Süleyman Demirel Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi
Cilt 22, Sayı 2, 644-653, 2018

Süleyman Demirel University
Journal of Natural and Applied Sciences
Volume 22, Issue 2, 644-653, 2018

DOI: 10.19113/sdufbed.93858

Varyansların Homojenliği için Kullanılan Yeniden Örneklemeye Dayalı Testler ve Simülasyon Çalışması

Esra GÖKPINAR[*1]

[1]Gazi Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, 06500, Ankara

(Alınış / Received: 16.02.2017, Kabul / Accepted: 20.07.2017, Online Yayınlanma/ Published Online: 22.09.2017)

Anahtar Kelimeler
Varyans homojenliği,
Yeniden örnekleme,
Simülasyon çalışması

Özet: Bu çalışmada normal dağılıma sahip k sayıda yığının varyans homojenliği testi üzerinde durulmuş ve son yıllarda yaygın olarak kullanılan yeniden örnekleme yöntemlerine dayalı testler incelenmiştir. Simülasyon çalışmasında testlerin performansını belirlemek amacıyla tüm testler deneysel I. tip hata oranı ve güç bakımından karşılaştırılmıştır. Bu amaçla farklı grup sayısı, farklı örnek çapı ve farklı yığın varyansları alınarak bir simülasyon çalışması yapılmış ve sonuçları yorumlanmıştır.

Resampling Based Tests for the Equality of Variances and Simulation Study

Keywords
The equality of variances,
Resampling methods,
Monte Carlo

Abstract: In this study, we were interested in testing the equality of variances of k normal populations and examined commonly used resampling based tests. In simulation study, all the tests were compared in terms of type I error rate and power to assess the performance of tests. For this purpose, by using different combination of sample sizes, number of groups and population variances comprehensive simulation study was presented and simulation results were interpreted.

1. Giriş

Varyansların homojenlik testi; kalite kontrol, biyoloji, tarım üretim sistemleri gibi birçok araştırma alanlarında kullanılmaktadır. Örneğin, biyolojide araştırmacılar bir çok nedenden dolayı örneğin genetik çeşitliliğin bir göstergesi olarak popülasyon değişimindeki farklılıklarla ilgilenirler. İnsan performans çalışmalarında, araştırmacı aynı grup içindeki insanların performans skorlarındaki bir artış veya azalışın, insan davranışını nasıl etkilediğiyle ilgilenir. Bu tarz problemlerin analizinde varyansların homojenlik testi kullanılır. Örneğin klasik F testi, normal dağılıma sahip k sayıda yığınların ortalamasının eşitliği için en çok kullanılan bir testtir. Fakat yığınların varyansları homojen olmadığı zaman özellikle küçük örnek çaplarında klasik F testinin deneysel birinci tip hatası, belirlenen α değerinden oldukça büyük çıkmaktadır [1]. Bu durumda klasik F testinin kullanılması uygun değildir. Bu amaçla literatürde yığın varyansları homojen olmadığı zaman normal dağılıma sahip k sayıda yığınların ortalamasının eşitliği için birçok test geliştirilmiştir [2-7].

Literatürde yığınların varyanslarının homojenliği testi için çeşitli metotlara dayalı birçok test geliştirilmiştir. İlk olarak Bartlett [8], olabilirlik oran testine dayalı olarak bir test geliştirmiştir ve bu test ise halen günümüzde oldukça bilinen ve yaygın olarak kullanılan bir testtir. Daha sonraki yıllar, Cochran [9], Hartley [10], Box [11], Levene [12], Brown ve Forsythe [13], Conever vd. [14], Loh [15], Keyes ve Levy [16], Bhandary ve Dai [17], gibi birçok araştırmacı tarafından yığınların varyans homojenliği için birçok alternatif testler geliştirilmiştir. Ayrıca varyansların homojenliğinin test edilmesi amacıyla pek çok simülasyon çalışması da yapılmıştır [18-22]. Örneğin, Mirtagioğlu ve arkd. [18]; Bartlett, Levene, Brown-Forsythe, Anom ve Conever testlerini simülasyon yoluyla karşılaştırmış, Anom ve Bartlett testlerinin diğer testlere göre daha iyi sonuç verdiğini göstermişlerdir.

Bu testlerin bazıları kesin dağılıma sahip olmakla birlikte önemli bir kısmı asimptotik bir dağılıma sahiptir. Bilindiği üzere asimptotik dağılıma sahip testlerde doğası gereği küçük örnek çaplarında özellikle 1.tip hata bakımından iyi sonuç vermemektedir. Bu sebeple yeniden örnekleme tekniği kullanılarak birçok test geliştirilmiştir. Yeniden örnekleme yöntemi kısaca elde olan örnekten faydalanarak yeniden yapay örnekler üretme prensibine dayanır. Böylece test istatistiğinin yapay dağılımı oluşturulur. Bu yöntemlerin bazı önemli avantajları vardır. Bunlardan önemlilerinden

*İlgili yazar: eyigit@gazi.edu.tr

biri test istatistiğinin kesin ya da asimptotik dağılımının teorik olarak bulunmasının gerekmemesidir. Bir diğer önemli avantajı da genelde bu testlerin deneysel birinci tip hata bakımından nominal değere oldukça yakın sonuç vermesidir. Bu yöntem mevcut örnekten çok sayıda yapay örnek üretimine dayandığından bilgisayar hesaplamasına dayalı bir yöntemdir. Özellikle son yıllarda bilgisayarların performansının artması sonucunda bu yöntemlerin oldukça yaygınlaştığı görülmektedir.

Genelleştirilmiş p değeri, parametrik bootstrap ve hesaplamalı yaklaşım testi gibi yeniden örneklemeye dayalı yöntemler özellikle ilgilenilen parametrelerin yanı sıra ilgilenilmeyen parametreleri de içeren problemleri çözmek için oldukça sık kullanılmaktadır [4, 5, 23- 28].

Yeniden örnekleme yöntemlerinden biri, genelleştirilmiş test değişkeni kavramı ve genelleştirilmiş p- değerine dayalı yöntemdir. Bu yöntem ilk olarak Tsui ve Weerahandi [23] tarafından bazı istatistiksel testlerde kullanılmak için önerilmiştir. Varyans homojenliğinin testi için Liu ve Xu [29] tarafından genelleştirilmiş p değerine dayalı test istatistiği geliştirilmiştir.

Yeniden örnekleme yöntemlerinden biri de bootstrap yöntemidir. Bootstrap yöntemi parametrik ve parametrik olmayan bootstrap yöntemi olmak üzere ikiye ayrılır. Örneğin, normal dağılım altında varyansların homojenliği testi gibi ifade edilen problemler parametrik bir problem olup parametrik bootstrap yöntemi kullanılır. Parametrik bootstrap yöntemi, istatistiklerin örnekleme dağılımına bağlı bir yöntemdir. Bu yöntemin en büyük dezavantajı ilgilenilmeyen parametre olduğu zaman ne yapılacağı belirsizdir. Bu yüzden Pal vd. [25] tarafından parametrik bootstrap yöntemine dayalı olan bir hesaplamalı yaklaşım yöntemi (Computational Approach Test-CAT) geliştirmişlerdir. Bu yöntem yokluk hipotezinin doğruluğu altında kısıtlı en çok olabilirlik tahmin edicisine (Restricted Maximum Likelihood Estimation-RMLE) dayalıdır. Ayrıca, test istatistiğinin dağılımını teorik olarak bulmak gerekmediğinden ve p değerini doğrudan elde ettiğinden dolayı kullanımı kolay bir yöntemdir. CAT yaklaşımının kullanımındaki esas nokta, bu problemdeki parametrelerin tahminlerinin RML yöntemiyle bulunmasıdır. Varyans homojenliğinin testi için Gökpınar ve Gökpınar [30], CAT yöntemine dayalı olan bir parametrik bootstrap yöntemi önermişlerdir. Ayrıca Chang vd. [31], en çok olabilirlik metoduna dayalı olan bir CAT yöntemini önermişlerdir. Aynı zamanda bazı asimptotik dağılıma sahip Bartlet [8], Levene [12], Brown ve Forsythe [13], Loh [15], Keyes ve Levy [16] testlerini dağılımını tekrar bu yönteme dayalı olarak elde etmişlerdir.

Bu çalışmanın amacı son yıllarda yaygın olan ve varyans homojenliği testinde de kullanılan yeniden örnekleme yöntemlerine dayalı testlerini incelemek ve bir simülasyon çalışmasıyla bu testleri karşılaştırmaktır. Bu amaçla, çalışmanın ikinci bölümünde yeniden örnekleme tekniğine dayalı bazı testler tanıtılmıştır. Üçüncü bölümde ise simülasyon çalışması yapılarak bu testler deneysel I. tip hata oranı ve güç bakımından karşılaştırılmış ve yorumlanmıştır. Dördüncü bölümde de sonuç ve önerilere yer verilmiştir.

2. Test İstatistikleri

$X_{i1}, X_{i2}, \ldots, X_{in_i}$, i=1,…,$k$; μ_i ortalamalı, σ_i^2 varyanslı normal dağılıma sahip i-nci yığından seçilen rasgele bir örnek olsun. Örnek ortalaması ve varyansı

$$\bar{X}_i = \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij} / n_i, \tag{1}$$

$$S_i^2 = \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 / (n_i - 1), \tag{2}$$

$$S_i^{2*} = \frac{\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \bar{X}_i\right)^2}{n_i}, i=1,\ldots,k \tag{3}$$

şeklindedir. $N = \sum_{i=1}^{k} n_i$ olmak üzere genel örnek ortalaması ve birleştirilmiş varyans

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^{k} n_i \bar{X}_i / N \tag{4}$$

$$S_p^2 = \sum_{i=1}^{k} (n-1) S_i^2 / (N-k), \tag{5}$$

şeklindedir. Varyansların homojenlik varsayımı için Denklem 6'daki hipotezler kurulur.

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_k^2 \quad H_1 : \exists \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2, \quad i \neq j = 1, \ldots, k \tag{6}$$

Yokluk hipotezini test etmek için kullanılan birçok yöntem vardır. Bu bölümün geri kalanında varyansların homojenliği için kullanılan bazı testler kısaca anlatılacaktır.

2.1. Genelleştirilmiş p değerine dayalı test (Test1)

Liu ve Xu [29] tarafından geliştirilen genelleştirilmiş p değerine dayalı test istatistiğinin algoritması izlenildiği gibi verilir.

1) $X_{i1}, X_{i2}, \ldots, X_{in_i}$ rasgele örneğinin gözlenen değerleri $\left(x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{in_i}\right)$, $i = 1, \ldots, k$, olmak üzere $\left(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_k\right)$ ve $\left(s_1^{2*}, \ldots, s_k^{2*}\right)$ istatistikleri elde edilir.

2) $A\ln\sigma^2$ için genelleştirilmiş pivot $R_{A\ln\sigma^2}$ olmak üzere $R_{A\ln\sigma^2} = AR_{\ln\sigma^2} = A(R_{\ln\sigma_1^2}, R_{\ln\sigma_2^2}, \ldots, R_{\ln\sigma_k^2})'$, olarak elde

edilir. Burada $R_{\ln\sigma_i^2} = \ln\dfrac{n_i s_i^{2*}}{U_i}$, $U_i \sim \chi^2_{n_i-1}$, $i = 1,\dots,k$ ve

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -1 \end{pmatrix}_{(k-1)xk}$$ şeklindedir.

3) μ_R ve Σ_R ifadeleri

$\mu_R = A\left(E(R_{\ln\sigma_1^2} / (\bar{x}, s^{2*})),\dots,E(R_{\ln\sigma_k^2} / (\bar{x}, s^{2*}))\right)'$ ve

$\Sigma_R = A\,\mathrm{diag}\left(\mathrm{Var}(R_{\ln\sigma_1^2} / (\bar{x}, s^{2*})),\dots,\mathrm{Var}(R_{\ln\sigma_k^2} / (\bar{x}, s^{2*}))\right)A'$,

şeklinde elde edilir. Burada, $E\left(R_{\ln\sigma_i^2} / (\bar{x}, s^{2*})\right) = \ln(n_i s_i^{2*}) - E(\ln U_i)$ ve $\mathrm{Var}\left(R_{\ln\sigma_i^2} / (\bar{x}, s^{2*})\right) = E\left((\ln U_i)^2\right) - \left(E(\ln U_i)\right)^2$ şeklindedir.

4) $\|d\|^2 = \mu_R' \Sigma_R^{-1} \mu_R$ ve $\|D\|^2 = \left(R_{A\ln\sigma^2} - \mu_R\right)' \Sigma_R^{-1}\left(R_{A\ln\sigma^2} - \mu_R\right)$ hesaplanır.

5) 2.-4. adımlar M kez tekrarlanır ve p değeri $\hat{p} = \#\left(\|D_j\|^2 > \|d_j\|^2\right)/M$ şeklinde hesaplanır. $\hat{p} < \alpha$ olduğunda H_0 hipotezi red edilir.

2.2. Parametrik bootstrap yöntemine dayalı bir test (test-2)

Gökpınar ve Gökpınar [30] tarafından parametrik bootstrap yöntemine dayalı test istatistiği önerilmiştir. Denklem 6'da verilen H_0 hipotezini,

$\overline{\sigma^2} = \sum_{i=1}^{k} n_i \sigma_i^2 \Big/ \sum_{i=1}^{k} n_i$ olmak üzere $H_0^*: \eta = \sum_{i=1}^{k} n_i \left(\log\sigma_i^2 - \log\overline{\sigma^2}\right)^2 = 0$ şeklinde ifade etmek mümkündür. Burada H_1 hipotezine karşı H_0 hipotezi test etmek $H_1^*: \eta > 0$ hipotezine karşı $H_0^*: \eta = 0$ hipotezini test etmeye denktir. σ_i^2 'nin en çok olabilirlik tahmin edicilerini (MLE) kullanarak $\hat{\eta}_{MLE}$ istatistiğini bulmak mümkündür. Bu istatistikte aynı zamanda test istatistiği olarak kullanılabilir. Bu durumda varyans homojenliğinin testi için bu test istatistiğinin algoritması kısaca izlenildiği gibi verilebilir.

1) Test istatistiği gözlem değerlerine bağlı olarak Denklem 7 şeklinde elde edilir. Burada $\overline{S^2} = \sum_{i=1}^{k} n_i S_i^{2*} \Big/ \sum_{i=1}^{k} n_i$ 'dır.

$$\hat{\eta}_{MLE} = \sum_{i=1}^{k} n_i \left(\log S_i^{2*} - \log\overline{S}^2\right)^2 \tag{7}$$

2) H_0 hipotezinin doğrulu altında, $X_{ij}^{(l)} \sim N\left(\hat{\mu}_{i(RMLE)}, \hat{\sigma}^2_{RMLE}\right)$ dağılımından veriler üretilir. Burada $\hat{\mu}_{i(RMLE)} = \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij} \Big/ n_i$ ve

$$\hat{\sigma}^2_{(RMLE)} = \frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \bar{X}_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i S_i^{*2}}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \overline{S^2}$$ şeklindedir.

3) $X_{ij}^{(l)}$ verilerine dayalı olarak $\hat{\eta}_{MLE}^{(l)}$ test istatistiği izlenildiği gibi elde edilir.

$$\hat{\eta}_{MLE}^{(l)} = \sum_{i=1}^{k} n_i \left(\log S_i^{2*(l)} - \log\overline{S}_i^{2(l)}\right)^2 \tag{8}$$

4) 2. ve 3. adımlar $l = 1,2,\dots,M$ olacak şekilde M sayıda tekrarlanarak $\hat{\eta}_{MLE}^{(l)}$ değerleri hesaplanır.

5) Test istatistiğinin p değeri $\hat{p} = \#\left(\hat{\eta}_{MLE}^{(l)} > \hat{\eta}_{MLE}\right)/M$ şeklinde elde edilir. $\hat{p} < \alpha$ ise H_0 hipotezi red edilir.

2.2.1. En çok olabilirlik oran testine dayalı parametrik bootstrap testi (Test-3)

En çok olabilirlik oran testine dayalı parametrik bootstrap testi Chang vd. [31] tarafından elde edilmiştir. Buna göre olabilirlik oran testi

$$\Lambda = N\left[\ln\left\{(N-k)S_p^2/N\right\} - \sum_{i=1}^{k} w_i \ln(n_i - 1)S_i^2/n_i\right] \tag{9}$$

'dir. Burada $w_i = n_i/N$ 'dir. Λ test istatistiği aynı zamanda

$$\Lambda = N\left[\ln\hat{\sigma}^2_{RMLE} - \sum_{i=1}^{k} w_i \ln\hat{\sigma}^2_{i(MLE)}\right] \tag{10}$$

olarak yazılabilir. Burada $\hat{\sigma}^2_{(RMLE)}$, H_0 hipotezinin doğrulu altında elde edilen σ^2 parametresinin kısıtlı en çok olabilirlik tahmin edicisi, $\hat{\sigma}^2_{i(MLE)}$ ise σ_i^2 parametresinin en çok olabilirlik tahmin edicisidir.

Buna göre test istatistiğinin adımları izlenildiği gibi elde edilir.

1) X_{ij} verisine dayalı olarak Λ test istatistiği elde edilir.

2) H_0 hipotezinin doğrulu altında, $X_{ij}^{(l)} \sim N\left(\hat{\mu}_i, \hat{\sigma}^2_{RMLE}\right)$ dağılımından veriler üretilir.

3) $X_{ij}^{(l)}$ verilerine dayalı olarak $\Lambda^{(l)}$ test istatistiği elde edilir.

4) 1. ve 2. adımlar $l = 1,2,\dots,M$ olacak şekilde M sayıda tekrarlanarak $\Lambda^{(l)}$ değerleri hesaplanır.

5) Test istatistiğinin p değeri $\hat{p} = \#\left(\Lambda^{(l)} > \Lambda\right)/M$ şeklinde elde edilir. $\hat{p} < \alpha$ ise H_0 hipotezi red edilir.

2.2.2. Bartlet testine dayalı parametrik bootstrap testi (Test-4)

Bartlet [8] tarafından varyans homojenliği testi için test istatistiği önerilmiştir. Buna göre *b* düzeltme terimi

$$b = 1 + \frac{1}{3(k-1)}\left(\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{n_i - 1} - \frac{1}{n-k}\right) \tag{11}$$

olmak üzere Bartlet test istatistiği

$$B = \frac{1}{b}\left\{(n-k)\ln\left(S_p^2\right) - \sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)\ln\left(S_i^2\right)\right\} \tag{12}$$

şeklindedir. Bartlet testinin parametrik bootstrap versiyonu Chang vd. [31] tarafından algoritma adımları elde edilmiştir. Buna göre,

1) H_0 hipotezinin doğrulu altında, $X_{ij}^{(l)} \sim N\left(\hat{\mu}_i, \hat{\sigma}_{RMLE}^2\right)$ dağılımından veriler üretilir.
2) $X_{ij}^{(l)}$ verilerine dayalı olarak $B^{(l)}$ test istatistiği

$$B^{(l)} = \frac{1}{b}\left\{(n-k)\ln\left(S_p^{2(l)}\right) - \sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)\ln\left(S_i^{2(l)}\right)\right\} \tag{13}$$

olarak elde edilir.
3) 1. ve 2. adımlar $l = 1,2,\ldots,M$ olacak şekilde M sayıda tekrarlanarak $B^{(l)}$ değerleri hesaplanır.
4) Test istatistiğinin *p* değeri $\hat{p} = \#\left(B^{(l)} > B\right)/M$ şeklinde elde edilir. $\hat{p} < \alpha$ ise H_0 hipotezi red edilir.

2.2.3. Levene testine dayalı parametrik bootstrap testi (Test-5)

Levene testinde veriler, $Y_{ij} = \left|X_{ij} - \bar{X}_{i.}\right|$ şekline dönüştürülür ve bu dönüştürülmüş veriye ANOVA uygulanarak varyans homojenliği test edilir. Buna göre test istatistiği,

$$L = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i\left(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}\right)^2 \Big/ (k-1)}{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.}\right)^2 \Big/ (N-k)} \tag{14}$$

şeklinde elde edilir [12]. Bu testin parametrik bootstrap versiyonu Chang vd. [31] tarafından izlenildiği şekilde kısaca elde edilir.

1) H_0 hipotezinin doğrulu altında, $X_{ij}^{(l)} \sim N\left(\hat{\mu}_i, \hat{\sigma}_{RMLE}^2\right)$ olmak üzere veriler üretilir.

2) $X_{ij}^{(l)}$ verilerine dayalı olarak $Y_{ij}^{(l)} = \left|X_{ij}^{(l)} - \bar{X}_{i.}^{(l)}\right|$ şeklinde yeni veriler elde edilir.

3) Test istatistiği

$$L^{(l)} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i\left(\bar{Y}_{i.}^{(l)} - \bar{Y}_{..}^{(l)}\right)^2 \Big/ (k-1)}{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(Y_{ij}^{(l)} - \bar{Y}_{i.}^{(l)}\right)^2 \Big/ (N-k)} \tag{15}$$

şeklinde elde edilir.

4) 1., 2. ve 3. adımlar $l = 1,2,\ldots,M$ olacak şekilde M sayıda tekrarlanarak $L^{(l)}$ değerleri hesaplanır.

5) Test istatistiğinin p değeri $\hat{p} = \#\left(L^{(l)} > L\right)/M$ şeklinde elde edilir. $\hat{p} < \alpha$ ise H_0 hipotezi red edilir.

2.2.5. Brown-Forsythe testine dayalı parametrik bootstrap testi (Test-6)

Brown ve Forsythe [13] tarafından varyans homojenliğinin testi için Levene testinin bir modifikasyonu önerilmiştir. Brown-Forsythe testinde veriler, i-nci örneğin medyanı $\tilde{X}_{i.}$ olmak üzere $Z_{ij} = \left|X_{ij} - \tilde{X}_{i.}\right|$ şekline dönüştürülür ve bu dönüştürülmüş veriye ANOVA uygulanarak varyans homojenliği test edilir. Buna göre test istatistiği,

$$BF = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i\left(\bar{Z}_{i.} - \bar{Z}_{..}\right)^2 \Big/ (k-1)}{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(Z_{ij} - \bar{Z}_{i.}\right)^2 \Big/ (N-k)} \tag{16}$$

şeklinde elde edilir. Bu testin parametrik bootstrap versiyonu Chang vd. [31] tarafından izlenildiği gibi elde edilmiştir.

1) H_0 hipotezinin doğrulu altında, $X_{ij}^{(l)} \sim N\left(\hat{\mu}_i, \hat{\sigma}_{RMLE}^2\right)$ olmak üzere veriler üretilir.
2) $X_{ij}^{(l)}$ verilerine dayalı olarak $Z_{ij}^{(l)} = \left|X_{ij}^{(l)} - \tilde{X}_{i.}^{(l)}\right|$ şeklinde yeni veriler elde edilir.
3) Test istatistiği

$$BF^{(l)} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i\left(\bar{Z}_{i.}^{(l)} - \bar{Z}_{..}^{(l)}\right)^2 \Big/ (k-1)}{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(Z_{ij}^{(l)} - \bar{Z}_{i.}^{(l)}\right)^2 \Big/ (N-k)} \tag{17}$$

şeklinde elde edilir.
4) 1., 2. ve 3. adımlar $l = 1,2,\ldots,M$ olacak şekilde M sayıda tekrarlanarak $BF^{(l)}$ değerleri hesaplanır.
5) Test istatistiğinin p değeri $\hat{p} = \#\left(BF^{(l)} > BF\right)/M$ şeklinde elde edilir. $\hat{p} < \alpha$ ise H_0 hipotezi red edilir.

Tablo 1. α=0.05 için tüm testlerin deneysel I.tip hata oranları

k	n	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	Test 6	Test 7
	5,5	0.049	0.049	0.050	0.049	0.048	0.047	0.048
	15,15	0.046	0.047	0.047	0.046	0.047	0.047	0.047
	30,30	0.051	0.052	0.051	0.051	0.049	0.050	0.051
	40,40	0.051	0.051	0.050	0.050	0.051	0.050	0.050
	50,50	0.049	0.049	0.049	0.048	0.050	0.051	0.052
2	5,7	0.051	0.052	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051
	5,10	0.048	0.049	0.048	0.048	0.049	0.049	0.050
	10,20	0.047	0.049	0.048	0.048	0.048	0.049	0.049
	20,30	0.051	0.051	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050
	30,40	0.048	0.048	0.048	0.048	0.052	0.052	0.052
	40,50	0.052	0.052	0.052	0.051	0.050	0.050	0.050
	5,5,5	0.050	0.050	0.050	0.051	0.051	0.050	0.050
	15,15,15	0.050	0.050	0.050	0.050	0.048	0.049	0.048
	30,30,30	0.050	0.051	0.050	0.050	0.051	0.050	0.050
	40,40,40	0.050	0.050	0.050	0.050	0.048	0.049	0.049
	50,50,50	0.052	0.053	0.052	0.052	0.050	0.052	0.052
3	5,7,9	0.048	0.050	0.050	0.049	0.049	0.050	0.051
	5,5,10	0.050	0.050	0.050	0.050	0.052	0.050	0.050
	10,15,20	0.049	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.051
	20,25,30	0.048	0.049	0.049	0.049	0.049	0.048	0.049
	30,30,40	0.051	0.051	0.050	0.050	0.050	0.051	0.051
	30,40,50	0.048	0.050	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049
	5,5,5,5	0.050	0.050	0.051	0.050	0.051	0.050	0.051
	15,15,15,15	0.053	0.052	0.051	0.052	0.052	0.051	0.052
	30,30,30,30	0.049	0.049	0.049	0.049	0.050	0.050	0.049
	40,40,40,40	0.050	0.049	0.049	0.049	0.050	0.051	0.051
	50,50,50,50	0.049	0.049	0.049	0.049	0.048	0.048	0.047
4	5,6,7,8	0.050	0.050	0.050	0.049	0.051	0.050	0.049
	5,5,10,10	0.049	0.049	0.050	0.050	0.052	0.050	0.050
	10,10,15,20	0.050	0.049	0.051	0.051	0.050	0.050	0.050
	20,20,25,30	0.051	0.051	0.051	0.052	0.052	0.051	0.051
	30,30,40,40	0.049	0.049	0.050	0.050	0.051	0.051	0.051
	30,40,40,50	0.053	0.053	0.052	0.052	0.052	0.051	0.051
	5,5,5,5,5	0.051	0.051	0.052	0.051	0.051	0.052	0.053
	15,15,15,15,15	0.049	0.049	0.050	0.050	0.053	0.052	0.052
	30,30,30,30,30	0.049	0.049	0.049	0.050	0.050	0.050	0.050
	40,40,40,40,40	0.048	0.049	0.049	0.049	0.049	0.050	0.049
	50,50,50,50,50	0.049	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.049
5	5,6,7,8,9	0.050	0.049	0.050	0.050	0.050	0.051	0.050
	5,5,5,10,10	0.051	0.052	0.053	0.052	0.051	0.051	0.051
	10,10,15,20,20	0.051	0.051	0.052	0.052	0.050	0.051	0.051
	20,20,25,25,30	0.050	0.051	0.050	0.050	0.048	0.049	0.049
	30,30,30,40,40	0.049	0.049	0.050	0.049	0.051	0.051	0.050
	30,30,40,40,50	0.050	0.050	0.051	0.049	0.051	0.051	0.052
	5,5,5,5,5,5,5	0.049	0.049	0.050	0.049	0.051	0.051	0.051
	15,15,15,15,15,15,15	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050
	30,30,30,30,30,30,30	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049
	40,40,40,40,40,40,40	0.049	0.049	0.048	0.048	0.049	0.049	0.048
	50,50,50,50,50,50,50	0.049	0.049	0.048	0.049	0.049	0.050	0.049
7	5,6,7,8,9,10,10	0.051	0.051	0.049	0.050	0.049	0.050	0.050
	5,5,5,5,510,10,10	0.048	0.048	0.047	0.047	0.048	0.049	0.049
	10,10,15,15,20,20,25	0.050	0.049	0.049	0.049	0.048	0.049	0.049
	20,20,20,25,25,30,30	0.052	0.052	0.051	0.051	0.051	0.051	0.051
	30,30,30,30,40,40,40	0.052	0.052	0.052	0.052	0.049	0.051	0.050
	30,30,30,40,40,40,50	0.052	0.052	0.052	0.052	0.051	0.052	0.052

2.3. Loh testi (Test-7)

H_0 hipotezinin doğruluğu altında ve yığınların normal dağılımı sahip olduğu varsayımı altında *BF* test istatistiğinin dağılımı *k*-1 ve *n-k* serbest dereceli *F* dağılımına sahip değildir. Bu yüzden de Loh [14] tarafından *BF* testinin parametrik bootstrap versiyonu önerilmiştir. Buna göre,

1) $X_{ij}^{*} \sim N(0,1)$ olmak üzere veriler üretilir.

2) X_{ij}^{*} verilerine dayalı olarak $Z_{ij}^{*} = \left| X_{ij}^{*} - \tilde{X}_{i.}^{*} \right|$ şeklinde yeni veriler elde edilir.

3) Test istatistiği

$$BF^{*} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i \left(\bar{Z}_{i.}^{*} - \bar{Z}_{..}^{*} \right)^2 \Big/ (k-1)}{\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} \left(Z_{ij}^{*} - \bar{Z}_{i.}^{*} \right)^2 \Big/ (N-k)} \qquad (18)$$

şeklinde elde edilir.

4) 1., 2. ve 3. adımlar $l = 1, 2, \ldots, M$ olacak şekilde M sayıda tekrarlanarak BF^* değerleri hesaplanır.
5) Test istatistiğinin p değeri $\hat{p} = \#\left(BF^* > BF\right)/M$ şeklinde elde edilir. $\hat{p} < \alpha$ ise H_0 hipotezi red edilir.

3. Simülasyon Çalışması

Bu bölümde; ikinci bölümde sunulan testler deneysel I. tip hata ve güç bakımından karşılaştırılmıştır. Testlerin p değerleri elde edilirken M=2000 ve testlerin deneysel I. tip hata oranları ve güç değerleri için de 30000 deneme yapılmıştır.

Simülasyon çalışmasında veriler normal dağılımdan üretilirken $\mu=0$ olarak alınmıştır. $\alpha=0.05$ için testlerin deneysel I. tip hata oranları hesaplanırken yığın varyansları homojen olduğu koşulunda elde edilirken, testin güç değerleri için varyansların heterojen olduğu ve heterojenlik derecesinin değiştiği durumlara göre elde edilmiştir. Ayrıca farklı gözlem kombinasyonlarının ve grup sayısının etkisini araştırmak amacıyla farklı örnek genişlikleri ve farklı grup sayısı alınmıştır. Çalışma için gerekli olan bütün hesaplamalar MATLAB programı ile elde edilmiştir. Buna göre testlerin deneysel I. tip hata oranları Tablo 1'de verildiği gibi elde edilmiştir.

Tablo 1'den görüldüğü üzere tüm testlerin deneysel I.tip hata oranları $\alpha=0.05$'e oldukça yakın çıktığı görülmüştür. Tüm testlerin %5 seviyesini koruma bakımından oldukça güvenilir sonuçlar verdiğini göstermektedir. $\alpha=0.05$ için testlerin güç değerleri Tablo 2-Tablo 6'da verildiği gibi elde edilmiştir

Tablo 2 incelendiğinde, k=2 için örnek çapı küçük ve varyanslar arasındaki fark az olduğunda tüm testlerin güç değerleri oldukça düşük sonuç vermiştir. Bununla birlikte güç değerleri beklenildiği gibi örnek çapı ve varyanslar arasındaki fark arttıkça yükselmektedir. Test 1, Test 2, Test 3 ve Test 4 testlerinin güç değerlerinin diğer testlere nispeten daha yüksek güç değerleri verdiği gözlenmiştir (Örneğin σ_1^2 =0.5, σ_2^2 =1.25 ve n_1=40, n_2=40 için testlerin güç değerleri Test 1=0.807, Test 2=0.807, Test 3=0.807, Test 4=0.807, Test 5 =0.732, Test 6=0.731 ve Test 7=0.730 olarak elde edilmiştir.)

Farklı örnek çapları dikkate alındığında ise, Test 1, Test 2, Test 3 ve Test 4 testlerinin güç değerleri örnek çaplarının eşit olduğu durumdaki gibi diğer testlere göre daha yüksek çıkarken, bu testler arasında, Test 2'nin güç değeri az da olsa daha yüksek çıktığı gözlenmiştir (Örneğin σ_1^2 =0.5, σ_2^2 =1.25 ve n_1=30, n_2=40 için testlerin güç değerleri Test 1=0.738, Test 2=0.754, Test 3=0.744, Test 4=0.735, Test 5 =0.651, Test 6=0.658 ve Test 7=0.658 olarak elde edilmiştir).

Tablo 3'den görüldüğü gibi grup sayısı arttıkça toplam örnek sayısı da arttığından tüm testlerin güç değerlerinde artış olduğu görülmektedir. Bununla birlikte Test 1, Test 2, Test 3 ve Test 4 testleri ile Test 5, Test 6 ve Test 7 testlerinin güç değerleri arasındaki farkın biraz daha arttığı gözlenmiştir. Örnek çapları farklı olduğunda ise toplam örnek çapı aynı kalsa bile testlerin güç değerlerinde bir miktar düşüş olduğu söylenebilir.

Tablo 4-Tablo 6 içinde yine Tablo 2 ve Tablo 3'deki gibi benzer yorumların elde edildiği görülmektedir.

4. Sonuç ve Tartışma

İstatistiksel analizlerde ilgilenilen parametrelerin yanı sıra ilgilenilmeyen parametreleri de içeren problemleri çözmek için son yıllarda yeniden örnekleme tekniğine dayalı bazı testler geliştirilmiştir. Bu testlerin en büyük avantajı test istatistiğinin kesin ya da asimptotik dağılımının teorik olarak bulunmasının gerekmemesidir. Son yıllarda, bu problemin çözümü için yeniden örneklemeye dayalı testler geliştirilmiştir. Bununla birlikte, bu yöntemlerin hangi durumlarda etkili olduğunu belirlemek amacıyla bu çalışmada normal dağılıma sahip k sayıda yığının varyanslarının homojenliği için geliştirilen yeniden örnekleme tekniğine dayalı bazı testler incelenmiştir. Ayrıca simülasyon yoluyla testler deneysel I.tip hata ve güç bakımından karşılaştırılmıştır. Buna göre tüm testlerin deneysel I.tip hata oranları belirtilen nominal seviyeye oldukça yakın çıkmıştır. Bununla birlikte, güç değerleri bakımından karşılaştırıldığında ise Test 1 (genelleştirilmiş p), Test 2 (CAT'e dayalı parametrik boostrap), Test 3 (en çok olabilirlik oran testine dayalı parametrik bootstrap) ve Test 4 (Bartlet testine dayalı parametrik bootstrap) testlerinin diğerlerine göre belirgin derecede daha yüksek güç değerine sahip olduğu görülmektedir. Örnek çapları eşitken bu testler birbirine daha yakın güç değerleri verirken, örnek çapları farklı olduğunda ise, Test 2 (CAT'e dayalı parametrik boostrap) testinin az da olsa daha yüksek güç değerlerine sahip olduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca bu elde edilen yorumların grup sayısı arttıkça da değişmediği görülmektedir.

Özet olarak çalışmada elde edilen simülasyon sonuçlarına göre, normal dağılıma sahip yığınların varyans homojenliğini test etmek için, yeniden örnekleme yöntemlerine dayalı testlerden Test 1 (genelleştirilmiş p), Test 2 (CAT'e dayalı parametrik boostrap), Test 3 (en çok olabilirlik oran testine dayalı parametrik bootstrap) ve Test 4 (Bartlet testine dayalı parametrik bootstrap) testleri kullanılabilir. Bu testlerin en büyük dezavantajı p değerlerinin hesaplanırken bilgisayar yardımına ihtiyaç duyulması gibi gözüküyor olmasına rağmen son yıllarda bilgisayarların performansının artması sonucunda oldukça hızlı şekilde hesaplanabildiği görülmektedir.

Tablo 2. α=0.05 ve k=2 için tüm testlerin güç değerleri

σ²	n	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	Test 6	Test 7
0.5,0.75	5,5	0.062	0.061	0.062	0.061	0.059	0.060	0.060
	15,15	0.109	0.109	0.110	0.109	0.100	0.102	0.102
	30,30	0.185	0.184	0.184	0.184	0.161	0.161	0.163
	40,40	0.241	0.241	0.241	0.242	0.212	0.212	0.213
	50,50	0.288	0.289	0.289	0.288	0.252	0.253	0.254
	5,7	0.067	0.077	0.072	0.064	0.058	0.066	0.066
	5,10	0.072	0.088	0.079	0.067	0.056	0.071	0.072
	10,20	0.102	0.124	0.111	0.098	0.081	0.086	0.086
	20,30	0.153	0.169	0.159	0.150	0.130	0.133	0.133
	30,40	0.202	0.216	0.209	0.201	0.177	0.178	0.179
	40,50	0.260	0.270	0.263	0.257	0.224	0.226	0.225
0.5,1	5,5,	0.086	0.086	0.086	0.087	0.078	0.079	0.080
	15,15	0.232	0.232	0.233	0.232	0.195	0.198	0.198
	30,30	0.447	0.448	0.447	0.448	0.388	0.388	0.390
	40,40	0.568	0.569	0.568	0.568	0.498	0.497	0.497
	50,50	0.672	0.673	0.672	0.673	0.598	0.598	0.598
	5,7	0.101	0.117	0.109	0.097	0.074	0.091	0.091
	5,10	0.108	0.136	0.121	0.100	0.074	0.107	0.107
	10,20	0.202	0.239	0.217	0.192	0.153	0.166	0.166
	20,30	0.363	0.388	0.372	0.357	0.297	0.305	0.305
	30,40	0.494	0.512	0.501	0.491	0.425	0.430	0.429
	40,50	0.620	0.633	0.624	0.619	0.542	0.547	0.546
0.5,1.25	5,5,	0.113	0.114	0.114	0.113	0.094	0.100	0.099
	15,15	0.370	0.370	0.370	0.371	0.301	0.307	0.306
	30,30	0.680	0.681	0.679	0.680	0.599	0.600	0.599
	40,40	0.807	0.807	0.807	0.807	0.732	0.731	0.730
	50,50	0.889	0.889	0.888	0.889	0.832	0.832	0.832
	5,7	0.137	0.161	0.147	0.132	0.092	0.122	0.123
	5,10	0.150	0.183	0.164	0.140	0.099	0.137	0.137
	10,20	0.318	0.367	0.339	0.307	0.234	0.250	0.250
	20,30	0.564	0.592	0.574	0.559	0.467	0.480	0.479
	30,40	0.738	0.754	0.744	0.735	0.651	0.658	0.658
	40,50	0.843	0.851	0.846	0.842	0.772	0.775	0.776

Tablo 3. α=0.05 ve k=3 için tüm testlerin güç değerleri

σ²	n	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	Test 6	Test 7
0.5,0.75,1	5,5,5	0.070	0.071	0.076	0.075	0.070	0.072	0.073
	15,15,15	0.177	0.178	0.180	0.180	0.153	0.155	0.157
	30,30,30	0.348	0.349	0.350	0.351	0.297	0.297	0.297
	40,40,40	0.462	0.462	0.459	0.460	0.393	0.391	0.391
	50,50,50	0.569	0.569	0.566	0.568	0.494	0.493	0.493
	5,7,9	0.089	0.108	0.100	0.087	0.068	0.085	0.085
	5,5,10	0.089	0.106	0.101	0.086	0.065	0.097	0.097
	10,15,20	0.160	0.193	0.177	0.158	0.127	0.137	0.136
	20,25,30	0.280	0.304	0.288	0.277	0.225	0.233	0.235
	30,30,40	0.396	0.411	0.402	0.393	0.326	0.332	0.333
	30,40,50	0.427	0.455	0.437	0.423	0.353	0.361	0.361
0.5,1,1.5	5,5,5	0.107	0.109	0.115	0.116	0.094	0.101	0.101
	15,15,15	0.405	0.405	0.403	0.402	0.315	0.319	0.318
	30,30,30	0.750	0.751	0.744	0.744	0.645	0.643	0.644
	40,40,40	0.876	0.875	0.871	0.871	0.795	0.794	0.794
	50,50,50	0.944	0.944	0.942	0.942	0.888	0.887	0.886
	5,7,9	0.139	0.174	0.161	0.138	0.100	0.132	0.132
	5,5,10	0.146	0.171	0.163	0.140	0.095	0.144	0.145
	10,15,20	0.333	0.390	0.358	0.326	0.245	0.263	0.262
	20,25,30	0.614	0.642	0.620	0.604	0.494	0.506	0.507
	30,30,40	0.804	0.814	0.804	0.796	0.700	0.705	0.705
	30,40,50	0.838	0.857	0.841	0.831	0.736	0.743	0.743
0.5,1.25,2	5,5,5	0.152	0.155	0.161	0.161	0.120	0.133	0.134
	15,15,15	0.604	0.604	0.595	0.597	0.466	0.474	0.475
	30,30,30	0.929	0.929	0.923	0.924	0.851	0.851	0.851
	40,40,40	0.981	0.980	0.979	0.979	0.947	0.947	0.947
	50,50,50	0.996	0.995	0.995	0.995	0.984	0.983	0.983
	5,7,9	0.204	0.255	0.233	0.200	0.128	0.172	0.173
	5,5,10	0.208	0.242	0.232	0.197	0.123	0.187	0.188
	10,15,20	0.508	0.569	0.530	0.493	0.362	0.386	0.384
	20,25,30	0.834	0.852	0.834	0.824	0.705	0.715	0.715
	30,30,40	0.970	0.975	0.970	0.967	0.920	0.922	0.922
	30,40,50	0.957	0.959	0.956	0.953	0.896	0.893	0.895

Tablo 4. α=0.05 ve k=4 için tüm testlerin güç değerleri

σ²	n	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	Test 6	Test 7
0.5,0.75,1,1.25	5,5,5,5	0.081	0.084	0.092	0.092	0.081	0.087	0.087
	15,15,15,15	0.262	0.264	0.272	0.273	0.218	0.224	0.223
	30,30,30,30	0.552	0.551	0.550	0.551	0.461	0.463	0.464
	40,40,40,40	0.703	0.702	0.700	0.698	0.603	0.604	0.604
	50,50,50,50	0.812	0.812	0.808	0.808	0.726	0.726	0.727
	5,6,7,8	0.100	0.123	0.118	0.103	0.083	0.099	0.100
	5,5,10,10	0.106	0.136	0.130	0.108	0.082	0.115	0.116
	10,10,15,20	0.217	0.258	0.242	0.216	0.162	0.175	0.176
	20,20,25,30	0.427	0.458	0.442	0.424	0.343	0.351	0.353
	30,30,40,40	0.615	0.637	0.620	0.609	0.511	0.519	0.518
	30,40,40,50	0.657	0.681	0.666	0.652	0.557	0.567	0.565
0.5,1,1.5,2	5,5,5,5	0.132	0.139	0.151	0.152	0.116	0.129	0.129
	15,15,15,15	0.575	0.575	0.571	0.571	0.439	0.447	0.446
	30,30,30,30	0.921	0.921	0.914	0.914	0.832	0.831	0.832
	40,40,40,40	0.980	0.980	0.978	0.978	0.942	0.942	0.942
	50,50,50,50	0.995	0.995	0.995	0.995	0.983	0.983	0.983
	5,6,7,8	0.173	0.216	0.208	0.184	0.124	0.151	0.152
	5,5,10,10	0.190	0.241	0.227	0.190	0.123	0.176	0.175
	10,10,15,20	0.468	0.527	0.495	0.455	0.326	0.346	0.345
	20,20,25,30	0.813	0.833	0.814	0.801	0.676	0.685	0.685
	30,30,40,40	0.952	0.957	0.949	0.946	0.878	0.882	0.881
	30,40,40,50	0.964	0.969	0.963	0.960	0.907	0.910	0.911
0.5,1.25,2,2.75	5,5,5,5	0.186	0.195	0.210	0.210	0.145	0.168	0.168
	15,15,15,15	0.787	0.787	0.773	0.771	0.616	0.626	0.628
	30,30,30,30	0.990	0.990	0.988	0.988	0.956	0.955	0.955
	40,40,40,40	0.999	0.999	0.999	0.999	0.993	0.993	0.993
	50,50,50,50	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.999
	5,6,7,8	0.251	0.306	0.292	0.258	0.161	0.198	0.199
	5,5,10,10	0.264	0.333	0.315	0.266	0.161	0.228	0.228
	10,10,15,20	0.666	0.724	0.687	0.645	0.459	0.484	0.484
	20,20,25,30	0.952	0.959	0.949	0.943	0.853	0.861	0.861
	30,30,40,40	0.995	0.996	0.995	0.994	0.975	0.976	0.976
	30,40,40,50	0.997	0.998	0.997	0.997	0.985	0.985	0.985

Tablo 5. α=0.05 ve k=5 için tüm testlerin güç değerleri

σ²	n	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	Test 6	Test 7
0.5,0.75,1,1.25,1.5	5,5,5,5,5	0.092	0.098	0.111	0.111	0.096	0.102	0.102
	15,15,15,15,15	0.358	0.361	0.369	0.371	0.292	0.297	0.296
	30,30,30,30,30	0.733	0.732	0.728	0.729	0.627	0.627	0.628
	40,40,40,40,40	0.873	0.871	0.866	0.866	0.780	0.779	0.780
	50,50,50,50,50	0.944	0.944	0.941	0.942	0.887	0.886	0.887
	5,6,7,8,9	0.125	0.161	0.158	0.136	0.099	0.118	0.117
	5,5,5,10,10	0.132	0.165	0.166	0.137	0.095	0.148	0.148
	10,10,15,20,20	0.301	0.364	0.340	0.302	0.225	0.240	0.240
	20,20,25,25,30	0.584	0.614	0.598	0.580	0.470	0.479	0.479
	30,30,30,40,40	0.791	0.807	0.795	0.785	0.685	0.691	0.690
	30,30,40,40,50	0.823	0.844	0.828	0.816	0.716	0.724	0.724
0.5,1,1.5,2,2.5	5,5,5,5,5	0.156	0.166	0.189	0.189	0.141	0.159	0.159
	15,15,15,15,15	0.724	0.723	0.717	0.717	0.564	0.574	0.574
	30,30,30,30,30	0.982	0.981	0.978	0.978	0.935	0.935	0.935
	40,40,40,40,40	0.998	0.998	0.998	0.997	0.989	0.989	0.989
	50,50,50,50,50	0.991	0.993	0.991	0.990	0.960	0.961	0.960
	5,6,7,8,9	0.228	0.293	0.282	0.243	0.157	0.186	0.185
	5,5,5,10,10	0.227	0.290	0.287	0.237	0.147	0.222	0.222
	10,10,15,20,20	0.603	0.678	0.638	0.590	0.426	0.453	0.452
	20,20,25,25,30	0.923	0.935	0.922	0.913	0.806	0.815	0.815
	30,30,30,40,40	0.990	0.992	0.989	0.988	0.960	0.961	0.961
	30,30,40,40,50	0.994	0.996	0.994	0.993	0.971	0.973	0.973
0.5,1.25,2,2.75	5,5,5,5,5	0.225	0.236	0.257	0.258	0.173	0.199	0.198
	15,15,15,15,15	0.901	0.900	0.887	0.887	0.732	0.741	0.741
	30,30,30,30,30	0.999	0.999	0.999	0.999	0.990	0.990	0.990
	40,40,40,40,40	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.999
	50,50,50,50,50	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	5,6,7,8,9	0.322	0.406	0.383	0.334	0.202	0.239	0.240
	5,5,5,10,10	0.322	0.396	0.385	0.328	0.189	0.283	0.284
	10,10,15,20,20	0.794	0.849	0.810	0.773	0.567	0.595	0.595
	20,20,25,25,30	0.989	0.991	0.987	0.985	0.934	0.938	0.938
	30,30,30,40,40	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	30,30,40,40,50	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Tablo 6. α=0.05 ve k=7 için tüm testlerin güç değerleri

σ^2	n	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	Test 6	Test 7
0.5,0.75,1,1.25,1.5,1.75,2	5,5,5,5,5,5,5	0.120	0.128	0.153	0.152	0.123	0.133	0.133
	15,15,15,15,15,15,15	0.587	0.590	0.598	0.599	0.469	0.477	0.477
	30,30,30,30,30,30,30	0.944	0.944	0.942	0.942	0.871	0.872	0.872
	40,40,40,40,40,40,40	0.990	0.990	0.988	0.989	0.962	0.962	0.962
	50,50,50,50,50,50,50	0.999	0.999	0.998	0.998	0.992	0.991	0.991
	5,6,7,8,9,10,10	0.195	0.265	0.258	0.218	0.150	0.186	0.186
	5,5,5,5,510,10,10	0.172	0.232	0.239	0.192	0.123	0.191	0.192
	10,10,15,15,20,20,25	0.511	0.605	0.575	0.520	0.384	0.417	0.416
	20,20,20,25,25,30,30	0.843	0.866	0.852	0.839	0.717	0.728	0.727
	30,30,30,30,40,40,40	0.968	0.972	0.968	0.965	0.911	0.914	0.915
	30,30,30,40,40,40,50	0.975	0.979	0.975	0.972	0.925	0.930	0.930
0.5,1,1.5,2,2.5,3,3.5	5,5,5,5,5,5,5	0.214	0.229	0.268	0.266	0.181	0.206	0.206
	15,15,15,15,15,15,15	0.908	0.909	0.900	0.900	0.761	0.770	0.771
	30,30,30,30,30,30,30	1.000	1.000	1.000	0.999	0.994	0.994	0.994
	40,40,40,40,40,40,40	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	50,50,50,50,50,50,50	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	5,6,7,8,9,10,10	0.354	0.465	0.444	0.383	0.237	0.288	0.287
	5,5,5,5,510,10,10	0.315	0.410	0.407	0.338	0.197	0.298	0.297
	10,10,15,15,20,20,25	0.838	0.894	0.865	0.828	0.648	0.681	0.680
	20,20,20,25,25,30,30	0.993	0.995	0.992	0.990	0.950	0.954	0.954
	30,30,30,30,40,40,40	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	30,30,30,40,40,40,50	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.5,1.25,2,2.75,3.5,4.25,5	5,5,5,5,5,5,5	0.304	0.322	0.357	0.359	0.220	0.256	0.257
	15,15,15,15,15,15,15	0.982	0.981	0.976	0.976	0.882	0.889	0.890
	30,30,30,30,30,30,30	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	40,40,40,40,40,40,40	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	50,50,50,50,50,50,50	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	5,6,7,8,9,10,10	0.481	0.607	0.572	0.502	0.295	0.352	0.353
	5,5,5,5,510,10,10	0.436	0.542	0.527	0.452	0.242	0.361	0.362
	10,10,15,15,20,20,25	0.947	0.971	0.953	0.935	0.779	0.808	0.808
	20,20,20,25,25,30,30	1.000	1.000	0.999	0.999	0.990	0.991	0.991
	30,30,30,30,40,40,40	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	30,30,30,40,40,40,50	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Kaynaklar

[1] Yiğit, E., Gökpınar, F., 2010. A Simulation Study on Tests for One-Way Anova under Unequal Variance Assumption, Communication Faculty of Science University of Ankara, 2:15-34.

[2] Weerahandi, S., 1995. ANOVA under Unequal Error Variances, Biometrica, 38:330–336.

[3] Welch, B.L., 1951. On the comparison of several mean values: An alternative approach. Biometrica. 38:330–336.

[4] Krishnamoorthy, K., Lu, F., Thomas M., 2007. A Parametric Bootstrap Approach for ANOVA with Unequal Variances: Fixed and Random Models, Computational Statistics and Data Analysis, 51:5731–5742.

[5] Xu, L., Wang, S., 2007. A new generalized p-value for ANOVA under heteroscedasticity, Statistics and Probability Letters, 78:963–969.

[6] Gökpınar, E. Y., Gökpınar, F., 2012. A Test Based on Computational Approach for Equality of Means under Unequal Variance Assumption, Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, 41(4):605-613.

[7] Mutlu, H. T., Gökpınar, F., Gökpınar, E., Gül, H. H., Güven, G., Testing Homogeneity of İnverse Gaussian Scale Parameters on CAT Method, Communications in Statistics-Simulation and Computation, Doi: 10.1080/03610926.2016.1177082.

[8] Bartlett, M. S., 1937. Properties of Sufficiency and Statistical Test, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, 160(901): 268-282.

[9] Cochran, W. G., 1951. Testing a Linear Relation among Variances, Biometrics, 7(1):17-32.

[10] Hartley, H. O., 1950. The Maximum F-Ratio as a Short-Cut Test for Heterogeneity of Variance, Biometrika, 37(3/4):308-312.

[11] Box, G. E. P., 1953. Non-Normality and Tests on Variances, Biometrika, 40:318-335.

[12] Levene, H., 1960. Robust Tests for Equality of Variances. In Contributions to Probability and Statistics: Essays in honor of Harold Hotelling, 2:278-292.

[13] Brown, M. B., Forsythe, A. B., 1974. Robust Tests for the Equality of Variances, Journal of the American Statistical Association, 69(346):364-367.

[14] Canover, W. J., Johnson, M. E. , Johnson, M. M., 1981. A comparative study of tests for homogneity of variances, with applications to outer continental shelf bidding data, Technometrics, 23:351-361.

[15] Loh, W. Y., 1987. Some Modifications of Levene's Test of Variance Homogeneity,

Journal of Statistical Computation and Simulation, 28:213-226.

[16] Keyes, T. K., Levy, M. S., 1997. Analysis of Levene's Test under Design Inbalance, Journal of Educational and Behavioral Statistics, 22(2):227-236.

[17] Bhandary, M., Dai, H., 2009. An Alternative Test for the Equality of Variances for Several Populations When the Underlying Distributions are Normal. Communications in Statistics-Simulation and Computation, 38(1) 109-117.

[18] Mirtagioğlu, H., Yiğit, S., Mendeş, E., Mendeş, M., 2017. A Monte Carlo Simulation Study for Comparing Performances of Some Homogeneity of Variances Tests. Journal of Applied Quantitative Methods, 12(1).

[19] Mendeş M., Turhan N., Gürbüz F., 2006. A New alternative in testing for homogeneity of variances, Journal of Statistical Research, 2:65-83.

[20] Mendeş M., Çamdeviren H., 2005. A Simulation Study for Type III Error Rates of Some Variance Homogeneity Tests, Pakistan Journal of Statistics, 2:223-234.

[21] Mendeş M., 2003. Levene, Bartlett, Neyman-Pearson ve Bartlett 2 Testlerinin 1.Tip Hata Olasılıkları Bakımından Karşılaştırılması, Ankara Üniverstesi Ziraat Fakültesi Tarım Bilimler Dergisi, 2:143-146.

[22] Keskin, S., 2002. Varyansların Homojenliğini Test Etmede Kullanılan Bazı Yöntemlerin I. Tip Hata ve Testin Gücü Bakımından İrdelenmesi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Zootekni Anabilim Dalı, Aralık.

[23] Tsui, K., Weerahandi, S., 1989. Generalized p-Values in Significance Testing of Hypotheses in the Presence of Nuisance Parametres, Journal of the American Statistical Assocation, 84:602–607.

[24] Weerahandi, S., 2004. Generalized Inference in Repeated Measures: Exact Methods in MANOVA and Mixed Models, Wiley, New York.

[25] Pal, N., Lim, W. K., Ling, C. H., 2007. A Computational Approach to Statistical Inferences, Journal of Applied Probability and Statistics, 2(1):13-35.

[26] Gökpınar, E.Y., Polat, E., Gökpınar, F., Günay, S., 2013. A new computational approach for testing equality of inverse Gaussian means under heterogeneity, Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, 42(5): 581-590.

[27] Gökpınar, F., Gökpınar, E., 2015. A computational approach for testing equality of coefficients of variation in k normal populations, Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, 44(5): 1197-1213.

[28] Gökpınar, F., Gökpınar, E., 2017. Testing the equality of several log-normal means based on a computational approach, Communications in Statistics-Simulation and Computation, 46(3):1998-2010.

[29] Liu, X., Xu, X., 2010. A New Generalized p-value Approach for Testing the Homogeneity of Variances, Statistics & probability letters, 80(19):1486-1491.

[30] Gökpınar, E., Gökpınar, F., 2015. Testing Equality of Variances for Several Normal Populations, Communications in Statistics-Simulation and Computation, 46(1):38-52.

[31] Chang, C-H., Pal, N., Lin, J-J., 2016. A Revisit to Test the Equality of Variances of Several Populations, Communications in Statistics-Simulation and Computation, Doi: 10.1080/03610918.2016.1202277.