FUTBOL TAKIMI KURMAK İÇİN İKİ MODEL

Doç. Dr. Cemal ÖZGÜVEN

GİRİŞ

Bu çalışmada, kadrolarındaki futbolcular arasından en iyi takımı kurmak için teknik direktörlerin yararlanabilecekleri iki tane 0 - 1 programlama modeli geliştirilmiştir. Önce, futbolcuların bireysel katkı puanlarının toplamını maksimize etme esasına göre bir model kurulmuş ve buna Model I adı verilmiştir. Bunun ardından, Model I futbolcuların birarada oynamalarının olumlu veya olumsuz etkilerini hesaba katabilecek şekilde genişletilmiştir. Ortaya çıkan genişletilmiş modele de Model II adı verilmiştir.

Modeller genel ifadelerle sunulduktan sonra, 9 futbolcu arasından en iyi 6 kişilik minyatür saha futbol takımının kurulması şeklindeki bir örnek probleme uygulanmışlardır. Daha geniş bir kadrodan 11 kişilik bir büyük saha futbol takımının kurulması durumunda, söz konusu modellerin uygulanması bakımından hiçbir teorik engel yoktur.

BİRİNCİ MODELİN KURULMASI

Ele alınan problem, m adet futbolcunun takımdaki n adet pozisyona (m>n) takımın performansını en yüksek düzeye çıkartacak şekilde atanması problemidir.

Futbolcular i indisi ile

$$i = 1,2, \dots, m$$

takımdaki pozisyonlar j indisi ile

$$j = 1,2, \dots, n$$

ifade edilmiştir.

Bir futbolcuda şu veya bu derecede bulunması gereken kesicilik, oyun kuruculuk, bitiricilik gibi r adet farklı özellik belirlenmiş ve bu özellikler k indisi ile

$$k = 1,2, \dots, r$$

ifade edilmiştir.

Teknik direktör, öncelikle herbir pozisyon için o pozisyonda oynayan futbolcuda bulunması gereken özelliklerin önem derecelerini belirlemelidir (1) j pozisyonunda k özelliğinin önem derecesi

t_{jk}

ile gösterilirse, teknik direktörün bu önem derecelerini

$$\sum_{k=1}^{r} t_{jk} = 1 \qquad j = 1,2, \ldots, n$$

olacak şekilde belirlemesi gerekir. Teknik direktör, ayrıca, t_{jk}'ları rakip takımın durumuna ve benimseyeceği oyun tarzına bağlı olarak her maçtan önce yeniden belirlemek zorunda kalabilir.

Bunun ardından, her futbolcuya r adet özelliğin herbirine göre 10 üzerinden puan verilmesi gelmektedir. Teknik direktör tarafından bu puanlar futbolcuların form durumları da dikkate alınarak verilmelidir. i futbolcusuna k özelliği için verilen puan

$$r_{ik} \qquad \begin{array}{l} i = 1,2, \ldots, m \\ k = 1,2, \ldots, r \end{array}$$

ile ifade edilsin (2).

i futbolcusunun j pozisyonunda bireysel katkı puanı (c_{ij}) bu futbolcuya herbir özellik için verilen puanların (r_{ik}) ağırlıklı ortalamasıdır. Ağırlıklı olarak j pozisyonu için k = 1,2, ..., r özelliklerinin önem dereceleri (t_{jk}) kullanılacaktır. Bu esasa göre, bütün futbolcuların bütün pozisyonlar için bireysel katkı puanları hesaplanmalıdır :

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{r} t_{jk} r_{ik} \qquad \begin{array}{l} i = 1,2, \ldots, m \\ j = 1,2, \ldots, n \end{array}$$

Modeldeki katsayıların nasıl hesaplandıkları belirtildikten sonra, sıra kullanılacak olan 0 - 1 değişkenlerin tanımlanmasına gelmiştir :

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{i futbolcusu j pozisyonunda takıma girerse} \\ 0 & \text{Girmezse} \end{cases} \qquad \begin{array}{l} i = 1,2, \ldots, m \\ j = 1,2, \ldots, n \end{array}$$

(1) Söz gelimi, bitiricilik özelliği santrafor pozisyonunda, kuşkusuz, libero pozisyonundakinden önemlidir.

(2) Söz gelimi, bir savunma oyuncusuna markaj özelliği için verilen puanın, bitiricilik özelliği için verilen puandan fazla olması normaldir.

Bu değişkenlerden yararlanılarak, iki sınırlar kümesi ve amaç fonksiyonu genel ifadeleriyle sunulacaktır.

Birinci sınırlar kümesi futbolcuların birden çok pozisyonda takıma girmelerini önlemektedir :

$$X_{i1} + X_{i2} + X_{i3} + \ldots + X_{in} \leq 1 \qquad i = 1,2, \ldots, m \qquad \text{(I)}$$

Her futbolcu için bir tane I. tip sınır yazılacaktır. i futbolcusu ile ilgili sınırın sol tarafı 0 ise, o futbolcu takımda yer almaz; 1 ise, o futbolcu j = 1,2, ..., n pozisyonlarından sadece bir tanesinde takıma girer.

Her pozisyon için bir tane sınırdan meydana gelen II. sınırlar kümesi de herbir pozisyona bir tane futbolcunun atanmasını garantilemektedir :

$$X_{1j} + X_{2j} + X_{3j} + \ldots + X_{mj} = 1 \qquad j = 1,2, \ldots, n \qquad \text{(II)}$$

Bu iki sınırlar kümesini sağlayan her farklı çözümün, yanı kurulabilecek her farklı takımın toplam performans ölçüsü o takımda yer alan futbolcuların bireysel katkı puanlarının toplamına eşittir. Bu kabule göre, futbolcuların bireysel katkı puanlarının toplamını maksimize eden çözüm, aynı zamanda, takımın toplam performans ölçüsü P'yi de maksimize edecektir. Durum böyle olunca, amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir :

$$\text{maksimize edin : } P = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \cdots + c_{1n}x_{1n} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + \cdots + c_{2n}x_{2n} + c_{m1}x_{m1} + c_{m2}x_{m2} + \cdots + c_{mn}x_{mn}$$

Bu amaç fonksiyonuna yukarıdaki iki sınırlar kümesinin eklenmesiyle toplam performans ölçüsünün bireysel katkı puanlarının toplamına eşit olması kabulüne göre kurulan Model I toplu olarak ifade edilmiş olur.

İKİNCİ MODELİN KURULMASI

İkinci model, takımın toplam performans ölçüsünün takımda yer alan futbolcuların bireysel katkı puanlarının toplamından farklı olması, yani bir bütünün, parçalarının toplamına denk olmaması esasına göre kurulmuş daha gerçekçi bir modeldir.

Futbolcu a (a = 1,2, ..., m - 1) pozisyon e (e = 1,2, ..., n)'de ve futbolcu b (b = 2,3, ..., m) pozisyon f (f = 1,2,..., n)'de takıma girerse ($a<b$ ve $e \neq f$), bu iki futbolcuya ait toplam performans ..ü (P_{ab}) bireysel katkı puanlarının toplamından ($c_{ae} + c_{bf}$) fazla veya az olabilir. Eğer iki futbolcu iyi anlaşıyorlarsa

$$P_{ab} > c_{ae}+c_{bf}$$

birbirlerine ters düşüyorlarsa

$$P_{ab} < c_{ae}+c_{bf}$$

sonucu ortaya çıkar. P_{ab}'yi bulmak için, ilk durumda bireysel katkı puanlarının toplamına bir pozitif prim eklemek

$$P_{ab} = c_{ae}+c_{bf}+p_{aebf} \qquad p_{aebf} > 0$$

ikinci durumda ise bireysel katkı puanlarının toplamına bir negatif prim eklemek gerekir :

$$P_{ab} = c_{ae}+c_{bf}+p_{aebf} \qquad p_{aebf} < 0$$

İki futbolcunun çeşitli pozisyonlarda birarada oynamalarının etkilerini ikinci modelde hesaba katabilmek için aşağıdaki 0 - 1 değişkenler tanımlanmıştır :

$$Y_{aebf} = \begin{cases} 1 & \text{a futbolcusu e pozisyonunda ve b futbolcusu f pozisyonunda birlikte takıma girerlerse} \\ 0 & \text{Aksi taktirde} \end{cases}$$

$a=1,2,\ldots,m-1$
$b=2,3,\ldots,m$
$a<b$
$e=1,2,\ldots,n$
$f=1,2,\ldots,n$
$e \neq f$

$$Y_{aebo} = \begin{cases} 1 & \text{Sadece a futbolcusu e pozisyonunda takıma girer, b futbolcusu takıma girmezse} \\ 0 & \text{Aksi taktirde} \end{cases}$$

$a=1,2,\ldots,m-1$
$b=2,3,\ldots,m$
$a<b$
$e=1,2,\ldots,n$

$$Y_{aobf} = \begin{cases} 1 & \text{Sadece b futbolcusu f pozisyonunda takıma girer, a futbolcusu takıma girmezse} \\ 0 & \text{Aksi taktirde} \end{cases}$$

a = 1,2,...,m-1
b = 2,3,...,m
a < b
f = 1,2,...,n

a ve b futbolcularının e ve f pozisyonlarında takıma girmeleri bakımından üç farklı durum ortaya çıkabilir :

1. İkisi de takıma giremez.
2. Sadece a futbolcusu veya sadece b futbolcusu takıma girebilir.
3. Her ikisi de takıma girer.

Her a ve b futbolcu ikilisi için yazılan iki tane sınırdan meydana gelen üçüncü sınırlar kümesi yukarıdaki durumlardan sadece bir tanesinin gerçekleşmesini garantilemektedir :

$$\begin{aligned} & X_{a1} + 2X_{a2} + 3X_{a3} + 4X_{a4} + \dots + nX_{an} + 100X_{b1} + 200X_{b2} + 300X_{b3} + \dots + 100nX_{bn} = \\ & Y_{a1bo} + 2Y_{a2bo} + 3Y_{a3bo} + \dots + nY_{anbo} + 100Y_{aob1} + 200Y_{aob2} + \dots + 100nY_{aobn} + \\ & 201Y_{a1b2} + 301Y_{a1b3} + \dots + (100n+1)Y_{a1bn} + 102Y_{a2b1} + 302Y_{a2b3} + \dots + (100n+2)Y_{a2bn} + \\ & \dots + (100+n)Y_{anb1} + (200+n)Y_{anb2} + \dots + (101n-100)Y_{anb,n-1} \qquad \text{(III)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & Y_{a1bo} + Y_{a2bo} + \dots + Y_{anbo} + Y_{aob1} + Y_{aob2} + \dots + Y_{aobn} + Y_{a1b2} + Y_{a1b3} + \\ & \dots + Y_{anb,n-1} \leqslant 1 \end{aligned}$$

a = 1,2,...,m-1
b = 2,3,...,m
a < b

Üçüncü sınırlar kümesindeki Y değişkenlerinin alacakları değerlere göre ortaya çıkacak sonuçlar şöyle özetlenebilir :

a) Bütün Y_{aebo}, Y_{aobf} ve Y_{aebf} değişkenleri 0 ise, birinci durum gerçekleşir, ne a ne de b futbolcusu takıma girebilir.

b) Bütün Y_{aebf} değişkenleri 0 , bir tane Y_{aebo} veya Y_{aobf} değişkeni 1 ise, ikinci durum gerçekleşir, a veya b futbolcularından sadece bir tanesi takıma girebilir.

c) Bütün Y_{aebo} ve Y_{aobf} değişkenleri 0 , bir tane Y_{aebf} değişkeni 1 ise, üçüncü durum gerçekleşir ve her iki futbolcu da takıma girer.

İlk iki durumda değil, üçüncü durumda Paebf pribleminin katkı puanlarının toplamına eklenmesi gerekir. Birinci modelin amaç fonksiyonuna Yaebf değişkenlerinin Paebf katsayılarıyla eklenmesiyle bu sağlanır ve ikinci modelin amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir :

maksimize edin :

$$: P = c_{11}X_{11} + c_{12}X_{12} + \dots + c_{m,m-1}X_{m,n-1} + c_{mn}X_{mn} +$$

$$p_{1122}Y_{1122} + p_{1123}Y_{1123} + \dots + p_{m-1,n,m,n-1}Y_{m-1,n,m,n-1}$$

Bu amaç fonksiyonu ile I., II. ve III. sınır kümelerinin biraraya getirilmesiyle her futbolcu ikilisinin birlikte takıma girmesinin toplam performans ölçüsüne etkisini hesaba katabilen ikinci modelin genel ifadelerle formülasyonu tamamlanmaktadır.

MODELLERDEKİ DEĞİŞKEN VE SINIRLARIN SAYILARI

Birinci ve ikinci modeller genel ifadeleriyle yazılırken iki varsayım yapıldı :

1. Her futbolcu her pozisyonda oynayabilir.
2. Her futbolcu ikilisi hangi pozisyonlarda takıma girerlerse girsinler, bireysel katkı puanlarının ötesinde takımın toplam performans ölçüsünü etkilerler.

Bu varsayımlar altında söz konusu modellerin değişen ve sınır sayıları şöyledir :

	MODEL 1	
	X_{ij} Değişkenlerinin Sayısı	mxn
	I. Tip Sınırlarının Sayısı	m
	II. Tip Sınırların Sayısı	n
MODEL II	X_{ij} Değişkenlerinin Sayısı	mxn
	Y_{aebo} ve Y_{aobf} Değişkenlerinin Sayısı	2n(m!/2!(m-2)!)
	Y_{aebf} Değişkenlerinin Sayısı	n(n-1)(m!/2!(m-2)!)
	I. Tip Sınırların Sayısı	m
	II. Tip Sınırların Sayısı	n
	III. Tip Sınırların Sayısı	2(m!/2!(m-2)!)

Kadrodaki 18 futbolcudan bir büyük saha futbol takımı kurma durumunda (m=18,n=11) modellerdeki değişken ve sınır sayıları şöyle olur :

MODEL I

X_{ij} Değişkenlerinin Sayısı	198
I. Tip Sınırların Sayısı	18
II. Tip Sınırların Sayısı	11

MODEL II

X_{ij} Değişkenlerinin Sayısı	198
Y_{aebo} ve Y_{aobf} Değişkenlerinin Sayısı	3366
Y_{aebf} Değişkenlerinin Sayısı	16830
I. Tip Sınırların Sayısı	18
II. Tip Sınırların Sayısı	11
III. Tip Sınırların Sayısı	306

İkinci modelin değişkenleri cesaret kırıcı sayıdadır. Nevar ki, özellikle bu modelde değişken ve sınır sayılarını çok büyük ölçüde düşürmek mümkündür. Şöyle ki :

1. Her futbolcunun 11 pozisyonda da oynayabileceği şeklindeki birinci varsayım pratikte geçerli değildir. Her futbolcu her pozisyonda oynayamaz. Bir futbolcunun oynayamayacağı bir pozisyonda yer almasıyla ilgili X ve Y değişkenlerinin tanımlanmasına gerek yoktur. Kadrodaki futbolcuların ortalama olarak 4'er pozisyonda oynayabilecekleri kabul edilirse, modellerdeki değişken sayılarında önemli ölçüde azalma olur :

MODEL I

X_{ij} Değişkenlerinin Sayısı	18x4=72
I. Tip Sınırların Sayısı	18
II. Tip Sınırların Sayısı	11

MODEL II

X_{ij} Değişkenlerinin Sayısı	72
Y_{aebo} ve Y_{aobf} Değişkenlerinin Sayısı	1224
Y_{aebf} Değişkenlerinin Sayısı	1836
I. Tip Sınırların Sayısı	18
II. Tip Sınırların Sayısı	11
III. Tip Sınırların Sayısı	306

2. Herbir futbolcu ikilisinin birlikte takıma girmesi halinde bireysel katkı puanlarının ötesinde takımın toplam performans

ölçüsünü etkilemesi de beklenemez. Kadroda, yukarıdaki 2. varsayıma aykırı olarak, birbirleriyle iyi anlaşan veya ters düşen 18 değil 7 futbolcu bulunduğu kabul edilirse, III. tip sınırlar ve ilgili Y d.ğişkenleri 11 futbolcu için yazılmaz. Böylelikle ,ikinci model makul bir boyuta iner.

MODEL II	X_{ij} Değişkenlerinin Sayısı	72
	Y_{aebo} ve Y_{aobf} Değişkenlerinin Sayısı	2x4(7!/2!5!)=168
	Y_{aebf} Değişkenlerinin Sayısı	252
	I. Tip Sınırların Sayısı	18
	II. Tip Sınırların Sayısı	11
	III. Tip Sınırların Sayısı	42

İyi anlaşan veya ters düşen bir futbolcu ikilisinin yer alabilecekleri her pozisyon ikilisinde takımın toplam performans ölçüsünü etkilemeleri de beklenemez. Başka bir ifade ile, böyle bir ikilinin bazı pozisyonlarda takıma girmeleri halinde olumlu veya olumsuz bir etkileri bulunmayabilir. Bir ikili ile ilgili olarak bu gibi pozisyonlar için Yaebf değişkenlerinin tanımlanmasına gerek bulunmaması ikinci modeldeki değişken sayısının daha da azaltılmasına imkan verir.

ÖRNEK PROBLEM

Bir minyatür saha futbol takımı kurmak için 9 kişilik bir kadrodan (m=9) 6 pozisyona (n=6) takımın performansını en yüksek düzeye çıkaracak şekilde atama yapılacaktır. Teknik direktör futbolcularda bulunması gereken 5 özelliği (r=5) esas almış ve 6 pozisyonun herbirinde bu özelliklerin önem derecelerini (t_{jk}) aşağıdaki gibi belirlemiştir :

ÖZELLİK

		k= 1	2	3	4	5
	j= 1	0.8	0.07	0.08	0.03	0.02
	2	0.1	0.45	0.3	0.1	0.05
POZİSYON	3	0.12	0.47	0.28	0.07	0.06
	4	0.03	0.1	0.17	0.35	0.35
	5	0.02	0.06	0.12	0.15	0.65
	6	0.02	0.11	0.21	0.33	0.33

Tablo : 1

Teknik direktör kadrodaki 9 futbolcuya 5 adet özellikten herbiri için 10 üzerinden aşağıdaki puanları (r_{ik}) vermiştir :

		ÖZELLİK				
	k=	1	2	3	4	5
	i= 1	9	4	5	2	1
	2	3	8	7	7	3
	3	2	9	8	7	3
	4	1	3	9	8	4
FUTBOLCU	5	1	2	7	8	8
	6	2	9	9	9	8
	7	1	7	7	8	6
	8	3	6	9	9	10
	9	2	5	8	8	8

Tablo : 2

Dokuz futbolcunun altı pozisyondan herbiri için bireysel katkı puanları

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{5} r_{ik} t_{jk} \qquad \begin{array}{l} i=1,2,\ldots,9 \\ j=1,2,\ldots,6 \end{array}$$

esasına göre hesaplanmış ve sonuçlar Tablo 3'de toplu olarak sunulmuştur :

		POZİSYON					
	j=	1	2	3	4	5	6
	i= 1	7.96	4.45	4.56	3.62	1.97	2.66
	2	3.23	6.85	6.75	5.58	4.38	5.71
	3	3.14	7.5	7.38	5.82	4.5	6.01
	4	2.05	5.15	4.85	6.06	5.08	6.2
FUTBOLCU	5	1.9	4.3	4.06	7.02	7.38	6.99
	6	3.38	8.05	8.1	8.44	8.21	8.53
	7	2.21	6.45	6.29	6.82	6.38	6.88
	8	4.01	7.1	6.93	8.87	9.35	8.88
	9	2.99	6.05	5.87	7.52	7.7	7.55

Tablo : 3

Birarada oynadıkları taktirde takımın toplam performans ölçüsünü bireysel katkı puanlarının ötesinde etkileyen futbolcular

2., 7. ve 9. futbolculardır. Teknik direktör, bu futbolcularla ilgili olarak bireysel katkı puanlarının toplamına eklenmesi gereken Paebf primlerini aşağıdaki gibi belirlemiştir (3) :

$p_{2274}=-0.7$, $p_{2275}=-0.5$, $p_{2276}=-0.4$, $p_{2374}=-0.6$, $p_{2375}=-0.4$, $p_{2376}=-0.9$

$p_{2284}=-1.5$, $p_{2285}=-1$, $p_{2286}=-0.9$, $p_{2384}=-0.8$, $p_{2385}=-1.5$, $p_{2386}=-1.6$

$p_{7284}=1.8$, $p_{7285}=1.5$, $p_{7286}=0.9$, $p_{7384}=1$, $p_{7385}=1.2$, $p_{7386}=2.3$

Hedef, toplam performans ölçüsünü maksimize eden atamaların yapılması ve böylece en iyi 6 kişilik minyatür saha futbol takımının kurulmasıdır.

BIRİNCİ MODELİN UYGULANMASI

Kadrodaki futbolcuların bazı pozisyonlarla ilgili bireysel katkı puanlarının düşük olduğu Tablo 3'den anlaşılmaktadır (4). Söz gelimi, $c_{15}=1.97$ iken birinci futbolcunun beşinci pozisyonda takıma girmesi düşünülemez. Bu durumda, X_{15} değişkeninin tanımlanmasına da gerek kalmaz. Teknik direktörün, bireysel katkı puanlarının 6'dan küçük olduğu pozisyonlarda futbolcuların takıma girmelerine prensip itibariyle karşı çıktığı kabul edilirse, $c_{ij}<6$ halinde, ilgili X_{ij} değişkeni tanımlanmaz.

Bu kabul altında, Model I aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\text{maksimize edin : } P = 7.96X_{11} + 6.85X_{22} + 6.75X_{23} + 7.5X_{32} + 7.38X_{33} + 6.01X_{36} + 6.06X_{44} + 6.2X_{46} + 7.02X_{54} + 7.38X_{55} + 6.99X_{56} + 8.05X_{62} + 8.1X_{63} + 8.44X_{64} + 8.21X_{65} + 8.53X_{66} + 6.45X_{72} + 6.29X_{73} + 6.82X_{74} + 6.38X_{75} + 6.88X_{76} + 7.1X_{82} + 6.93X_{83} + 8.87X_{84} + 9.35X_{85} + 8.88X_{86} + 6.05X_{92} + 5.87X_{93} + 7.52X_{94} + 7.7X_{95} + 7.55X_{96}$$

$$\text{sınırlar}\quad \begin{aligned}
&X_{11} \leq 1\\
&X_{22} + X_{23} \leq 1\\
&X_{32} + X_{33} + X_{36} \leq 1\\
&X_{44} + X_{46} \leq 1\\
&X_{54} + X_{55} + X_{56} \leq 1\\
&X_{62} + X_{63} + X_{64} + X_{65} + X_{66} \leq 1\\
&X_{72} + X_{73} + X_{74} + X_{75} + X_{76} \leq 1\\
&X_{82} + X_{83} + X_{84} + X_{85} + X_{86} \leq 1\\
&X_{92} + X_{93} + X_{94} + X_{95} + X_{96} \leq 1
\end{aligned} \qquad (I)$$

(3) 2. futbolcu 2. veya 3. pozisyonlarda oynarsa, 4., 5. ve 6. pozisyonlardaki 7. ve 8. futbolcularla ters düşmektedir.
7. futbolcu 2. veya 3. pozisyonlarda oynarsa 4., 5. veya 6. pozisyonda oynayan 8. futbolcu ile iyi anlaşmaktadır.

(4) İyi bir santraforun libero pozisyonu için bireysel katkı puanının düşük olması normaldir.

$$
\begin{aligned}
&X_{11} &&= 1\\
&X_{22} + X_{32} + X_{62} + X_{72} + X_{82} + X_{92} &&= 1\\
&X_{23} + X_{33} + X_{63} + X_{73} + X_{83} + X_{93} &&= 1\\
&X_{44} + X_{54} + X_{64} + X_{74} + X_{84} + X_{94} &&= 1 \qquad \text{(II)}\\
&X_{55} + X_{65} + X_{75} + X_{85} + X_{95} &&= 1\\
&X_{36} + X_{46} + X_{56} + X_{66} + X_{76} + X_{86} + X_{96} &&= 1
\end{aligned}
$$

ve

$$X_{11}, X_{22}, X_{23}, \ldots, X_{96} = 1 \text{ veya } 0$$

Değişken sayısı 31, sınır sayısı 15 olan bir 0 - 1 programlama modeli elde edilmiştir. $X_{11}=1$ sınırından dolayı sınır sayısını iki, değişken sayısını bir azaltmak mümkündür.

İKİNCİ MODELİN UYGULANMASI

İkinci modelin kurulabilmesi için III. sınırlar kümesinin yazılması ve birlikte oynamaktan kaynaklanan primlerin amaç fonksiyonuna eklenmesi gerekmektedir. Yedinci, sekizinci ve dokuzuncu futbolcuların birarada takıma girmeleri ile ilgili III. tip sınırlar şöyle yazılabilir :

$$
\begin{aligned}
&2X_{22} + 3X_{23} + 400X_{74} + 500X_{75} + 600X_{76} = 2Y_{2270} + 3Y_{2370} + 400Y_{2074} +\\
&500Y_{2075} + 600Y_{2076} + 402Y_{2274} + 502Y_{2275} + 602Y_{2276} + 403Y_{2374} +\\
&503Y_{2375} + 603Y_{2376}
\end{aligned}
$$

$$Y_{2270}+Y_{2370}+Y_{2074}+Y_{2075}+Y_{2076}+Y_{2274}+Y_{2275}+Y_{2276}+Y_{2374}+Y_{2375}+Y_{2376} \leqslant 1$$

$$
\begin{aligned}
&2X_{22} + 3X_{23} + 400X_{84} + 500X_{85} + 600X_{86} = 2Y_{2280} + 3Y_{2380} + 400Y_{2084} +\\
&500Y_{2085} + 600Y_{2086} + 402Y_{2284} + 502Y_{2285} + 602Y_{2286} + 403Y_{2384} +\\
&503Y_{2385} + 603Y_{2386} \qquad \text{(III)}
\end{aligned}
$$

$$Y_{2280}+Y_{2380}+Y_{2084}+Y_{2085}+Y_{2086}+Y_{2284}+Y_{2285}+Y_{2286}+Y_{2384}+Y_{2385}+Y_{2386} \leqslant 1$$

$$
\begin{aligned}
&2X_{72} + 3X_{73} + 400X_{84} + 500X_{85} + 600X_{86} = 2Y_{7280} + 3Y_{7380} + 400Y_{7084} +\\
&500Y_{7085} + 600Y_{7086} + 402Y_{7284} + 502Y_{7285} + 602Y_{7286} + 403Y_{7384} +\\
&503Y_{7385} + 603Y_{7386}
\end{aligned}
$$

$$Y_{7280}+Y_{7380}+Y_{7084}+Y_{7085}+Y_{7086}+Y_{7284}+Y_{7285}+Y_{7286}+Y_{7384}+Y_{7385}+Y_{7386} \leqslant 1$$

$$Y_{2270}, Y_{2370}, Y_{2074}, \ldots, Y_{7385}, Y_{7386} = 1 \text{ veya } 0$$

Söz konusu futbolcuların birlikte oynamalarından kaynaklanan olumlu ve olumsuz primlerin eklenmesiyle ikinci modelde kullanılan amaç fonksiyonu elde edilmektedir :

$$\text{maksimize edin : } P = 7.96X_{11} + 6.85X_{22} + \ldots + 7.7X_{95} + 7.55X_{96} - 0.7Y_{2274} - 0.5Y_{2275} - 0.4Y_{2276} - 0.6Y_{2374} - 0.4Y_{2375} - 0.9Y_{2376} - 1.5Y_{2284} - Y_{2285} - 0.9Y_{2286} - 0.8Y_{2384} - 1.5Y_{2385} - 1.6Y_{2386} + 1.8Y_{7284} + 1.5Y_{7285} + 0.9Y_{7286} + Y_{7384} + 1.2Y_{7385} + 2.3Y_{7386}$$

Bu amaç fonksiyonuna Birinci Modelin Uygulanması başlığı altında verilen I. ve II. sınır kümelerinin ve yukarıdaki III. sınır kümesinin eklenmesiyle Model II'nin formülasyonu tamamlanmaktadır.

MODELLERİN GETİRDİKLERİ ÇÖZÜMLER

Multitech Acer 500 + bilgisayarında Dal Sınır Yöntemi için hazırlanmış Lindo paket programının uygulanmasıyla Model I 25 saniyede, Model II 8 dakika 35 saniyede çözülmüştür.

Birinci modelin çözümü şöyledir :

$$\bar{P} = 47.61 ,\ \bar{X}_{11} = 1 ,\ \bar{X}_{32} = 1 ,\ \bar{X}_{23} = 1 ,\ \bar{X}_{94} = 1 ,\ \bar{X}_{85} = 1 ,\ \bar{X}_{66} = 1$$

İkinci modelin çözümü de aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$\bar{P} = 49.07 ,\ \bar{X}_{11} = 1 ,\ \bar{X}_{32} = 1 ,\ \bar{X}_{73} = 1 ,\ \bar{X}_{64} = 1 ,\ \bar{X}_{95} = 1 ,\ \bar{X}_{86} = 1$$

$$\bar{Y}_{2086} = 1 ,\ \bar{Y}_{7386} = 1$$

İkinci modelin getirdiği çözüm, birinci modelin çözümünden bazı dikkat çekici farklılıklar göstermektedir :

1. Yedinci ve sekizinci futbolcular ile iyi anlaşamayan ikinci futbolcu takımdan çıkartılmıştır. Onun yerine, sekizinci futbolcu ile iyi anlaşan yedinci futbolcu üçüncü pozisyona atanmıştır.
2. Yedinci ve sekizinci futbolcular en yüksek olumlu etkiyi sırasıyla üçüncü ve altıncı pozisyonlarda gösterdikleri için, yedinci futbolcunun üçüncü pozisyona atanması ile birlikte, sekizinci futbolcu da beşinci pozisyondan altıncı pozisyona aktarılmıştır.
3. Sekizinci futbolcunun boşalttığı beşinci pozisyona dördüncü pozisyondaki dokuzuncu futbolcu, dokuzuncu futbolcunun boşalttığı dördüncü pozisyona da altıncı pozisyondaki altıncı futbolcu atanmıştır.

Her iki modelden elde edilen çözümlerin ortak yanları da vardır :

1. Takımda iki futbolcunun yerleri değişmemiştir. Bunlar. birinci pozisyondaki (rakipsiz) birinci futbolcu ile ikinci pozisyondaki üçüncü futbolcudur.

2. Dördüncü ve beşinci futbolcular takıma girememişlerdir. Bu futbolcuların takıma girememelerinin birinci nedeni, c_{ij} katsayılarının yeterli olmaması, iikinci nedeni de başka futbolcularla birarada oynadıklarında olumlu etki yaratamamalarıdır.

SONUÇ

Bu çalışmada m kişilik bir kadrodan n pozisyona atama yapılarak en iyi takımın kurulmasını sağlayan iki tane 0 - 1 programlama modeli kuruldu. İkinci model birinci modelin bir uzantısı, olgunlaştırılmış bir şeklidir.

Her iki modelde de önem dereceleri futbolcuların bireysel katkı puanlarının belirlenmesinde kritik rol oynayan r adet farklı özelliğe yer verilmiştir. Bu özelliklerin kapsamlı ve sağlıklı bir şekilde belirlenmesi teknik direktörlere düşmektedir.

Başlangıç niteliğinde olan bu modeller, en iyi takımdaki futbolcular oyundan alındıklarında yerlerine hangi futbolcuların oynatılacağını belirleyememeleri bakımından ve futbolcuların bireysel katkılarının şansa bağlı olması durumunu ele almayan deterministik modeller olmaları bakımnndan geliştirilmeye açıktılar. Stokrastik bir modelin kurulması bundan sonraki bir çalışmanın konusu olacaktır.