MATEMATİK EĞİTİMİNDE MATEMATİK TARİHİ GEREKLİLİĞİNİN FELSEFİ TEMELLERİ VE GERÇEKÇİ MATEMATİK EĞİTİMİNDE MATEMATİK TARİHİNİN ÖNEMİ*

*Semiha Betül BAYAM***

Özet

Bilimlerin kraliçesi olarak nitelenen matematik, binlerce yıllık bir geçmişe sahiptir. Matematiğin kendi eğitim yaşantıları, bu geçmişten ayrı düşünülemez. Bu çalışmada, matematik eğitiminde**,** matematik tarihinin işe koşulmasının önemi; matematik tarihi, matematik eğitimi felsefesi ve çağdaş matematik eğitimi yaklaşımları açısından vurgulanmıştır.

Yarı deneyselcilik felsefesinin ilham kaynağı olan Lakatos matematiksel bilginin gelişim modelinde çıkış noktası olarak matematik tarihini alması, matematik eğitiminde matematik tarihinin kullanılması adına güçlü bir referanstır. Modern matematik eğitimi yaklaşımları açısından düşünüldüğünde ise, gerçekçi matematik eğitiminin (RME) beslendiği ana kaynak problem çözmedir. Matematiğin tarihsel gelişimi düşünüldüğünde de genelde bir problem çözme aktivitesi olarak geliştiği, değiştiği görülmektedir. RME, problem çözmeyle matematik tarihi etkili bir şekilde sentezlemiştir.

Anahtar Kelimeler: Matematik Eğitimi, Matematik Tarihi, Yarı Deneyselcilik, Gerçekçi Matematik Eğitimi.

* Bu çalışma yazarın "İlköğretim Matematik Eğitiminde Öğrencilerin Matematik Tarihi Bilmelerinin Matematiğe Yönelik Başarı ve Tutumlarına Etkisi" adlı yüksek lisans tez çalışmasının bir kısmı esas alınarak hazırlanmış olup 2013 Matder 12. Matematik Sempozyumunda bildiri olarak sunulmuştur.

** Ankara Üniversitesi, D.T.C.F. Bilim Tarihi Anabilim Dalı Doktora öğrencisi.

Abstract

The mathematics, which is regarded as the queen of the sciences, has a thousands years of history. It can not be thought that mathematics education is separate from its own history. In this work the importance of using the history of mathematics in the mathematics education has been emphasized in terms of the history of mathematics, the philosophy of mathematics education and the approaches in the contemporary mathematics education.

Lakatos, who is thought to be the source of inspiration of semi-emperimentalism, considering the history of mathematics as a starting point in the developmental model of mathematical knowledge is a strong reference for the history of mathematics to be used in the mathematics education. As for the approaches in the contemporary mathematics education, the main source of realistic mathematics education (RME) is problem-solving. When considered the historical development of mathematics, it is clearly seen that mathematics has developed and changed as a problem-solving activity. RME has effectively synthesized the problem-solving and the history of mathematics.

Keywords: mathematics education, history of mathematics, semi-experimentalism, realist mathematics education

Matematik Tarihinin Matematik Eğitimindeki Önemi

Farklı tarih dilimlerinde çoğu medeniyet matematiği bir şekilde ağırlamış, matematiğin gelişimine çeşitli katkılar sağlamıştır. Matematiğin çok kültürlü ve çok tarihli yapısını iyi analiz etmeden, matematikte yetkin olmaya olanak yoktur. Bu doğrultuda matematiğin gelişimine göz atacak olursak, matematiğin tarih sahnesine ilk çıkışı gündelik ihtiyaçları karşılamak için geliştirilmiş basit sayma ve ölçme işlemleri biçiminde olmuştur. Aritmetik ve geometrinin temelleri kuramsal olarak kasıtlı bir soyutlama yapılmadan; tarım, ticaret, astronomi ve mimari çalışmalarında karşılaşılan sorunların çözümüne dayanmaktadır. Yunanlılarla birlikte matematik, sistematik bir hal almış, İslam matematikçilerinin ise cebir alanında özgün çalışmaları olmuştur. Newton gibi 17. ve 18. yüzyıl matematikçileriyle analiz konuları gelişmiş, Euclid-dışı geometriler ve Cantor'un küme kuramıyla matematiğin bilindik kesin yüzü değişmiştir.

Saymanlık tarihinde görülen en evrensel yöntem, aynı zamanda en eskilerden biri kertilmiş ağaç ya da kemik yöntemidir. Bu buluntulardan çoğu yaklaşık İ.Ö. 35 000 ve İ.Ö. 20 000 tarihlerinden kalma, Batı Avrupa'da bulunmuş olan, her birinin üzerinde düzenli aralıklarla birçok kertik dizisi taşıyan çok sayıda kemiktir. Bu kemikler elimize ulaşan en eski aritmetik bilgisini oluşturmaktadır (Dönmez, 2002).

Mezopotamya bölgesinde yerleşmiş olan Babillilerin matematiği konusundaki bilgiler, çoğu İ.Ö. 1800-1600'lerden kaynaklanan 400'ü aşkın kil tabletten sağlanmıştır. Bu tabletlerde cebir, kesirler, karesel ve kübik denklemler, Pisagor üçgeni hesabı, çarpım tablosu, trigonometrik çizelgeler, doğrusal ve karesel denklemlerin çözüm yöntemleri gibi konular bulunmaktadır. Astronomiye olan yakın ilgileri nedeniyle de trigonometriyi geliştirmişlerdir. Matematiğe en büyük katkıları ise, 60 tabanlı sayı sistemi olmuştur (Tez, 2008).

Aristoteles ve Herotod matematiğin/geometrinin Mısır'da başladığını ve arazi ölçüsü ihtiyacıyla doğmuş olduğunu söyler. Mısır geometrisi ispata dayanan bir geometri değildi, daha çok alan ve hacim hesaplamalarıyla ilgilenerek pratik hesaplamalar ve özel çözümler üzerinde durmuşlardır (Sayılı, 1982).

Geometrinin Yunanistan'a Mısır'dan geçtiği artık tartışma konusu olmaktan çıkmıştır. Ne var ki, Doğu'ya olan borcun ölçüsü ne olursa olsun, Yunanlıların aldıklarıyla yetinmedikleri, matematiğe yeni bir kimlik kazandırdıkları da bilinmektedir. Thales, Pythagoras, Euclid gibi Eski Yunan matematikçilerinin elinde matematik doğruluğu deneyime dayanan empirik önermeler yığını olmaktan çıkarak, doğruluğu mantıksal yöntemle ispatlanan bir sistem niteliği kazanmıştır (Yıldırım, 2010).

Hemen hemen Karanlık Çağ'ın başlamasını belirten Batı Roma İmparatorluğu'nun çöküşünden sonra, Avrupa'da uzun süre bilimsel ilerleme yok denecek kadar az yapılmıştır. Takip eden süreçte, M.S. VIII. yüzyıl civarında Müslümanlar dünyanın entelektüel lideri olmaya başladılar. Bu dönemde İslam matematikçilerinin katkı yaptıkları alanlar geometri, cebir ve trigonometridir. Özellikle cebire yapılan katkılar göz kamaştırıcıdır ve bu katkılarla cebir İslam matematikçileri tarafından bağımsız bir disiplin haline gelmiştir. Bu konuda Harezmî, Ebu Kamil, Kereci, Ömer Hayyam gibi matematikçilerin katkıları büyüktür (Topdemir & Unat, 2009).

17. yy' dan sonra ise Batı'da, Doğu'da üretilemeyen fakat çağdaş matematikte dönüm noktası niteliğinde önemli gelişmeler oldu. Bunlardan biri Descartes'in koordinat düzlemi, diğeri ise Cantor'un küme kavramıdır. Türev konusunu ise Fermat ve Descartes'in çalışmalarından ilham alan Newton'a borçluyuz. Bernolli, Leibniz, Euler ve Gauss'un karmaşık sayılar ve buna bağlı olarak analiz konusunda yaptıkları çalışmalar, 19. yüzyıl matematikçilerini yeni keşifleri için hazırlayıcı niteliktedir. Lagrange'nin denklemler teorisi Galois'e ilham verdi. Galois cebirsel denklemler teorisini geliştirdi. Benzer şekilde Newton, Leibniz ve Euler'in sonsuz küçükler hesabı, Cauchy ve Weierstrass'ın çalışmalarında netleşerek son şeklini aldı. Cauchy ve Weierstrass limit ve yakınsama gibi kavramların analizdeki uygulamalarını göstererek süreklilik, türev, integral gibi kavramların aydınlığa kavuşturulmasını sağladılar. Cantor matematiğe küme kavramını sokarak çeşitli sonsuzlar tanımladı. Bunu kabul etmek diğer matematikçiler için hiç de kolay olmadı. Hareket noktası sayılar teorisi ve sayıların sonsuzluğunun gösterilmesi olan küme kavramı bugün matematiğin dili olmuştur ve bilindiği gibi modern matematik bu kavram

üzerine yeniden kurulmuştur. Riemann ve Lobachevsky'nin 19.yüzyılda kurduğu Euclid-dışı geometriler modern matematiği karakterize eden önemli gelişmelerden biridir. Günümüz matematiği ise bilgisayar ortamında daha da soyut bir hal almaktadır (Baki, 2006).

Matematiğin bu ihtişamlı tarihi salt kendi içeriğini zenginleştirmekle kalmamış, kuşkusuz teknolojiden sosyal hayata kadar insan yaşayışını pek çok açıdan derinden etkilemiştir. Matematiğin kendi eğitim öğretim faaliyetlerinde bu binlerce yıllık yaşanmışlığından, döneminin en seçkin beyinlerinin elinde olgunlaşan yönünden öğrencileri haberdar etmeden sınıfa taşımak haksızlık olacaktır.

Matematik hakkında ister yanlışlığa açık bir biçimde insan zekâsı tarafından inşa edildiği (Boll, 2003) düşünülsün, ister Descartes'in dediği gibi Tanrı'nın iyi bir matematikçi olduğuna inanılsın; matematik, yer ve zaman sınırlarını aşan üstün yetenekli bir avuç insanın olağan dışı çabaları ile dev adımlar atarak bugünkü düzeyine ulaşmıştır (Mankiewicz, 2002; Tez, 2008).

Özellikle, tarihin seyri içinde büyük matematikçilerle tanışan, onların kişilikleriyle, çalışmalarıyla ve başarılarıyla heyecanlanan öğretmenler görev yaptıkları okullarda öğretim etkinliklerine matematik tarihini de katarak derslerini zenginleştirecek, matematiğin insanlık tarihinde oynadığı rol, kültürümüzle ilişkisi ve günlük hayatımızdaki yeri hakkında öğrencilerin bilinçlenmesini sağlayacaktır. Büyük matematikçileri tanıtırken onların çalışmalarının bugünkü medeniyetimizin gelişmesinde nasıl rol oynadığını ortaya koyan örneklerin seçilerek derslerde verilmesi, öğrencilerin matematiğin değerini kavraması açısından çok önemlidir. Şüphesiz ki matematik öğretiminin tarihi olaylarla ve günlük hayat ile ilişkilendirilmesi öğrencinin matematiğe karşı olumlu tavır geliştirmesine de yardım edecektir (Baki, 2006).

Sistem gereği ülkemizdeki genel bir kanı olarak matematik öğrenen ve öğretenlerin gözüyle, matematik dersinin genel işleniş tarzına bakıldığında; dönem sonuna kadar belli tarihler ve saatler arasında ulaşılması gereken belli kazanımlar mevcuttur, konunun ana hatları iyi kavranmalıdır, bol örnek çözerek başarı testlerinde en iyi puan elde edilmeye çalışılmalıdır. Tüm eğitim öğretim hayatı boyunca dönem sonunda öğrenci tarafından öğrenilmesi beklenen belli sayıda kazanım oluşu, doğal olarak öğrenci zihninde matematiğin durağan bir yapıya sahip olduğu imajını yaratacaktır. Bu imaj ise yukarda birkaç paragrafa sığdırılmaya çalışılan matematik tarihinin değişen, gelişen, gerektiğinde yanlışlanabilen yapısına tamamen aykırıdır. Bir yandan akademik anlamda donatılan öğrencilerin diğer yandan matematiğin dinamik, büyüyen yapısı fark ettirilmelidir ki öğrenciler matematiğe 4-5 şıkkın arasından seçilmesi gereken doğru yanıt olarak görmesinler, üzerinde çalıştıkları konuya geniş bir çerçeveden bakabilsinler, bütünü de fark edebilsinler.

Matematiğin donmuş bir bilim olduğunu ancak dar kafalılar düşünebilir

(Boll, 2003). Matematik olup-bitmiş, kesin doğrular içeren donuk bir konu değil, yanılma-deneme yaklaşımına yer veren, yeni arayış ve buluşlara açık canlı bir çalışma alanıdır (Yıldırım, 2010).

Matematik, matematikçilerin zihinlerinde aniden parlayan, konunun tüm detaylarına birden vakıf oldukları bilgi toplulukları değildir elbette. Doğal olarak büyük matematikçiler de hatalar yapmış, üstesinden gelemedikleri konular olmuştur. Büyük matematikçilerin üzerinde çalıştığı konuda zaman zaman zorlandıklarını görmek, matematiği başaramama duygusunun üstesinden gelmede öğrencilere yardımcı olacaktır.

Matematik tarihi öğrencilerin doğrusal olmayan yoldan öğrenmelerine yardım eder, böylece matematiksel düşünceleri dümdüz gelişmemiş olur. Öğrencilerin matematikle sorunu olanın tek kendileri olmadığını görerek bir nebze olsun rahatlayacaklar, böylece hatalardan ve yanlış anlamalardan cesaretleri kırılmayacaktır (Gulikers & Blom, 2001).

Geçmişteki hataları tekrarlamak kafa karıştırıcıdır ve ekonomik olmayabilir. Ancak Descartes'in negatif sayıları yanlış olarak değerlendirip kullanımı engellemeye çalışması, Gauss'un hesaplamalarında sonsuzu kullanmakta yaşadığı korku, Hamilton'un karmaşık sayıları icat ettiğinde mantığa aykırı şeyler üzerine çalıştığını düşünmesi, öğrencilere büyük adamların günümüzde açık bir şekilde iyi bilinen konularında zorlandıklarını da gösterecektir (NCTM, 1998).

İlköğretim öğrencilerinin matematiğe yönelik olumlu tutum ve inanç geliştirmesi matematik derslerinin verimliliğinin artırılmasına katkıda bulunabilecektir. Matematik tarihinin öğrenilmesi/öğretilmesi, matematiğin sadece sembol ve sayılardan oluşan anlamsız bir alan olmadığını göstermesi, bunun da bir gelişim sürecinin olduğunun ve insanlığın ihtiyaçlarına hizmet ettiğinin anlaşılmasını sağlaması, öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum ve inanç geliştirmesi bakımından önem kazanmaktadır (Bulut ve Esen, 2011).

Matematik Eğitiminde Matematik Tarihi Gerekliliğinin Felsefi Temelleri

Felsefe, matematiksel düşünceyi sadece araştırma seviyesinde değil eğitimle ilgili olarak da izah etmelidir. Hatta felsefe matematiğin geçmişteki gelişimini de açıklamalıdır yani felsefenin tarihe ihtiyacı vardır. Bizim felsefî duruşumuz matematik eğitimindeki tercihlerimizi açıklayarak bize rehberlik etmelidir (Grugnetti & Rogers, 2000).

Ülkemizde matematik eğitimi ile ilgili çalışmalarda matematik felsefesi konusunun oldukça ihmal edilen bir konu olduğu görülmektedir (Baki, Bütün, & Karakuş, 2010). Yarı deneyselcilik felsefesinin ilham kaynağı olan Lakatos'un (Gür, 2004) matematiksel bilginin gelişim modelinde çıkış noktası olarak matematik tarihini alması, matematik tarihini bu modelin ana kaynağı olarak kabul etmesi matematik öğretiminde matematik tarihinin kullanılması adına güçlü bir referanstır.

Euclid-dışı geometrilerin ortaya çıkışı, kümeler teorisinden kaynaklanan paradokslar ve bunlara doyurucu bir çözüm bulunamaması matematiğe duyulan geleneksel güveni temelden sarsar (Yıldırım, 2010). Matematiğe sağlam bir temel oluşturma çabasında üç temel felsefi okul mantıkçılık, biçimcilik ve sezgicilik (Baki, Bütün, & Karakuş, 2010), mutlakçı hareket olarak bilinmektedir (Handal, 2003/2009). Matematiğin esnek olmayan bir yapı özelliği gösteren matematiksel doğruların yığılarak çoğalmasıyla geliştiğine inanan mutlakçılar, aynı zamanda matematiğin tarihi ve kullanışlığı ile ilgili konuları tartışmanın dışında tutarlar ve üstelik bu boyutları konuyla ilgisiz görürler (Baki, 2008; Baki, Bütün & Karakuş 2010). Matematiğe temel arayışlarında matematik tarihini konunun dışında tutan mutlakçılar matematik eğitiminde kendini davranışçı bakış açısı olarak göstermektedir.

Üç mutlakçı gelenek matematiğin kesin, yanlışlanamaz, evrensel ve soyut olduğunu düşünürken, bu üç geleneğin karşısına matematiğin yanlışlanabilir, uygulamalı, sosyal ve bireyler tarafından inşa edildiğini ileri süren bir hareket çıkmıştır. Bu hareket yarı deneyselcilik adını taşımaktadır (Handal 2003/2009; Gür 2004). Yarı-deneyselciler bilginin oluşumunda tarihin ve insan emeğinin rolünü önemserler (Baki, 2008). Gür'ün (2004) aktardığına göre, matematiğin sosyal, kültürel, tarihsel köklerine vurgu yapıp, matematiği hayatın diğer parçaları gibi sosyal bir ürün olduğunu iddia eden yarı deneyselcilik felsefesini benimseyenlerin kendi tarihlerine başlangıç olarak aldığı Lakatos, matematik tarihini "hutbesine metin" addeder.

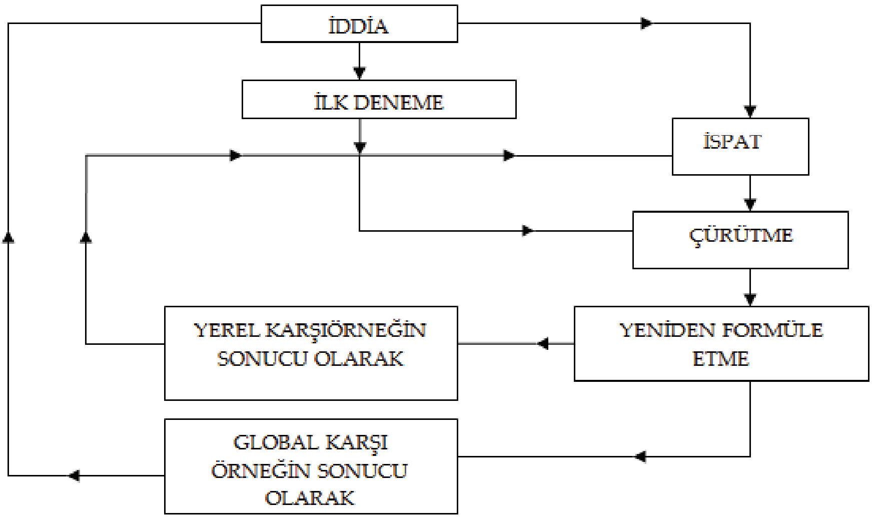
Lakatos'a göre, insan etkinliği olarak matematik, kendi tarihinden ayrı düşünülemez. Tarihsel süreç içinde evrimleşen matematik, matematikçiler arasında bir diyalog olarak görülmelidir. Bir matematiksel kavramın veya bilginin tarihi gelişimine bakılmalıdır. Çünkü bunlar önce matematikçinin bireysel ürünü olarak ortaya çıkar (Baki, 2008).

Lakatos'un didaktik bir tarzda yazdığı kitabında Öğretmen ile Alfa, Beta, Gama vs. adlı öğrencilerden oluşan bir sınıfta tarihi keşifleri canlandırması, benzerine az rastlanır felsefi diyalogları hatırlatır (Gür, 2004). Lakatos iddiasına örnek olarak Euler'in $V + F = E + 2$ formülünü[1] göstermektedir. Gerçekten bu formülün hikâyesi ve onun farklı zamanlarda değişik matematikçiler tarafından geliştirilerek günümüze gelmesi, Lakatos'un işaret ettiği matematiğin yarı-deneysel doğasına güzel bir örnek oluşturmaktadır (Baki, 2008).

---

[1] Bu formülde, V bir çok yüzlünün köşe sayısını, F yüzey sayısını, E kenar sayısını temsil etmektedir. Herhangi bir çok yüzlünün köşe sayısıyla yüzey sayısının toplamı kenar sayısının iki fazlasına eşittir.

Çağdaş bilim felsefecisi Imre Lakatos'un doktora çalışma konusu olarak Euler-Descartes formülü olan V + F = E + 2 formülünün tarihini almasını öneren, matematik öğretimi alan yazınına, keşfetme, icat etme ve matematik tarihi konularında ciddi eserler vermiş olan Polya'dır. Lakatos'un başyapıtı olan biçim itibariyle sınıfta geçen bir diyalogdur. Öğretmen Euler formülünün, bir çok yüzlünün kenarlarının düzlemde bir ağ oluşturacak şekilde açıldığı ve ardından tek bir üçgene indirgendiği, Cauchy'ye ait geleneksel ispatını anlatır. İspat biter bitmez sınıf bir sürü karşıt örnek verir ve tartışma başlar. Dipnotlar, bu tartışmaya eşlik edercesine, Euler (1752) ve Descartes'in (1635) tahminlerinin gerçek ve belgelenmiş tarihini şaşırtıcı bir detaylılıkla sunmaktadır. Polemik yürütmekteki zekâ ustalığı, tarih yoluyla öğretme öğrenme yolundaki katıksız tavrı okuru şaşırtır. Solomon Feferman Lakatos'un çalışmalarını takdir etmekte ve matematiğin uygulama, öğretim ve/veya tarihiyle ilgilenenlerin birçoğu Lakatos'un programına daha büyük bir sempatiyle yaklaşacağını (Davis & Hersh, 2002) belirterek Lakatos'un programını övmektedir. Lakatos'un matematik tarihi temelli olarak bir konu etrafında sınıfta başlattığı tartışma ortamı ile öğrencilerdeki keşfetme ve icat etme dürtülerini harekete geçiren programı öğrencilerin bir konuya farklı kişilerin bakış açılarından görmelerini sağlamaktadır. Konuya farklı yorumlar geliştirmekte, tartışma yoluyla bir konuyu ele almaktadırlar. Matematiksel keşfi tecrübeye dayalı açıklayan, basitleştirilmiş Lakatos modeli Davis ve Hersh tarafından Şekil 1' deki gibi modellenmiştir.



Şekil 1. Matematiksel keşfi tecrübeye dayanarak açıklayan Lakatos modeli

Lakatos eserinde, hayali oluşturduğu sınıf ortamında Şekil 1' deki modelin her aşamasında V + F = E + 2 formülünün gelişimine katkı sağlayan Euler, Descartes, Cauchy, Legendre gibi matematikçilerin ağzından formül üzerinden tartışmalar yürütmüştür (Lakatos, 1976). Aslında formülün son halini alması yaklaşık 150-

200 yıllık bir süreçtir ancak Lakatos'un hayali sınıfında konu hakkında çalışan matematikçilerle tartışma yürütüldüğü için adeta bir zaman makinesiyle formülün gelişim süreci resmedilmiştir. Bu yaklaşım yarı-deneyselciliğin matematiksel bilgi kesin değildir, kişiseldir, zamana ve yere bağlıdır görüşünü desteklemektedir.

Geçen yüzyılın ikinci yarısında uluslararası matematik eğitimi birliği, matematik öğretiminde yarı-deneyselci yöntemi benimsemiştir. Yarı-deneyselci yaklaşım, matematiğin doğasıyla ilgili bir yaklaşım ve yapılandırmacı kuram öğrenme ve öğretmenin altındaki psikolojik temellere odaklanmasına rağmen bu ikisi çoğu yönden paralellik gösterir (Handal, 2003/2009).

Türk eğitim sisteminde yapısalcı eğitim yaklaşımı 2005-2006 eğitim-öğretim yılından itibaren ülke genelinde uygulamaya konulmuştur. Bu eğitim kuramının da matematik felsefesindeki karşılığı yarı-deneyselciliktir. Yarı-deneyselciliğin ilham kaynağı Lakatos'un matematik öğretimi modelinin her aşamasında, tarihten referans alması, matematiğin öğretiminde kendi tarihinden yararlanılması gerektiğini gösteren önemli bir felsefi temeldir.

Gerçekçi Matematik Eğitiminde Matematik Tarihinin Önemi

Ülkemizde, 2005-2006 öğretim yılından itibaren uygulanmaya başlanan yeni ilköğretim programı ile yapısalcılık (yapılandırmacılık, oluşturmacılık, bütünleştiricilik), gerçekçi matematik eğitimi, aktiflik ve öğrenci merkezlilik yanı sıra çoklu zekâ kuramı ve bireysel farklılıklara duyarlı öğretim gibi çağdaş öğrenme yaklaşımları benimsenmiştir (Gömleksiz & Kan, 2007; TTKB, 2009). Yapısalcı felsefenin benimsendiği yeni program öğrencilerin bağımsız düşünebilme ve karar verebilme, öz düzenleme gibi bireysel yetenek ve beceriler geliştirmesini istemektedir. Bunun sağlanabilmesi için sınıflarda, problem → keşfetme → varsayımda bulunma → doğrulama → ilişkilendirme → genelleme döngüsünü oluşturacak öğrenci merkezli öğretim yönteminin kullanılması gerekmektedir (TTKB, 2009; Baki, 2006).

Matematik öğretiminde çağdaş öğrenme kuramları olan yapısalcı öğrenme ve gerçekçi matematik eğitiminden (Altun, 2006), yapısalcı öğrenme yaklaşımına göre bilgi ancak bireyin kendi aktif çabası sonucunda, bireyin zihninde oluşur. Bu oluşturma sürecinde kişinin geçmiş yaşantılarının ve çevresinin etkisi vardır (Olkun & Toluk Uçar, 2007). Gerçekçi matematik eğitimi de temelde yapısalcı karaktere sahiptir (Altun, 2006; Üzel, 2007; Yağcı & Arseven, 2010). Her iki kuram da geleneksel öğretimden farklı olarak sonuçtan çok süreç odaklıdır. Öğretimin düzenlenmesinde her iki kuramdan aynı anda veya birbirini tamamlayacak şekilde yararlanmanın imkânı vardır (Altun, 2006).

Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin (Realistic Mathematics Education-RME) kurucu Hollandalı matematik eğitimcisi Hans Freundenthal'dir. Freundenthal tarihte matematiğin gerçek hayat problemleri ile başladığını, gerçek hayatın matematikleştirildiğini daha sonra formal matematik bilgiye ulaşıldığını ileri sürerek, önce formal matematik bilgiyi verip arkasından uygulamaya geçme şeklindeki geleneksel öğrenmeyi anti didaktik (öğretici olmayan) bulmaktadır (Altun, 2008). Freundenthal matematik öğrenmeyi bir anlamlandırma süreci olarak tanıtmıştır. Freundenthal'e göre matematik bir insan aktivitesidir, keşfedilmez icat edilir. Matematik öğretiminin çıkış noktası tarihte olduğu gibi gerçek hayat problemleri olmalıdır. Freundenthal, gerçek modelden matematik kavrama ulaşma şeklinde işleyen bu sürece matematikleştirme adını vermiştir (Altun, 2006). Çocuğun verilen problem durumuna çözüm arayışı içine girerek gerçek durumu matematiksel dile dönüştürmesine yatay matematikleştirme, oluşturulan matematiksel modele matematiksel yöntemler kullanılarak çözümler üretilmeye başlanmasına dikey matematikleştirme denir (Olkun & Toluk Uçar, 2007).

RME'nin matematikleştirmede önerdiği üç anahtar ilke vardır.

1) Yönlendirilmiş Keşfetme: Bu ilke çerçevesinde öğrencilere, matematiğin icat edilmesine benzer bir yöntemi ya da çalışmayı denemeleri için fırsat verilmelidir. Bunun için matematik tarihi, esin kaynağı olarak kullanılabilir. Yönlendirilmiş keşif ilkesi informal çözümlerden yola çıkılarak uygulanabilir. Öğrencilerin informal bilgi ve stratejileri, formal stratejilere giden bir yol olarak ele alınabilir. Bu ilkenin iyi kullanımı için, ileri düzeylere ulaşmaya uygun çevresel problemlerin bulunmasına ihtiyaç vardır (Altun, 2006; Üzel, 2007; Altun 2008).

Tasarlanmış matematiğin tekrar keşfi için olanak sağlanmalıdır. Tasarımcının bunu sağlayabilmesi için izleyeceği yolda, matematik tarihi ve öğrencilerin informal çözüm yolları kaynak ya da başlangıç noktası olabilir. Eğitim tasarımcısı hedeflenen matematik konusunun yeniden keşfini sağlayan yatay ve dikey matematikleştirme sürecine olanak sağlayacak durum problemleri dizisini kurmak için kendine şu soruyu yöneltir: "Ben olsaydım bunu nasıl keşfederdim?". Yani kendi bilgi ve öğrenme deneyimlerini dikkate alır. Ayrıca matematik tarihi ve öğrencilerin informal çözüm yolları da kaynak teşkil eder (Aktaran Ünal, 2008).

2) Didaktik Fenomenoloji: Didaktik fenomonoloji matematik kavramların analizini yapmak suretiyle onun nasıl oluştuğunu açıklamaktadır. Buna göre, çevre problemleri uyarıcı olmakta ve kavram, sürecin yeniden keşfi ile kazanılmaktadır. Eğer biz matematiğin, tarihsel süreçte pratik problemlerin çözümlerinden elde edildiğini (geliştiğini) kavrarsak, günümüzdeki uygulamalardan da, bu yaklaşımla matematik üretilebileceğini umabiliriz. Sonra bize düşen iş genelleştirilebilecek durumlar için, yatay matematikleştirmeye uygun problem durumları bulmak, sonra da dikey matematikleştirmeyi sağlayacak öğrenme ortamlarını yaratmaktır (Altun, 2006; Üzel, 2007; Altun, 2008; Yağcı & Arseven 2010). Öğrencilerin çalışabileceği, denemeler yapabileceği bir ortamın hazırlanması gerekir ve öğrenme şekli sürecin tarihteki matematikçi tarafından üretilme şekline benzemelidir (Üzel, 2007; Altun; 2008).

3) Gelişen Modeller: RME'de modeller öğrenciler tarafından geliştirilir. Bunun anlamı öğrencilerin problem çözme için model geliştirmeleridir. Kendi geliştirdikleri modeller öğrenci için anlamlıdır. Öğrencilerin geliştirdiği bu modeller genelleştirip formalize edildiğinde matematiksel düşünmeye uygun bir model haline gelirler (Altun, 2006; Altun, 2008).

RME'de öğrenme, bir problem çözme sürecidir (Altun, 2006; Olkun & Uçar, 2007; Üzel; 2007, Ünal, 2008; Yağcı & Arseven, 2010). Matematik tarihi de problem çözmeye tarihsel bir tartışma ortamı sağlar. Eğer matematik tarihsel bakış açısıyla öğretilirse öğrencilerin düşünce yapısına daha uygun olduğundan, problem çözmeye alışkanlıkları artarak gelişecektir (Haverhals & Roscoe, 2010). Matematiksel bilgi problemsiz bir açıdan ele alınamaz. Her türlü bilginin ardında epistemolojik bir durum olduğu için bu epistemolojik durum öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini anlamamızı sağlar; tıpkı tarihte olduğu gibi (Furinghetti & Radford, 2008). RME'nın beslendiği ana kaynak problem çözmedir. Matematiğin tarihsel gelişimi düşünüldüğünde de genelde bir problem çözme aktivitesi olarak geliştiği, değiştiği görülmektedir. Matematik öğretiminin ayrılmaz parçası olan problem çözmeyle matematik tarihi RME etkili bir şekilde sentezlemiştir.

Sonuç

Henri Poincare "Zoologlar bir hayvanın embriyonik gelişiminin, hayvanın atalarının jeolojik çağlar boyunca sahip olduğu tüm tarihin kısa bir tekrarı olduğunu öne sürerler. Görünen o ki, aklın gelişiminde de durum aynıdır. Eğitimcilerin görevi, çocuklara kısa zaman içinde atalarının takip ettikleri yolu takip ettirmek, hiç birini elemeden kesin olan bir sonraki adıma çocukların daha çabuk geçmelerini sağlamaktır. Bu doğrultuda bilim tarihi rehberimiz olmalıdır." demiştir. Poincare'nin de belirttiği gibi, tıpkı hayvan embriyolarının gelişim süreleri boyunca atalarının binlerce yıllık evrimini haftalar içinde özetlemeleri gibi, matematik tarihi de matematik eğitimi yaşantılarında aynı işlevi görmektedir.

Matematik ve tarih, matematik eğitimcileri ve öğrencileri tarafından, matematik öğretimi sırasında genelde birlikte kullanılmayan farklı iki disiplindir. Ancak dünya çapındaki matematik öğretimi çalışmalarına ve çağdaş matematik felsefesi akımlarına bakıldığında, matematik eğitiminin matematik tarihiyle birlikte düşünülmesi gerektiği, böylece matematiğin anlamlı öğreniminin sağlanacağı görülmektedir.

Kaynakça

Altun, M. (2008). Bursa: Aktüel Yayıncılık.

Altun, M. (2006). Matematik Öğretiminde Gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi 19 (2)* , 223-238.

Baki, A. (2006). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi.* Trabzon: Derya Kitapevi.

Baki, A. (2008). Matematik Felsefesi. A. Baki içinde, *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitmi (Geliştirilmiş Baskı)* (s. 14-33). Trabzon: Harf Yayıncılık.

Baki, A., Bütün, M., & Karakuş, F. (2010). Lakatos' un Matematiksel Bilginin Gelişim modelinin Okul Matematiğine Uygulanması. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education Vol. 1 No. 3* , 285-308.

Boll, M. (2003). *Matematiğin Tarihi.* İstanbul: İletişim Yayıncılık.

Bulut, S., & Esen, Y. (2011). Geometri Kavramları Öğretimi Dersini Alan Öğrencilerin Geometri Dersinde Geometri Tarihine Yer Verilmesine Yönelik Görüşleri. *10. Matematik Sempozyumu* (s. 92). İstanbul: Matematikçiler Derneği.

Davis, P. J., & Hersh, R. (2002). *Matematiğin Seyir Defteri.* Ankara: Doruk Yayıncılık.

Dönmez, A. (2002). *Matematiğin Öykküsü ve Serüveni.* İstanbul: Toplumsal Dönüşüm Yayınları.

Furinghetti, F., & Radford, L. (2008). Contrasts and Oblique Connections Between Historical Conceptual Developments and Classroom Learning in Mathematics. *Handbook of International Research in Mathematics Education, 2nd Edition, New York* , 626-655.

Gömleksiz, N., & Kan, A. Ü. (2007). Yeni İlköğretim Programlarının Dayandığı Temel İlke ve Yaklaşımlar. *Doğu Anadolu Bölgesi Araştırmaları* , 60-66.

Grugnetti, L., & Rogers, L. (2000). Philosophical, Multicultural and İnterdisciplinary İssues. J. F. by) içinde, *History in Mathematics Education* (s. 39-62). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Gulikers, I., & Blom, K. (2001). A Historical Angle, A Survey Of Recent Literature On The Use And Value Of History In Geometrical Education. *Educational Studies in Mathematics 47* , 223-258.

Gür, B. S. (2004). *Matematik Felsefesi.* Ankara: Kadim Yayınları.

Handal, B. (2003/2009). *Philosophies and Pedagogies of Mathematics (Çeviren: Suphi Önder Bütüner).* 4 10, 2011 tarihinde İlkogretim Online, 8(1),t: 1-6: http://ilkogretim-online.org.tr/vol8say1/v8s1c1.pdf adresinden alındı

Haverhals, N., & Roscoe, M. (2010). The History of Mathematics As a Pedagogical Tool: Teaching the İntegral of the Secant Via Mercator' s Projection. *The Montana Mathematics Enthusiast, Vol. 7* , 339-368.

İfrah, G. (1995). *Rakamların Evrensel Tarihi.* Ankara: Tübitak.

Kin Ho, W. (2008). Using History of Mathematics in the Teaching and Learning of Mathematics in Singapore. *Department of Mathematics and Science Singapore Polytechnic* , 1-38.

Lakatos, I. (1976). *Proof and Refutations (Editörler: J. Worrall, E. Zahar; Çeviri Can Başkent).* Büyük Britanya: The British Journal of Philosophy of Science.

Mankiewicz, R. (2002). *Matematiğin Tarihi.* İstanbul: Güncel Yayıncılık.

NCTM. (1998). *Historical Topics for the Mathematics Classroom.* ABD: NCTM.

Olkun, S., & Toluk Uçar, Z. (2007). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi.* Ankara: Maya Akademi.

Sayılı, A. (1982). *Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp.* Ankara: Türk Tarih Kurumu Basımevi.

Tez, Z. (2008). *Matematiğin Kültürel Tarihi.* İstanbul : Doruk Yayıncılık.

Topdemir, H. G. (2008). *Felsefe.* Ankara: Pegem Akademi.

Topdemir, H. G., & Unat, Y. (2009). *Bilim Tarihi.* Ankara: Pegem Akademi.

TTKB. (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu.* Ankara: MEB Yayınları.

Ülger, A. (2006). Matematiğin Kısa Bir Tarihi. (s. 1-30). Ankara: Türkiye Bilimler Akademisi.

Üzel, D. (2007). *Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME) Destekli Eğitimin İlköğretim 7.Sıınıf Matematik Öğretiminde Öğrenci Başarısına Etkisi (Yayınlanmamış Doktora Tezi).* Balıkesir: Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Estitüsü.

Ünal, Z. A. (2008). *Gerçekçi Matematik Eğitiminin İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Başarılarına ve Matematiğe Karşı Tutumlarına Etkisi (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) .* Erzurum: Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Yağcı, E., & Arseven, A. (2010). Gerçekçi Matematik Öğretimi Yaklaşımı. *International Conference on New Trends in Education and Their Implication* (s. 265-268). Antalya: ICONTE.

Yıldırım, C. (2010). İstanbul: Remzi Kitabevi.