Sosyal Araştırmalar ve Davranış Bilimleri Dergisi
Journal of Social Research and Behavioral Sciences
ISSN:2149-178X

Optimal Sistem Tasarımında Müphem Kümelerin Kullanımı ve Bir Uygulama[1]

Dr. Nurullah Umarusman[2]

Özet

Gerçek dünya problemlerinde işletmeler üretim planlamalarını kısa vadede oluştururken sahip oldukları kaynakları belirlenen kısıtlar, amaçlar ve hedefler doğrultusunda kullanmayı ilke edinmişlerdir. Kısa vadede mevcut kaynakların bazıları sabit olsa bile, optimal şartlar için kaynaklar uzun vadede yeniden yapılandırılmalıdır. Optimal Sistem Design olarak da isimlendirilen De Novo Programlama ile kaynakların uzun vadede yeniden yapılandırılmasına, kıt kaynakların daha verimli kullanılmasına ve sistemlerdeki savurganlığı önleyerek bir optimal tasarım mümkün hale gelmektedir. De Novo yaklaşımı, verilen bir sistemi optimize etmek yerine amaçların başarılması mümkün olan en yüksek değerde ve kısıtların tam kapasite ile kullanılmasıyla bir optimal sistemin nasıl oluşturulması gerektiğini belirtir. Bu çalışmada gerçek bir işletme problemi De Novo varsayımına göre oluşturulup, müphem küme açsısından çözümü gerçekleştirilecektir. De Novo Programlama problemlerinin bulanık karar ortamında birkaç farklı modeli olmakla birlikte, bu çalışmada müphem kümeler açsısından ilk kez bir müphem de novo modeli önerisinde bulunmuştur. Önerilen modelle bir optimal sistem için doğru ve yanlış üyelik fonksiyonlarının sonuca etkisi açıklanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Bulanık Kümeler, De Novo Programlama, Müphem Kümeler.

The Use Of Vague Sets In Optımal System Design and An Application

Abstract

Businesses define their production plans in short terms in real world problems and make it their principle to use their resources based on the defined constrains, goals, and targets. While some of the resources are stable in the short term, they need to be reorganized for optimal conditions in the long term. A nonoptimal determination of resource quantities leads to inadequate optimization and insufficient use of scarce resources. De Novo approach states how an optimal system can be arranged based on maximum goal success values and full capacity use of constrains, instead of optimizing a given system. In this study, a real business problem is organized based on De Novo, and its solution is conducted based on vague set. While there are various different models of De Novo Programming problems in fuzzy decision environments, this study provides the first De Novo model proposal based on vague sets. The effect of true and false membership functions on the result for an optimal system is explained with the proposed model.

Keywords: Fuzzy Sets, De Novo Programming, Vague Sets.

1.Giriş

Karar değişkenleri ve kısıtlara bağlı olarak amaç fonksiyonunu en iyi yapmayı amaçlayan Doğrusal Programlama, aynı zamanda matematiksel programlamanın temelini oluşturur. Gerçek hayat içerisinde karşılaşılan problemlerde, Yöneylem Araştırması Tekniklerinden en çok kullanılanlardan birisi olan Doğrusal Programlama problemlerinin modelinin oluşturulabilmesi için yüksek değerde bir bilgiye sahip olmak gerekir. Yani problemin iyi tanımlanmış ve kesin bilgileri içermesi gerekmektedir. Gerçek hayat uygulamalarında verilerin

[1] Bu makale 28-30 Nisan 2018 tarihleri arasında Antalya'da düzenlenen I. Uluslararası Sosyal Araştırmalar ve Davranış Bilimleri Sempozyumu'nda sunulan bildirinin geliştirilmiş halidir.

[2] Aksaray Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi İşletme Bölümü, nurullah.umarusman@aksaray.edu.tr.

kesinliği, güvenirliği ve belirliliği çoğu zaman bulanık bir yapı göstermektedir. Bu sebep ile bir Doğrusal Programlama probleminin optimal çözümü sadece kısıtların bir kısmı için geçerlidir. Bundan dolayı da eldeki bilgilerin birçoğu, çözüm içerisinde birbirleri ile kuvvetli olmayan bir etkileşim içerisine girerler. Doğrusal Programlama deterministik bir yapıya sahip olması sebebiyle kısa vadede karar vericiye önemli bilgiler sağlar. Diğer yandan özellikle orta ve uzun vadede mevcut sistem davranışını görebilmek için duyarlılık analizi kullanılır. Duyarlılık analizini tüm modele uygulamak yerine sadece diğer parametreler sabitken sadece bir tane parametre için inceleme yapılabilir.

Geleneksel matematiksel programlama problemlerinde başlangıçta verilen kısıtlar altında, kısıt değerlerinin sabitlenmiş bir değeri çerçevesinde belirli bir amaç başarılmak istenir. Kısıt (kaynak) değeri açısından incelenen problemin çözümü sonucunda, çoğunlukla kullanılmayan veya fazla kaynak kapasitesi, hammadde ihtiyacı ortaya çıkar. Beklenen bu üretim belirsizliği işletmeler için hem kaynak açısından üretimin optimum olmasına engel teşkil eder hem de beklenen kar açısından azalmalara yol açar (Babic ve Pavic, 1996). İşletmeler açısından önemli olan, maksimum kar yada minimum maliyet düşüncesinden sıyrılıp eldeki kaynakları tam kapasiteyle kullanarak optimum üretim modelinin oluşturulmasının sağlanmasıdır. Kısa vadede mevcut kaynakların bazıları sabit olsa bile, optimal şartlar için kaynaklar uzun vadede veya sonraki planlama safhasında değiştirilmeli ve yeniden yapılandırılmalıdır Zeleny (1982). Kaynak miktarlarının optimum seviyede belirlenememesi, yeterli optimizasyonun sağlanamamasına ve kıt kaynakların verimli kullanılmamasına yol açar. De Novo programlama kaynakların uzun vadede yeniden yapılandırılmasına, kıt kaynakların daha verimli kullanılmasına ve sistemlerdeki savurganlığı önleyerek optimal tasarıma imkan sağlamaktadır (Zeleny, 1984). Bu çalışmada kar amacına sahip gerçek bir işletme problemi ilk olarak doğrusal programlama modelinde düzenlenip çözülerek, kaynak kullanım miktarları araştırılmış, daha sonra aynı problem Zimmermann (1978) yaklaşımına bağlı olarak Müphem Küme bakış açısıyla geliştirilen model çözülerek elde edilen sonuçlar açıklanmıştır.

2. Bulanık Doğrusal Programlama

Lütfi Asker Zadeh (1965) tarafından yayınlanan "Fuzzy Sets" isimli makale belirsizlik kavramının yeniden değerlendirilmesinde bir dönüm noktası teşkil etmektedir. Kesin olmayan sınırlara sahip elemanların oluşturduğu bulanık küme teorisi olasılık teorisinin temelini oluşturan Aristo mantığına alternatif bir düşünce olarak bilim dünyasında yerini almıştır.

Bulanık küme teorisinin üyelikten üye olmamaya dereceli olarak geçişi açıklama yeteneği, gerek sosyal bilimler ve gerekse fen bilimleri alanlarında geniş faydalar sağlamaktadır. Bulanık mantık, belirsizliğin ölçülmesinde çok faydalı olmasının yanı sıra, yaşayan dilde ifade edilen belirsizlik kavramlarını anlamlı bir şekilde tanımlanmasına imkân vermektedir. Klasik küme teorisine göre, belirli bir alana ait bütün bireyler iki bakış açısından incelenir. Bunlar; kümeye ait olan elemanlar ve ait olmayan elemanlar. Kümeye üye ve kümeye üye olmayan elemanlar arasında kesin ve belirsiz olmayan bir ayrım söz konusudur. Bulanık mantık teorisi ise her bir elemana matematiksel olarak üyelik derecesini temsil eden bir değer atayarak kümeyi oluşturmaktadır. Klasik Mantık teorisinde olduğu gibi Bulanık Mantık Teorisinin kendine ait matematiği ve küme yapıları ile ilgili tanımları vardır (Zimmermann, 1987). Klasik kümelerin tersine, bulanık kümelerin yapısal olarak sahip olduğu esneklikten dolayı, uygulama alanlarının farklılığına göre bu işlemleri temsil etmek için farklı fonksiyonların tanımlanması mümkündür. Bulanık küme teorisi üzerinde kurulan matematiksel analiz çerçevesinde, sadece bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları değil, onlar arasında gerçekleşecek işlemler de çalışılan alan ile yakından ilişkilidir. Uygun üyelik fonksiyonunu tanımlama ve anlamlı işlemleri belirleme kapasitesi bulanık küme teorisinin pratik faydasını arttıran en önemli yönlerinden birisidir (Klir ve Youn, 1995). Bulanık Küme Teorisine bağlı olarak bulanık ortamda karar verme süreci Bellman ve Zadeh (1970) tarafından geliştirilmiş olup bu karar ortamı açısından doğrusal programlama, hedef programlama gibi birçok matematiksel programlama modeli geliştirilmiştir. Doğrusal Programlama problemlerinin bulanık ortamda incelenmesi ilk kez Zimermann (1978) tarafından yapılmıştır. Daha sonra Zimmermann (1983), Carlsson ve Korhonen (1986) ve Werner (1987) tarafından geliştirilen yaklaşımlar bulanık matematiksel programlamanın temelini oluşturmuştur. Geleneksel Doğrusal Programlama problemi aşağıdaki gibi verilir.

$Maks\ Z = cx$

Kısıtlar; (M1)

$(Ax)_i \leq b_i$

$x \geq 0, i = 1,2, \dots, m.$

Burada;

c: Amaç fonksiyonu katsayıları vektörü

A:Teknolojik katsayılar matrisi

b_i: Kısıt kaynaklarını gösteren sağ taraf sabiti,

x: Karar Değişkeni vektörü

Doğrusal Programlama problemi (M1) göz önünde bulundurularak genelleştirilmiş Bulanık Doğrusal Programlama modeli aşağıdaki gibi tanımlanır.

$\widetilde{Maksimum}\ Z = cx$

Kısıtlar; (M2)

$(Ax)_i \lessapprox b_i$

$x \geq 0.$

(M1)'de " $\lessapprox$" işareti kısıt kaynaklarının yani (b_i) parametresinin bir aralık içerisinde değer alabileceğini gösterir. "$\widetilde{Maks}$" ise amaç fonksiyonunun bulanık değerini gösterir. Ayrıca (M1)'de "c" ve "A" matrisindeki teknolojik katsayılar da bulanık olabilir. Zimmermann (1978) tarafından önerilen simetrik yaklaşımın belirgin özelliği, kısıtların ve hedeflerin aynı ortamda incelenmesidir. Bu yaklaşımda, karar verici amaç fonksiyonlarının arzu edilen değerini başlangıçta belirler. (M2)'de başlangıçta verilen amaç fonksiyonu değeri $b_o$ve $k_0$tolerans miktarı, bulanık kısıt için tolerans değeri k_i olmak üzere aşağıda verilen dönüşüm gerçekleştirilir.

$\widetilde{Maksimum}\ Z = cx \quad ==> \ cx \geq \ b_o$- k_0

Kısıtlar; (M3)

$(Ax)_i \lessapprox b_i \qquad ==> (Ax)_i \leq b_i$+ k_i

$x \geq 0.$

Burada;

x_j: Karar değişkenleri,

b_i:Kaynak miktarı,

k_i:Kaynak miktarı için tolerans değeri,

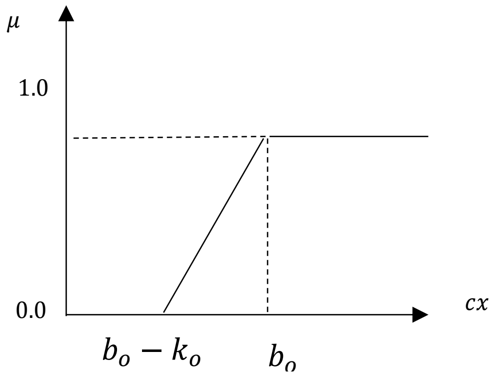
k_0: Amaç fonksiyonu değeri için tolerans miktarı,

b_o: Amaç fonksiyonu için ulaşılması istenilen değer.

Bulanık küme teorisinde, bulanık amaç ve bulanık kısıtlar için tanımlanan üyelik fonksiyonları kullanılarak bulanık model gerçekleştirilir. Bulanık amaç fonksiyonu için tolerans miktarına göre doğrusal üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu_o(x) = \begin{cases} 1 & , \quad Eğer\ cx \geq b_o \\ 1 - \frac{b_o - cx}{k_o} & , \quad b_o - k_o \leq cx \leq b_o \\ 0 & , \quad cx \leq b_o - k_o \end{cases} \qquad (1)$$

(1)'deki artan üyelik fonksiyon şekil olarak aşağıda verilmiştir.

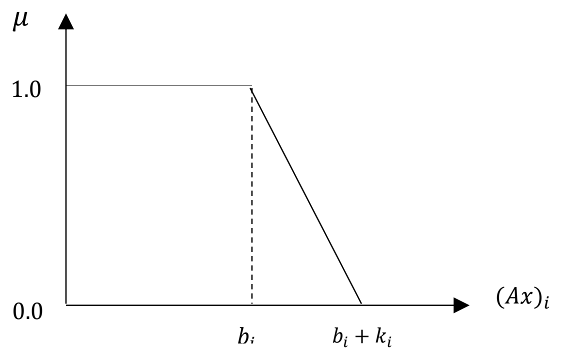


Şekil 1: Amaç fonksiyonu için doğrusal üyelik fonksiyonu

Bulanık amaç fonksiyonunu üyelik fonksiyonu artan sürekli doğrusal fonksiyondur. Bulanık kısıt için tolerans miktarına göre doğrusal üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu_{(Ax)}(x) = \begin{cases} 1 & , \quad Eğer\ (Ax) \geq b_i \\ 1 - \frac{(Ax) - b_i}{k_i} & , \quad b_i \leq (Ax) \leq b_i + k_i \\ 0 & , \quad cx \geq b_i + k_i \end{cases} \qquad (2)$$

Bulanık kısıt fonksiyonları için azalan üyelik fonksiyonu Şekil 2'te gösterilmiştir.



Şekil 2: Bulanık kısıtlar için azalan doğrusal üyelik fonksiyonu

Üyelik fonksiyonları (1) ve (2) göz önünde bulundurularak (M3), Zimmermann Yaklaşımına göre aşağıda verilmiştir.

$Maksimum\ \alpha$

Kısıtlar; (M4)

$cx \geq b_o - (1 - \alpha)k_o$

$(Ax)_i \leq b_i + (1 - \alpha)k_i$

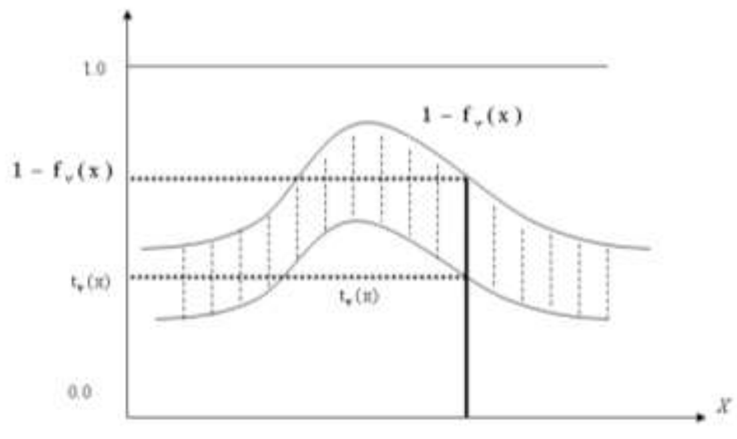
$x > 0.$

$x \geq 0$

2.1.Müphem Kümeler

Müphem Küme tanımlanan üyelik fonksiyonları hakkında eksik bilgi olması durumunda karar vericiye yeni bir bakış açısı sağlayan bir kavramdır. Bulanık Kümedeki üyelik fonksiyonundan farklı olarak bilgi eksikliği sebebiyle yanlış üyelik fonksiyonu, kabul edilebilir bilgiden dolayı doğru üyelik fonksiyonu ortaya çıkmaktadır. Müphem Kümeler, ilk kez Gau ve Buehrer (1993) tarafından tanımlanmış ve matematiksel yapısı açıklanmıştır. Müphem Kümeler için doğru üyelik fonksiyonu ve yanlış üyelik fonksiyonu [0,1] aralığında tanımlanarak karar verme sürecinde tereddütlü bölgeyi de ele alarak karar vericiye farklı bir bakış açısı sağlamaktadır.

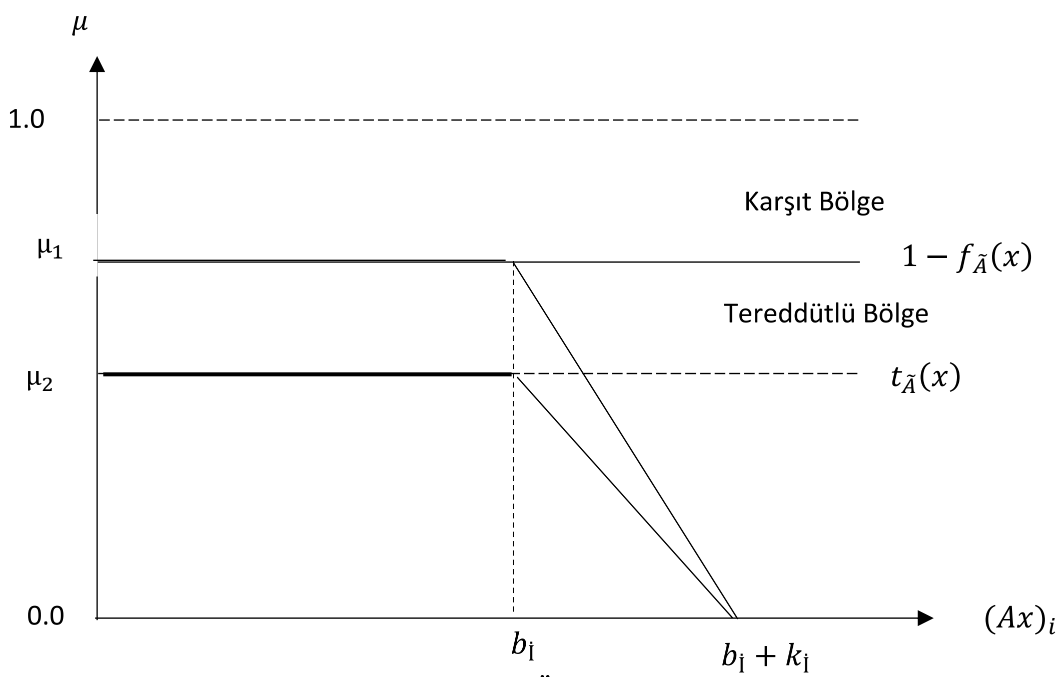
Tanım: *X* bir noktalar uzayının jenerik elemanı *x* olsun. V bir Müphem Küme olmak üzere, doğru üyelik fonksiyonu t_V ve yanlış üyelik fonksiyonu f_v ile gösterilsin. t_v doğru üyeliğin derecesinin alt sınırı, f_V ise karşıt bölgenin alt sınırıdır. t_V ile f_V [0;1] aralığında gerçel sayılardır ve $t_v + f_v \leq 1$'dir. Yani $t_v : X \rightarrow [0,1]$ ve $f_v : X \rightarrow [0,1]$'dir.



Şekil 3: Müphem Kümler ile Doğru ve Yanlış Üyelikler

Müphem Kümelerde *x*'in üyelik derecelerinin sınırı $[t_v(x), 1-f_v(x)]$'dir. Bir başka ifade ile $\mu_v(x)$ üyelik derecesi tam olarak bilinmeyebilir ya da bu üyelik $t_v(x) \le \mu_v(x) \le 1-f_v(x)$ kullanılarak sınırlandırılmıştır. *x* hakkındaki bilginin doğruluğu $1-f_v(x)-t_v(x)$ işlemi ile açıklanır. Eğer buradaki fark küçük ise x hakkındaki bilgi kesindir. Eğer büyük ise, bilgi azdır. Eğer $1-f_v(x)=t_v(x)$ ise, x hakkındaki bilgi tamdır ve teori bulanık küme teorisine dönüşür. Eğer $1-f_v(x)$ ile $t_v(x)$ bire veya sıfıra eşit ise bilgi tamdır ve klasik olarak çözüm yapılabilir (Gau ve Buehrer,1993). Müphem Kümeler Lui vd. (2008) tarafından verilen şeçim örneği ile basit olarak şu şekilde yorumlanabilir: Oy kullanacak 10 insan ele alınsın. Müphem Küme A için belirsiz değerler [0.6;0.8] olsun. Burada doğru üyelik fonksiyonu $t_A(u)=0.6$ ve yanlış üyelik fonksiyonu $f_A(u)=1-0.8=0.2$'dir. Buradan, 6 kişi seçim için destek vermiş, 2 kişi destek vermemiş ve 2 kişi de çekimser kalmıştır.

Müphem Kümler kullanılarak Kumar, Devi ve Yadav (2009), Ramakrishna (2009), Umarusman ve Güneş (2011) Bulanık Doğrusal Programlama için, Güneş ve Umarusman (2013) Bulanık Hedef Programlama için yaklaşımlar önermişlerdir. Güneş ve Umarusman (2013) tarafından önerilen Belirsiz Küme açısından üyelik tipleri ve bunların üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibidir



Şekil 4: Kısıt Fonksiyonu için Azalan Üyelik Fonksıyonu

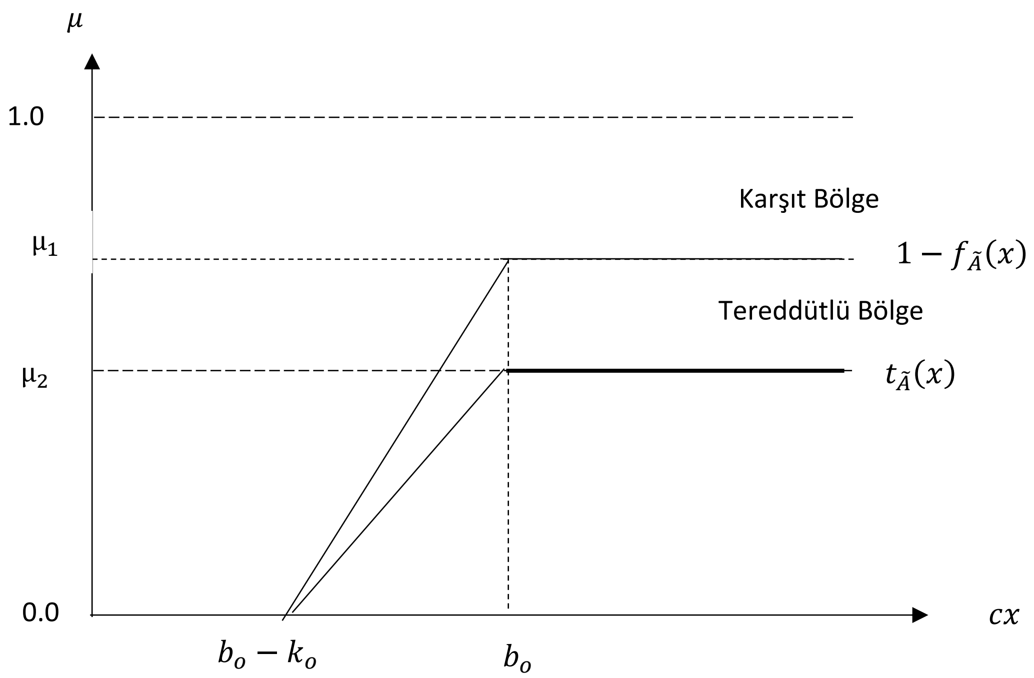
Şekil 4'teki kısıt fonksiyonları için azalan doğru üyelik fonksiyonu;

$$t_{(Ax)}(x) = \begin{cases} \mu_2 & , \quad Eğer\ (Ax) \leq b_i \\ \mu_2 \left(1 - \frac{(Ax)-b_i}{k_i}\right) & , \quad b_i \leq (Ax) \leq b_i + k_i \\ 0 & , \quad cx \geq b_i + k_i \end{cases} \tag{3}$$

ve yanlış üyelik fonksiyonu

$$1 - f_{(Ax)}(x) = \begin{cases} \mu_1 & , \quad Eğer\ (Ax) \leq b_i \\ \mu_1 \left(1 - \frac{(Ax)-b_i}{k_i}\right) & , \quad b_i \leq (Ax) \leq b_i + k_i \\ 0 & , \quad cx \geq b_i + k_i \end{cases} \tag{4}$$

şeklinde oluşturulur. Amaç fonksiyonu için üyeliklerin genel bilgisi Şekil 5'te gösterilmiştir.



Şekil 5: Amaç Fonksiyonu için Artan Üyelik Fonksiyonu

Şekil 5'e göre amaç fonksiyonu için doğru üyelik;

$$t_o(x) = \begin{cases} \mu_2 & , \quad Eğer\ cx \geq\ b_o \\ \mu_2 \left(1 - \frac{b_o - cx}{k_o}\right) & , \quad b_o - k_o \leq cx \leq b_o \\ 0 & , \quad cx \leq b_o - k_o \end{cases} \tag{5}$$

ve yanlış üyelik

$$1 - f_o(x) = \begin{cases} \mu_1 & , \quad Eğer\ cx \geq\ b_o \\ \mu_1 \left(1 - \frac{b_o - cx}{k_o}\right) & , \quad b_o - k_o \leq cx \leq b_o \\ 0 & , \quad cx \leq b_o - k_o \end{cases} \tag{6}$$

şeklinde oluşturulur. Bu bilgilerden hareketle Zimmermann yaklaşımı (M4) müphem küme açısından aşağıdaki gibi düzenlenir:

Müphem üyelikler açısından Zimmerman Yaklaşımı ele alındığında doğru ve yanlış üyelik fonksiyonlarının her birisi için modellerin düzenlenmesi gerekir. Doğru Üyelik fonksiyonuna göre Müphem Doğrusal Programlama modeli aşağıda verilmiştir.

$Maksimum\ \beta$

Kısıtlar; (M5)

$$\mu_2\left(1-\frac{b_o-cx}{k_o}\right)\geq\beta$$

$$\mu_2\left(1-\frac{(Ax)-b_i}{k_i}\right)\beta$$

$x\geq 0, \beta\in[0;\mu_2]$.

Burada μ_2 amaç fonksiyonu ve kısıt fonksiyonları için karar verici tarafından belirlenen doğru üyelik fonksiyonu, β ise maksimize yapılmak istenen (M5)'ün doğru üyelik derecesidir.

Yanlış Üyelik fonksiyonuna göre Müphem Doğrusal Programlama modeli aşağıda verilmiştir.

$Maksimum\ \lambda$

Kısıtlar; (M6)

$$\mu_1\left(1-\frac{b_o-cx}{k_o}\right)\geq\lambda$$

$$\mu_1\left(1-\frac{(Ax)-b_i}{k_i}\right)\lambda$$

$x\geq 0, \lambda\in[0;\mu_1]$.

Burada μ_1 amaç fonksiyonu ve kısıt fonksiyonları için karar verici tarafından belirlenen yanlış üyelik fonksiyonu, λ ise maksimize yapılmak istenen (M6)'ün yanlış üyelik derecesidir.

2.2.Optimal Sistem Tasarımı için De Novo Programlama

Kaynak kullanımı açısından bir optimal sistem kısıt kaynaklarının tam kapasitede kullanılmasıyla veya bütün kısıtların aktif olmasıyla mümkündür. Gerçek dünya problemlerinin modelleri kurulurken kaynakların tam kapasite kullanılabilecek miktarlarını belirlemek hemen

hemen imkânsızdır. Kaynak kullanım miktarlarının tam kapasitede kullanılacak seviyelerini belirleyememek, kıt kaynakların verimli kullanılmamasına yol açar. Bu durum ise ya kaynak yetersizliğine ya da kaynak fazlasına yol açacaktır. De Novo Programlama uzun vadede kaynakları kullanım miktarlarının planlanmasını sağlayarak bir optimal sistem tasarımının nasıl kurulacağını açıklar. Bu yaklaşımın en önemli avantajı birden fazla amaca sahip karar verme problemlerinde kaynak kısıtlarının bütün amaçlara göre eşzamanlı belirleyip aynı ve ya daha az bütçeyle amaçların katkıları yükseltilir. Bu sebeple de novo varsayımına bağlı bir optimal sistemin kurulmasında tek kısıt bütçedir. Babic ve Pavic (1996)'e göre bir optimal sistem üretim aşamasına geçilmeden tasarımlanmalıdır. Çünkü optimal bir üretim için bütçeye bağlı olarak hammadde miktarlarının tam kapasitede kullanılacak düzeylerinin belirlenmesi ile sağlanabilir. Zeleny (1982) tek amaçlı bir doğrusal programlama problemi için bir yöntem tanımlamış ve de novo varsayımının üstünlüğünden bahsetmiştir. De Novo, analizin kaynaklar satın alınmadan önce yapılmasını varsayar. Çünkü analiz safhasında kaynaklar kontrol edilebilir ve henüz sabitlenmemiştir. Bunun yanında, kaynaklar bölünebilir olmalı ve istenilen miktarda satın alınmalıdır. Bu sebeple De novo varsayımında tek kısıt "bütçe" kısıtıdır. De Novo Programlamanın matematiksel modeli matematiksel olarak aşağıda verilmiştir.

$Maksimum\ Z = cx$

Kısıtlar; (M7)

$(Ax)_i - b_i = 0$

$b_i . p_i \otimes B$

$x \geq 0.$

p_i: Kaynak birim fiyatı

B: Bütçe.

(M7) kullanılarak yapılan çözümde yalnızca karar değişkenlerinin optimal seviyelerinin hesaplanmasının yanı sıra kısıt kaynaklarının optimal seviyeleri belirlenir. Bu sebeple de novo formülasyon çıktıların en iyi karışımını sağlayarak çıktıların en iyi birleşimi elde edilir. Müphem kümeler açısından De Novo Programlama Probleminin çözümü için geliştirilen model aşağıda adımlar halinde verilmiştir.

Adım 1: (M1) kullanılarak, kısıtların alt ve üst sınırları için çözüm yapılır ve amaç fonksiyonlarının değerleri belirlenir. Üst sınır ve alt sınır arasındaki fark amaç fonksiyonunun tolerans değeri olarak kabul edilir.

Adım 2: Bu aşamada alt ve üst sınırlara göre yapılan çözümde amaç fonksiyonu değerleri ve kısıtların kaynak kullanım miktarları göz önünde bulundurularak;

Amaç fonksiyonu için (3) ve (4) kullanılarak doğru ve yanlış üyelik fonksiyonları belirlenir. Bu adımda (M7)'deki bütçe kısıtına göre müphem bütçe için doğru ve yanlış üyelik fonksiyonları (5) ve (6) kullanılarak belirlenir.

Adım 3: Adım 2'deki bilgilerden Müphem De Novo Programlama için doğru ve yanlış üyeliklere için (M5) ve (M6) modelleri kurulup çözümü yapılır.

3. Uygulama

Bir işletme dört farklı tipte el yapımı ayakkabı üretimi gerçekleştirmektedir. Ayakkabı üretiminde deri, kösele, astar ve dikim için ip temel kaynaklardır. Bu üretim süreci için Bu dört kaynak için her bir ayakkabı tipinde kullanılan miktarlar Tablo 1'de verilmiştir. Tabloda aynı zamanda hammaddelerin birim fiyatları da verilmiştir.

Tablo 1: Temel Hammadde kullanım Miktarları

Hammadde	Erkek Ayakkabı	Erkek Bot	Bayan Ayakkabı	Bayan Bot	Kaynak Miktarı	Birim Fiyatlar
Deri (m2)	0.5	0.76	0.44	0.8	100	62 TL
Kösele (kg)	0.65	0.65	0.45	0.45	110	43 TL
Astar (m2)	0.3	0.3	0.26	0.26	60	20 TL
İp (kg)	0.006	0.008	0.004	0.007	1	1 TL

İşletme yönetimi bu hammadde miktarlarını bir haftalık üretim için belirlemiştir. Ayakkabı ustaları tarafından her bir ayakkabı çiftinin yapımında kullanılan işgücü süreleri Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2: İşgücü Kullanım Miktarları

İşgücü Kullanımı	Erkek Ayakkabı	Erkek Bot	Bayan Ayakkabı	Bayan Bot	Kaynak Miktar	Birim Fiyatlar
Sayanın Kesilmesi (saat)	0.58	0.77	0.5	0.63	110	8 TL
Kösele ve Astarın Kesilmesi (saat)	0.45	0.5	0.38	0.44	70	7 TL
Sayanın Dikilmesi (saat)	1	1.2	1.1	1.5	250	10 TL
*Yapıştırma süreci(saat)	1.4	1.6	1.2	1.4	270	10 TL

* Yapıştırma süreci, Saya, Kösele ve Astarın birleştirilme işlemlerini içerir

Geçmişte yapılan üretimler sebebiyle işletme yönetimi üretimleri için belirli kısıtlar belirlemiştir. Bunlar; erkek ayakkabı için en az 20 çift, erkek bot için en az 15 çift, bayan ayakkabısı için en fazla 30 çift ve bayan bot en fazla 50 çifttir. Ayrıca işletme yönetimi kullanılacak kaynakları sırasıyla; 10;10;5; 0,4;15;10;10;10 tolerans değerini belirmiştir. İşletme üretimde kullanılacak hammaddeler ve işgücü için belirlediği bütçe 18000TL ile 21000 arasındadır. İşletme her bir ürün satışından sağlanan kar sırasıyla; 150 TL, 190 TL, 165 TL. ve 200 TL. 'dir. Bu verilere bağlı olarak işletme yönetimi karını maksimum yapmayı amaçlamaktadır. Bu bilgilere göre işletmenin Çok Amaçlı De Novo Programlama modeli (M1)'e göre aşağıdaki düzenlenir.

$$Max\ Z_1(x) = 150x_1 + 190x_2 + 165x_3 + 200x_4$$

Kısıtlar; (P1)

$$0.5x_1 + 0.76x_2 + 0.44x_3 + 0.8x_4 \leq 100$$

$$0.65x_1 + 0.65x_2 + 0.45x_3 + 0.45x_4 \leq 110$$

$$0.3x_1 + 0.3x_2 + 0.26x_3 + 0.26x_4 \leq 60$$

$$0.006x_1 + 0.008x_2 + 0.004x_3 + 0.007x_4 \leq 1$$

$$0.58x_1 + 0.77x_2 + 0.5x_3 + 0.63x_4 \leq 110$$

$$0.45x_1 + 0.5x_2 + 0.38x_3 + 0.44x_4 \leq 70$$

$$x_1 + 1.2x_2 + 1.1x_3 + 1.5x_4 \leq 250$$

$$1.4x_1 + 1.6x_2 + 1.4x_3 + 1.5x_4 \leq 2700$$

$x_1 \geq 20; x_2 \geq 15; x_3 \leq 30; x_4 \leq 50$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq ve\ tamsayı.$

(P1)'deki kısıt fonksiyonlarının planlanan ve toleranslı değerleri Tablo3'te verilmiştir.

Tablo 3: Kaynak Miktarları

	Planlanan Kaynak Miktarı	Tolerans Değerli Kaynak Miktarı
b_1: Deri (m2)	100	110
b_2 :Kösele (kg)	110	120
b_3: Astar (m2)	60	65
b_4: ip (kg)	1	1,4
b_5: Sayanın Kesilmesi (saat)	110	125
b_6: Kösele ve Astarın Kesilmesi (saat)	70	80
b_7: Sayanın Dikilmesi (saat)	250	260
b_8: Yapıştırma Süreci (saat)	270	275
Toplam Parasal Değer	18701,00	20191,40
Genel Bütçe	18000-21000	

Bu bilgilere göre (P1)'in önerilen algoritmaya göre çözümü aşağıda verilmiştir.

Adım 1: Uygulama problemi (P1), alt ve üst sınırlar için çözüm yapılarak amaç fonksiyonu değerleri bulunur.

Alt Sınır için (P1) Amaç fonksiyonu değeri: 34465 TL

Üst Sınır için (P1) Amaç fonksiyonu değeri: 37300 TL

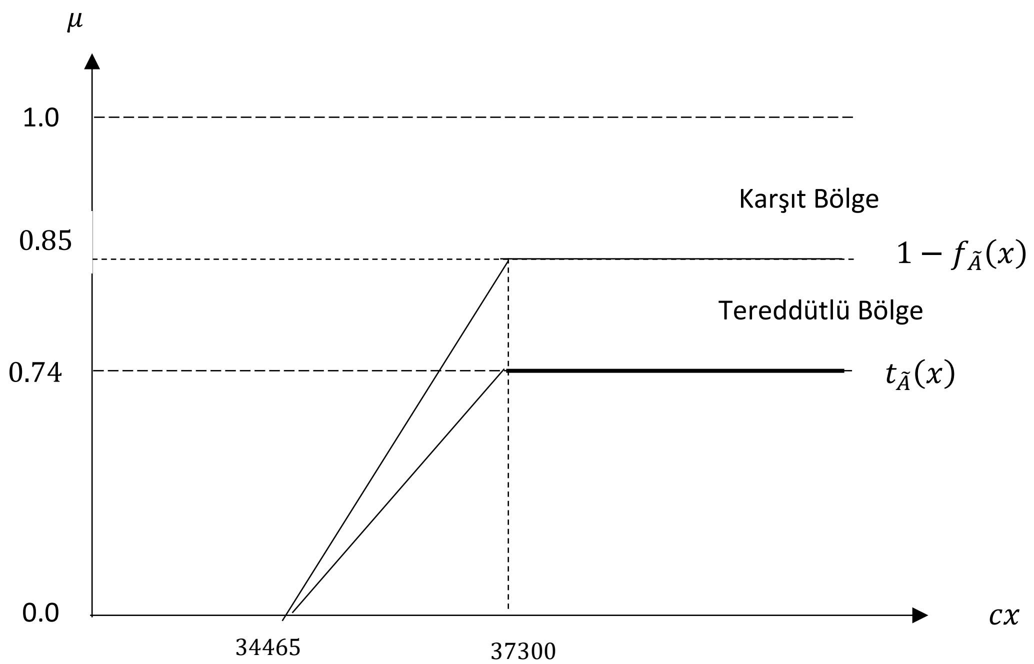
Bu iki değer arasındaki fark olan 2835 TL. amaç fonksiyonu için tolerans değeridir.

Adım 2: Bu aşamada alt ve süt sınırlara göre yapılan çözümde amaç fonksiyonu değerleri ve kısıtların kaynak kullanım miktarları göz önünde bulundurularak, amaç fonksiyonu ve bütçe kısıtı için Doğru üyelik fonksiyonu ile Yanlış üyelik fonksiyonları belirlenir. Tablo 4'te (P1)'in (M1)'e göre yapılan çözümü verilmiştir.

Tablo 4'teki bilgilerden kaynakların tam kapasitede kullanılmadığı (kaynak fazlalığı) görülmektedir. Bu sebeple amaç fonksiyonu için doğru üyelik derecesi $= 0.74$ve yanlış üyelik derecesi $\mu_1 = 0.85$olarak kabul edilmiştir.

Tablo 4: (P1) için çözümler ve Kullanılmayan Miktarlar

	Planlanan Kaynak Miktarı için çözüm	Tolerans Değerli Kaynak Miktarı için çözüm
Değişkenler	Z_1	Z_1
x_1	20	20
x_2	15	15
x_3	171	170
x_4	2	17
Kaynaklar	Kullanılmayan Miktar	Kullanılmayan Miktar
b_1: Deri (m2)	1.76	0.2
b_2 :Kösele (kg)	9.4	13.1
b_3: Astar (m2)	45.07	46.18
b_4: ip (kg)	0.06	0.36
b_5: Sayanın Kesilmesi (saat)	0.09	6.14
b_6: Kösele ve Astarın Kesilmesi (saat)	46.92	50.32
b_7: Sayanın Dikilmesi (saat)	19.99	8.2
b_8: Yapıştırma Süreci (saat)	9.99	0
Amaç Fonksiyonu	34465	37300
Genel Bütçe	18701	20191.4
Kullanılan Bütçe	16657.26	18210.48



Şekil 6: Amaç Fonksiyonu için artan üyelik fonksiyonu

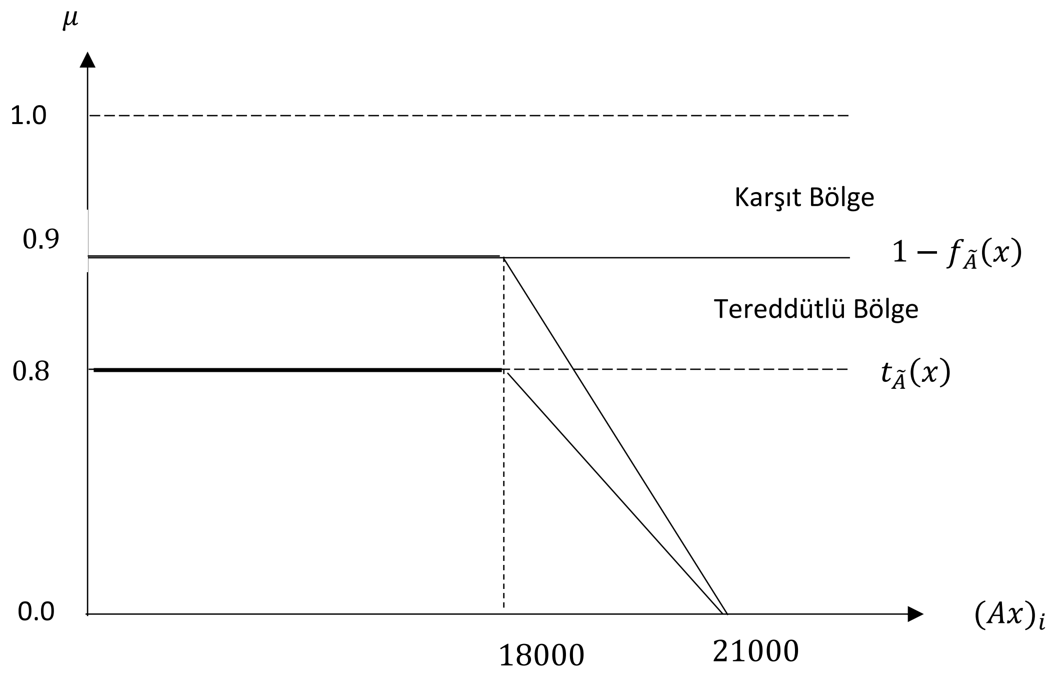
Şekil 6'ya göre doğru üyelik fonksiyonu;

$$t_o(x) = \begin{cases} 0.74 & , \quad Eğer\ cx \geq 37300 \\ 0.74\left(1 - \frac{34465 - cx}{2835}\right) & , \quad 34465 \leq cx \leq 37300 \\ 0 & , \quad cx \leq 34465 \end{cases}$$

ve yanlış üyelik fonksiyonu

$$1 - f_o(x) = \begin{cases} 0.85 & , \quad Eğer\ cx \geq 37300 \\ 0.85\left(1 - \frac{34465 - cx}{2835}\right) & , \quad 34465 \leq cx \leq 37300 \\ 0 & , \quad cx \leq 34465 \end{cases}$$

olarak kurulur. Ayrıca verilen bütçe göz önünde bulundurularak, bütçenin doğru üyelik derecesi 0.8 ve yanlış üyelik derecesi 0.9 olarak kabul edilmiştir. Buna öre müphem bütçe için azalan üyelik fonksiyonu Şekil 7'de verilmiştir.



Şekil 7: Bütçe Kısıtı için Azalan Üyelik Fonksiyonu

Şekil 7'den doğru üyelik fonksiyonu

$$t_{(B(x))}(x) = \begin{cases} 0.8 & , \quad Eğer\ (Ax) \leq 18000 \\ 0.8\left(1 - \frac{(B(x) - 18000)}{3000}\right) & , \quad 18000 \leq (Ax) \leq 21000 \\ 0 & , \quad cx \geq b_i + k_i \end{cases}$$

ve yanlış üyelik fonksiyonu

$$1 - f_{((B(x))}(x) = \begin{cases} 0.9 & , \quad Eğer\ (Ax) \leq 1800 \\ 0.9\left(1 - \dfrac{(B(x)) - 18000}{3000}\right) & , \quad 18000 \leq (Ax) \leq 21000 \\ 0 & , \quad cx \geq 21000 \end{cases}$$

elde edilir.

Adım 3: Adım 2'deki bilgilerden Müphem De Novo Programlama için doğru ve yanlış üyeliklere bağlı olarak (M5) ve (M6) modelleri kurulup çözümü yapılır.

Doğru Üyelik Fonksiyonlar için Model;

$Maksimum\ \beta$

Kısıtlar; (P2)

$$0.74\left(1 - \frac{34465 - cx}{2835}\right) \geq \beta$$

$$0.8\left(1 - \frac{B(x) - 18000}{3000}\right) \geq \beta$$

$$(Ax)_i - b_i = 0$$

$$x \geq 0.$$

Yanlış Üyelik Fonksiyonlar için Model;

$Maksimum\ \lambda$

Kısıtlar; (P3)

$$0.80\left(1 - \frac{34465 - cx}{2835}\right) \geq \lambda$$

$$0.9\left(1 - \frac{B(x) - 18000}{3000}\right) \geq \lambda$$

$$(Ax)_i - b_i = 0$$

$$x \geq 0.$$

(P2) ve (P3)'ün çözümüyle elde edilen değerler Tablo 5'te verilmiştir. Tablo 5'te genel bir bakış açısı vermek amacıyla, planlanan, tolerans değerli ve Zimmerman yaklaşımına göre çözümlerde eklenmiştir.

Tablo 5: Genel Değerlendirme

	Planlanan Kaynak Miktarı için çözüm	Tolerans Değerli Kaynak Miktarı için çözüm	Zimmermann Yaklaşımı için Çözüm (0.62)	Müphem De Novo Çözüm β: 0.8	Müphem De Novo Çözüm λ:0.905
Değişkenler	Z_1	Z_1	Z_1	Z_1	Z_1
x_1	20	20	20	20	20
x_2	15	15	15	15	15
x_3	171	170	180	192	192
x_4	2	17	4	0	0
Kaynaklar	Kullanılmayan Miktar	Kullanılmayan Miktar	Kullanılmayan Miktar	Kullanılan Miktar	Kullanılan Miktar
b_1: Deri (m2)	1.76	0.2	0	105.9	105.9
b_2 :Kösele (kg)	9.4	13.1	8.25	109.149	109.149
b_3: Astar (m2)	45.07	46.18	46.46	14.4	14.4
b_4: ip (kg)	0.06	0.36	0.16	1.008	1.008
b_5: Sayanın Kesilmesi (saat)	0.09	6.14	0.03	119.15	119.15
b_6: Kösele ve Astarın Kesilmesi (saat)	46.92	50.32	49.84	22.2	22.2
b_7: Sayanın Dikilmesi (saat)	19.99	8.2	10.9	250.1	250.1
b_8: Yapıştırma Süreci (saat)	9.99	0	0.2	282.4	282.4
Amaç Fonksiyonu	34465	37300	36350	37530	37530
Genel Bütçe	18701	20191.4	18447.17	18988.81	18988.81
Kullanılmayan Bütçe	2043.74	1980.92	1744.23	-	-
Kullanılan Bütçe	16657.26	18210.48	16702.94	18988.81	18988.81

Tablo 4'te planlanan, tolerans değerli ve Zimmermann yaklaşımına göre yapılan çözümlerdeki en belirgin durum, kaynak miktarlarının tam kapasitede kullanılmadığıdır. Yani çözümlerde kaynakların kullanılmayan miktarları mevcuttur. Bu sebeple 3 çözüm için belirlenen sonuçlar optimal değildir. Diğer yandan Müphem küme açısından ele alınan (P1) için yapılan çözümlerde kullanılan kaynak miktarları görülmektedir. Bu iki çözümde kullanılan miktarlar, kısıtların tam kapasitede kullanıldığını göstermektedir. Tablo 5'teki amaç fonksiyonu değerleri incelendiğinde doğru ve yanlış üyeliklere göre yapılan müphem çözümlerin amaç fonksiyonu değerleri diğer çözümlerden daha yüksek derecede gerçekleşmiştir. Bunun sebebi ise kısıt kaynaklarının tam kapasitede kullanılması, diğerlerinde ise kaynak fazlalığıdır. Eğer ilk çözümdeki kaynak fazlalıkları çözüme girebilseydi belki amaç fonksiyonu değerleri müphem çözüm kadar olabilecekti. Bütçe kullanım miktarları göz önünde bulundurulduğunda, son iki çözümdeki bütçe değerlerinin tamamen kullanıldığı görülmektedir. Bunun sebebi ise önerilen çözümün de novo varsayımı temelli olmasından kaynaklanmaktadır. Diğer yandan müphem çözümler için ise şu şekilde bir açıklama yapılabilir. Doğru ve Yanlış üyeliklere göre belirlenen çözümlerdi bütün sonuçlar birbirinin aynı olmasına karşın, sadece (P2) ve (P3)'ün üyelik dereceleri birbirinden farklıdır. Bunun sebebi ise, amaç fonksiyonunun ve bütçe fonksiyonu için belirlenen doğru ve yanlış üyelik derecelerinden kaynaklandığıdır. Bu sebeple müphem çözümde (P2)'nin üyelik derecesi β: 0.8 olması doğruluk bilgisini, (P3)'ün üyelik derecesi λ:0.905 yanlışlık bilgisini gösterir. Müphem çözüm için $1-\lambda=1-0.905=0.095$ değeri yanlış bilginin derecesini göstermektedir. $\lambda-\beta=0.905-0.8=0.105$ ise tereddütlü veya cevap verilemeyen bilgi derecesini göstermektedir. β: 0.8 ise doğruluk derecesini göstermektedir.

Sonuç

Geleneksel Doğrusal Programlama problemleri kısıtlara bağlı olarak amaç fonksiyonunu amacın yönüne göre optimize yapmaktadır. Belirlenen çözüm sonucunda ise genellikle kısıt kaynak miktarları genellikle tam kapasitede kullanılmamaktadır. Bu durumsa çözüme dahil olmayan miktarlar yüzünden amacın daha düşük seviyede gerçekleşmesine sebep olmaktadır. Diğer yandan De Novo varsayımı açısından Doğrusal Programlama problemleri ele alındığında, kullanılmayan ve ya kaynak ihtiyacı olan miktarlar çözüme dahil edilerek amacın optimal seviyede gerçekleşmesine imkan sağlamaktadır. Optimal Sistem Tasarımı olarak da bilinen De Novo Programlamayla savurganlık engellenerek, üretime kaynaklarının tam kapasitede kullanılmasını mümkün kılmaktadır.

Bu çalışmada De Novo Programlama probleminin çözümü ilk kez müphem kümelere bağlı olarak gerçekleştirilmiştir. Bulanık Küme Teorisinin bir uzantısı olarak da kabul edilen Müphem Kümeler kavramıyla, belirlenen çözüm için doğru yanlış ve tereddütlü bölgeler belirlenerek karar vericiye daha farklı bir bakış açısı sağlamış ve algoritma önerisine göre uygulama probleminin çözümüyle elde edilen müphem çözüm, mevcut problemin yanlış, tereddütlü ve doğru derecelerini ortaya çıkarmıştır.

Kaynakça

KUMAR, A., DEVI, K., and YADAV,S.P. 2009 IEEE International Advance Computing Conference (IACC 2009) Patiala, India, 6-7 March.

BABIC, Z., and PAVIC, I.1996. "Multicriterial Production Planning By De Novo Programming Approach", Int. J. Production Economics 43, pp.59-66.

BELLMAN, R.E. and ZADEH, L.A. 1970. "Decision-Making in a Fuzzy Environment", Management Science B.17, pp. 141-164.

CARLSSON, C. and KORHONEN, P. 1986. "A Parametric Approach To Fuzzy Linear Programming", Fuzzy Sets and Systems 20, pp.17-30

GAU, W.L, and BUEHRER. D.J. 1993."Vague sets", IEEE Trans. On of India, INDIA. Systems, Man, and Cybernetics 23, 610-614.

GÜNEŞ, M. and UMARUSMAN, N. 2013."The usage of vague sets for different approaches of fuzzy goal programming", International Journal of Industrial and Systems Engineering 09/2013; 15(3):315-328.

KLIR, G.J. and YUAN, B. 1995. Fuzzy Set Theory: Foundations and Applications, Prentice-Hall, N.Y.

KUMAR, A., DEVI,K., and YADAV,S.P. 2009. "Method To Solve Linear Programming Problems Using Vague Sets", 2009 IEEE International Advance Computing Conference Patiala, India, 6-7 March 2009.

Klir, G.J. and Yuan, B. 1995. Fuzzy Set Theory: Foundations And Applications, Prentice-Hall, N.Y

LAI, Y.J. ve HWANG, C.L. 1992. Fuzzy Mathematical Programming Springer- Verlag Berlin.

LIU Yong, WANG, Guoyin and LIN Feng, "General Model For Transforming Vague Sets İnto Fuzzy Sets", M.L. Gavrilova Et Al. (Eds.): Trans. On Comput. Sci. II, LNCS 5150, pp. 133–144.

YONG,L., GUOYIN, W. and FENG,L. 2008 General Model For Transforming Vague Sets Ġnto Fuzzy Sets, M.L. Gavrilova Et Al. (Eds.): Trans. On Comput. Sci. II, LNCS 5150, pp. 133–144, 2008

RAMAKRİSHNA, N. 2009. "Optimization Through Vague Sets", Internatıonal Journal Of Computational Cognition Vol. 7, No. 1, March . pp.65-68.

WERNER, B. 1987. "An İnteractive Fuzzy Programming System", Fuzzy Sets and Systems 23 295-305

ZADEH, L.A. 1965 Fuzzy Sets, Information and Control 8, pp. 338-353.

ZELENY, M. 1982. Multiple Criteria Decision Making, McGraw-Hill Book Company, New York

ZELENY, M. 1984. Multicriterion Design Of High-Productivity Systems: Extension And Application, Decision Making With Multiple Objective s. 308-321, Edit by: Yacov Y. Haimes and Vira Chankong, Springer-Verlag, New York.

ZİMMERMANN, H.J. 1978. ”Fuzzy programming and linear programming with several objective functions”, Fuzzy sets and Systems 1,1978, pp.45–55.

ZİMMMERMANN, H.J. 1987., uzzy Sets, Decicion Making and Expert Systems, Kluwer Academic Publishers Boston.