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Evrimsel yapı optimizasyonu, çubuk benzeşim metodu, yapı dizaynı, ANSYS

**DESIGN EVOLUTIONARY STRUCTURAL OPTIMIZATION AND STRUT-and-TIE METHOD IN DIFFERENT LOADING EXPOSED TO BEAM****ABSTRACT**

The purpose of the Evolutionary Structure Optimization (ESO) method is to achieve the optimum structure in terms of weight and stiffness with uniform distribution of stresses in the structure. ESO methods for building design, the elements in the initial design field are generated by subtraction within certain criteria in a loop. This loop is repeated until the ideal design is obtained. The obtained ideal model can be accepted as the optimum model for the Strut-and-Tie Method (STM). STM is a method that turns the beams into a rod system and assumes that the elements behave like a parallel-horizontal rod. In this study, optimum design samples with obtained by Evolutionary Structure Optimization method was investigated for suitability of Strut-and-Tie Method on bridge beam subjected to different loads. In addition, optimum design samples are presented for different loads. In the ESO method, the element removal loop is carried out by using ANSYS finite element software.

**Keywords:** Evolutionary structural optimization, strut-and-tie method, structure design, ANSYS

\*Corresponding author / Sorumlu yazar. Tel.: +90 228 214 18 51; e-mail / e-posta: murat.aras@bilecik.edu.tr

## 1. GİRİŞ

Tasarım mühendisleri, bir probleme yaklaşırken yükleme ve mesnetleme koşullarını önceden bilerek veya tahmin ederek yeni yapılar tasarlamak zorundadır. Ayrıca yapı için en önemli hususlardan birisi ağırlıktır ve ekonomiyle doğrudan ilişkilidir. Yapısal elemanın nasıl bir geometriye sahip olacağı ya da kesitin nasıl tam kapasiteyle çalışacağını bilmesi gerekmektedir. Tasarımcı, tasarım yaparken problemi deneyimlerinden sezgisel olarak çözebilir. Fakat bu tasarımın nasıl sonuçlar vereceği tamamen belirsiz ve ciddi anlamda yorucu bir tercihtir. Mühendislikte tasarım aşamasında karşılaşılan problemin, tasarım uygunluğu irdelenmesi için seçilebilecek herhangi bir optimizasyon yöntemiyle kolay ve kısa sürede aşılabılır [1]. Geliştirilen bir çok yapısal optimizasyon metodları arasında basitliğiyle yer almayı ve ilgi çekmeyi başaran Evrimsel Yapı Optimizasyonundan (ESO) son yıllarda sıklıkla faydalanılmaktadır. ESO, kısıtları önceden belirlenmiş yapısal elemanın muhtemel tasarımları arasında ideal olanına ulaşmayı hedeflemektedir [2]. Tasarımcılar, genelde betonarme eleman tasarımda iç boşluk oluşumuna izin vermezken kenar bölgelerden değişimlere izin verebilir. ESO ile betonarme yapısal elemanların geometrisinde iç boşluklara izin verilmese de nasıl davranış göstereceği ve yük aktarımı hakkında fikir vermektedir. ESO, 1997’de Xie ve Steven tarafından başlatıldığından beri sürekli geliştirilerek kullanılmaktadır. Üç boyutlu ortamda herhangi bir yapının tasarımını oluşturan malzeme ya da malzemelerin en uygun dağılımını sağlayan bir optimizasyon yöntemidir. ESO yönteminin gerilme tabanlı olarak eleman kaldırma işlemini düzenlemek için genellikle von Mises gerilmeleri kullanılmaktadır. İzotropik malzemeler için en çok kullanılan kistaslardan birisi von Mises gerilmeleridir [3].

Bu çalışmada, çelik/beton uygulamalarının, izotropik eleman olan kafes sistemlere benzeşimi için düzlem gerilmeler, von Mises gerilmesiyle kontrol edilmiştir. Düzlem gerilme problemleri için von Mises gerilmesi  $\sigma_{vm}$  olarak ifade edilir.  $\sigma_x$  ve  $\sigma_y$  ifadeleri x ve y yönlerindeki normal gerilmeleri,  $\tau_{xy}$  ise kayma gerilmesini göstermektedir.

$$\sigma^{vm} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \quad (1)$$

Elemana ait von Mises gerilmesinin tüm yapıdaki  $\sigma_{max}^{vm}$  azami von Mises gerilmesine oranlanması yapılarak her bir eleman için gerilme değeri belirlenmektedir. Sonlu eleman analizinden sonra, elde edilen ret oranı  $RR_i$ ’ye bağlı olarak Denklem 2’deki şartı sağlayan bütün elemanlar yapısal sistemden çıkartılmaktadır.

$$\frac{\sigma_e^{vm}}{\sigma_{max}^{vm}} < RR_i \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

$RR_i$  değeri sabit kalmak suretiyle kısmi uygun duruma ulaşıncaya kadar sonlu elemanlar analizi ve eleman kaldırma işlemi tekrarlanmaktadır. Kısmi uygun durumdan kasıt, mevcut alt döngü dahilinde kaldırılacak eleman kalmaması durumudur. Bu aşamada bir evrimsel oran (ER) tanımlanarak ret oranına (RR) eklenmektedir [3].

$$RR_{i+1} = RR_i + ER \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

Artırılmış bu ret oranıyla birlikte aynı işlemler tekrarlanmakta ve yapıdaki en küçük gerilme değeri sınır değerine ulaşıldığında döngü sonlandırılmaktadır [3].

$$\sigma_{min}^{vm} \geq RR_{max} \sigma_{max}^{vm} \quad (4)$$

Her döngünün sonunda ise evrimsel oran eklenerek istenen çıkarma oranına ulaşıp ulaşılmadığı kontrol edilmektedir. Evrimsel yapı optimizasyonu sürecinde belirli yöntem eşliğinde gerilme bakımından yukarıdaki şartı sağlayan eleman eksiltilir. Bu eleman azaltma yöntemi belirli bir döngü halinde gerçekleştirirken, süreç tekrar başa döndüğünde ağ oluşturma gerekmemektedir. Bu optimizasyon analizinin diğer bir yolu ise gerilme bakımından düşük elemanların Elastisite modülünü çok küçük değerler atanmasıyla gerçekleştirilebilir. Bu süreç Elastisite modülünün  $10^{-5}$ - $10^{-6}$  gibi değerlerle çarpılmasıyla sağlanabilir [4]. Bu süreçte, hedeflenen duruma ve malzemede azami dayanıma erişmesiyle sonlandırma gerçekleştirilir. Bu durumda yapısal elemanın basınca ve çekme çalışacak bölgelere ayrılması yapılmış kafes benzeri bir yapı şekli almış olacaktır. Bu algoritma sonrasında yapı geometrisi çubuk benzeşim modelini benzerlik gösterecektir.

Beton elemanların bir kafes eleman gibi çalıştığı ilkesi, ilk olarak Ritter ve Mörsh tarafından yapılan çalışmalara dayanmaktadır. Çubuk Benzeşim Metodu (STM), 1994’de “AASHTO LRFD Bridge Design Specifications” da beton elemanların dizaynı olarak yer verilmiştir. Bu metodun, beton elemanlara da uygulanabileceği yapılan çalışmalarla incelenmiştir [5-11]. STM, betonarme elemanların farklı yüklemeler nedeniyle sürekli ortamların, süreksiz durumlara geçişini sağlamaktadır. Yapı elemanları, Bernoulli

## FARKLI YÜKLEMELERE MARUZ KİRİŞLERDE EVRİMSEL YAPI OPTİMİZASYONU VE ÇUBUK ANALOJİSİYLE DİZAYNI

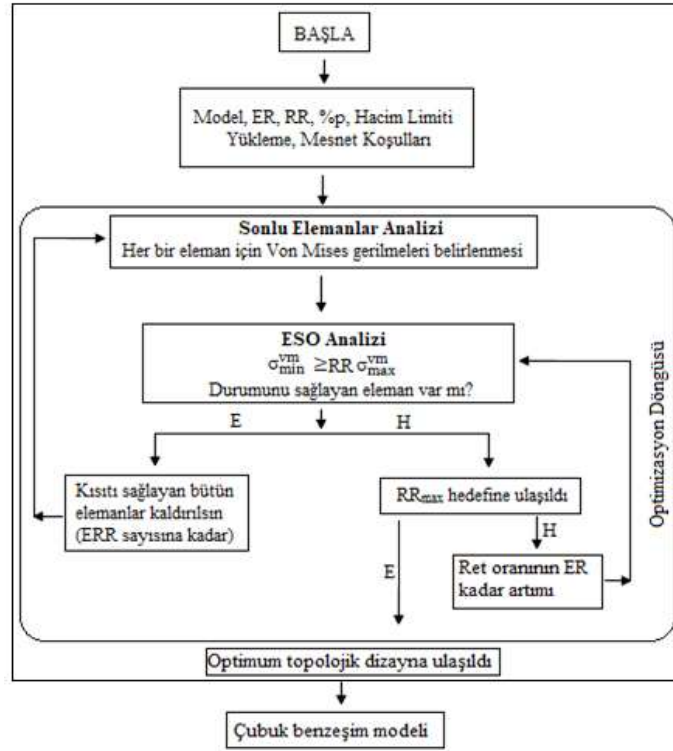
Hipotezinin geçerli olduğu ve geçerli olmadığı bölgelere ayrılmaktadır. Bu bölgeler B ve D bölgeleri olarak isimlendirilmektedir. B bölgelerinde kesme gerilmelerin kesit boyunca düzgün yayılı olduğu, D bölgelerinde ise süreksiz bölgeler oluşmaktadır [12]. Çatlama gerçekleşen betonarme elemanların D bölgelerinde gerilme ve iç kuvvetler açısından büyük değişimlere olmaktadır. Doğrusal olmayan durumlarda, hesaplama yöntemleri değişmekte ve elastik hesap değerleri gerçekçi sonuçlar vermemektedir. Çubuk analojisi yöntemiyle öngörülen tasarımlar daha kısa sürede daha başarılı çözümler ortaya koymaktadır. Kolon-kiriş birleşimleri, yüksek kirişler, kısa konsollar, mesnet üzerine oturan kiriş bölgeleri gibi çok sık uygulanmayan yapıların tasarımında çubuk analojisi yöntemi etkili bir yöntem olarak kullanılmaktadır. Bu uygulamaların her biri için ayrı detaylandırma gerektiren durumların olması bu yöntemin önemi giderek artırmaktadır. Bu yöntem, yaklaşık hesaplar, tahmine esaslı uygulamalar ve zor deneysel yöntemlerin yerini almaktadır. Ayrıca betonarme özel uygulamaların davranışı anlamak ve yol gösterici olması amacıyla Avrupa (Eurocode) ve Amerika (ACI) yapı yönetmeliklerinde yerini almıştır [13].

## 2. MATERYAL VE METOT

Kirişlerin sonlu elemanlar analizini gerçekleştirmek için geometri, mesnetlenme, yük tanımlanması, malzeme tanımlanması, ağ oluşturulması ve kontrollü olarak eleman çıkarma işlemleri uygulanmıştır. Yükleme durumlarında tekil yükler için gerilme yığılmalarından oluşabilecek etkiler göz ardı edilmiştir. Analizlerde tercih edilen ANSYS programında sonuçlar, von Mises gerilmeleri için mak./min. değerleri ve ret oranı parametreleriyle kontrol edilmiştir. Yapılan analiz özetlenmek gerekirse;

- Yapı, geometrisi belirlenir.
- Yapı yüklemesi, mesnetlenmesi ve malzeme tanımlaması yapılır.
- Yapı geometrisi sonlu elemanlar ağı oluşturulur.
- Yapıdaki elemanlar için maksimum/minimum von Mises gerilmeleri elde edilir.
- Belirlenen/Hedeflenen gerilme dağılımı veya yapı ağırlığı sonucu doğrultusunda eleman çıkartma döngüsü başlatılır.

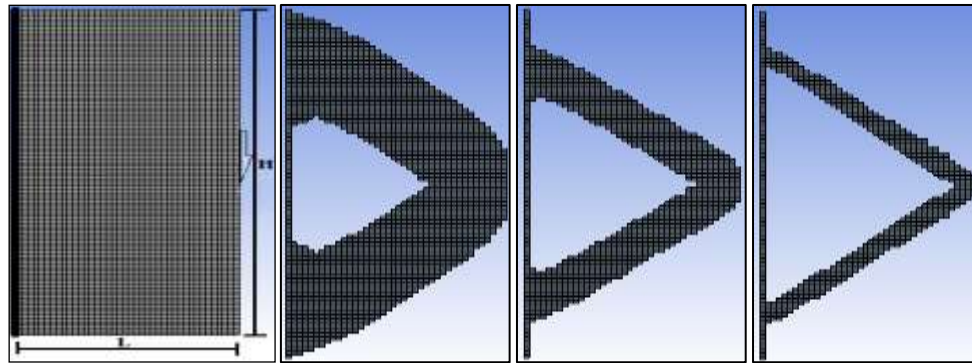
Çeşitli yüklemelere maruz kirişlerde, ilk olarak optimizasyon parametreleri ( $RR_0 = 1\%$ ,  $ER = 0.5\%$ ,  $ERR = 1\%$ ) belirlenmiş ve oluşturulan her sonlu elemana Elastisite modülü tanımlanmıştır. Sonlu eleman ağ modeli, her bir uygulamanın sonlu elemanları kare ve eşit hacimli olacak şekilde oluşturulmuştur. Her bir elemanda von Mises gerilmeleri hesaplanarak izin verilen gerilme düzeyi dikkate alınmıştır. Hedef durum sonrasında optimum topoloji elde edilmiştir (Şekil 1). Dört farklı örnek üzerinde evrimsel yapı boyutlandırması yapılmıştır. Son örnek olan köprü kiriş uygulamasında elde edilen topoloji çubuk benzeşim modeli olarak kabul edilmiş ve hesaplamalara bu model üzerinden devam edilmiştir. Dört farklı kiriş uygulamalarında, kullanılan malzemelerin Elastisite modülü;  $E_{uyg\ 1-2} = 210\text{ kN/mm}^2$ ,  $E_{uyg\ 3-4} = 30\text{ kN/mm}^2$ ,  $\nu_{uyg\ 1-2} = 0.3$ ,  $\nu_{uyg\ 3-4} = 0.2$ , izin verilen maksimum basınç ve çekme gerilme sınırı  $\pm 140\text{ MPa}$  alınmıştır.



Şekil 1. ESO yönteminin akış şeması

## 2.1. Yüksek Kiriş Uygulaması

Sağ orta yüzeyinden noktasal olarak 280 N' luk yüke maruz bırakılan kiriş Şekil 2'de gösterilmiştir. 15360 adet sonlu elemana bölünen yapıdaki her eleman sekiz düğüm noktalı ve her düğüm noktasında üç serbestlik derecesi vardır. Yapının başlangıç hacmi 240 mm<sup>3</sup> olup kalınlık, H ve L sırasıyla 1 mm, 24 mm ve 10 mm'dir. Hesaplama adımları esnasındaki sistemin almış olduğu topoloji Şekil 2(b), 2(c) ve 2(d)'de belirgin olarak gösterilmiştir. Bu boyutlandırmanın sonucunda sistemin ulaştığı optimum hacmi 48.80 mm<sup>3</sup> olarak %80 azalma göstermiştir.



a) Başlangıç tasarım alanı b) 100 adım sonra c) 200 adım sonra d) 325 adım sonra

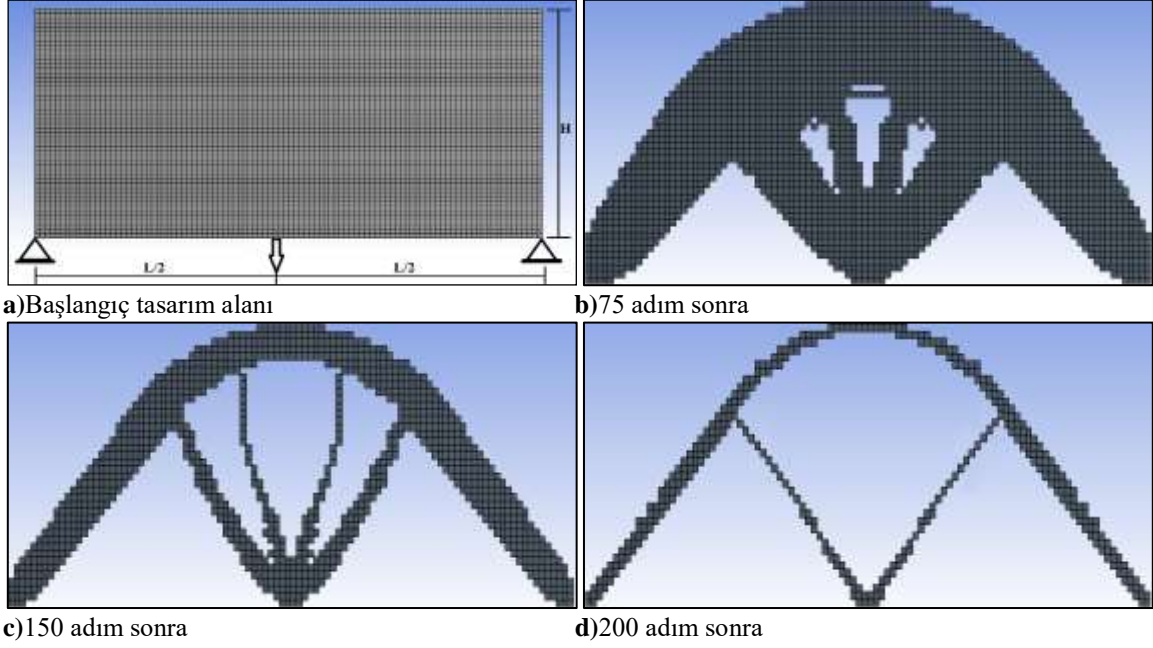
Şekil 2. Yüksek kiriş uygulaması

## 2.2. Michell Tipi Yapı Uygulaması

Michell kirişi, noktasal olarak alt orta yüzeyinden 1500 N büyüklüğünde bir yüke maruz bırakılmıştır. Yapı 5000 sonlu elemana bölünmüştür. Sistemin başlangıç hacmi 5000x10<sup>6</sup> mm<sup>3</sup> ve sırasıyla boyutları, H, L ve kalınlık 5 mm, 10 mm ve 0.1 mm'dir. Hesaplama adımları sırasında sistemin aldığı topolojiler Şekil 3(b), 3(c) ve

*FARKLI YÜKLEMELERE MARUZ KİRİŞLERDE EVRİMSEL YAPI OPTİMİZASYONU VE ÇUBUK ANALOJİSİYLE DİZAYNI*

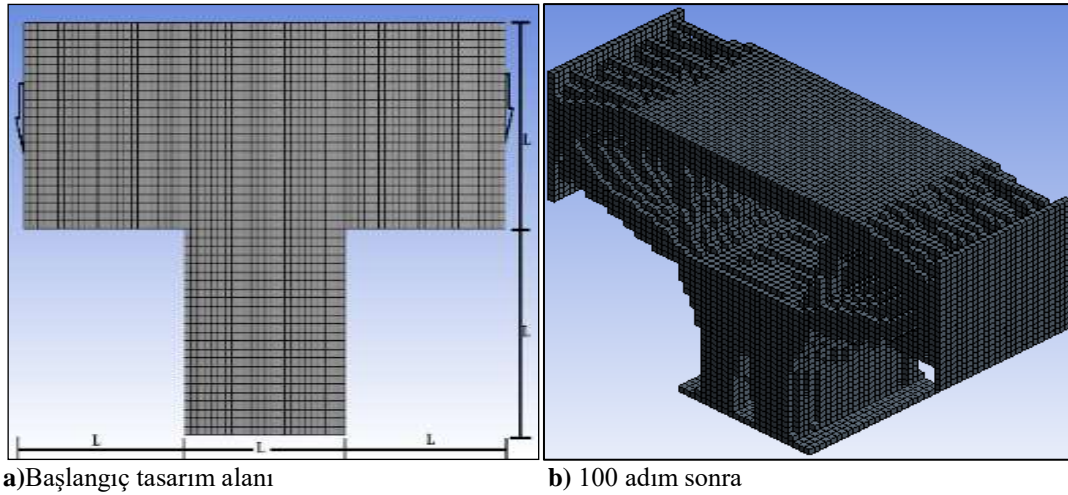
3(d)' de görülmektedir. Bu boyutlandırmanın sonucunda sistemin ulaştığı optimum hacim  $1380 \times 10^6 \text{ mm}^3$  olarak %72 azalma göstermiştir.



Şekil 3. Michell kiriş uygulaması

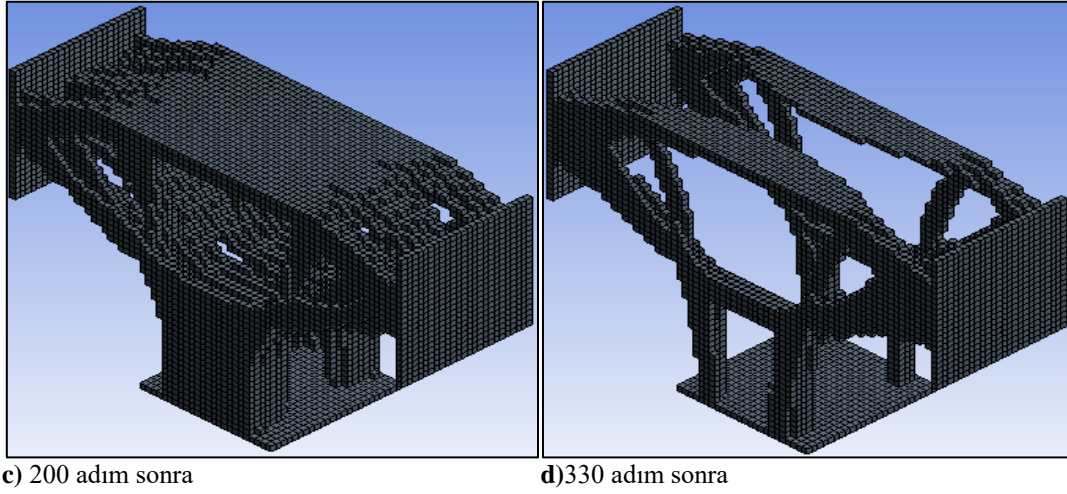
### 2.3. Kolon Kiriş Birleşim Uygulaması

Kiriş derinliği 60 cm, kolon ebatları  $60 \times 60 \times 60 \text{ cm} \times \text{cm} \times \text{cm}$  olan ve B bölgeleri kiriş derinliğine eşit olan iç kolon kiriş birleşimleri incelenmiştir. B bölgelerinin bittiği kiriş iki yan yüzeylerinden 1500 kN uygulanmıştır. Yapı 55296 adet sonlu elemana bölünmüştür. Sistemin başlangıçta hacmi  $864 \times 10^3 \text{ cm}^3$  iken optimizasyon sonucunda  $178 \times 10^3 \text{ cm}^3$  olarak %80 azalma göstermiştir. Hesaplamalar sonucunda sistemin aldığı yeni topoloji Şekil 4'te verilmiştir.





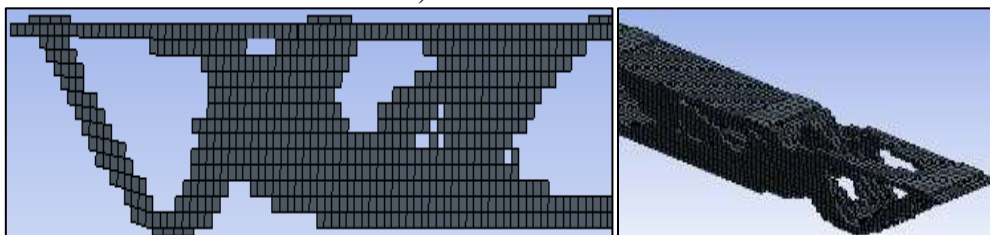
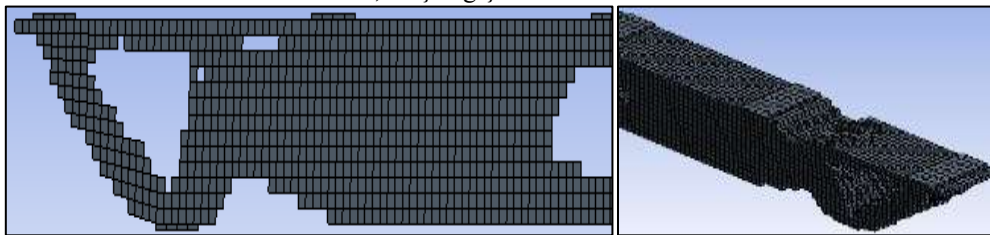
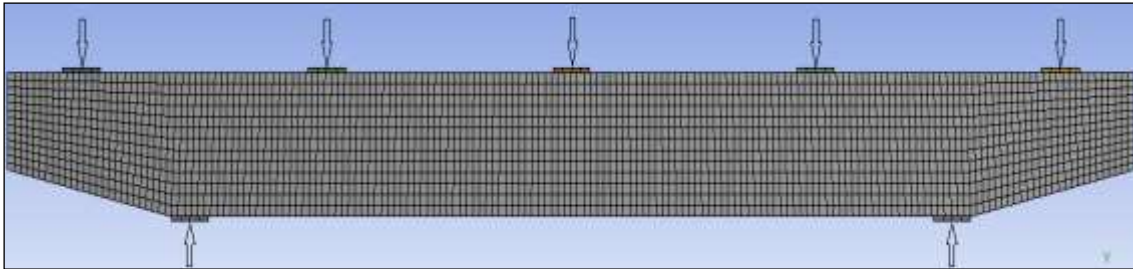
M. ARAS, Ö. ÇALIŞKAN, T. KAYA



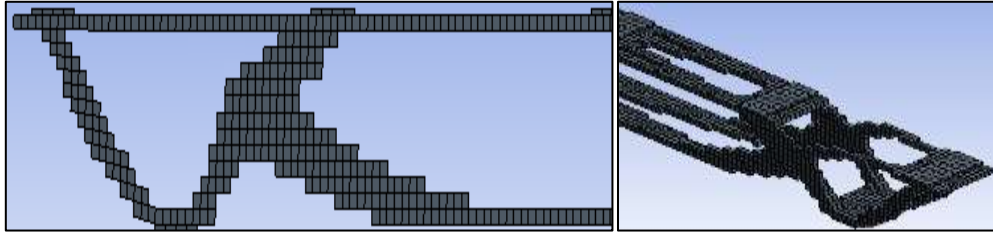
Şekil 4. Kolon kiriş birleşim uygulaması

## 2.4. Köprü Kiriş Uygulaması

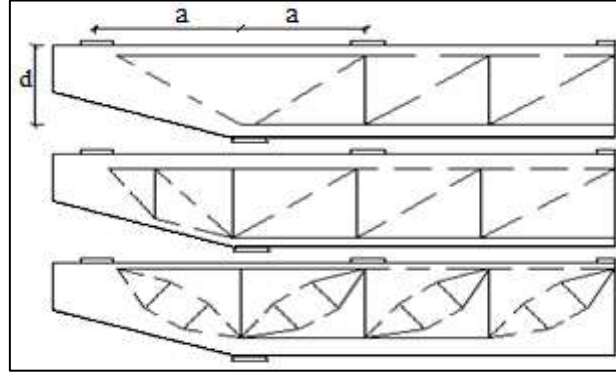
Toplam uzunluğu 1380 cm olmak üzere açıklığı 900 cm ve derinliği 100 cm olan tekil yüklü köprü kirişi 134113 adet sonlu elemana bölünerek modellenmiştir. Tekil yükler konsollarda 1100 kN orta kısımlarda 1200 kN, mesnetlerde 2900 kN'dur. Tekil yükün uygulandığı plaklar 45x100 cm'cm'dir. İlk durumdaki hacmi  $187 \times 10^5 \text{ cm}^3$  iken optimizasyon sonucunda  $41 \times 10^5 \text{ cm}^3$  olarak % 78 azalma göstermiştir (Şekil 5).



FARKLI YÜKLEMELERE MARUZ KİRİŞLERDE EVRİMSEL YAPI OPTİMİZASYONU VE ÇUBUK ANALOJİSİYLE DİZAYNI



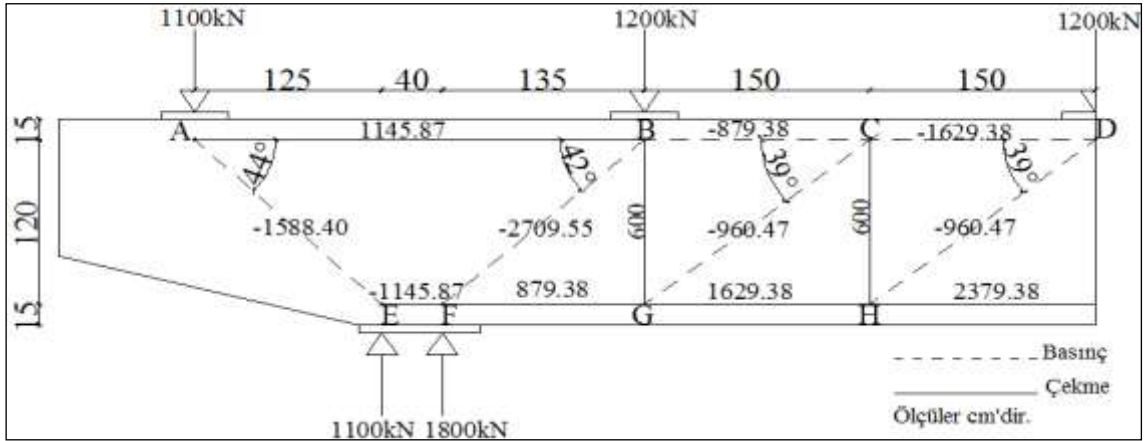
d) 340 adım sonra



e) Çubuk benzeşim modelleri

Şekil 5. Tekil yüklü köprü kirişi uygulaması

STM yöntemiyle çözümü gerçekleştirilecek köprü kirişin ilk tasarım adımlarında gerilme akışının gözünde canlandırılarak ideal çubuk modelin tasarlanması gerekir. Ayrıca, çubuk benzeşim modelleri, a/d oranına bağlı olarak çeşitlilik göstermektedir. Köprü kiriş uygulamasından a/d oranı yaklaşık 1 olan ve ESO analizi sonucu elde edilen modelle uygunluk gösterdiği görülmüştür. Optimum model için çekme ve basınç çubukları oluşturulmuştur. Oluşturulan modelin çubuk çekme ve basınç kuvvetleri Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 6. Tekil yüklü köprü kirişin çubuk analogisiyle çubuk kuvvetleri

Daha sonraki adımda ise düğüm noktası bölgelerinde gerilme kontrolleri yapılmalıdır. Çekme çubuklarının alanlarının seçilmesi ve basınç çubuklarının mukavemet kontrolleri sağlanmalıdır. Model çalışması için çekme çubuklarında yeterli ankrajlama sağlanmalı ve donatısız çekme bölgelerde oluşabilecek çatlaklar için çatlak donatıları planlanmalıdır.

Dayanım sınır değeri;

$$f_{cu} = 0.85\beta_n f_c \quad (5)$$

M. ARAS, Ö. ÇALIŞKAN, T. KAYA

olmak üzere düğüm noktalarındaki birleşim durumlarına göre  $\beta_n$  farklı değerler almaktadır.

$$A_{st} = P_u / \Phi f_y \quad (6)$$

6 nolu eşitliğinden her çubuk için donatı alanları tespit edilebilir. Burada  $\Phi$  dayanım azaltma katsayısı olup 0.75 değerindedir. ACI 318'e göre kesme donatısı ve gövde donatısı;

$$A_s \geq 0.0025 b_w s, s \leq d/5 \text{ ve } s \leq 30 \text{ cm olmalıdır.}$$

Etriyelerin tespitinde ise çubuk kuvvetinin  $z \cot \theta$  uzunluğunda yayılacağı kabulüyle bulunur.

$$F = \frac{V}{z \cot \theta} \quad (7)$$

STM ile gerçekleştirilen çözümünde en kritik çubuk için şekil değiştirme kontrolü yapılması gerekmektedir. Köprü kirişinde en kritik çubuk FB çubuğudur ve S420 çeliği seçilerek donatı alanı;

$$A_{st} = \frac{P_u}{\Phi f_y} = \frac{1145870}{0.75 \times 420} = 3638 \text{ mm}^2, \text{ Seçilen } 7\Phi 26 \text{ (3717 mm}^2\text{)'dir.}$$

$$\epsilon_s = \frac{P_u}{A_{st} E_s} = \frac{1145870}{3717 \times 200000} = 1.541 \times 10^{-3}$$

Kritik çubuğun deformasyon kontrolündeki BC çubuğu  $\epsilon_s = 0$  olduğunda  $\epsilon$  sortalaması  $0.077 \times 10^{-3}$  alınır.

$$\epsilon_1 = \epsilon_s + (\epsilon_s + 0.002) \cot^2 \alpha_s = 2.413 \times 10^{-3}$$

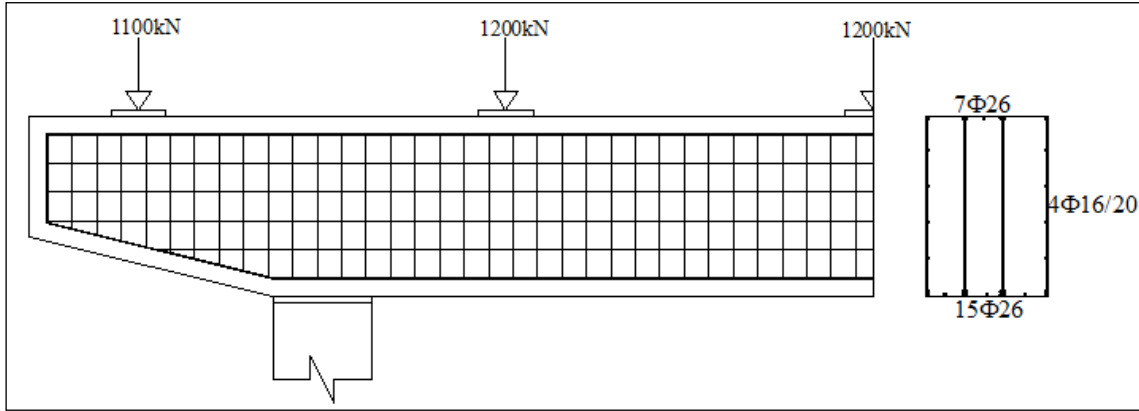
$$(f_{cu} = \frac{f_c}{0.8 + 170 \epsilon_1}) \leq 0.85 f_c$$

$$28.92 \text{ MPa} \leq 0.85 f_c = 29.75 \text{ MPa}$$

$$P_u = f_{cu} A_{cs} = 28.92 \times 523 \times 1000 / 1000 = 1512.5 \text{ kN}$$

$$P_r = \Phi P_n = 0.70 \times 1512.5 = 1058.75 \text{ kN} \geq 2709.55 \text{ kN}$$

Hesaplamlarda yatay ve düşey donatı oranının sağlandığı koşuluyla  $\beta_s$  çarpanı 0.75 alınmıştır. Hesaplamlarda alınan katsayının doğruluğu için yatay ve düşey donatı oranının belirlenerek kontrol edilmelidir. STM ile analiz sonucu köprü kirişi için gerekli donatı planı Şekil 7'de verilmiştir.



Şekil 7. Tekil yüklü köprü kirişi donatı planı

### 3. SONUÇLAR

Bu çalışmada, farklı yüklemeler maruz kirişlerde, Evrimsel Yapı Optimizasyonu (ESO) sonucunda elde edilen tasarımın Çubuk Benzeşim Metodu (STM) için uygunluğu incelenmiştir. Optimizasyon uygulamalarında, başlangıç durumuna göre %80'e varan hacim azalması sağlanmıştır. Başlangıç değerlerine göre artış gösteren von Mises gerilme değerleri, belirlenmiş düzeyde kalmış ve güvenli bir şekilde yük aktarımı sağlamayı başarmıştır. Böylece yapısal eleman için hedeflenen performans gerek emniyet gerekse ekonomi açısından sağlanmıştır. Tekil yüklü köprü kirişinde, topolojik ve gerilme tabanlı olarak ESO'dan elde edilen nihai tasarımın STM için uygunluğu görülmüştür. Ayrıca nihai tasarımda gerilme vektörleriyle çekme ve basınç çubukları belirlenerek betonarme yapı elemanları için donatı düzeni hakkında fikir vermeye katkı sağlamıştır.



*FARKLI YÜKLEMELERE MARUZ KİRİŞLERDE EVRİMSEL YAPI OPTİMİZASYONU VE ÇUBUK ANALOJİSİYLE DİZAYNI*

**KAYNAKLAR**

- [1] TANSKANEN P., “The Evolutionary Structural Optimization method: Theoretical Aspect”, Computer methods in Applied Mechanics an Engineering, vol.20, pp. 500-515, 2002.
- [2] UYSAL H., Duyarlılık Analizi Kullanılarak Kabuk Yapıların Şekil Optimizasyonu, Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum, Türkiye, 2002.
- [3] STEVEN G.P., XIE Y.M., “Evolutionary Structural Optimization”, Springer, 1997.
- [4] HINTON E., SIENZ J., “Fully and Stressed Topological Design of Structures Using an Evolutionary Procedure”, Engineering Computations, 1995.
- [5] TJHIN R.N., KUCHMA D.A., “Integrated analysis and design tool for the strut and tie method”, Engineering Structures, vol. 29, pp. 3042-3052, 2007.
- [6] ÖZKAL F., Üç Boyutlu Konsol Kirişlerde Topoloji Optimizasyonu Uygulamaları, International Journal of Engineering Research and Development, 2010.
- [7] ALMEIDA V.S., SIMONETTI H.L., NETO L.O., “Comparative analysis of strut-and-tie models using Smooth Evolutionary Structural Optimization” Engineering Structures, vol. 56, pp. 1665-1675, 2013.
- [8] MORADI M., ESFAHANI M.R., “Application of the strut-and-tie method for steel fiber reinforced concrete deep beams”, Construction and Building Materials, vol. 131, pp.423-437, 2016.
- [9] OKAHASKI Y., PANTELIDES C.P., “Strut-and-tie model for interior RC beam-column joints with substandard details retrofitted with CFRP jacket” Composite Structures, vol. 165, pp. 1-8, 2017.
- [10] ZHONG J.T., WANG L., DENG P., ZHOU M., “A new evaluation procedure for strut-and-tie model disturbed regions of reinforced concrete structures” Engineering Structures, vol.148, pp.660-672, 2017.
- [11] HANOON A.N., JAAFAR M.S., ZAIDEE S.R., HEJAZI F., AZIZ F.N.A., “Effectiveness factor of the strut-and-tie model for reinforced concrete deep beams strengthened with CFRP sheet” Journal of Building Engineering, vol.12, pp.8-16, 2017.
- [12] YAVUZ G., Betonarme Kısa Konsolların Davranışlarının Deneysel Olarak ve Kafes Sistem- Strut and Tie Modellemesiyle İncelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya, Türkiye, 1999.
- [13] ACI 318, Building code requirements for reinforced concrete, American Concrete Institute, Detroit, USA, 2008.