Erciyes Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, Sayı 9, Kasım 1991

HALI DÖŞEME PROBLEMİ

Cemal ÖZGÜVEN*
Filiz ÇALIŞKAN**
Faik ARDAHAN ***

GİRİŞ

Halıcılar bakımından önem taşıyan bir karar problemi vardır. Fabrika çıkışı itibariyle boyutları sabit olan halı rulolarının parçalanmasıyla, boyutları bilinen ve genelde rulolarınkinden farklı olan m adet odanın döşenmesi söz konusu olduğunda, ortaya çıkan karar problemi şöyle ifade edilebilir: m adet oda, hangi boyutlardaki parçalarla, nasıl döşenmelidir ki, rulolardan kesilen parçaların toplam alanı en aza insin.

Bu çalışmada, işte bu karar problemine çözüm getirmek amacıyla kullanılabilecek bir karma sıfır-bir programlama modeli geliştirilecektir.

ODALARIN DÖŞENMESİNDE UYULACAK ESASLAR

Hepsinin kare ya da dikdörtgen biçiminde olduğu varsayılan m adet odanın, eni A metre olan ve sonsuz uzunlukta olduğu varsayılan bir rulodan kesim yapılarak döşenmesi durumunda uyulacak bir takım esaslar vardır:

1- Boyları bakımından odalar, en uzundan, en kısaya doğru sıralanacaktır.

2- Odalar, önce boyu en uzun olan birinci oda, ikinci olarak boyu ikinci uzunluktaki oda,... son olarak boyu en kısa olan m'inci oda, şeklinde sırayla döşenecektir.

3- Bir odanın boş bir kısmını döşemek için rulolardan bir parça kesildiğinde, bu parçadan kalan artık, önceki değil, sadece sonraki odaların döşenmesinde kullanılabilecektir.

4- Bir oda rulodan kesilen parçalarla ve/veya önceki odaların artıklarıyla bütünüyle enine veya bütünüyle boyuna döşenecektir.

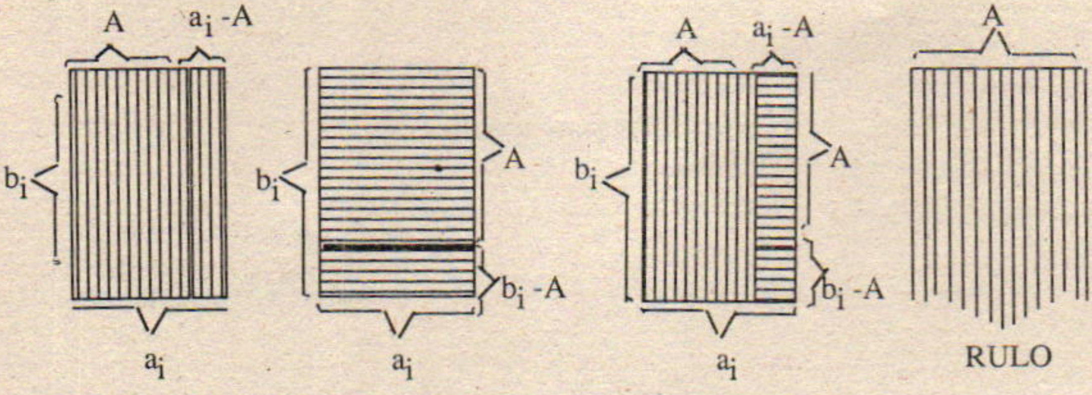
Dördüncü esasın daha iyi anlaşılabilmesi için, eni a_i metre boyu b_i metre olan i'inci oda ile ilgili üç döşeme seceneği aşağıda sunulmuştur:

---

* Prof.Dr., Erciyes Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimleri Fakültesi

** Arş. Gör., Erciyes Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimleri Fakültesi

*** Uzman, Erciyes Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi



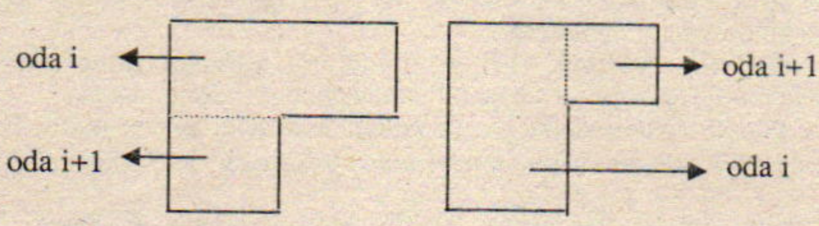
(a) (b) (c)

i'inci odanın tümüyle boyuna döşenmesi esasına dayanan (a) seçeneği ve tümüyle enine döşenmesi esasına dayanan (b) şeçeneği uygun (kabul edilebilir) seçeneklerdir. Bunlara karşılık, (c) seçeneği uygun bir seçenek değildir, çünkü, bu durumda i'inci oda hem boyuna hem de enine döşenmiştir ve parçaların lifleri birbirlerine ters düşmektedir.

Yukarıdaki esaslardan ilk üçü, kurulacak modelin matematiksel yapısının zorunlu kıldığı, ama yine de gerçek dışı olmadığını düşündüğümüz, esaslardır. Dördüncü esas ise, halı döşeme işinde estetik bir zorunluluktur.

Yine modelin matematiksel yapısı gereğince odaların biçimi ve ruloların uzunluğu hakkında yukarıda yapılan varsayımlar üzerinde durulması gerekir.

Odaların kare ya da dikdörtgen biçiminde oldukları varsayılmıştır. Bu varsayımın, modelin uygulama alanını fazla kısıtlayacağı düşüncesinde değiliz. Kare yada dikdörtgen biçiminde olmayan bir oda L biçiminde ise, bu oda farklı iki oda olarak kabul edilebilir. Bu açıdan önümüzde iki seçenek vardır:



Seçenek(a) Seçenek(b)

Eğer m adet odanın biri veya daha çoğunun kavisli kısımları var ise, kuracağımız modelin uygulanması mümkün değildir.

Ruloların sonsuz uzunlukta olduğu varsayımına gelince... Ruloların fabrika çıkışı itibariyle sabit bir boyu (B metre diyelim) vardır. Bu gerçek, modelin verdiği çözümün uygulanmasında şöyle bir tadilatın yapılmasını gerektirecektir:

Modelin getirdiği çözüm i'inci odanın, diyelim ki, yukarıdaki (a) seçeneğine uygun bir şekilde rulodan direkt kesim yapılarak boyuna döşenmesini gerektirmektedir. Bu seçeneğe göre sonsuz uzunlukta olduğu varsayılan rulodan iki parça kesilecektir.

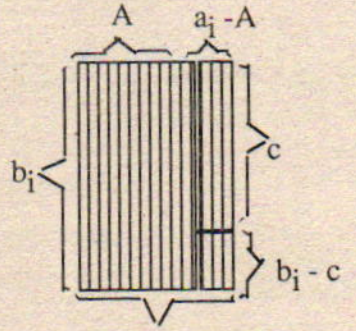
Odanın, boyu b_i, eni A metre olan ilk kısım için, 1.parça

Odanın, boyu b_i, eni a_i-A metre olan ikinci kısmı için, 2.parça

Pratiğe uygun olarak ruloların B metre uzunlukta sabit boylarının bulunması karşısında şöyle bir durum ortaya çıkabilir:

b_i boyundaki ilk parça kesildikten sonra, eldeki rulodan c metrelik ($c<b_i$) bir parça kalabilir. O zaman, söz konusu oda nın ikinci kısmı için b_i metre boyunda tek parça elde etmek mümkün değildir. Uygulanacağını kabul ettiğimiz esas, odanın ikinci kısmının, yeni rulodan kesilecek tek parça ile değil, iki parça olarak boyuna döşenmesidir. İlk parça eldeki rulodan kalan c metre boyundaki parça, ikinci parça da yeni rulodan kesilecek olan b_i-c metre boyundaki parçadır.

Bu durumda, modelin verdiği çözüme göre, (a) seçeneğine uygun olarak döşenmesi gereken i'inci oda, ruloların boylarının sonsuz uzunlukta olmaması (B metre olması) gerçeği karşısında, pratikte aşağıdaki gibi döşenecektir.



NOTASYON

Kurulacak modelin parametreleri yukarıda verilmişti. Tekrarlarsak:

$(a_i>0)$: i'inci odanın eni(metre) $i=1,2,\ldots,m$

$(b_i>0)$: i'inci odanın boyu(metre) $i=1,2,\ldots,m$

$(A>0)$: Rulonun eni(metre)

Modelde kullanılacak değişkenler ise şöyle sıralanabilir:

$(X_i \geq 0)$: i'inci oda boyuna döşenirse, rulodan kesilerek döşenen parçaların toplam eni (metre) $i=1,2,\ldots,m$

$(Y_i \geq 0)$: i'inci oda enine döşenirse, rulodan kesilerek döşenen parçaların toplam eni (metre) $i=1,2,\ldots,m$

$$B_i = \begin{cases} 1 & \text{i'inci oda boyuna döşenirse} \\ 0 & \text{aksi halde} \end{cases} \qquad i=1,2,\ldots,m$$

$$E_i = \begin{cases} 1 & \text{i'inci oda enine döşenirse} \\ 0 & \text{aksi halde} \end{cases} \qquad i=1,2,\ldots,m$$

$(s_i \geq 0)$: i'inci oda boyuna döşenirse, bunun için rulodan kesilen A eninde ve b_i boyundaki son parçanın artan kısmının eni (metre) $i=1,2,\ldots,m-1$

$(r_i \geq 0)$: i'inci oda enine döşenirse, bunun için rulodan kesilen A eninde ve a_i boyundaki son parçanın artan kısmının eni (metre) $i=1,2,\ldots,m-1$

$$B_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{i'inci odayı boyuna döşemek için rulodan A eninde, } b_i \text{ boyunda j'inci parça kesilirse} \\ 0 & \text{aksi halde} \end{cases}$$

$i=1,2,\ldots,m$

$j=1,2,\ldots k_i$

$k_i=[a_i/A]^+$

$[a_i/A]^+=a_i/A$'dan büyük olan en küçük tamsayı

$$E_{ip}=\begin{cases}1 & \text{i'inci odayı enine döşemek için rulodan A eninde, } a_i \text{ boyunda p'inci parça kesilirse}\\ 0 & \text{aksi halde}\end{cases}$$

$i=1,2,\ldots,m$
$p=1,2,\ldots l_i$
$l_i=[b_i/A]^+$
$[b_i/A]^+=b_i/A$'dan büyük olan en küçük tamsayı.

$(L_{ci}\geq 0)$: i'inci oda boyuna döşenirse, önceki c'inci odanın artığı ile döşenen kısmın eni (metre)

$c=1,2,\ldots,m-1$
$i=2,3,\ldots,m$
$c<i$

$(W_{ci}\geq 0)$: i'inci oda enine döşenirse, önceki c'inci odanın artığı ile döşenen kısmın eni (metre)

$c=1,2,\ldots,m-1$
$i=2,3,\ldots,m$
$c<i$

$$O_{ci}=\begin{cases}1 & \text{Boyuna döşenen i'inci odada, c'inci odanın artığı kullanılırsa}\\ 0 & \text{aksi halde}\end{cases}$$

$c=1,2,\ldots,m-1$
$i=2,3,\ldots,m$
$c<i$

$$P_{ci}=\begin{cases}1 & \text{Enine döşenen i'inci odada, c'inci odanın artığı kullanılırsa}\\ 0 & \text{aksi halde}\end{cases}$$

$c=1,2,\ldots,m-1$
$i=2,3,\ldots,m$
$c<i$

MODELİN KURULMASI

Halı döşeme problemine çözüm getirmek üzere hazırlanan karma sıfır-bir programlama modelinin genel ifadelerle yazılmasına sınırlardan başlanacak, amaç fonksiyonu en sonunda verilecektir.

i'inci oda boyuna döşenirse; rulodan kesilen ve/veya önceki odaların artıklarından oluşan b_i boyundaki parçaların toplam eni, bu odanın enine eşit olmalıdır:

$$X_1=a_1B_1$$

$$\sum_{c=1}^{i-1} L_{ci}+X_i=a_iB_i \qquad i=2,3,\ldots m \qquad (\mathrm{I})$$

i'inci oda enine döşenirse; rulodan kesilen ve/veya önceki odaların artıklarından oluşan ai boyundaki parçaların toplam eni bu odanın boyuna eşit olmalıdır

$$Y_1=b_1E_1$$

$$\sum_{c=1}^{i-1} W_{ci}+Y_i=b_iE_i \qquad i=2,3,\ldots m \qquad (\mathrm{II})$$

i'inci oda ya tümüyle boyuna yada tümüyle enine döşenecektir:

$$B_i+E_i=1 \qquad i=1,2,\ldots m \qquad (\mathrm{III})$$

i'inci oda rulodan keşim yapılarak boyuna döşenirse ($X_i>0$), sonraki odaların döşenmesinde kullanılabilecek b_i boyundaki artığın enini ve rulodan bu oda için kesilecek b_i boyundaki parça sayısını belirlemek amacıyla, dördüncü sınırlar kümesi getirilmektedir:

$$X_i+s_i= A(B_{i1}+B_{i2}+\ldots+B_{ik_i}) \qquad i=1,2,3,..,m-1 \qquad (\mathrm{IV})$$
$$X_m\leq A(B_{m1}+B_{m2}+\ldots+B_{mk_m})$$

i'inci oda rulodan kesim yapılarak enine döşenirse ($Y_i>0$) sonraki odaların döşenmesinde kullanılabilecek a_i boyundaki artığın enini ve rulodan bu oda için kesilecek a_i boyundaki parça sayısını belirlemek amacıyla konan sınırlar kümesi de

$$Y_i+r_i= A(E_{i1}+E_{i2}+....+E_{il_i}) \quad i=1,2,3,..,m-1 \quad (V)$$
$$Y_m\leq A(E_{m1}+E_{m2}+....+E_{ml_m})$$

olmaktadır.

i'inci odanın alanının rulodan doğrudan kesimle ve/veya önceki odaların artıklarıyla tamamen kaplanmasını garantilemek için

$$b_i(L_{1i}+L_{2i}+....+L_{i-1,\,i}+X_i)+$$
$$a_i(W_{1i}+W_{2i}+....+W_{i-1,\,i}+Y_i)= a_i.b_i \quad i=1,2,..,m \quad (VI)$$

sınırlar kümesinde modelde yer verilmektedir. (I),(II) ve (III) sınır kümelerinden dolayı, bu eşitsizliklerin sol tarafında ya

$b_i(L_{1i}+L_{2i}+....+L_{i-1,\,i}+X_i)$ terimleri ya da
$a_i(W_{1i}+W_{2i}+....+W_{i-1,\,i}+Y_i)$terimleri

sıfır olacaktır.

i'inci oda boyuna döşenirse bu odayı boyuna döşemek için rulodan kesim yapılabilir:

$$B_{i1}+B_{i2}+....+B_{ik_i}\leq MB_i \quad i=1,2,...,m \quad (VII)$$

Burada M büyük bir sayıdır. i'inci oda enine döşenirse, bu odayı enine döşemek için, rulodan kesim yapılabilir:

$$E_{i1}+E_{i2}+....+E_{il_i} \leq ME_i \quad i=1,2,...,m \quad (VIII)$$

i'inci odanın önceki c'inci odanın artığı ile döşenen kısmının eni, c'inci oda için rulodan kesilen son parçanın artan kısmının eninden fazla olamaz:

$$L_{ci}+W_{ci} \leq s_c +r_c \quad c=1,2,...,m-1 \quad i=2,3,...,m \quad c<i \quad (IX)$$

c'inci odanın artığı boyunun izin verdiği ölçüde, sonraki odaların döşenmesinde kullanılabilir. Durum böyle olunca, sonraki odaların bu artık ile döşenen kısımlarının toplam boyu, bu artığın boyunu aşamaz. Bu şartın sağlanmasını garantilemek için, önce

$$L_{ci} \leq MO_{ci} \qquad c=1,2,\ldots,m-1$$
$$W_{ci} \leq MP_{ci} \qquad i=2,\ldots,m$$
$$c<i \qquad \text{(X)}$$

sınırlar kümesi yazılmakta ve bundan yararlanılarak

$$\sum_{i=c+1}^{m} b_i O_{ci} + \sum_{i=c+1}^{m} a_i P_{ci} \leq b_c B_c + a_c E_c \qquad c=1,2,\ldots,m-1 \qquad \text{(XI)}$$

sınırlar kümesi getirilmektedir.

Modelin sınırlarının genel ifadelerle konulması tamamlanmıştır. Amaç fonksiyonu m adet oda için rulodan kesilen parçaların toplam alanının en aza indirilmesi esasına dayanmaktadır:

$$\text{MIN } A\sum_{i=1}^{m} b_i(B_{i1}+B_{i2}+\ldots.+B_{ik_i}) + A\sum_{i=1}^{m} a_i(E_{i1}+E_{i2}+\ldots.+E_{il_i})$$

Aynı fonksiyon rulodan kasilen parçaların toplam boyunun en aza indirilmesi esasına göre yazılırsa, daha basit ifade edilmiş olur.

$$\text{MIN } \sum_{i=1}^{m} b_i(B_{i1}+B_{i2}+\ldots.+B_{ik_i}) + \sum_{i=1}^{m} a_i(E_{i1}+E_{i2}+\ldots.+E_{il_i})$$

Modelin LINDO paket programındaki çözüm süresini kısaltmak için bu amaç fonksiyonuna III.sınırlar kümesinden dolayı daima mM değerini verecek olan

$$M\left(\sum_{i=1}^{m} B_i + \sum_{i=1}^{m} E_i\right)$$

ifadesi eklenmiştir. Amaç fonksiyonunun son şekli şöyledir:

$$\text{MIN} \sum_{i=1}^{m} b_i(B_{i1}+B_{i2}+\ldots.+B_{ik_i}) +$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_i(E_{i1}+E_{i2}+\ldots.+E_{il_i}) +$$

$$M\left(\sum_{i=1}^{m} B_i + \sum_{i=1}^{m} E_i\right) \qquad \text{(XII)}$$

Modelin çözüm süreci tamamlanınca, amaç fonksiyonunun elde edilen minumum değerinden, mM değeri düşülünce, geriye rulodan kesilen parçaların minumum toplam boyu kalacaktır. Modelin genel ifadelerle formülasyonu tamamlanmıştır.

GELİŞTİRİLEN MODELİN ÖRNEK BİR PROBLEM İÇİN YAZILMASI

Dört odanın, eni A=4 metre olan bir rulodan kesilen parçaların metre olarak toplam boyunu en aza indirecek şekilde, döşenmesi istenmektedir. Boylarının uzunluklarına göre sıralanan odaların boyutları ve bu odalar enine veya boyuna döşenildikleri takdirde rulodan kesilecek maksimum parça sayıları şöyledir:

oda i	b_i (metre)	a_i (metre)	$k_i = [a_i / 4]^+$	$l_i = [b_i / 4]^+$
1	10	8	2	3
2	7.2	6	2	2
3	7	4	1	2
4	5	3.5	1	2

Yukarıda genel ifadelerle verilen Model I-XII bu örnek problem için M=100 kabulü altında aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$
\begin{aligned}
X_1 &= 8B_1 \\
L_{12}+X_2 &= 6B_2 \\
L_{13}+L_{23}+X_3 &= 4B_3 \\
L_{14}+L_{24}+L_{34}+X_4 &= 3.5B_4
\end{aligned}
\qquad (\mathrm{I})
$$

$$
\begin{aligned}
Y_1 &= 1OE_1 \\
W_{12}+Y_2 &= 7.2E_2 \\
W_{13}+W_{23}+Y_3 &= 7E_3 \\
W_{14}+W_{24}+W_{34}+Y_4 &= 5E_4
\end{aligned}
\qquad (\mathrm{II})
$$

$$
\begin{aligned}
&B_1+E_1=1 \\
&B_2+E_2=1 \\
&B_3+E_3=1 \\
&B_4+E_4=1
\end{aligned}
\qquad (\mathrm{III})
$$

$$
\begin{aligned}
&X_1+S_1=4(B_{11}+B_{12}) \\
&X_2+S_2=4(B_{21}+B_{22}) \\
&X_3+S_3=4B_{31} \\
&X_4 \leq 4B_{41}
\end{aligned}
\qquad (\mathrm{IV})
$$

$$
\begin{aligned}
&Y_1+r_1=4(E_{11}+E_{12}+E_{13}) \\
&Y_2+r_2=4(E_{21}+E_{22}) \\
&Y_3+r_3=4(E_{31}+E_{12}) \\
&Y_4 \leq 4(E_{41}+E_{42})
\end{aligned}
\qquad (\mathrm{V})
$$

$$
\begin{aligned}
&10X_1+8Y_1 = 80 \\
&7.2(L_{12}+X_2)+6(W_{12}+Y_2)=43.2 \\
&7(L_{13}+L_{23}+X_3)+4(W_{13}+W_{23}+Y_3)=28 \qquad (\mathrm{VI}) \\
&5(L_{14}+L_{24}+L_{34}+X_4)+3.5(W_{14}+W_{24}+W_{34}+Y_4)=17.5
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
B_{11}+B_{12} &\leq 100B_1 \\
B_{21}+B_{22} &\leq 100B_2 \\
B_{31} &\leq 100B_3 \\
B_{41} &\leq 100B_4
\end{aligned}
\qquad (\mathrm{VII})
$$

$$E_{11}+E_{12}+E_{13}\leq 100E_1$$
$$E_{21}+E_{22}\leq 100E_2$$
$$E_{31}+E_{32}\leq 100E_3 \qquad (VIII)$$
$$E_{41}+E_{42}\leq 100E_4$$

$$L_{12}+W_{12}\leq s_1+r_1$$
$$L_{13}+W_{13}\leq s_1+r_1$$
$$L_{14}+W_{14}\leq s_1+r_1$$

$$L_{23}+W_{23}\leq s_2+r_2 \qquad (IX)$$
$$L_{24}+W_{24}\leq s_2+r_2$$

$$L_{34}+W_{34}\leq s_3+r_3$$

$$L_{12}\leq 100\ O_{12} \qquad W_{12}\leq 100\ P_{12}$$
$$L_{13}\leq 100\ O_{13} \qquad W_{13}\leq 100\ P_{13}$$
$$L_{14}\leq 100\ O_{14} \qquad W_{14}\leq 100\ P_{14}$$

$$L_{23}\leq 100\ O_{23} \qquad W_{23}\leq 100\ P_{23}$$
$$L_{24}\leq 100\ O_{24} \qquad W_{24}\leq 100\ P_{24} \qquad (X)$$

$$L_{34}\leq 100\ O_{34} \qquad W_{34}\leq 100\ P_{34}$$

$$7.2\ O_{12}+7\ O_{13}+5\ O_{14}+6P_{12}+4P_{13}+3.5P_{14}\leq 10B_1+8E_1$$
$$7\ O_{23}+5\ O_{24}+4P_{23}+3.5P_{24}\leq 7.2B_2+6E_2 \qquad (XI)$$
$$5\ O_{34}+3.5P_{34}\leq 7B_3+4E_3$$

$$\text{MIN } B = 10(B_{11}+B_{12})+7.2(B_{21}+B_{22})+7B_{31}+5B_{41}+8(E_{11}+E_{12}+E_{13})+6(E_{21}+E_{22})+4(E_{31}+E_{32})+3.5(E_{41}+E_{42})+100(B_1+B_2+B_3+B_4+E_1+E_2+E_3+E_4) \qquad (XII)$$

Ortaya 51 sınırlı ve 35 tanesi 0-1 olmak üzere 61 değişkenli bir karma sıfır-bir model çıkmıştır.

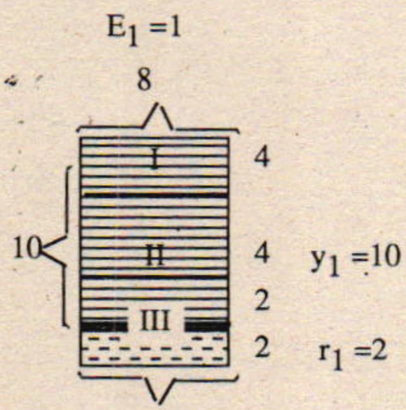
ÇÖZÜM VE YORUMLANMASI

Örnek problem ile ilgili olarak kurulan bu karma sıfır-bir model VESTEL 640 KB bilgisayar LINDO/PC paket programı kullanılarak 79 dakikada çözülmüştür. Elde edilen Çözüm şöyledir:

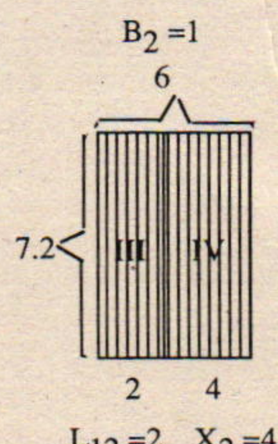
Amaç fonksiyonun değeri 442.7

$E_1=B_2=E_3=E_4=1$
$E_{11}=E_{12}=E_{13}=1$
$B_{22}=1$
$E_{31}=E_{32}=1$
$E_{42}=1$
$O_{12}=P_{34}=1$
$Y_1=10$
$X_2=4$, $L_{12}=2$
$Y_3=7$
$Y_4=4$, $W_{34}=1$
$r_1=2$, $r_3=1$

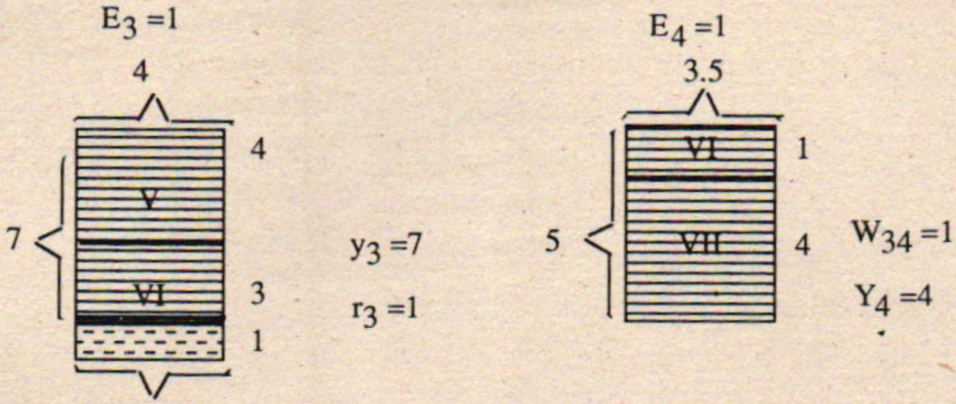
Amaç fonksiyonunun minimum değerinden mM=4*100=400 değeri düşülünce rulodan kesilen parçaların minimum toplam boyu 42.7 metre olarak elde edilmektedir. Yukarıdaki optimum çözüme göre sonsuz uzunlukta olduğu kabul edilen rulodan kesilen toplam 42.7 metre uzunluğundaki parçalara odalar şöyle döşenmektedir.



ODA 1



ODA 2

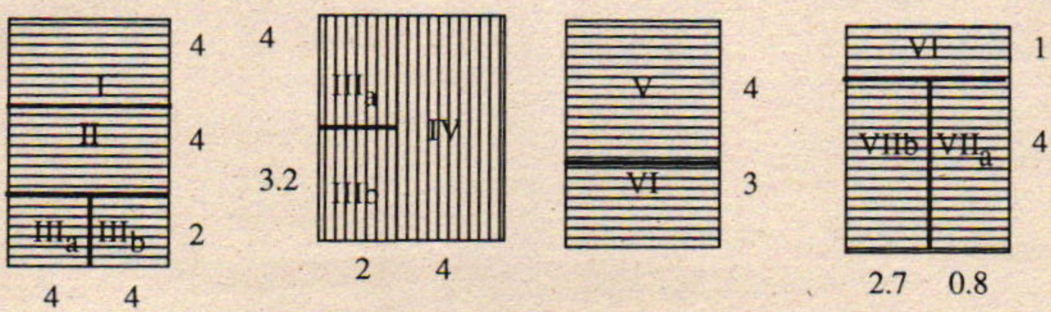


ODA 3 ODA4

Kesimle ilgili değişken	Rulodan kesilen parça numarası	parçanın uzunluğu(metre)
$E_{11}=1$	I	8
$E_{12}=1$	II	8
$E_{13}=1$	III	8
$B_{22}=1$	IV	7.2
$E_{31}=1$	V	4
$E_{32}=1$	VI	4
$E_{42}=1$	VII	3.5
		42.7

Sıra, ruloların sonsuz uzunlukta olmaları varsayımı kaldırılmasına gelmiştir. Söz gelimi, ruloların 20 metre uzunlukta oldukları kabul edilirse, modelin getirdiği çözüm, odaların fiilen şöyle döşenmesini gerektirir:

ODA I ODA II ODA III ODA IV



Kesimle ilgili değişken	Rulodan kesilen parça numarası	parçanın uzunluğu(metre)	
$E_{11}=1$	I	8	
$E_{12}=1$	II	8	
$E_{13}=1$	III_a	4	20
	III_b	4	
$B_{22}=1$	IV	7.2	
$E_{31}=1$	V	4	
$E_{32}=1$	VI	4	
$E_{41}=1$	VII_a	0.8	20
$E_{42}=1$	VII_b	2.7	
		42.7	

Ruloların 20 metre uzunlukta olmalarının kabul edilmesi halinde ortaya çıkan durum göstermiştir ki, sonsuz uzunlukta olmamaları gerçeğinin pratik sonucu, odalardaki döşenen parça sayılarının artmasıdır.

DEĞERLENDİRME VE SONUÇ

Bu çalışmada halıcılar için önem taşıyan bir karar problemine çözüm getirmek üzere bir karma sıfır-bir programlama modeli kurulmuş, örnek bir karar problemine uygulanmış, bilgisayardaki çözüm süresi verilmiş ve elde edilen çözüm, şekiller yardımıyla açıklanmıştır.

Odaların boyutları a_i ve b_i (i=1,2,...,m), olan bir karar problemine uygulanması halinde geliştirilen modelde

$$9m+3\sum_{z=1}^{m-1}(m-z)-1$$

adet sınır,

$$6m+4\sum_{i=1}^{m-1}(m-z)+\sum_{i=1}^{m}[a_i/A]^{+}+\sum_{i=1}^{m}[b_i/A]^{+}-2$$

adet değişken yer alacaktır. Modelin büyüklüğü hakkında fikir vermek gerekirse

$A=4,\ 4<a_i<8,\ 4<b_i<8$

kabulü altında, mesela 25 odalı bir binanın döşenmesi ile ilgili bir karar problemine uygulanması halinde, söz konusu modelin 1124 sınırı ve 750 adedi sıfır-bir olmak üzere 1448 değişken bulunacaktır.

Bu çalışmada getirilen model özelikle çözüm süresi üzerinde kritik rolü bulunan sıfır-bir değişkenlerin sayılarının azaltılması yönünde yapılacak katkılara açıktır.