

---

Makale / Research Paper

---

## Öngerilmeli Beton Elemanlarda Fotoelastik Yöntemle Gerilme Analizi

Ziya ABDULALİYEV<sup>1</sup>, Abdullah DÖNMEZ<sup>2</sup> ve Şenol ATAÖĞLU<sup>3</sup>

<sup>1</sup> İstanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, İstanbul 34469, Türkiye (E-mail: [abdulaliyev@itu.edu.tr](mailto:abdulaliyev@itu.edu.tr))

<sup>2</sup> İstanbul Teknik Üniversitesi, Deprem Mühendisliği ve Afet Yönetimi Enstitüsü, İstanbul 34469, Türkiye  
(E-mail: [donmezab@itu.edu.tr](mailto:donmezab@itu.edu.tr))

<sup>3</sup> İstanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, İstanbul 34469, Türkiye (E-mail: [ataoglu@itu.edu.tr](mailto:ataoglu@itu.edu.tr))

---

**Özet:** Öngerilmeli beton elemanları yapıım elemanı olarak yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Öngerilmeli beton elemanlarda üretim aşamasında oluşturulan etkili öngerilme seviyeleri elemanın bazı bölgelerinde yüksek seviyelere çıkabilmektedir. Bu durumun fotoelastik yöntemlerle modellenmesi diğer deneysel metodlarla elde edilmesi mümkün olmayan gerilme analizlerine imkan vermektedir. Bu çalışmada öngerilmeli betonun fotoelastik yöntemlerle gerilme analizi yapılmış olup elemanın bazı bölgelerinde üretimden kaynaklanan yüksek öngerilme seviyelerinin malzemenin dayanımını aşabildiği anlaşılmaktadır. Güvenli tasarım sınırlarında üretilmesi gereken öngerilmeli beton elemanların bahsedilen bölgelerde önlemler alınması gerektiği çalışma sonucu anlaşılmaktadır.

**Anahtar kelimeler:** Öngerilmeli beton, fotoelastisite, termoelastisite

---

## Photoelastic Stress Analysis of pre-tensioned concrete elements

---

**Abstract:** In practice, pre-tensioned concrete members are widely being used as structural elements. Effective pre-stresses in particular regions of pre-tensioned concrete members can have high values in production process. Modeling pre-tensioned concrete members with using photoelastic methods may lead to detailed stress analysis which is not likely possible in most of the other experimental techniques. This study deals with stress analysis of prestressed pre-tensioned concrete members with photoelastic modeling. It is seen that in some regions of the pre-tensioned concrete members, designed pre-stresses may have higher values than the nominal strength of the material. It is also inferred that, in order to sustain safety design margins sufficient precautions must be taken into account for the considered regions.

**Keywords:** Prestressed concrete, photoelasticity, thermoelasticity

---

### 1. Giriş

İnşaat elemanlarında üretim prosesinde yüklemelerle oluşturulan ön gerilme durumunun etkisiyle, kullanıldıkları yapılarda maruz kaldıkları kuvvetlerden esnek şekil değiştirmeler etabında oluşan gerilmelerin daha düzgün dağılması için uygun koşullar sağlanabilir. Bu bağlamda, ön gerilmeli

*Bu makaleye atıf yapmak için*

Abdulaliyev Z., Dönmez A., Ataoğlu Ş., "Öngerilmeli Beton Elemanlarda Fotoelastik Yöntemle Gerilme Analizi" El-Cezerî Fen ve Mühendislik Dergisi 2015, 2(3); 60-66.

*How to cite this article*

Abdulaliyev Z., Dönmez A., Ataoğlu Ş., "Photoelastic Stress Analysis of pre-tensioned concrete elements" El-Cezerî Journal of Science and Engineering, 2015, 2(3); 60-66.

inşaat elemanlarının tasarımı sırasında üretimleri prosesinde oluşturulması öngörülen gerilme durumları dikkate alınmalıdır.

Öngerilmeli beton üretiminin ilk denemeleri betonun sünme, kullanılan çeliğin düşük mukavemette olması gibi sebeplerle yapı elemanı olarak kullanılamaması şeklinde sonuçlanmıştır. Bu sebeple tekrar öngerilme durumunun oluşmasına izin veren art-germeli beton fikri ortaya çıkmıştır. Ayrıca yüksek mukavemetli çeliklerin kullanılmaya başlanması ön-gerilmeli beton elemanların yapı elemanı olarak kullanılmasına yol açmıştır [1]. Böylece doğal olarak beton donatı çubuğu arasındaki aderans kaynaklanan etkili öngerme aktarımı prensibine göre çalışan öngerilmeli beton ve beton donatı arasında aderans olmadan gerilmelerin elemanın uçlarından verilerek uygulandığı art-germeli beton olmak üzere iki farklı konsept oluşmuştur.

Öngerilmeli (ve/veya art-germeli) beton elemanların üretim aşamasında oluşan gerilmelerin deneysel olarak incelenmesi farklı yöntemlerle yapılabilir [2, 3 ve 4]. Bahsedilen elemanlarda fotoelastik yöntemler kullanılarak gerilme analizi yapılması diğer yöntemlere kıyasla (strain gauge vs.) literatürde daha az bulunmaktadır. Daha çok art gerilmeli beton yapıların 2-D ve 3-D fotoelastik yöntemlerle modellenmesi sonucu fotoelastik yöntemlerle elde edilen sonuçların diğer yöntemlerle bulunan sonuçlarla uyumlu olduğu ve Poisson etkisinin ihmal edilecek düzeyde kaldığı belirlenmiştir [5, 6]. Öngerilmeli beton elemanların parametrelerinin bulunması için kullanılan yöntemler arasında fotoelastik modelleme tekniğine ise oldukça az rastlanılmaktadır [7].

Bu çalışmada önceden aksel çekme ile yüklenmiş donatılar kullanılarak üretilen elemanlarda oluşan gerilmeler incelenmiştir. Yapılmış çalışmaların içeriğinden yukarıda bahsedilen yöntemle üretilen ön gerilmeli inşaat elemanlarının serbest yüzeylerinde, özellikle donatı bölgelerinde, gerilmelerin detaylı incelenmesinin gerekli olduğu anlaşılmaktadır. Bu yöntemle üretilen elemanlarda öngerilmeler beton kütesinin sertleşmesinden sonra donatılara etkiyen çekme kuvvetlerinin kaldırılmasıyla onların aksel şekil değiştirmelerinin, donatı-beton birleşmesinde yeniden dağılımına bağlı olarak ortaya çıkmaktadır. Benzer olarak fizik-mekanik karakteristikleri farklı olan malzemelerden yapılmış birleşmelerde ısının üniform dağılması sırasında serbest termal genişmelerin farkı termal gerilmeleri oluşturur [8].

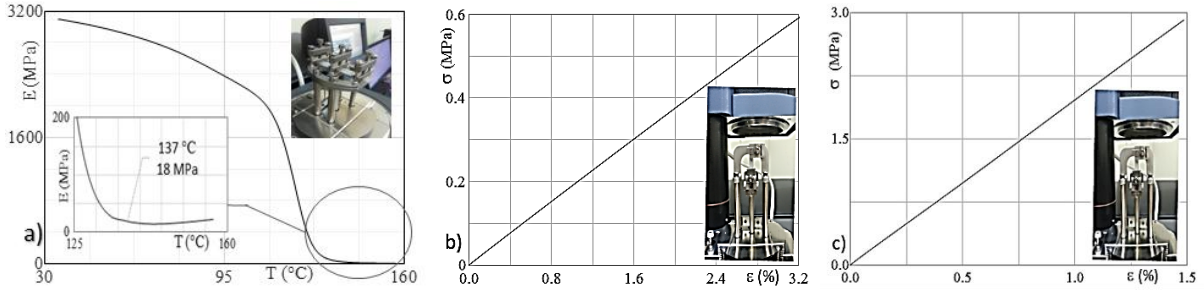
İnşaat elemanlarında öngerilmelerin yukarıda gösterilen yöntemle oluşturulması ve farklı malzemelerden yapılmış birleşmelerde, sıcaklığın değişmesi sırasında termal gerilmelerin meydana gelmesi proseslerinin benzerliği açıktır. Dolayısıyla, yukarıda not edilen yöntemle üretilen inşaat elemanlarında oluşturulan öngerilme durumlarının incelenmesinin termal gerilmelerin araştırılması için kullanılan analitik ve deneysel yöntemlerle yapılabileceği sonucuna varılabilir.

## 1. Öngerilmeli beton elemanların modellendirilmesi

Bu çalışmada, betonarme plakta ön gerilmelerin dağılımının deneysel araştırılması için üç-boyutlu fotoelastisitenin termal gerilmelerin incelenmesi için geliştirilmiş serbest termal genişmelerin mekanik modellenmesi metodu uygulanmıştır. Farklı malzemelerden üretilmiş yapıda ve onun geometrik benzeşim oranı dikkate alınarak yapılmış modelinde oluşan gerilme durumlarının benzeşimli olması için onların içerdikleri malzemelerin elastisite modüllerinin E oranları eşit olmalıdır [9]. İnşaat sanayinde ön gerilmeli betonarme elemanların yapımında yaygın kullanılan çelik donatıların ve betonun elastisite modüllerinin  $E_c$  ve  $E_b$  oranı 5-13 aralığında değişebilir. İlgili elemanların modelleri yapılırken bu orantı aralığı dikkate alınmalıdır.

Uygulanan yöntemin önemli aşaması olan şekil değiştirmelerin “dondurulması” işlemi modelin yapımında kullanılacak optik hassas malzemenin (Araldit), kritik sıcaklığında (145°C) yapılmalıdır. İlgili olarak, modelin çelik donatıları ve beton kütesini temsil eden kısımlarının viskoelastik sıcaklıktaki elastisite modüllerinin oranı yukarıda not edilen aralığı sağlamalıdır. Halihazırda,

gösterilen sıcaklıkta bu koşulu sağlayan farklı optik hassas malzemelerle ilgili bilgi olmadığından modelin yapımında gerekli şartı sağlayan bir mat malzemenin kullanılması gerekmiştir. Talep edilen koşulları sağlayan plastik malzemenin belirlenmesi için Dinamik Mekanik Analiz cihazı kullanılarak denemeler yapılmıştır. Böylelikle, modelin yapılması için fotoelastik malzeme ve ikinci bir malzeme olarak Poliamid 6 tercih edilmiştir. Modelin yapılması için seçilmiş malzemelerin 145 °C sıcaklıkta DMA Q 800 cihazında yapılan denemelerde elde edilmiş gerilme-şekil değiştirme bağlantıları aşağıda verilmiştir (Şekil 1); gözüktüğü gibi bu bağlantılar lineer karakterdedirler. Seçilmiş optik hassas ve mat malzemelerin elastisite modülleri sırasıyla 18 ve 184 MPa olarak belirlenmiştir [10].



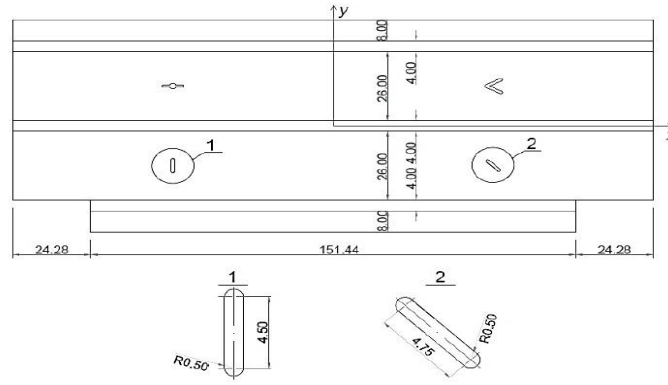
**Şekil 1.** Aralditin a) elastisite modülü-sıcaklık değişimi; b) 145°C’de gerilme-şekil değiştirme grafiği c) Nylon 6’nın 145°C’de gerilme-şekil değiştirme grafiği.

İlgili işlem ile modelin yapımında kullanılan optik hassas malzemenin optik hassasiyet katsayısı  $\sigma_0^{10} = 0.232 \text{ N}/(\text{mm.şerit})$  olduğu belirlenmiştir.

Gerçek elemanın mukavemet analizi bakımından beton kütesinde oluşan gerilmelerin belirlenmesi daha önemlidir. Bu bağlamda, modelde yapının beton kısımlarının optik hassas malzemeden, donatıların ise Nylon 6 plastiğinden yapılmış parçalar ile temsil edilmesi öngörülmüştür. İncelenen elemanın modeli (Şekil 2) geometrik benzeşim ölçüğü  $\frac{1}{4}$  dikkate alınarak yapılmıştır.

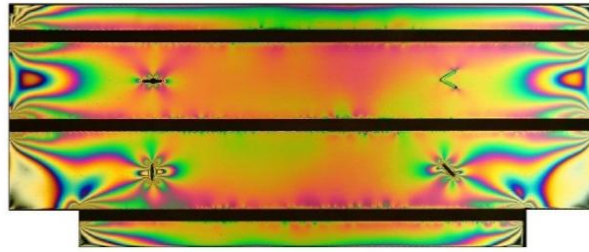
Uygulanan deneysel yöntemle göre modelin ilgili parçalarında öngörülen yüklerin modellenmesi üç-boyutlu fotoelastisitenin şekil değiştirmelerin “dondurulması” metoduyla yapılır. Dolayısıyla, modelde yüklenmenin sağlanması için öngörülen şekil değiştirmelerin, onun beton kısımlarını temsil eden optik hassas malzemeden yapılmış parçalarında “dondurulması” gerekmektedir [11].

Fotoelastik fırında numunelerin orta bölgesinde aksenal çekme ile  $\epsilon_y = 0.014$  şiddetinde homojen şekil değiştirme durumu oluşturulur ve dondurulur. Şekil değiştirme durumunun dondurma işlemi, yüklenmiş numuneleri 5 °C/saat hızla 145 °C sıcaklığına dek ısıtarak, bu sıcaklıkta 3 saat bekleterek ve aynı hızla oda sıcaklığına dek soğutarak yapılır. Dondurulma işleminden geçirilen numunede şekil değiştirmelerin dağılımını karakterize eden interferens şeritlerinin fotoğrafı Şekil 3’de gösterilmiştir. Modelde beton kısımlarını temsil eden parçalar ilgili numunelerin üniform şekil değiştirme durumunun yer aldığı orta bölgelerinden kesilerek ve optik hassas ve mat malzemelerden yapılmış parçalarının gereken sırası takip edilerek yapıştırılır. Parçaların yapıştırılması için epoksi reçine esaslı tutkal kullanılmıştır.



Şekil 2. Model (birim: mm)

Elemanın modeli fırına yerleştirilir ve numunelerin yüklenmesi prosesinde uygulanmış ısı işleme tabi tutulur. Sıcaklığın 145 °C de sabit tutulduğu aralıkta modelin optik hassas malzemeden yapılmış parçalarında önceden “dondurulmuş” şekil değiştirmeleri serbestleşirler. Dondurulmuş şekil değiştirmelerin tekrar dağılıması modelde araştırılması gereken öngerilmelerin oluşmasını sağlar. Fırın ilgili rejimde oda sıcaklığına dek soğutulur modelde oluşmuş şekil değiştirme gerilme durumu “dondurulur”. Modelde oluşmuş gerilmelerin dağılımını karakterize eden izokromatik şeritlerinin polariskopta çekilmiş fotoğrafı Şekil 3’te verilmiştir. Modelde sürekliliğin geometrik ve fiziksel olarak bozulduğu bölgelerde gerilme yığılması oluşur. Modelin orta bölgesinde gerilme dağılımı yaklaşık uniform olarak karakterize edilir.



Şekil 3. Modeldeki gerilme dağılımı

## 2. Öngerilme durumunun incelenmesi

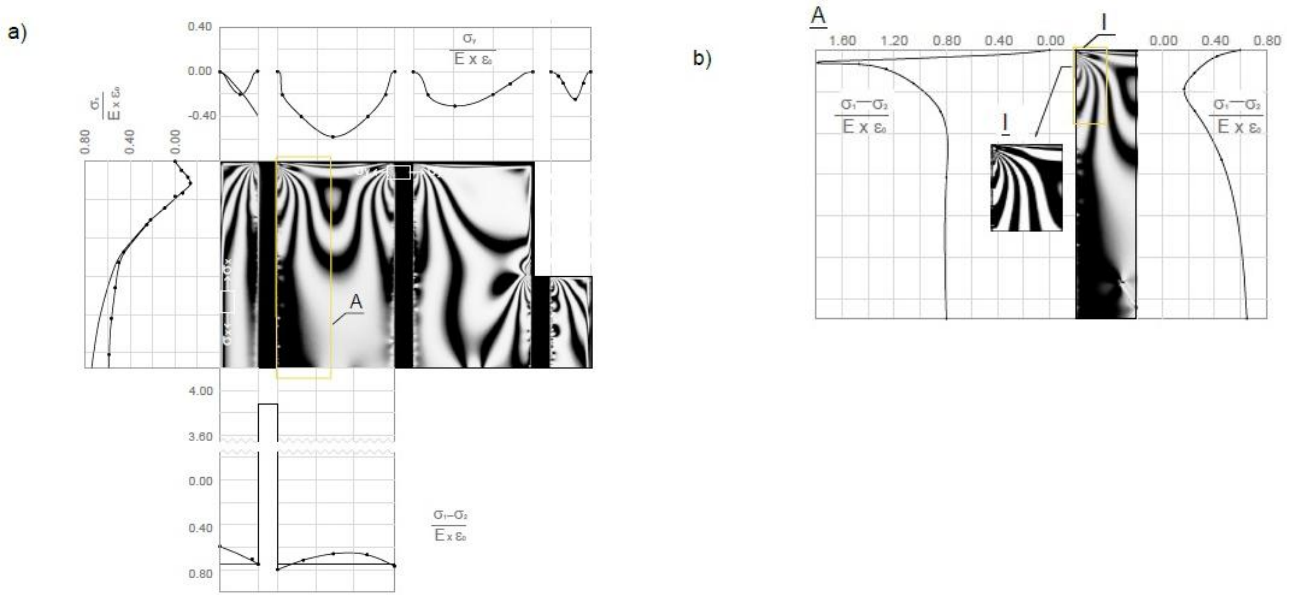
Modelde öngerilmelerin dağılması fotoelastisitenin yöntemleriyle ve DM4500 P model Leica upright Polarizing Microscope kullanılarak incelenmiştir [12]. Modelin beton-donatı arayüzünde ve iki donatı arasındaki orta bölge boyunca elde edilmiş sonuçlar grafik olarak Şekil 4’ de verilmiştir.

Modelin orta bölgesinde oluşan gerilmeler, termoelastisite problemleri ile benzeşime dayanarak, aşağıda verilen formül kullanılarak ta hesaplanabilir [13, 14].

$$\sigma_x = E_i \left( -\alpha_i T_i + \frac{\int_{-h}^h E_i \alpha_i T_i dy}{\int_{-h}^h E_i dy} + \frac{\int_{-h}^h E_i \alpha_i T_i dy}{\int_{-h}^h E_i y^2 dy} y \right), (i = 1,2) \quad (1)$$

Elde edilmiş sonuçların grafiği Şekil 4’de verilmiştir. Elemanın orta bölgesinde gerilme durumu uniform baskı (betonu temsil eden kısımlarda) ve çekme (donatılarda) olarak karakterize edilir. Bu bölgede arayüzelerin yakınlığında deneysel ölçülmüş gerilmelerin değerlerinin de analitik sonuçlarla uyumunu yeterli düzeydedir. Arayüzden geçerken normal gerilmeler beton kısımlardaki  $\sigma_x^a = 0.17$  MPa’dan donatıdaki  $\sigma_x^i = -0.98$  MPa değerine dek değişir. Normal gerilmelerin sıçrayışı  $\sigma_x^i - \sigma_x^a = 0,17 + 0,98 = 1,15$  MPa değerine ulaşır. Arayüz bölgesinden uzaklaştıkça

analitik ve deneysel veriler arasındaki fark  $\frac{0.153 - 0.17}{0.153} 100 \approx 11.11\%$  'dir. Modelin yan taraflarında yer alan ince kısımlarının serbest yüzeylerinde oluşan gerilmelerin kalitatif mukayesesi için termoelastisitenin analitik yöntemi uygulanabilir.



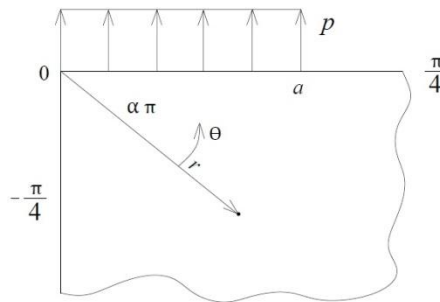
Şekil 4. Modelin a) yüzeyinde ve b) arayüz ve orta bölgesinde oluşan boyutsuz gerilme dağılımı.

Değerlendirme sadece sıcaklıktan genleşme katsayıları farklı olan iki malzemeden oluşturulmuş, Şekil 5'deki dörtte bir düzlem için Papkovich problemi [15] ve termoelastisitenin "suppression method" uygulanarak yapılabilir [8, 16]. İlgili olarak dörtte bir düzlemin tepe bölgesinde  $\theta = \frac{\pi}{4}$  yüzeyin  $0 \leq r \leq a$  aralığında etkiyen üniform  $p$  çekme yükünün oluşturduğu gerilme durumu incelenmelidir. Söz konusu gerilmeler aşağıdaki ifade ile belirlenebilir:

$$2\pi a i e^{-iy} \varphi'(z) = \int_0^{\infty} p(r_0, \gamma) \phi_0(\xi, \gamma) \frac{dr_0}{r_0}, \quad (2)$$

burada,  $\xi = -i \left( \frac{r}{r_0} \right)^{1/\alpha} \frac{i\theta}{e^{\alpha}}$  ve

$$\begin{aligned} \phi_0(\xi, \gamma) = & \frac{\sqrt{\xi}}{\xi-1} + \frac{1}{4} \ln \frac{\sqrt{\xi}+1}{\sqrt{\xi}-1} \left[ 1 - \frac{1}{\xi} \right] + \frac{0.3407}{\sqrt{\xi}} + 0.1593 \sqrt{\xi} \ln(\xi-1) \left[ 1 - \frac{1}{\xi^2} \right] - 0.3186 \sqrt{\xi} \ln \sqrt{\xi} \\ & - \frac{\pi i \cdot 0.1593}{\xi \sqrt{\xi}} - i e^{-2iy} \left\{ \frac{i}{4} \ln \frac{\sqrt{\xi}-i}{\sqrt{\xi}+i} \left[ 1 + \frac{1}{\xi} \right] - \frac{\pi}{4\xi} + \frac{0.1765}{\xi \sqrt{\xi}} + \frac{0.5353}{\sqrt{\xi}} - 0.1765 \sqrt{\xi} + 0.1235 \sqrt{\xi} \ln(1+\xi) \left[ 1 - \frac{1}{\xi^2} \right] - \right. \\ & \left. \sqrt{\xi} [0.2470 + 0.3530\xi] \ln \sqrt{\xi} + 0.1765 \ln(1+\xi) \left[ \xi \sqrt{\xi} - \frac{1}{\xi^2 \sqrt{\xi}} \right] \right\}. \end{aligned}$$



Şekil 5. ¼ düzlemde dış normal çekme yükü.

İncelenen durumda kamanın merkez açısının  $\frac{\pi}{2}$  ve yükün yüzeye normal etkidiğinden ilgili olarak  $\alpha = \frac{1}{2}$  ve  $\gamma = 0'$ dir.

Çeyrek düzlemin serbest yüzeylerinde oluşan gerilmeler aşağıdaki ifade ile verilebilir [9]:

$$\sigma_r + \sigma_\theta = 4Re\varphi'(z) \quad (3)$$

Böylelikle, (2) ve (3) ifadeleri dikkate alınarak kamanın yüzeylerinde etkiyen  $\sigma_r$  normal gerilmeleri hesaplanabilir. Belirlenmiş gerilme durumuna kamanın  $\theta = \frac{\pi}{4}$  yüzeyi  $0 \leq r \leq a$  aralığında normal  $p = -\varepsilon_0 E$  baskısı uygulanarak modelin incelenen yüzeylerinde etkiyen  $\sigma_r$  normal gerilmeleri elde edilebilir. Gerilmelerin sayısal değerleri  $a = 8 \text{ mm}$  olduğunda Tablo 1'de verilmiştir ve bu verilere dayanarak çizilmiş grafikler Şekil 4'te gösterilmektedir.

Modelin sol tarafındaki ince şeridin yüzeyinde  $\theta = \frac{\pi}{4}$  deneysel ve analitik yöntemlerle bulunmuş sonuçların karşılaştırılması onların uç noktadan  $4a$  uzaklığına dek yeterli uyumu sağladıklarını göstermektedir.

**Tablo 1.** Çeyrek düzlemdeki  $\sigma_r$  normal gerilmeleri

$r \text{ (mm)}$	2	4	5.6	8	12	16	25.6	40	80
$\theta = \pi/4$	0.069	0.163	0.231	0.326 -0.675	-0.553	-0.468	-0.337	-0.235	-0.127
$\theta = -\pi/4$	0.048	0.107	0.118	-0.068	-0.066	-0.202	-0.435	-0.614	-0.796

Modelin yan serbest yüzeylerinde gerilmeler mutlak değerce önemli seviyeye ulaşırlar. Fakat, serbest yüzeye arayüz düzlemlerinin kesiştikleri bölgelerde gerilmeler hızla artarak yüksek değerlere ulaşırlar. Bu bölgelerde en büyük kayma gerilmeleri  $\sigma_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 0.44 \text{ MPa}$  değerine kadar artar ve serbest yüzeyden yaklaşık olarak donatıları temsil eden parçaların yaklaşık  $\frac{f}{3} \approx 1.40 \text{ mm}$  kadar uzaklıkta yer alırlar.

### 3. Sonuç ve Öneriler

Modelin gerilme durumunun incelenmesinde elde edilen sonuçlara dayanarak aşağıdaki sonuçlara varmak mümkün olur.

- Yapıda en büyük kayma gerilmeleri arayüz düzlemlerinin serbest yüzeyi kestikleri bölgelerde oluşurlar.
- En büyük kayma gerilmeleri serbest yüzeyden donatıyı temsil eden parçaların genişliğinin yaklaşık  $\frac{f}{3}$  kadar uzaklıkta yer alırlar.
- Bahsedilen bölgelerde malzemenin sürekliliği hasarsız yöntemlerle kontrol edilmelidir.
- Elemanların üretimi sırasında uygulanan çekme kuvvetlerinin değeri kullanıldıkları yapılarda etkiyecek yükler ve hasarsız testlerin sonuçlarına dayanılarak tespit edilmelidir.
- Elemanın kullanıldığı yapıda yüklenmesi sırasında gösterilen bölgelerde çatlaklar oluşabilir ve onların gelişmesi elemanın hasarına neden olabilir.
- Öngerilme değerlerinin betona aktarım mesafesi boyunca kayma gerilmelerin değişimi linear olmayıp yüksek dereceden bir fonksiyon ifadesine göre azalmaktadır.

## Teşekkür

Yazarlar İTÜ BAP birimine ve Dr. Osman Bulut'a katkılarından dolayı teşekkür ederler.

## Kaynaklar

- [1] Freyssinet, E (1954) The birth of prestressing (Translated by Harris AJ). Prestressed concrete, Auckland
- [2] Base, GD (1957) Some tests on the effect of time on transmission length in pre-tensioned concrete. Mag Concrete Res 9(26):73-82
- [3] Arthur, PD, Ganguli, S (1965) Tests on end-zone stresses in pre-tensioned concrete I beams. Mag Concrete Res 17(51):85-96
- [4] Martí-Vargas, JR, García-Taengua, E, Caro, LA, Serna P (2014) Measuring specific parameters in pretensioned concrete members using a single testing technique. Measurement 49:421-432
- [5] Christodoulides, SP (1955) A two-dimensional investigation of the end anchorages of post-tensioned concrete beams. Struct Eng pp 120-133
- [6] Rasheeduzzafar, Allison, IM, Al-Saadoun SS (1984) A photoelastic investigation of anchorage bearing stresses. Mag Concrete Res 36(127):81-91
- [7] Linger DA and Bhonsle SR (1963) An investigation of transfer length in pretensioned concrete using photoelasticity. *PCI Journal*, August 1963 pp. 13-30
- [8] Boley, BA, Weiner, JH (1960) Theory of thermal stresses. Wiley, New York
- [9] Muskhelishvili, NI (1963) Some basic problems of the mathematical theory of elasticity, P. Noordhoff Ltd., Groningen
- [10] Donmez A, Ataoglu S, Aldemir U, Artan R, Abdulaliyev Z, Residual Stresses in the Prestressed Concrete Elements, 11th International Congress on Advances in Civil Engineering, ACE2014, Istanbul, 2014
- [11] Abdulaliyev Z, Bakioglu M, Ataoglu S, Kurtkaya Z, Gulluoglu AN, Thermal Stress Concentration in Plates from Different Materials, Journal of Aircraft, 49 (3), 941-946, 2012 DOI: 10.2514/1.C031661
- [12] Frocht, MM (1947) Photoelasticity. Wiley, New York
- [13] Goodier, JN (1957) Thermal stress and deformation. J Appl Mech-T ASME, 24(3) 467-474
- [14] Timoshenko, SP., Goodier, JN (1970) Theory of elasticity, McGraw-Hill, Singapore
- [15] Papkovitch, PF (1939) Elasticity theory, Oborongiz, Leningrad-Moscow
- [16] Horvay, G. 1954. Thermal stresses in rectangular strips. Proc. II. National Cong. of Appl. Mech., ASME, New York, N.Y.