

I.Ü.Siyasal Bilgiler Fakültesi Dergisi
No: 27 (Ekim 2002)

ÇOK DEĞİSKENLİ MANTIK

Osman ÇETINKAYA*

Abstract

The aim of this paper is to summarize the characteristics and problems of logic, related with mathematical thought. The development of the mathematical variety of logic is not yet complete and discussions still go on about its characteristic scope. Some scholars have proposed systems of logic with more than two truth values. Various interpretations have been given for these logics. The properties of these systems can be developed on the basis of truth values or truth tables. It can also be set up a system of postulates for the system and present it as a deductive science. An algebra of classes and an abstract algebra can be set up corresponding to this logic of propositions. The question whether logic can be developed purely formally as a system of symbols or whether it necessarily involves an interpretation of the symbols.

Copernic dünyanın güneş sisteminin merkezi olduğu aksiyomuna, Galileo daha ağır kütlelerin daha hızlı düşeceği aksiyomuna, Einstein iki farklı andan birinin önce olması gerektiği aksiyomuna karşı çıktılar. Lobachevsky ve Bolyai'nin Euclid'in paralellik postulasını reddetmeleri yeni geometrilerin, Hamilton ve Cayley'in çarpma işleminde komütatiflik aksiyomunu reddetmeleri de yeni cebirlerin ortaya çıkmasına yol açtı. Benzer şekilde J.Lukasiewicz ve E.L. Post'un Aristo'nun "Üçüncü Hâlin İmkânsizliği" kanununu reddetmeleriyle "Çok Değeri Mantık" ortaya çıkmıştır. Euclidci olmayan geometriler gibi, Aristocu olmayan mantıkların da sıradan bir matematiksel spekülasyon olmadıkları anlaşılmıştır. H. Reichenbach sonsuz değerli mantığı olasılığın matematiksel teorisinde bir temel olarak kullanmıştır. Modern fizikte de, F. Zwicky kuantum teorisinin çok değerli mantığın kullanım alanı olduğunu göstermiştir.

* Yrd.Doç.Dr., İstanbul Üniversitesi, Siyasal Bilgiler Fakültesi, İktisat Anabilim Dalı
Öğretim Üyesi

Mantık'ın Gelişimi

Matematiksel mantığın tarihi, Bochenski'ye göre¹ aşağıdaki gibi dört döneme ayrılabilir:

1. Mantığı bir bilim dalı olarak ilk ele alan Leibniz'den 1847'ye kadar olan dönem.

2. Boole dönemi: Boole'un "The Mathematical Analysis of Logic" (1847) adlı çalışmasıyla başlayan bu döneme, mantığı matematiğin bir dalı olarak kabul eden anlayış hakim olmuştur.

3. Frege dönemi. Frege'nin mantık teorisi, onun semantik anlayışı ile yakından ilgilidir. Frege'ye göre mantık, sembollerle yapılan bir oyun değil, objektif düşüncelerin bilimidir. Mantık ve aritmetik arasında keskin sınırlar yoktur. Her aritmetik önermenin sadece mantıksal araçlarla tanımlarından çıkarılabileceğini ileri sürer. Aritmetiksel olan her şey, tanımlarından hareketle, mantıksal olana indirgenebilir.

4. A.N.Whitehead ve B.Russell'in 1910'da yayınladıkları "Principia Mathematica"dan bugüne olan dönem.

Cebire dayanan bir hesaplama kurma konusunda Leibniz'in başlattığı öncü çaba, daha sonra da devam ettirilmiş, modern çağı etkileyen en önemli mantıksal çalışma ise İngiliz matematikçi George Boole tarafından gerçekleştirilmiştir. Başlıca eserleri "Mathematical Analysis of Logic" (1847) ve "An Investigation into the Laws of Thought" (1854) olan Boole'un temel ilgi odağı, "...geleneksel mantık ilkelerinin kapsadıklarından daha genel ve daha geniş tümdengelim türleriyle uğraşmaya imkan verecek bir mantık cebri geliştirmektir."² Boole'a göre "doğru hesaplama" kavramı, sembollerin genel fakat net olarak belirlenmiş kombinasyon kanunlarına uygun olarak kullanılması demektir. Sembollerin kombinasyonu tutarlı bir yorum sağlamalı, yorum analiz sürecinin geçerliliğinde önyargılara yer vermemelidir.

Sembolik mantığa modern yaklaşım odak noktasını, Alman mantıkçi G.Frege ve G.Peano'nun çalışmalarında buldu. Peano'nun da amacı bütün matematiği mantık cebrinin terimleriyle ifade etmektir. Bu matematikçilerle başlayan çalışmalar, Whitehead ve Russell'in "Principia Mathematica" adlı eserlerine öncülük etti. Bu eserin de temel yaklaşımı, mantığın kendi postula ve öncüllerinden hareket ederek, doğal sayılar sisteminden tümdengelimci yöntemle matematiğin temellerini kurmaktır.³ "Principia Mathematica" matematiksel sistemlerin ve özel olarak aritmetiğin tutarlılık sorununu, formel mantığın tutarlılık sorununa indirgemeye çalışmış, ancak, "Matematiğin, mantığın

¹Bochenski, I.M., "A History of Formal Logic", Univ. of Notre Dame Press, 1961.

²Nagel, E., Newman, J.R., "Gödel Kanıtlanması", Sarmal Yayınevi, 1994, s.50.

³Eves, Howard, "An Introduction to the History of Mathematics", Holt, Rinehart and Winston, fourth ed., 1976, s.470.

yalnızca bir bölümü olduğuna ilişkin Frege-Russell tezi, birçok sebepten ötürü matematikçiler arasında genel bir kabul görmemiştir.”⁴

Mantık ile ilgili anlayışların gelişmesinde, hiç şüphesiz bilimsel gelişmelerin payı çok önemlidir, hatta belirleyici olmuştur. 19. yüzyılın, doğadaki tüm fenomenlerin mekanik yasalara indirgenebileceği ve bilimin evrenin gerçeğini ortaya çıkaracağı inancı, mekanikçi fiziğin çöküşü ile birlikte ortadan kalkmıştır. Newton fiziğinin yerini kuantum fiziği almış, “Genel Relativite” teorisi, 1917’den itibaren “Çok genel ve soyut ilkelerden evrensel çekim ve hareket kanunlarını çıkarmış, ... operasyonel tanımlar, fiziki gözlemlerle sinanabilen gözlemsel olguları, simgeler sisteminden yola çıkarak türetme olanakları”⁵ vermiştir. “Viyana Çevresi” olarak adlandırılan gruptan Neurath “Bilimlerin bir ve bütünlüğü akımı”na öncülük etmiş, bütünsel bir bilim oluşturmak, yeni anlayışın temeli olmuştur. Mantıkçi pozitivism, mekanikçi yorumun yerine matematiksel yorumu getirmiştir.

Modern pozitivismın merkezi, 1930’dan sonra Viyana’dan Chicago’ya kaymış, burada Amerikan pragmatizminin etkisiyle ampirik anlayış öne çıkmıştır. “Bu anlayışa göre, bir önermenin doğru ya da yanlış olmasına karar vermek bilimin işidir; mantıksal analizle yapılan, hangi önermelerin bilimsel değerlendirmeler için uygun olduğunu ve bunların nasıl değerlendirileceğini göstermektir.”⁶ Pozitivism günümüzde, retorığı öne çıkararak dilin yapısı üzerinde durmuş, semantik ve sentaks incelemeleri mantığın baslıca alanları haline gelmiştir.

Çok Değerli Mantık

Totoloji, aksiyomlar ve aksiyomlardan türetilen teoremler gibi her zaman doğru olan önermelerdir. Hiçbir mantıksal imkânı dışarıda bırakmaz, başka bir ifade ile zorunlu doğruluğu ifade eder. Çok değerli mantıkta ise, aşağıda ele alınacağı gibi, artık totolojilere yer kalmamaktadır. Bu özellik, çok değerli mantık sistemlerinin ayrırcı özelliğidir.

Aristo mantığında bir p önermesi sadece iki doğruluk değeri,⁷ “doğru” veya “yanlış” değerlerini alabilir ve bu kabulün bir sonucu olarak da, $p \cup \neg p$ tikel evetleme önermesi

⁴Nagel, E., Newman, J.R., age. s.52.

⁵ Frank, Philipp, “Doga Bilimlerinde Pozitivism”, Metis yayınları, 1985, s.79.

⁶ Kaplan, Abraham, “Positivism”, International Encyclopedia of the SOCIAL SCIENCES, The McMillan Co. And the free Press, 1968, v.12, p.389.

⁷ Düaliteye dayanan düşünce en eski dinlerde ve mitlerde yer almakta, tarihi çok eski çağlara kadar uzanmaktadır. Özellikle Hıristiyanlık, daha doğusundan itibaren din-sosyal düzen düalitesini içinde tasımiş, düalizmin Avrupa düşüncesinde her zaman önemli bir yeri olmuştur. Reform döneminde kiliseye karşı gelisen laiklik tezi ile düalizm bir kez daha pekışmiş, kalıcı olarak yerleşmiştir. Mantık gibi bir sistemi de doğru-yanlış ilkelerine dayandırarak kurmak, düalist düşüncesinin bir uzantısı olarak değerlendirilebilir.

bir totolojidir. J. Lukasiewicz, p önermesinin üç doğruluk değerini alabildiği üç değerli bir mantık fikrini ele almıştır. Lukasiewicz'den hemen sonra ve ondan bağımsız olarak E.L.Post m değerli mantık üzerinde çalışmış, bu tarihten sonra $m > 2$ durumu “Çok Değerli Mantık” olarak adlandırılmıştır. 1930'da Lukasiewicz ve A. Tarski, 1932'de de H. Reichenbach tarafından sonsuz değerli mantık üzerine çalışmalar devam ettirilmiş, Wajsberg 1931'de üç değerli mantığı aksiyomatik hale getirmiştir.

1921'de J.Lukasiewicz Aristo'nun rastlantısal olay (future contingents) problemini çözmek amacıyla üç değerli mantık fikrini ortaya atmıştır. Kendi ifadesi ile; “Bir çelişkiye düşmeden, gelecek yılın belli bir anında, mesela 21 Aralık öğle üzeri Varsova'da olmamın, simdiden olumlu ya da olumsuz olarak halledilmediğini varsayabilirim. Belirtilen zamanda Varsova'da olmam mümkündür, fakat zorunlu değildir. Bu önceden farzetme sırasında, “gelecek yıl 21 Aralık öğleyin Varsova'da olacağım” cümlesi, simdiki zamanda ne doğrudur ne de yanlış. Doğru olsaydı, benim gelecekte Varsova'da olmam, önceden farzettığımızla çelişik olarak, zorunlu olacaktı. Benzer şekilde, eğer yanlış olsaydı, yine önceden farzettığımızla çelişik olarak, Varsova'da olmam mümkün olmayacaktı. Dolayısıyla bu cümle ne doğrudur ne de yanlış; 0 ve 1'den, doğru ve yanlıstan farklı olan üçüncü bir değeri olmalıdır. Bunu 1/2 ile gösterebiliriz: “Mümkün”.⁸

J.Lukasiewicz yeni fonksiyonel isareti olan “Mümkün”ü, Almanca Möglich kelimesinin ilk harfi olan M ile gösterir. Bu isaret için J.Lukasiewicz'in aşağıdaki tanımı önerir:

$$Mp = \neg p \rightarrow p$$

Bu tanımın iki değerli mantıkta bir paradoksa yol açacağı düşünülebilir; fakat üç değerli mantık için tanımlanmış olduğundan aslında sorun yoktur. Bir önerme kendi değillesmesinden türetililebiliyorsa, doğruluk değerlerinin sayısı ne olursa olsun, en azından yanlış olamaz. İki değerli sistemde bu özellik doğruluğun sağlanması için yeterlidir, fakat üç değerli sistemde bu yalnızca “mümkün” değerini sağlar. Baska bir ifade ile, “mümkün” durumunu esitleyen fonksiyon önerme sıfır olduğu zaman 0, diğer hallerde 1 değerini alır. Bu açıdan J.Lukasiewicz'in tanımladığı “mümkün”, yanlışlığı dışarıda bırakan bir değer olarak anlaşılmalıdır.

“Mümkün” üçüncü bir doğruluk değeri olarak sisteme eklendiği zaman, doğruluk fonksiyonlarının yeniden tanımlanmaları veya tanımlarının 1/2 değeri alan önermeler için genişletilmeleri gerekir. J.Lukasiewicz “kosulluk (\rightarrow)” ve “değilleme (\neg)” eklemleri için aşağıdaki matrisi önermiştir:

1	1/2	0	Kosulluk	Değilleme
---	-----	---	----------	-----------

⁸ Kneale, W.-Kneale, M., “The Development of Logic”, Oxford Univ. Press, 1962, s.570.

1	1/2	0	1	1
1	1	1/2	1/2	1/2
1	1	1	1	0

Benzer şekilde, $p \rightarrow q$ önermesinin tanımında eski durumlar olduğu gibi kalmış, yeni durumlar ise ilk önermenin değeri sonrakinin değerinden küçük veya eşit ise, “kosulluk” ekleminin değeri 1, diğer durumlarda ise 1/2 olmuştur.

Üç değerli sistemde doğruluk fonksiyonlarının işaretleri, iki değerli sistemde sahip oldukları ilişkileri koruyamazlar. İki değerli sistemde totolojik olan bu formülasyon, üç değerli sistemde ele alındığı zaman değişmeden kalır.

J.Lukasiewicz “tikel evetleme” eklemini

$$p \vee q = (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

olarak tanımlar. Klasik mantığa yabancı gelen bu tanım, “tikel evetleme” ekleminin önermeler aynı değeri aldığı zaman aynı değeri almasını, diğer hallerde ise yüksek olanın değerini almasını sağlamak üzere seçilmiştir.

J.Lukasiewicz çok değişkenli sistem kavramını genelleştirerek, “degilleme” ve “kosulluk” eklemleri⁹ için aşağıdaki tanımları yapar:

$$\begin{aligned} \neg p &= 1 - p \\ p \rightarrow q &= 1 && p < q \text{ için} \\ p \rightarrow q &= 1 - p + q && p > q \text{ için} \end{aligned}$$

Yalnızca 0 - 1 aralığının limitleri, yani 0 ve 1 kabul edilebilir değerler olarak seçilirse, bu tanımlar iki değerli sistemin sonuçları ile çelişmezler. Eğer 1/2 değeri eklenirse, üç değerli sisteme ulaşılır. Lukasiewicz’e göre istenilen sayıda doğruluk derecesine sahip sistemler kurmak mümkündür. Olasılık cebri olduğu gibi, sonsuz sayıda dereceler kabul etmek çok doğaldır. Bu düşünce de bizi, sonsuz değerli önermeler cebrine götürür.

Üç değerli sistem, bütün teoremleri iki değerli sistemde de olması anlamında, iki değerli sisteme uyarlanabilir. Aynı şekilde, sonsuz değerli sistem de, üç değerli sistemle uyum halindedir.

Aristo mantığının “Üçüncü Hâlin İmkânsizliği” ve “Çeliski” ilkeleri, üç değerli mantıkta aşağıdaki şekli alacaktır:

⁹Bu eklemler yerine, “tümel evetleme” ve “degilleme” eklemleri kullanılsaydı eşdeğer bir sistem elde edilebilirdi. Bkz. Nesin, A. “Önermeler Mantığı”, Düşün Yayınları, 1994, s.154.

p	$\emptyset p$	$P \dot{\equiv} \emptyset p$	$P \dot{\subset} \emptyset p$
D	M	D	M
M	Y	M	Y
Y	D	D	Y

Görüldüğü gibi, $p \cap \neg p$ önermesi artık bir çelişki değildir; p doğru değerini aldığı zaman, “mümkün” olmaktadır. Benzer şekilde $p \cup \neg p$ iki değerli mantıkta olduğu gibi, her zaman doğru değeri almaz, yani bir totoloji değildir, bu durum yanlışlanma ilkesine aykırıdır. Üç değerli mantıkta Üçüncü Hâlin İmkânsızlığı ve Çelişki ilkelerinin ortadan kalkması, bu sistemin en önemli ayırıcı özelliğidir.

Lukasiewicz’in üç değerli sistemi tutarlı bir şekilde vazedilmiş ve yorumlanmıştır. Ancak bu sistemin iki değerli mantıkla uyumsuzluğu, doğruluk kavramının belli bir zamana ait olan bir özellik olmasından kaynaklanmaktadır. Lukasiewicz’in çıkış noktasının da bu özellik olduğu hatırlanmalıdır. Lukasiewicz’in üç değeri de, ne doğruluk değerleri olarak ortaya çıkar, ne de bütünüyle modal değerlerdir. Daha çok, kesinlik değerleri olarak yorumlanmalıdır.

Lukasiewicz ile aynı tarihte E.L. Post da, her değişkenin D (doğru) ve Y (yanlış) dışında, m farklı değer alabileceği alternatif bir formel sistem geliştirmiştir. Sistem iki fonksiyona dayanmaktadır; “değilleme (\neg)” ve “tikel evetleme (\vee)”. Bu iki fonksiyona dayanan aşağıdaki dört postula, Post cebri için yeterlidir¹⁰:

1. p ve $q \subset C$ ise; $p \cup q$ ve $\neg p$; C kümesinin öğeleriyle tek bir şekilde belirlenebilir.
2. p ve $q \subset C$ ise; $p \cup q = q \cup p$
3. p, q ve $r \subset C$ ise; $(p \cup q) \cup r = p \cup (q \cup r)$
4. $p \subset C$ ise; $p \cup p = p$

Bu postullara dayanarak, m farklı değer için (\neg) ve (\vee) eklemleri aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

Sistemde \neg_m isareti, değerleri bir sıra permüte eden bir eklemi göstermektedir:

p	t_1	t_2	\dots	t_m
$\neg_m p$	t_2	t_3	\dots	t_1

¹⁰ Rubin, Herman. “A new Approach to the Foundations of Probability”, Foundations of Mathematics; “Symposium papers commemorating the sixtieth birthday of Kurt Gödel”, ed. Bulloff, J.J.- Holyobe, T.C.-Hahn, S.W., Springer-Verlag Berlin. Heidelberg. New York, 1969.

İkinci eklem \vee , yani $p \vee_m q$ ise, $p \vee_m q$ degerlerinin daha yüksekini, baska bir ifadeyle daha küçük indisi seçen bir işlemcidir.

Post'a göre önerdiği sistem sıradan bir mantiktir, çünkü;
Her eleman bir önerme olarak değil, $m-1$ sayıda önermenin sınırlı bir kümesi olarak alınmıştır. Herhangi biri doğru ise, bunu izleyenlerin hepsi de doğru olacaktır.
Bir eleman, eğer $m-1$ önermesi yanlış ise, t_r degerinin almak zorundadır.
3. Eger p önermeleri p_1, p_2, \dots, p_{m-1} ile, q önermeleri de q_1, q_2, \dots, q_{m-1} ile ifade edilmisse, $p \vee_m q$ önermeleri $p_1 \vee q_1, p_2 \vee q_2, \dots, p_{m-1} \vee q_{m-1}$ ile ifade edileceklerdir.
 $\vee_m p$ önermeleri, $\neg(p_1 \vee p_2 \vee p_3 \vee \dots \vee p_{m-1}) \vee (p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_{m-1})$ olarak tanımlanmıştır.

Post'un m degerli sisteminin alternatif bir mantik olarak tanımlanabilirliği, mantıkçılar arasında tartışmalara yol açmıştır. Bir bakış açısına göre, herhangi bir sistem iki degerli klasik mantığa dayanan Frege'nin sistemiyle belirli formel özelliklere sahip ise, bir mantik olduğu söylenebilir. Oysa sistemin tanımı bu kadar geniş tutulursa, formel bir sistemin, yani mantığın muhakeme ile ilişkisinin kalmaması tehlikesi ortaya çıkar. Mantık, önermeler arasındaki ilişkilerin sistemi olarak tanımlanırsa, Post'un m degerli sistemi bir mantik olarak kabul edilebilir. Fakat bu durumda da, klasik iki degerli mantıkla bir ilişkisi kalmaz; iki degerli ve çok degerli mantik arasında asılmaz bir uçurum ortaya çıkar. Post ise, bu tartışmanın çok degerli bir mantik sistemiyle ifade edilebileceğini, iki degerli mantik sisteminin çok degerli mantik sistemi temel alınarak yorumlanabileceğini savunmuştur.

1930'da L.E.J. Brouwer ve A. Heyting de matematik felsefesindeki paradoksları elemine etmek amacıyla, klasik mantığa alternatif bir sistem geliştirmişlerdir. Bu sistemin temel özelliği, "Üçüncü Hâlin İmkansızlığı" ilkesini ne bir aksiyom ne de bir teorem olarak içermesidir. Neoklasik mantıklardan biri olan bu mantik, intuitionistic (sezgisel) mantik olarak adlandırılmıştır. İki degerli sembolik bir mantik olan bu mantıkta, "Üçüncü Hâlin İmkansızlığı" ilkesinin baska türden aksiyomlardan çıkarılamayacağı gösterilmiştir. Ancak bu akim ünlü matematikçi Hilbert'in yönelttiği eleştiriler sonunda önemini kaybetmiştir. Çok degerli mantığa benzer özellikler taşıyan bu mantik sistemlerine Aristocu olmayan mantıklar da denilmektedir.

Klasik Mantığın Temel İlkeleri

Klasik mantığın, "Özdeşlik", "Çeliski" ve "Üçüncü Hâlin İmkânsızlığı" olarak ifade edilen temel ilkeleri mantik ve matematikte paradokslara yol açmıştır. Oysa, bu ilkelerin inkârı ile, yukarıda değinildiği gibi, yeni matematik ve mantik sistemleri kurulabilir.

$p \rightarrow p$ şeklinde ifade edilen "Özdeşlik" ilkesi, 1902'de kümeler teorisine ilgili olarak Russell'in ortaya attığı ünlü "Russell Paradox" a yol açmıştır. Bu paradokstan kurtulmak için, "Her küme kendi bir elemanına tekabül eder veya ettirilir (Seçme Aksiyomu-Axiom

of Choice)” şeklinde, veya “Her kümenin elemanları mutlaka biri önce, diğeri sonra olmak üzere iyi sıralanır (İyi Sıralama İlkesi-Well Ordering Principle)” şeklinde ifade edilebilen bir varsayım kabul etmek zorunludur.¹¹ “Hem sıfır sayısının kesfiyle sorgulanmaya başlayan Aristo’nun “mutlak esitlik prensibi” Russell paradox’la kesin olarak mahkum ediliyor, hem de insan düşüncesinin, aklının başladığı veya dayandığı varsayımına varılmış oluyordu.” Bu ilke, Aristo’nun yaşadığı çağa ve bulunduğu sosyal statüye uygun bir ilkeydi: “...Aristo kâinattaki objeler arasında da a priori varolan esitlik hatta özdeşlikler görüyor veya varsayıyordu. Ki bu da bir site devletinin vatandasi olarak çok tabiiydi.”¹²

“Özdeşlik” ilkesi, iki değerli mantıkta her zaman D doğruluk değeri alan bir totoloji iken, üç değerli mantıkta M değerini de alacak ve artık totoloji olmayacaktır:

$p \rightarrow p$	$p \rightarrow p$
D D D	D D D
Y D Y	M M M
	Y D Y

Lukasiewicz’in sistemi “Üçüncü Hâlin İmkânsızlığı” ve “Çelismezlik” ilkeleri terk edilerek kurulmuştur. Bu sisteme karşı çıkan klasik mantık taraftarları, buna dayanarak sistemin bir bütün olarak kabul edilemeyeceğini iddia etmektedirler. Çelismezlik ilkesi, çelisen iki önermenin hiçbir zaman birlikte doğru olamayacağını iddia eder. Çeliskili iki önermenin birleşmesinden meydana gelen bir önermenin, salt mantık nedenlerinden ötürü yanlış sayılarak atılması gerekir. Çünkü, çeliskili birkaç önermeden ne olursa olsun herhangi bir önerme doğru olarak çıkarılabılır. Bu da Popper’a göre bilimin tümünden yıkılması demektir: “...eger bir kuramda çeliski varsa, o kuramdan hersey çıkar, dolayısıyla gerçekte hiçbir sey çıkmaz.. Bize her bilgiyle birlikte o bilginin olumsuzunu da verebilen bir kuram, bize hiçbir bilgi veremez. Bundan dolayı, çeliskisi olan bir kuram, kuram olarak hiçbir ise yaramaz.”¹³

Popper, Lukasiewicz’in çıkış noktası olan rastlantısal olay (future contingents) kavramını da, “Yarın burada yağmur yağacak, belki de yağmayacak önermesi çürütülemeyeceğinden ampirik olarak betimlenemez.”¹⁴ diye nitelendirir ve yöntem tartışmasının dışında bırakır. Yanlışlanabilirlik ilkesini teorisinin temelini koyan Popper’a göre, “Herhangi bir önerme, aynı şekilde de temel önerme her türlü çelismeden türediginden, onun yanlışlanabilme olanagini sağlayan kümenin olası tüm temel önermelerden oluşmuş kümeyle özdeş

¹¹ Güran, A. Ergin, “Dilemma”, 1996, s.19.

¹² Güran, A. Ergin, age, s.21.

¹³ Popper, Karl, “Diyalektik Nedir?”, 1937, Siyasal Bilgiler Fakültesi Dergisi, cilt 16, 1964. Çev. Mete Tunçay.

¹⁴ Popper, Karl R.; “Bilimsel Arastirmanın Mantığı”, YKY Kâzim Taskent Klasik Yapitlar Dizisi, Çev. I.Aka ve I.Turan,1998, s.65.

oldugunu söyleyebiliriz; çelisme, herhangi bir temel önermeyle yanlislanır.” der ve çelismeizligi, “en üst aksiyomatik temel kosul”¹⁵ olarak tanımlar.

Mantıkta genel kabul gören yoruma göre, iki çelisek önermenin aynı anda doğru olamayacağı “Çelismeizlik İlkesi”nden, her ikisinin de aynı anda yanlis olamayacağı “Üçüncü Hâlin İmkânsizligi İlkesi”nden kaynaklanmaktadır. Oysa “...Üçüncü Hâlin İmkânsizligi İlkesi aslında Çelismeizlik İlkesinin bir başka deyiş biçiminden başka bir şey değildir”¹⁶ Üçüncü Hâlin İmkânsizligi İlkesi, Çelismeizlik İlkesinden türetilir. Böylece Çelismeizlik İlkesi belirleyici bir konum kazanmaktadır. Çelismeizlik İlkesinin tanımının, çelisek önermenin yapısının tanımına olan doğrudan bağımlılığı ise, bu ilkenin aksiyomatik geçerliliği açısından sorun ortaya çıkarmaktadır: Çelismeizlik İlkesi her ilkeye özgü “kosulsuzluk kosulu”nu¹⁷ yerine getirmemektedir. Ayrıca bu ilkenin kabulü de tartışmalıdır; “Eğer bunlar da aksiyom iseler, mantık yasalarının bu aksiyomlardan türetildiği anımsandığında, bu aksiyomların “geçerlilik”lerinin nasıl kanıtlanacağı tam bir problemdir. Çünkü bu durumda, aksiyomlardan elde edilmeleri gereken mantık yasaları, öbür yandan bu aksiyomların türetilmesinde ön-kosullar olarak bulunmaktadır.”¹⁸ “Çelismeizlik İlkesinin doğrudan kanıtlanamayacağının asıl nedeni ise, onun kanıtlama işlemini mümkün kılan olgu olması ve onu kanıtlamazdan önce geçerli saymak zorunda olmamızdır.”¹⁹

Çelismeizlik İlkesi ile ilgili bu tartışmaya rağmen, Lukasiewicz, aşağıdaki düzenlemelerle sistemine yöneltilen itirazların ortadan kaldırılmasının mümkün olduğunu savunmaktadır:

$p = 1$	p kesindir
$p = 1/2$	p ya da $\neg p$ kesin değildir
$p = 0$	$\neg p$ kesindir

Bu yorum, doğru ve yanlis kavramları arasındaki farklılığı ve “degilleme” eklemesinin kullanılmasını iki değerli mantık sistemindeki gibi kabul etmektedir. İki değerli mantığın ilkelerine göre, kesinliğin iki inkârî bir çelisekidir, yani ikisi birden doğru, veya ikisi birden yanlis olamaz. Bu ilişkiler, “gerekli”, “gerekli değil”, “imkânsiz” ve “mümkün” modal ifadeleri arasındaki ilişkilere benzer. Burada önemli olan “gereklilik” veya Lukasiewicz’in temel aldığı “mümkün” fikridir ve iki değerli mantık sistemi ile çelisekiye düşmeden ve ayrı bir mantık sistemi gerektirmeksizin ifade edilebilirler.

¹⁵Popper, Karl R.; age. s.115.

¹⁶İrgat, Ali; “Aristoteles’te Çelisekinin ve Üçüncünün Olmazlığı İlkeleri Üzerine” Felsefe Dergisi 1988/4.

¹⁷Kosulsuzluk kosulu ile, aksiyomun bir başka aksiyoma bağlı olmayan ve dayanmayan bir önerme olma özelliği kastedilmektedir.

¹⁸Patzig, Günther., “Lojistik”, “Günümüzde Felsefe Disiplinleri” içinde, Ara yay. 1990, der. Dogan Özlem.

¹⁹İrgat, Ali; agm.

Konu, mantıktaki çelişkiden sistemin tutarlılığına doğru genelleştirilirse, çelişmezliği en üst aksiyomatik temel kabul etmenin mümkün olup olmadığı da 1931'den bu yana tartışmalıdır. Gödel 1931 yılında iki önemli ilke ortaya atmıştır: Tutarsızlık İlkesi ve Eksiklik İlkesi. Tutarsızlık İlkesi, aksiyomatik bir sistemin tutarlılığının o sistem içinde ispatlanamayacağını ileri sürer. "...tüm aritmetiği kapsayacak ölçüde kapsamlı bir sistemin tutarlılığının üst-matematiksel bir kanıtlanmasını vermenin imkansız olduğunu göstermiştir."²⁰ Gödel'e göre, "Doğal sayılar teorisinin kurulmasına çalışan K gibi herhangi bir cebir için, çelişkiden arınmış mükemmel bir kanıtlanma, K içindeki tüm çıkarım tarzlarını kapsayamaz."²¹ Eksiklik İlkesine göre de, aksiyomatik bir sistem, o sistemin bütün doğrularını içermez. Sistem içinde ispatlanamayacak doğru ifadeler, doğruluğu veya yanlışlığı ispatlanamayan teoremler vardır. Bu ilke, "...Principia'nin veya aritmetiğin geliştirilebileceği diğer bir sistemin özsel olarak tamamlanmamış olduğu..."²² anlamına gelmektedir. Bu katkıları Gödel'e, Aristo'dan sonra en büyük mantıkçi unvanı kazandırmıştır.

Bu gelişmelerden sonra, matematiksel veya mantıksal doğruluğun her şeyi kapsayan bir tanımının oluşturulabileceği şüphesi doğmuş, Whitehead ve Gödel gibi bazı matematikçiler metafizik düşünceye yönelerek, Platoncu anlamda kapsamlı bir felsefi "gerçekçiliğin" uygun bir tanım sağlayacağını tartışmaya başlamışlardır. Platoncu "gerçekçilik", matematiğin nesnelere yaratmadığı, keşfettiği anlamına gelmektedir. Bu anlayışa göre, nesnelere ebedi biçimler veya ilk örnekler olarak zaten vardır. Gödel'in kendi ifadesiyle; "Kümeler ve kavramlar...bizim tanımlarımızdan ve insalarımızdan bağımsız ...gerçek nesnelere olarak kavranabilirler. Bana öyle görünüyor ki, böyle nesnelere varsaymak en az fiziksel cisimleri varsaymak kadar mesrudur ve onların varlıklarına inanmak için elimizde yeterince sebep vardır."²³

Yukarıda özetlenen bu tartışmalar, bize tek bir mantık olmadığını, bilimsel gelişmelerin kısır Aristo mantığını yüz yıldır asmış olduğunu göstermektedir. Zaten mantıkçılar "...artık salt mantık olarak gösterilebilecek a priori bir sistemle fazla ilgilenmiyorlar. Tersine, onları ilgilendiren, artık tüm formelleştirilmiş sistemlerde salt bir mantığın olmadığını görmek, başka bir deyişle bu sistemlerin salt bir mantığa indirgenemeyeceğini saptamaktır."²⁴ Çelişki ve Üçüncü Hâlin İmkânsızlığı ilkelerine, veya (bu ilkelerin sonucu olarak ortaya çıkan) her zaman doğru olan, hiçbir mantıksal imkânı dışarıda bırakmayan, zorunlu doğruluğu ifade eden totoloji kavramına dayanan Aristo mantığı yerine,

²⁰Nagel, E., Newman, J.R., age. s.66.

²¹ Patzig, Günther., agm.

²²Nagel, E., Newman, J.R., age. s.66.

²³Gödel, Kurt, "Russell's Mathematical Logic", 1944. Nakleden; Nagel, E., Newman, J.R., age, s.113.

²⁴ Feys, Robert., "Mantık", "Günümüzde Felsefe Disiplinleri" içinde, Ara yay. 1990, der. Doğan Özlem.

totolojilere yer vermeyen çok degiskenli mantigin, günümüz bilim anlayisina daha uygun oldugu süphesizdir. Klasik mekanik için Aristo mantigi yeterli olmustur ama, kuantum mekanigi için yeni bir mantik gerekmektedir. Nitekim H. Reichenbach, kuantim mekanigi teorisinin Lukasiewicz'in üç degerli mantigi temelinde aksiyomatik hale getirilebilecegini, iki degerli mantik temelinde bunun yapilamayacagini göstermistir.²⁵ Özellikle sosyal bilimlerde bu açilim çok daha gereklidir. Mesela iktisat teorisinde, tek bir mal için analiz yapmak anlamsizdir. Iktisadi bir iliskinin kurulabilmesi, yani mübadelenin gerçekleşmesi için en az iki malin varligi gerekir. Bir malla iki mal arasindaki farklılik, nicel degil, nitel bir farklıliktir. Benzer sekilde, iki degerli mantiktan (en az) üç degerli mantiga geçiş de nitel bir degisme anlamina gelir. Bu gereklilige ragmen, öyle anlasiliyor ki, "digital teknoloji"de Aristo mantiginin yeterli olması, (D ve Y dogruluk degerlerine karşilik gelen kapali ve açık elektrik devreleri) bu mantigin hâlâ yasamasina sebep olmaktadır. Aristo mantiginin insan düşüncüsüne binlerce yıldir koydugu engel, günümüzde teknoloji gerekçesiyle hâlâ sürmektedir.

KAYNAK LAR

- Batuhan, Hüseyin – Grünberg, Teo. "Modern Mantik", ODTÜ yayini, 1984.
- Bochenski, I.M., "A History of Formal Logic", Univ. of Notre Dame Press, 1961.
- Eves, Howard, "An Introduction to the History of Mathematics", Holt, Rinehart and Winston, fourth ed., 1976, s.470.
- Feys, Robert., "Mantik", "Günümüzde Felsefe Disiplinleri" içinde, Ara yay. 1990, der. Dogan Özlem.
- Frank, Philipp, "Doga Bilimlerinde Pozitivizm", Metis yayinlari, 1985
- Güran, A. Ergin, "Dilemma", 1996.
- Irgat, Ali; "Aristoteles'te Çeliskinin ve Üçüncünün Olmazligi İlkeleri Üzerine" Felsefe Dergisi 1988/4.
- Johnson, Donald M., "Reasoning and Logic", International Encyclopedia of the SOCIAL SCIENCES, The McMillan Co. And the free Press, 1968.
- Kaplan, Abraham, "Positivism", International Encyclopedia of the SOCIAL SCIENCES, The McMillan Co. And the free Press, 1968.
- Karaçay, Timur, "Gödel ne yaptı?", Cumhuriyet Gazetesi, Bilim ve Teknik Eki, 20.11.1999.
- Kneale, W.-Kneale, M., "The Development of Logic", Oxford Univ. Press, 1962.

²⁵ Rosenbloom, Paul, "The Elements of Mathematical Logic", Dover Publications, 1950.

- Nagel, E., Newman, J.R., "Gödel Kanitlamasi", Sarmal Yayınevi, 1994.
- Nesin, A. "Önermeler Mantigi", Düşün Yayınları, 1994.
- Patzig, Günther., "Lojistik", "Günümüzde Felsefe Disiplinleri" içinde, Ara yay. 1990, der. Dogan Özlem.
- Popper, Karl, "Diyalektik Nedir?", 1937, Siyasal Bilgiler Fakültesi Dergisi, cilt 16, 1964. Çev. Mete Tunçay.
- Popper, Karl R.; "Bilimsel Arastırmanın Mantigi", YKY Kâzım Taskent Klasik Yapıtlar Dizisi, Çev. I.Aka ve I.Turan, 1998.
- Rosenbloom, Paul, "The Elements of Mathematical Logic", Dover Publications, 1950.
- Rubin, Herman. "A new Approach to the Foundations of Probability", Foundations of Mathematics; "Symposium papers commemorating the sixtieth birthday of Kurt Gödel", ed. Bulloff, J.J.- Holyobe, T.C.-Hahn, S.W., Springer-Verlag Berlin. Heidelberg. New York, 1969.
- Tarski, Alfred, "Introduction to Logic", Oxford Univ. Press, 1946.