Lalahan Zoo. Arş. Ens. Der. 1983
23 (1-2) 31-41

HAYVAN BESLEMEDE "EĞRİSEL PROGRAMLAMA" PROBLEMİ

(A Nonlinear Programming Problem For Ammal Feeding)

Süleyman GÜNAY (*) **Alaettin KUTSAL (**)**

GİRİŞ

Doğrusal programlama yöntemlerinin uygulama alanlarından biri de, hayvan beslenmesinde en uygun yem karışımının hesaplanmasıdır. Bu problem, yemlerin içerdikleri besin maddeleri (protein, yağ, mineral maddeler, iz elementler, vitaminler), yemlerin piyasa değeri, hayvanın günlük besin maddeleri gereksinimleri gözönünde tutularak, çeşitli yemlerin karışımının bulunmasıyla ilgilidir. Yetiştirici ambarındaki yemler, besleyeceği hayvanlar ile ilgili sayısal değerleri verebiliyor ise, problem doğrusal programlama tekniklerile çözülebilir. Bununla ilgili iki uygulama, genel bilgilerde verilmiştir.

Bu çalışmada, konunun doğrusal programlama yerine eğrisel programlama problemi olarak ele alınması konusu açıklanacak ve bununla ilgili uygulama yapılacaktır.

LİTERATÜR BİLGİSİ

Kutsal, Hocaoğlu, Gündüz (4), ambarda 11 çeşit yemin bulunduğunu benimseyerek, yemlerden herbirinin içerdikleri besin maddelerini Akyıldız (1)'ın verilerinden almış ve DPT (2) nin 0 -8 haftalık civcivlerin beslenmesi için önerileri ve 1974 yılında yemlerin piyasa değerleri dikkate alınarak, doğrusal programlama yöntemi ile çözüm yapılmış ve sonuçlar alınmıştır.

Kutsal, Hocaoğlu, Öznacar, Oktay (5) ikinci bir çalışma ile Lalahan Zootekni Araştırma Enstitüsünün verilerini kullanarak, doğrusal programlama yöntemi ile çözüme varmışlardır.

(*) Doç. Dr., Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü Öğretim Üyesi
(**) Prof. Dr., Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü Öğretim Üyesi

Sözü edilen her iki araştırmada, hayvan beslemede kullanılacak her bir yemin, içerdiği herbir besin maddesi kesin bir değerle belirtilmiş idi. Örneğin buğdayın protein değeri için 11 alınmış idi. Bu da, buğdayın bir biriminde % 11 protein ya da buğdayın bir kilosunda 110 gram protein bulunduğu kabul ediliyor idi. Aslında birörnek bir buğday yığınından çok sayıda numune alınıp kimyasal analizleri yapılırsa, protein bakımından elde edilen sonuçların ortalamasının % 11 olabileceği ve diğer sonuçların bu ortalama etrafında normal bir dağılış gösterecekleri tabiidir. Bu dağılışın da standart sapması ve standart hatası hesaplanabilir. Bu durum, tüm yemlerden herbirinin içerdikleri herbir besin maddesi için düşünülebilir. işte besin maddelerinin standart sapmaları da biliniyor ise, diğer bir deyimle, besin maddelerinin normal dağılış gösteren birer değişken oldukları benimseniyor ise, bu durumu dikkate alarak, çözümlerde doğrusal programlama yöntemi yerine, eğrisel programlama yönteminin kullanılması uygun olur.

MATERYAL VE METOT

Ambardaki yemler ve herbir yemin içerdiği besin maddeleri Kutsal, Hocaoğlu, Gündüz (4) ve Akyıldız (1) den alınmış, Akyıldız (1) ın verilerinden yararlanılarak protein, yağ, sellüloz için standart sapma değerleri hesaplanmış, 1980 yılının piyasa değerleri de katılarak bu çalışmanın materyali sağlanmıştır. Bu değerler 1 no. lu tabloda verilmiştir.

Eğrisel programlama yöntemini şöyle açıklayabiliriz. 1 no. lu tabloda 11 yem türü ve bunlardan herbirinin içerdiği 7'şer besin maddesi ve herbir yemin bir biriminin piyasa değeri görülmektedir.

Herbir yemin içerdiği herbir besin maddesini a_{ij} ile gösterelim. Burada i besin maddesini, j yemin türünü göstersin. Örneğin a_{11} ' birinci yemin içerdiği birinci besin maddesi anlamına gelecektir ki bu da arpanın protein değeri olan 9.5 dur. Bu durumda i: 1,……. ,7 ve j: 1,……… ,11 olacaktır.

Bir birim yemin karışımında istenen besin maddeleri kısıtını b_i ile gösterelim. Örneğin b_1., bir birim yemde istenen protein miktarı ile ilgili kısıtı göstersin. Tabiiki bunu bizden yetiştirici, besleyeceği hayvan topluluğuna göre kendisi isteyecektir. Ele alınan konuda kısıt sayısına göre i değişecektir.

Bir birim yemin karışımında her bir yemden ne miktar bulunması gerektiğini x_j ile gösterelim. Örneğin x_1, bir birim yem karışımında arpanın bulunması gerekli miktarını verir. Bu miktar sıfır da olabilir. Bu da, yem karışımında o yem türünün bulunmayacağı anlamına gelir.

TABLO: 1- Ambarlardaki yemlerin cinsi, 100 gramının içerdikleri besin maddelerinin ortalamaları ve bazılarının standart sapma ve piyasa değerleri

No	Cinsi	Protein		Yağ		Sellüloz		M. enerji Kalori/kg	Kalsiyum	Fosfor	Fiatı TI/Kg
		$\overline{X}$	S	$\overline{X}$	S	$\overline{X}$	S				
1	Arpa	9.5	1.25	1.6	0.325	5.1	0.65	2300	0.05	0.36	18
2	Yulaf	7.9	0.85	4.9	0.750	13.2	1.45	2600	0.10	0.36	15
3	Buğday	11.0	0.85	4.9	0.250	2.2	0.05	3000	0.04	0.39	24
4	Mısır	8.3	1.50	1.9	0.825	3.9	0.925	3350	0.02	0.25	44
5	Akdarı	12.8	1.25	3.9	0.500	1.6	0.275	3300	0.04	0.32	25
6	Kepek	9.3	1.10	2.9	0.475	10.2	1.067	1100	0.11	0.21	16
7	Soya Küspesi	38.3	1.80	7.0	0.300	6.7	0.45	2200	0.29	0.69	38
8	Ayçiçeği Küspesi	28.5	2.25	7.9	1.883	24.6	3.667	2500	0.43	1.00	14
9	Balık unu	50.0	1.10	9.4	2.517	0.0	0.0	2900	6.50	3.60	75
10	Et - Kemik Unu	45.0	2.00	8.0	0.750	0.0	0.0	4000	10.80	5.70	35
11	Yonca unu	18.0	1.10	2.8	0.675	26.1	4.333	2300	1.40	0.21	20

Bu açıklamalardan sonra, yetiştiricinin istediği kısıtları aşağıdaki biçimde gösterebiliriz.

$$\sum_{j=1}^{11} a_{ij} \cdot x_j \geq b_i \quad , \quad i = 1,\ldots\ldots,7 \qquad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{11} x_j = 1 \qquad (2)$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \ldots\ldots, x_{11} \geq 0 \qquad (3)$$

Yalnızca yemlerin maliyeti düşünüldüğünde, yem karışımının bir biriminin (Kg) maliyeti aşağıdaki biçimde belirtilir:

$$F(x) = \sum_{j=1} C_j \quad x_j \qquad (4)$$

Burada C_j, j inci yemin bir biriminin (Kg) piyasa değeridir.

Esnek Hoşgörü Yöntemi (The Flexible Tolerance Method)

Esnek hoşgörü yöntemi, Eğrisel programlama yöntemlerinden biridir. Bunun başlıca özellikleri aşağıdaki gibi verilebilir (3): Eğrisel optimizasyon problemi aşağıdaki gibi verilsin.

Min $F(\underline{x})$ (6)

Kısıtlar: $h\,i(\underline{x}) = 0, \quad i = 1,\ldots\ldots\ldots, m$

$c\,i(\underline{x}) \geq 0, \quad i = m\text{-}1,\ldots\ldots.., p$

Esnek hoşgörü yönteminde uygun bir çözüm vektöründen başlanıp esnek çokyüzlü tarama yöntemi (Flexible Polyhedron Search) ile amaç fonksiyonu minimum yapan $\underline{x}^*$ noktası bulunur. Öte yandan esnek çok yüzlü tarama yöntemi ile bulunan noktanın kısıtları sağlayıp sağlamadığı aşağıda tanımlanan $T(x^{(k)})$ fonksiyonu ile denetlenir (3) 0:

$$T(\underline{x}^{(k)}) = \left[-\sum_{i=1}^{m} h_i^2 (x^{(k)}) + \sum_{i=m+1}^{p} u_i \, c_i^2 (x^{(k)}) \right]^{1/2} \qquad (7)$$

Burada u_i,

$u_i = 0, \quad c_i(x) \geq 0$ için

$\quad = 1, \quad c_i(x) < 0$ için

dır. Taramanın k'.inci aşamasında $T(\underline{x}^{(k)}) = 0$ ya da

$0 < T(\underline{x}^{(k)}) \leq \phi(\underline{x}^{(k)})$ ise $\underline{x}^{(k)}$ uygun çözüm olur. Burada $\phi(\underline{x}^{(k)})$, hoşgörü ölçütü (Tolerance criterion)olarak adlandırılır ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\phi(\underline{x}^{(k)}) = \min \left[\phi(\underline{x}^{(k-1)}), \frac{m+1}{r+1} \sum_{i=1}^{r+1} \| \underline{x}_i^{(k)} - \underline{x}_{r+2}^{(k)} \| \right], \quad k = 1, 2, ...$$

$$\phi(\underline{x}^{(0)}) = 2\,(m+1)\,t. \qquad (8)$$

Burada,

t: Başlangıç çokyüzlünün büyüklüğü

m : Eşitlik kısıtları sayısı

$\underline{x}_i^{(k)}$: E^{n}' de çokyüzlünün i inci köşesi

r : $(n-m)$, $F(x)$ ' in serbestlik derecesi

$\underline{x}_{r+2}^{(k)}$: k inci aşamada elde edilen çokyüzlünün merkezi

Yönteme ilişkin algoritma aşağıda verilmiştir. | 3 | .

1. $\underline{x}^{(o)}$ başlangıç vektörü seçilir.

2. $\underline{x}^{(o)}$ noktasının uygun olup olmadığı (7) fonksiyonu ile denetlenir.

$\underline{x}^{(o)}$ uygun nokta ise 3 üncü adıma değilse 4 üncü adıma geçilir.

3. Esnek çokyüzlü tarama yöntemi ile yeni bir $\underline{x}^{(k)}$ noktası bulunur. $\underline{x}^{(k)}$ 'nın uygun olup olmadığı (7) fonksiyonu ile denetlenir. Uygun nokta ise ve

$$o(\underline{x}^{(k)}) \leq \sum$$

ise $\underline{x}^{(k)}$ aranan optimal çözüm noktasıdır (9), sağlanmıyorsa bu adımın başına dönülür. Burada $\sum$ çok küçük artı bir sayıdır. 3 üncü adımda elde edilen $\underline{x}^{(k)}$ noktası uygun değilse 4 üncü adıma geçilir.

4. Esnek çokyüzlü tarama yöntemiyle (7) fonksiyonunu minimum yapan $\underline{x}$ noktası bulunur. Bu noktanın kısıtları sağlayıp sağlamadığı araştırılır. Sağlıyorsa 3 üncü adımdan çözüme devam edilir (3).

UYGULAMA VE SONUÇLAR

Yetiştiricinin 0 -8 haftalık civcivlerin beslenmesinde kullanacağı yemin karışımında, bulunmasını istediği besin maddelerinin miktarları ve kısıtlar aşağıdadır.

en az % 20 protein	; $b_1 = 20$
en az % 2. 5 yağ	; $b_2 = 2.5$
en çok % 3. 5 yağ	; $b_3 = -3.5$
en çok % 5 sellüloz	; $b_4 = -5$
en az 2800 m. enerji	; $b_5 = 2800$
en az % 1 kalsiyum	; $b_6 = 1.0$
en çok % 5 kalsiyum	; $b_7 = -5$
en az % 0. 5 fosfor	; $b_8 = 0.5$

Herbir yemin içerdiği protein, yağ, sellüloz gibi besin maddelerinden herbirinin normal dağılıma sahip oldukları ve yukarıdaki kısıtları en az % 95 olasılıkla sağlaması istendiğinde, Tablo 1 'den yararlanılarak, eğrisel programlama problemi aşağıdaki gibi formüle edilebilir.

$$\min F(x) = 18x_1 + 15x_2 + 24x_3 + 44x_4 + 25x_5 + 16x_6 + 38x_7 + 14x_8 + 75x_9$$

$$+ 35x_{10} + 20\left(1 - \sum_{i=1}^{10} x_i\right)$$

$c_1(x) = x_1 \geq 0, \quad c_2(x) = x_2 \geq 0, \quad c_3(x) = x_3 \geq 0, \quad c_4(x) = x_4 \geq 0, \quad c_5(x) = x_5 \geq 0,$

$c_6(x) = x_6 \geq 0, \quad c_7(x) = x_7 \geq 0,$

$c_8(x) = x_8 \geq 0, \quad c_9(x) = x_9 \geq 0, \quad c_{10}(x) = x_{10} \geq 0,$

$$c_{11}(x) = 1 - \sum_{i=1}^{10} x_i \geq 0$$

$$c_{12}(x) = 9.5x_1 + 7.9x_2 + 11x_3 + 8.3x_4 + 12.8x_5 + 9.3x_6 + 38.3x_7 + 28.5x_8 +$$

$$50x_9 + 45x_{10} + 18\,(1 - \sum_{i=1}^{10} x_i) + (-1,645)\ [(1.25)^2\ x_1^2 + (0.85)^2\ x_2^2$$

$$+ (0.85)^2\ x_3^2 + (1.50)^2\ x_4^2 + (1.25)^2 x_5^2 + (1.10)^2 x_6^2 + (1.80)^2\ x_7^2 + (2.25)^2\ x_8^2$$

$$+ (1.1)^2\ x_9^2 + 2^2\ x_{10}^2 + (1,1)^2\ \ (1 - \sum_{i=1}^{10} x_i)^2\ ]^{1/2} - 20 \geq 0 \qquad (5)$$

$$c_{13}(x) = 1.6\ x_1 + 4.9x_2 + 4.9x_3 + 1.9x_4 + 3.9x_5 + 2.9x_6 + 7x_7 + 7.9x_8$$

$$+ 9.4x_9 + 8x_{10} + 2.8\,(1 - \sum_{i=1}^{10} x_i) + (-1.645)\ [\ (0.325)^2 x_1^2 + (0.75)^2\ x_2^2$$

$$+ (0.25)^2\ x_3^3 + (0.825)^2\ x_4^2 + (0.5)^2\ x_5^2 + (0.475)^2\ x_6^2 + (0.3)^2\ \ x_7^2$$

$$+ (1.883)^2\ x_8^2 + (2.517)^2\ x_9^2 + (0.75)^2\ \ x_{10}^2 + (0.675)^2\ \ (1 - \sum_{i=1}^{10} x_i)^2\ ]^{1/2} - 2.5 \geq 0$$

$$c_{14}(x) = 1.6x_1 + 4.9x_2 + 4.9x_3 + 1.9x_4 + 3.9x_5 + 2.9x_6 + 7x_7 + 7.9x_8 + 9.4x_9$$

$$+ 8x_{10} + 2.8\,(1 - \sum_{i=1}^{10} x_i) + (-1.645)\ [\ (0.325)^2\ x_1^2 + (0.75)^2\ \ x_2^2$$

$$+ (0.25)^2 x_3^2 + (0.825)^2 x_4^2 + (0.5)^2 x_5^2 + (0.475)^2 x_6^2 + (0.3)^2 x_7^2$$

$$+ (1.883)^2 x_8^2 + (2.517)^2 x_9^2 + (0.75)^2 x_{10}^2 + (0.675)^2 \left(1 - \sum_{i=1}^{10} x_i\right)^2]^{1/2} - 3.5 \geq 0$$

$$c_{15}(x) = 5.1x_1 + 13.2x_2 + 2.2x_3 + 3.9x_4 + 1.6x_5 + 10.2x_6 + 6.7x_7 + 24.6x_8$$

$$+ 0.0x_{10} + 26.1\left(1 - \sum_{i=1}^{10} x_i\right) + (-1.645)\ [(0.65)^2 x_1^2 + (1 - 45)^2 x_2^2$$

$$+ (0.05)^2 x_1^2 + (1.45)^2 x_2^2 + (0.05)^2 x_3^2 + (0.925)^2 x_4^2 + (0.275)^2 x_5^2$$

$$+ (1.067)^2 x_6^2 + (0.45)^2 x_7^2 + (3.667)^2 x_8^2 + 0.x_{10}^2 + (4.333)^2 \left(1 - \sum_{i=1}^{10} x_i\right)^2]^{1/2} - 5.0 \leq 0$$

$$c_{16}(x) = 2300x_1 + 2600x_2 + 3000x_3 + 3350x_4 + 3300x_5 + 1100x_6 + 2200x_7 + 2500x_8$$

$$+ 2900x_9 + 4000x_{10} + 2300\left(1 - \sum_{i=1}^{10} x_i\right) - 2800 \geq 0$$

$$c_{17}(x) = 0.05x_1 + 0.10x_2 + 0.04x_3 + 0.02x_4 + 0.04x_5 + 0.11x_6 + 0.29x_7 +$$

$$+ 0.43x_8 + 6.5x_9 + 10.8x_{10} + 1.4\left(1 - \sum_{i=1}^{10} x_i\right) - 1.0 \geq 0$$

$$c_{18}(x) = 0.05x_1 + 0.10x_2 + 0.04x_3 + 0.02x_4 + 0.04x_5 + 0.11x_6 + 0.29x_7 +$$

$$+ 0.43x_8 + 6.5x_9 + 10.9x_{10} + 1.4\left(1 - \sum_{i=1}^{10} x_i\right) - 5.0 \leq 0$$

$$c_{19}(x) = 0.36x_1 + 0.36x_2 + 0.39x_3 + 0.25x_4 + 0.32x_5 + 0.21x_6 + 0.69x_7 +$$

$$+ 10.00x_8 + 3.60x_9 + 5.70x_{10} + 0.21\left(1 - \sum_{i=1}^{10} x_i\right) - 0.5 \geq 0$$

38

Esnek hoşgörü yöntemi ile (5) eğrisel programlama problemi çözümlenmiş ve aşağıdaki sonuçlar bulunmuştur.

x_1^* (Arpa) = 0. 54905, x_2^* (Yulaf) = 0. 00000, x_3^* (Buğday) = 0. 02114

x_4^* (Mısır) = 0. 00000, x_5^* (Akdarı) = 0. 00456, x_6^* (Kepek) = 0. 06778,

x_7^* (Soya küspesi) = 0. 00000, x_8^* (Ayçiçeği küspesi) = 0. 01005,

x_9^* (Balık unu) = 0. 00000, x_{10}^* (Et - kemik unu) = 0. 32939

x_{11}^* (Yonca unu) = 0. 01803

Buna göre istenen koşullara uygun olarak, 0.54905 kg arpa, 0.02114 kg buğday, 0.00456 kg akdarı, 0.06778 kg kepek, 0.01 kg ayçiçeği küspesi, 0.32939 kg. et kemik unu ve 0.018 kg yonca unu maddeleri kullanılarak en uygun yem karışımı yapılabilir. Hazırlanacak 1 kg karışımın maliyeti 23.62 TL. olur. Bu optimal noktada (7) fonksiyonu sıfır bulunmuştur .-

Optimal çözüm noktasında kısıtların değerleri aşağıda verilmiştir (10).

$$
\begin{array}{lll}
c_1(\underline{x}^*) = 0.54905 & c_2^*(\underline{x}) = 0.00000 & c_3^*(\underline{x}) = 0.02114 \\
c_4^*(\underline{x}) = 0.00000 & c_5^*(\underline{x}) = 0.00456 & c_6^*(\underline{x}) = 0.06778 \\
c_7^*(\underline{x}) = 0.00000 & c_8^*(\underline{x}) = 0.01005 & c_9^*(\underline{x}) = 0.00000 \\
c_{10}^*(\underline{x}) = 0.32939 & c_{11}^*(\underline{x}) = 0.01803 & c_{12}^*(\underline{x}) = 0.00000 \\
c_{13}^*(\underline{x}) = 0.95589 & c_{14}^*(\underline{x}) = 0.044110 & c_{15}^*(\underline{x}) = 1.35239 \\
c_{16}^*(\underline{x}) = 1.3771058 & c_{17}^*(\underline{x}) = 0.00000 & c_{18}^*(\underline{x}) = -2.62289 \\
c_{19}^*(\underline{x}) = 1.3771058 & &
\end{array}
\qquad (11)
$$

Böylece hazırlanan yem karışımının bir biriminde,

$\% \mid c_{12}(\underline{x}^*) - 20 \mid = \%\ 20$ protein, $\% \mid c_{13}(\underline{x}^*) - 2.5 \mid = \% \mid c_{14}(\underline{x}^*) - 3.5 \mid = \%\ 3.45589$

yağ, % $|c_{15}(x^*) - 5| =$ % 3, 45589 sellüloz $|c_{16}(\underline{x}^*) - 2800|$

$= 2801, 81295$ m. enerji %$|c_{17}(x^*) - 1| =$ % 1 ile

% $|c_{18}(x^*) - 5| =$ % 3. 4 arasında kalsiyum ve

% $|c_{19}(x^*) - 0.5| =$ % 1. 8771058 fosfor verilmiş olmaktadır.

Verilen veriler ve istenen kısıtlara göre en uygun çözüm bulunmuş oldu. Veriler ya da kısıtlar değişirse, sonuçların da değişeceği açıktır. Görüldüğü gibi karışımda yulaf, mısır, soya küspesi, balık unu, yer almıştır. Bu yemlerin içerdikleri besin maddelerinin, fiat bakımından diğer yemlerinkinden daha pahalı olması ya da, kısıtların sınırları içerisinde yer alamamaları nedeniyle karışımın dışında kaldıkları söylenebilir.

ÖZET

Bu çalışmada, hayvan besleme ile ilgili bir problem "Kısıtlı eğrisel programlama problemi" olarak düzenlendi ve bu problem "Esnek Hoşgörü" yöntemiyle çözümlendi. Ortaya konan eğrisel programlama formülasyonunda kısıtların katsayılarının "Stokastik" olduğu varsayıldı.

SUMMARY

In this study one problem concerning preperation of the most suitable animal feed mixture is formulated using constrained non-linear mathematical programming. This is solved using the flexible tolerance method and the results discussed.

LİTERATÜR

1. AKYILDIZ, R. (1967): Türkiye'de yem maddeleri, 1967. A. Ü. Ziraat Fakül-Yayınları 293 -1967, Ankara.

2. D. P. T. (1972): Hayvansal üretim Özel İhtisas Komisyonu, Tavukçuluk ve Hindicilik Alt Komisyonu Raporu, 1972. Yayın No: 1202 -164, Ankara.

3. HIMMIELBLAU D. M. (1972): Applied Nonlinear programming, Mc Graw-Hil New York.

4. KUTSAL, A., HOCAOĞLU, G., GÜNDÜZ, O. (1974): Rasyonel ve ekonomik yemleme doğrusal programlama. Veteriner Hekimleri Derneği Dergisi Cilt 44, Sayı 3 -4 Mart -Nisan: 1974, Ankara.

5. KUTSAL, A., HOCAOĞLU, G., ÖZNACAR, R., OKTAY, E. (1974): Rasyonel ve ekonomik yemlemede doğrusal programlamadan yararlanma, Lalahan Zootekni Araştırma Enstitüsü Dergisi Cilt 14, Sayı 3 -4 Eylül -Aralık 1974.